31.1.2023

Entwicklung eines effizienten Antriebsstrangs für ein Liegerad

Masterarbeit Systems Engineering SS2023

Alexander König (70012769)
Institut für Konstruktion und Angewandten Maschinenbau, Wolfenbüttel

Entwicklung eines effizienten Antriebstrangs für ein Liegerad

ABHANDLUNG
zur Erlangung des Titels

MASTER SYSTEMS ENGINEERING

der

OSTFALIA – HOCHSCHULE FÜR ANGEWANDTE WISSENSCHAFTEN WOLFENBÜTTEL

vorgelegt von

ALEXANDER KÖNIG

B.-Eng Engineering
geboren am
10.09.1988
in
Salzwedel

Erstprüfer: Prof. Dr.-Ing. Sven Lippardt

Zweitprüfer: Prof. Dr-Ing. Carsten Stechert

Salzwedel 2023

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit untersucht den Teilbereich des Antriebstrangs für ein im niedrigen Entwicklungsstand befindliches Liegeradkonzept am *Institut für Konstruktion und Angewandten Maschinenbau, Wolfenbüttel (IKAM)*. Es werden Fragestellung bearbeitet welchen Einfluss die Sitzposition auf Ergonomie und Antriebsleistung hat; Wie viel Spielraum in der Anpassung der Position erforderlich ist, um Menschen verschiedener Körpergrößen unterzubringen und was die Sitzposition für Auswirkungen auf die Gesamtleistung des Fahrzeugs hat. Es muss geklärt werden welche Verluste an potentiellen Antriebssträngen entstehen. Es stellen sich Fragen wie Verluste entstehen und wo sich die Stellschrauben für eine Optimierung befinden. Für den Antriebstrang liegt ein grundlegendes innovatives Konzept vor, welches sich von sämtlichen auf dem Markt befindlichen Lösungen im Liegeradbereich abhebt. Es gilt zu klären inwieweit das Konzept gegenüber einer üblichen Kettenschaltung in Effizienz Schritt halten kann. Für diese Fragestellungen werden Methodiken des Master *Systems Engineering* und weit darüber hinaus eingesetzt, um qualitative Aussagen mit Rechnungen zu untermauern. Hierzu wird der Themenbereich des Antriebstrangs von Liegerädern in seine „atomaren" Bestandteile explodiert und theoretisch erforscht. Mit den gewonnenen Erkenntnissen wird schichtenweise in die Gesamtperspektive aufgetaucht und die Ergebnisse zutage getragen.

abstract

This thesis investigates the subsection of a drive train for a recumbent concept under development at the *Institut für Konstruktion und Angewandten Maschinenbau* (Institute of design and applied mechanical engineering), Wolfenbüttel (*IKAM*). Questions will be addressed on how the seating position affects ergonomics and drive performance, how much latitude is required in adjusting the position to accommodate people of different heights and what impact the seating position has on the total performance of the vehicle. It must be clarified which losses occur on potential drive trains. Questions arise as to how losses occur and where the adjusting screws for optimization are located. For the drive train there is a fundamentally innovative concept that stands out from all other solutions on the market in the recumbent sector. It is necessary to clarify to what extent the concept can keep up with a conventional derailleur system in terms of efficiency. For these questions, methodologies of Master *Systems Engineering* and far beyond are used to support qualitative statements with calculations. For this purpose, the subsection of the drive train of recumbent bicycles is exploded into its basic components and theoretically researched. With the knowledge gained, the total perspective is emerged layer by layer and the results are brought to light.

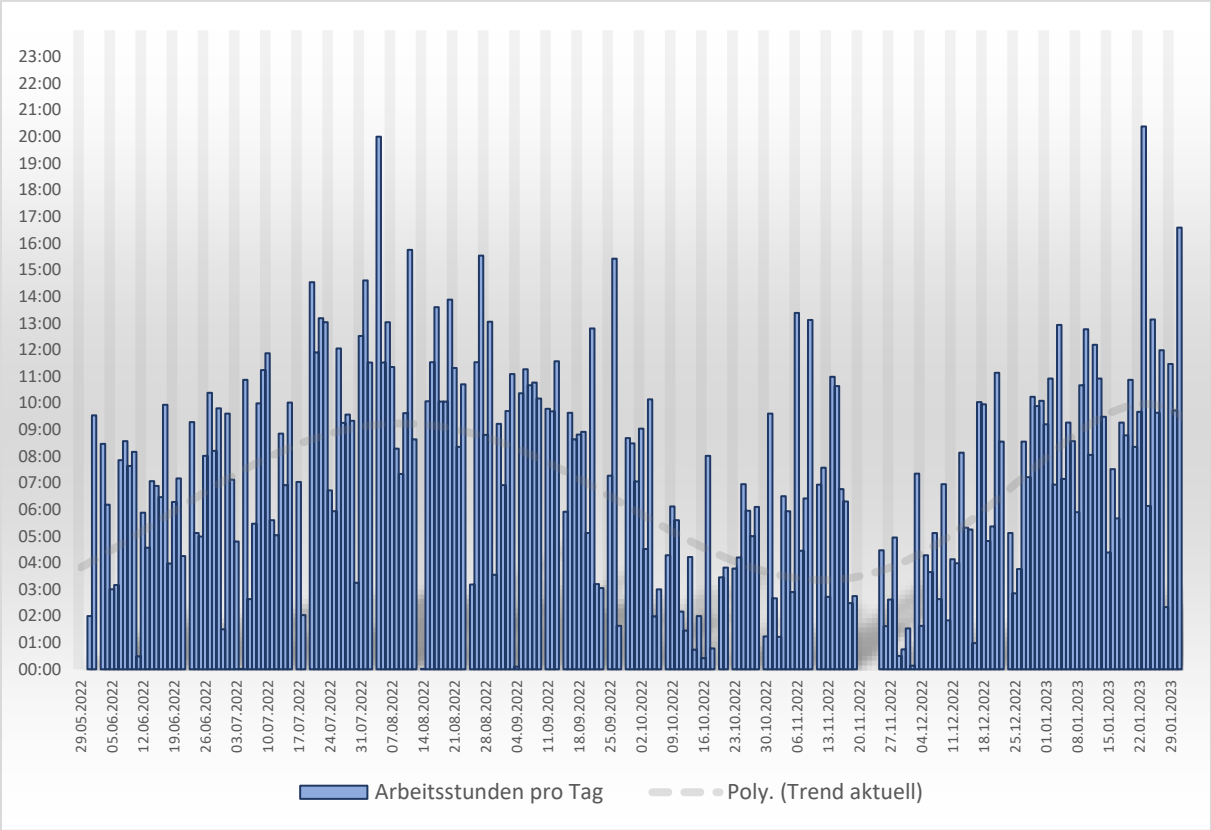
Vorwort

Die vorliegende Arbeit stellt den Schlussstein meines Studiums dar. Ich habe sehr spät – erst mit 26 – das Studium begonnen, da mir in jungen Jahren die Fachkompetenz und Disziplin fehlte. Diese Kombination führt im Maschinenbau sehr schnell dazu, dass man den Ball verliert, sodass ich meinen ersten Studienversuch im Jahr 2010 in Wolfsburg abbrechen musste. Der Antrieb Maschinenbau zu studieren entspringt keiner monetären Natur; Karriereaussichten oder Ähnlichem. Ich habe am Ende meiner Schulzeit einen starken Hang zum Mysterium verspürt und zusammen mit meinem Freundeskreis und unabhängig voneinander Erfahrungen gemacht, welche nicht mit der allgemeinen wissenschaftlichen Meinung vereinbar sind. Im Verlaufe der Jahre habe ich zunehmend eine Begeisterung für die Idee der Mathematik als universelle Sprache entwickelt und mich bewusst oder unbewusst dazu gezwungen meinem Erzfeind: der Informatik entgegen zu treten. Im Rahmen meiner kaufmännischen Ausbildung im Familienbetrieb, bin ich durch meine autodidaktische Art immer weiter in den Bereich der Technik und Wartung abgedriftet, sodass ich zur Zeit der Einführung des Mindestlohns und der damit verbundenen Turbulenzen in unserer Region meine Chance gesehen habe endlich ein Studium in Wolfenbüttel, welcher als einziger Standort meine Forschungsideale publiziert, zu realisieren.

In meinen Wurzeln bin ich professioneller Musiker. Leider hat der Fortschritt und die Wandlung der Gesellschaft es unmöglich gemacht damit Geld zu verdienen. In meiner Schulzeit habe ich große Erfolge mit der Musik feiern können. So war ich mit 19 bereits vollwertiger Studio-Schlagzeuger und habe moderne elektronische, an die Filmmusik angelehnte, Arrangements kreiert. Als autodidaktischer Musiker lernt man mithilfe der Verknüpfung des sensorischen auditiven Bereichs eine Übersetzung in die einzelnen Bestandteile der Musik vorzunehmen und diese auf beliebigen Instrumenten, wie auch der Stimme zu übersetzen. Damit ist es möglich ganze Musik aus dem Kopf heraus abzuspielen oder sich mit Musikern derart zu vernetzen, dass man die Zukunft der Musik voraussagen kann. Ein Musiker strebt nach Perfektion. Dies zeigt sich insbesondere im Studio der 2000-er Jahre abwärts, in welcher Zeit das Schneiden, insbesondere im Schlagzeugbereich, praktisch unmöglich ist. Damit muss eine jede Aufnahme eines Albums von Anfang bis zum Ende perfekt eingespielt werden. Perfektion ist relativ und kann im Moment anhand der Fertigkeiten subjektiv erfüllt werden. Erst wenn eine Leistung auch nach Jahren als perfekt von einem selbst angesehen wird, ist sie es auch.

In meinem Maschinenbau-Studium habe ich meine Fähigkeiten voll entfalten können. Mich hat über das ganze Studium die Konstruktion begleitet. Habe ich am Anfang des Studiums noch einen großen Fokus auf die Konstruktion gelegt, so stellt sie mittlerweile nur ein ausentwickeltes Werkzeug dar, welches bei Bedarf genutzt wird. Neben der Konstruktion habe ich viel Zeit in die Berechnung von Projekten mithilfe der Tabellenkalkulation verbracht. Ich bin dazu gedrängt worden, weil ich mich notorisch geweigert habe andere Projekte abzuschreiben, wie es die jungen unerfahrenen Studenten tun. Die Projekte im Studium schlagen massiv in das Zeitkontingent ein, welches eigentlich für die Vorlesungen bereitgestellt sein soll. So kam es, dass ich ein Konstruktionsprojekt ganze vier Mal rechnen musste, ehe ich es geschafft habe dieses zeitlich abzuschließen. Ein weiterer Meilenstein der Entwicklung in der Tabellenkalkulation stellt die in Wolfenbüttel übliche Getriebeübung dar, in welcher in etlichen unzählbaren Schleifen eine mehrere Stunden dauernde Kalkulation zur Zahnradberechnung wiederholt werden müsste, wenn ohne den Einsatz der Informatik gearbeitet wird. Nach Abschluss meines Grundstudiums und einer beruflich-bedingten Studienauszeit habe ich begonnen am Institut *IKAM* zu arbeiten. Seit jener Zeit habe ich ohne die etlichen Laborberichte und Projekte, welche aufgrund der Schwierigkeit fast ausschließlich durch mich bearbeitet worden sind, über 1200 Seiten an wissenschaftlichen Arbeiten ohne vorliegende Arbeit produziert. Begleitend dafür habe ich Ende 2019 eine Server-basierte Bibliothek mit tausenden von Quellen zur Fachrichtung Maschinenbau

programmiert, welche nach Titeln durchsucht werden kann und in einer Tiefensuche über 500 Stichwortverzeichnisse von Fachbüchern in einer Suchmaschine vereinigt, die direkt auf die Seite entsprechende Seite des Dokuments verlinken. Mit diesem Werkzeug bin ich 2020 in den Master gestartet, welcher von unhaltbaren Zuständen geprägt war und auf skandalöse Weise unglaubliche Leistungen abgefordert hat. Die programmierte Bibliothek war mein Sprungbrett, sodass ich nicht mehr genötigt war jede Vorlesung mitzuhören. Die benötigten Informationen sind ab diesem Zeitpunkt sofort verfügbar. Obwohl die Noten immer besser werden, wird die Schere zwischen meinen Fähigkeiten und meinen Noten werden immer größer. So habe ich Mitte 2020 eine Suchmaschine mit einem KI-Ansatz entwickelt, welche im Bruchteil einer Sekunde über eine Ähnlichkeitssuche einen Wortschatz-Abgleich vornimmt. Außerdem habe ich als einziger den kompletten Vorlesungsinhalt der Numerischen Mathematik wie gefordert programmiert, jedoch in beiden Fächern befriedigende Noten. Ende 2020 bin ich auf die Programmierung mit *R-Studio* umgezogen und habe eine Software zum automatischen Finden von Korrelationen über den Großteil verfügbarer Methoden zusammengesetzt. Mitte 2021 während einer beruflichen Auszeit bin ich schließlich von der statischen Tabellenkalkulation in die dynamische Berechnung mithilfe von *SIMULINK®* umgezogen. Die in den beiden Plattformen entwickelten Methoden sind der Nährboden für die vorliegenden Fragestellungen.



Das Diagramm zeigt die Arbeitsbelastung im vorliegenden Projektzeitraum. Das ganze Studium über lag auf mir eine ähnliche Last. Seit 2020 läuft der Arbeitsalltag nur noch so, was ich mich mit meinen Projektzeitplänen belegen kann. Mein wertvoller Freund *Candy Szengel* hat mich nach einem Radtrip entlang des *Grünen Bandes* in 2018, Mitte 2020 wieder aus dem Exil befördert und mit mir eine Radtour in den Pyrenäen vorgenommen. Am Aufstieg des *Cirque de Gavarnie* begegneten uns futuristische seltsam anmutende Liegeräder mit Solardächern und -anhängeraufbauten, welche über ein vollbepacktes Mountainbike und Damenrad mit sonnenverbrannten Gesichtern genauso gut lachen konnten wie wir über sie. Entlang des *Camino del Norte* an der spanischen Nordküste trennt sich der Weg der beiden Gefährten durch das in Europa wütende Virus noch vor Erreichen des Museums in *Bilbao*…

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich an Eides Statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne unerlaubte Hilfe angefertigt, andere als die angegebenen Quellen nicht benutzt und die den benutzten Quellen wörtlich oder inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht haben.

Salzwedel, den 31.01.2023

Inhalt

1	**Einleitung**	**1**
1.1	**Aufgabenstellung**	**6**
1.1.1	Stand 20220330	7
1.1.2	Vision 20221101	8
1.1.3	Strategie 111 Tage	8
1.2	**Externe Reibung: Luftwiderstand**	**9**
1.2.1	Handlungsempfehlungen: Turbulenzen in Strömungen	11
1.2.2	Handlungsempfehlungen: Angriffsfläche des Strömungsprofils	12
1.2.3	Handlungsempfehlungen: Verlauf des Strömungsprofils	13
1.2.4	Handlungsempfehlungen: Ventilation der Räder	14
1.3	**Externe Reibung: Rollwiderstand**	**15**
1.3.1	Handlungsempfehlungen: Bereifung	18
1.4	**Interne Reibung: Widerstand im Antriebsstrang**	**19**
1.4.1	Exkurs: Rheologie von Körpern	21
1.4.2	Direkter Kontakt: Innere Dämpfung in Festkörpern	22
1.4.3	Direkter Kontakt: Reibungsarten	24
1.4.4	Direkter Kontakt: Schmierfilmhöhe	28
1.4.5	Indirekter Kontakt: Innere Dämpfung in Flüssigkeiten	32
1.4.6	Indirekter Kontakt: Nichtlinearitäten in Fluiden	33
1.4.7	Indirekter Kontakt: Flüssigkeitsreibung	34
2	**Analyse moderner Antriebsstrang-Komponenten**	**36**
2.1	**Marktanalyse der Antriebsstränge von Liegerädern**	**37**
2.2	**Radiale Wellendichtungen**	**48**
2.2.1	Radialer Wellendichtring (RWDR)	53
2.2.2	Radialer Lagerdichtring (Nachsetzzeichen R*)	54
2.3	**Radial-Rillenkugellager**	**55**
2.3.1	Leichtlauflager	67
2.3.2	Keramiklager	68
2.4	**Gelenke**	**72**
2.4.1	Kreuzgelenk	72
2.4.2	Kugelgelenk	81
2.4.3	Podengelenk	82
2.5	**Verzahnungs-Getriebe**	**105**
2.5.1	Mittelgetriebe	115
2.5.2	Mittelgetriebe: Pinion	115
2.5.3	Mittelgetriebe: Schlumpf	118
2.5.4	Mittelgetriebe: Kappstein	120
2.5.5	Nabengetriebe	121

2.5.6 Nabengetriebe: Rohloff 121
2.5.7 Nabengetriebe: Sturmey-Archer 125
2.5.8 Nabengetriebe: Shimano 126
2.5.9 Nabengetriebe: SRAM 127
2.5.10 Freiläufe 128
2.5.11 Freilaufsperre: Hase Bikes 128
2.5.12 Doppelfreilauf: Trykit 129
2.5.13 Doppelfreilauf: Station Inc. 129
2.5.14 Doppelfreilauf: UTCustom 130
2.5.15 Doppelfreilauf: Ostfalia 130
2.5.16 Differentialgetriebe 131
2.5.17 Differentialgetriebe: Hase-Bikes 131
2.5.18 Differentialgetriebe: Samagaga 132
2.6 Ketten-Getriebe ... 133
2.6.1 Kettenblätter, Ritzel und Kassetten 140
2.6.2 Umlenkrollen und Spannrollen 140
2.6.3 Umwerfer und Schaltwerke 140
2.7 Kugel-Getriebe ... 141
2.7.1 NuVinci-Getriebe 141
2.7.2 DrivEn-Tangentialgetriebe 143
2.8 Kurbel-Getriebe ... 145
2.8.1 Anatomie der unteren Extremität 145
2.8.2 Bewegungen der Gelenke und Schwerpunkte 150
2.8.3 Generalisierung des Modells 154
2.8.4 Trägheitsreaktionen 163
2.8.5 Gravitationsreaktionen 165
2.8.6 Antriebsmomentpotential 166
2.8.7 Abgerufene Antriebsmomente und Reibung 178
2.8.8 Kurbelverhalten 179

3 Ableitung einer Anforderungsliste 182
3.1 Diskussion verschiedener Fahrerpositionen ... 183
3.1.1 Ableitung von Hüllkurvenwerten aus der MKS-Rekonstruktion 184
3.1.2 Festlegung Tretlagerkoordinatensystem in Karosseriekoordinatensystem 185
3.1.3 Ableitung einer Karosserie aus den Hüllkurvenwerten 188
3.1.4 Luftwiderstandsmodell der Karosserien 190
3.1.5 Aufsuchen des Leistungsmaximums 195
3.2 Diskussion verschiedener Antriebsstrangvarianten ... 199
3.2.1 Modellierungskonzept 201
3.2.2 Modellorganismus: Fahrwiderstände (Detailstufe 1) 206
3.2.3 Atomische Modelle: Maschinenelemente 210

3.2.4 Zelluläre Modelle: Baugruppen 263
3.2.5 Modell-Organe: Antriebsstränge 348
3.2.6 Vergleich der Ergebnisse 354
3.3 Anforderungsliste ... 356

4 Konstruktionsstudie: Tangential-Kugellager-Getriebe 359
4.1 Eingriffsprofil ... 360
4.2 Getriebeverhalten an der Zahnstange ... 362
4.3 Reibmomente an Zahnrad und Lagerkranz ... 366
4.4 Prototyp für Wirkungsgraderrechnung ... 369

5 Zusammenfassung 375

Abbildungsverzeichnis 380

Tabellenverzeichnis 402

Literaturverzeichnis 407

Anhang I
Anhang 1: Erstellung *Look-Up-Table* für *Gümbeldiagramm* mit *R-Studio* und *MS Excel* ... I
Anhang 2: Formeln für die Geometrie von Stirnrädern ... IV
Anhang 3: Übersetzungsverhältnisse in einstufigen Planetengetrieben ... VII
Anhang 4: Modelle von Umwerfern und Schaltwerken ... VIII

1 Einleitung

„Wo können wir die Trennlinie zwischen Natur und Kultur ziehen? Und wie passen wir als Individuen in die Wechselwirkung zwischen diesen beiden?“ [1]

Mit dieser Fragestellung präsentierte das *Guggenheim-Museum* in *Bilbao* die Photographie-Ausstellung *“the glacier melt series 1999/2019”* (siehe Abbildung 1-1) des dänischen, in Island aufgewachsenen, Künstlers *Ólafur Elíasson* vom 14. Februar bis zum 21. Juni 2020 [2].

Die Bilder zeigen auf ehrliche Weise eine Facette des Klimawandels und erheben ihn schlagartig von einem diffusen Informationskonstrukt in die Realitätsempfindung des Betrachters. Dieser ist in der Regel verfangen in alltäglichen Routinen und mit abwechselnden Krisen beschäftigt, welche sich auf Zeiträume bis zu einigen Jahren begrenzen. Die derzeitig schleichende Veränderung des Klimas hingegen ist ein Prozess der erst innerhalb einer Generation spürbar wird.



Abbildung 1-1: Rückgang ausgewählter Gletscher in Island. Vergleichende paarweise Aufnahmen aus dem Jahr 1999 (jeweils links) und 2019 (jeweils rechts)[1]

Die moderne Gesellschaft ist, durch den Verbrennungsmotor befeuert, aus der Industrialisierung hervorgegangen. Dieser Prozess dauerte kaum länger als 2 volle Menschenleben, bzw. 5 bis 6 menschliche Generationen. Mit ihrer Entwicklung schreitet auch die qualitative Dokumentation des Klimas fort. Thermometer mit einheitlicher Temperaturskala ermöglichen die Katalogisierung von Temperaturen[2]. Die Entwicklung des Teleskops erlaubt das Zählen von Sonnenflecken. Entwicklungen in der elektrischen Messtechnik und der Raumfahrt erlauben schließlich die atmosphärische Messung von Gasanteilen und der kosmischen Sonnenstrahlungsleistung. Die sich entwickelnde Klimaforschung rekonstruiert fortlaufend über Korrelationszusammenhänge mit Ablagerungen in Eiskernen; Sedimentschichten und weiterer sogenannter Proxys das Klima der Vergangenheit.

---

1 Am 10.06.2022 online abgerufen unter: https://glaciermelt.is/files/Olafur-Eliasson-The-glacier-melt-series-1999-2019.zip

2 erste Dokumentationen bereits im 17. Jahrhundert [3, S. 13]

ENTWICKLUNG DES KLIMAS

Insbesondere die Entwicklung der globalen Temperatur seit der Industrialisierung (siehe Abbildung 1-2) wird mit Besorgnis durch Klimawissenschaftler untersucht. Mitunter konnte der Verlauf der Strahlungsleistung der Sonne über die in Eiskernen verteilten Isotope ^{10}Be und ^{14}C annähernd rekonstruiert werden. Dabei konnten neben der 11-jährigen zyklischen Leistungsschwankung um 1‰ [3, S. 57], die mit der Anzahl der Sonnenflecken korreliert, der 85-jährige *Gleissberg-Zyklus* und der 208-jährige *DeVriess-Zyklus* nachgewiesen werden [3, S. 73].

In öffentlichen Debatten werden die Leistungsschwankungen der Sonne häufig als Ursache der Temperaturerhöhung verantwortlich gemacht. Es hat sich jedoch herausgestellt, dass die Schwankungen in der Sonnenaktivität einen unerwartet geringen Einfluss haben. Und das obwohl die Schwankungen der Strahlungsleistung eine Verschiebung des Spektrums (*Schwarzer Strahler*) in den UV-Bereich hervorruft, welche wiederum eine unerforscht erhöhte Ozonbildung mit folgender Treibhauswirkung nach sich zieht [3, S. 93].

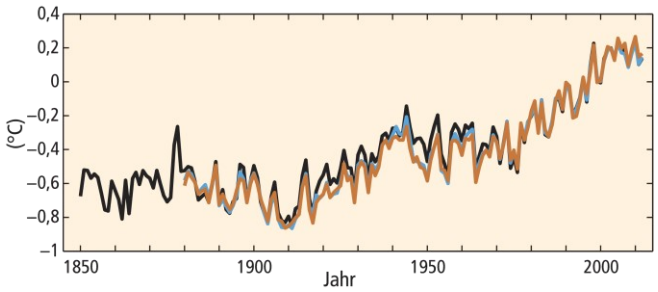


Abbildung 1-2: Veränderung der Jahresmitteltemperatur zu Land und an der Meeresoberfläche. Nullreferenz bezogen auf das Temperaturmittel von 1986 bis 2005. Farben signalisieren drei unterschiedliche Datensätze [4, S. 3]

So ist der Einfluss der Sonnenstrahlungsleistung auf das Temperaturniveau des Planeten in den Klimamodellen[3] des *IPCC* sukzessive gesunken [5, S. 696]. Im aktuellen Klimareport[4] beträgt der Einfluss der Treibhausgase das 56-fache des Einflusses der Sonne selbst auf die Temperaturentwicklung[5] (vergleiche hierzu die korrelierenden Verläufe von Abbildung 1-2 und Abbildung 1-3).

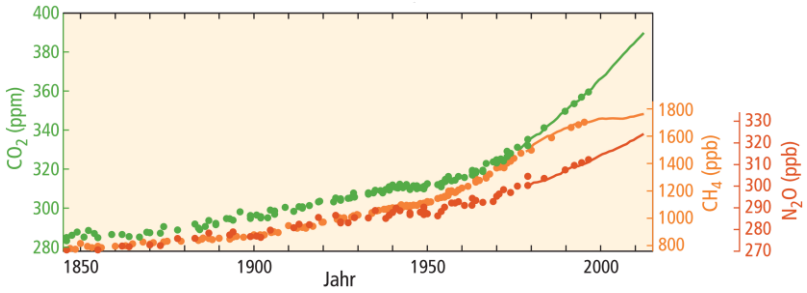


Abbildung 1-3: Veränderungen der globalen Treibhausgaskonzentrationen Kohlenstoffdioxid (CO_2); Methan (CH_4); Lachgas (N_2O). Punkte aus Eiskernbohrungen; Linien aus direkten atmosphärischen Messungen [4, S. 3]. Halogenkohlenstoffe fehlen.

Die globalen Treibhausgasemissionen des Verkehrssektor betrugen 2010 14,3% [4, S. 47]. Als politische Maßnahme sind Investitionen in Transit- sowie Rad- und Fußverkehr empfohlen worden [4, S. 115].

---

[3] Verhältnis Einfluss Sonne vs. Treibhausgase SAR (12%); TAR (12%); AR4 (5%); AR5 (2%)

[4] Fünfter Sachstandsbericht „AR5“ des IPCC von 2013-2014; „AR6“ von 2018-2022 in Bearbeitung

[5] Wichtungen des Treibhauseffektes: $CO_2 \approx 64\%$; $CH_4 \approx 17\%$; Halogenkohlenstoffe $\approx 12\%$; $N_2O \approx 5\%$ [5, S. 697]

INDIVIDUALVERKEHR

Vergleicht man das Verkehrsaufkommen und die Verkehrsleistung in Deutschland in den Jahren 2002 und 2017 erkennt man, dass die Anzahl der zu erledigenden Wege (siehe Abbildung 1-4 links) sich nicht signifikant geändert hat; sich aber dafür die zurückgelegten Entfernungen (siehe Abbildung 1-4 rechts) um 18% erhöht haben. Die Steigerung der Entfernungen können maßgeblich mit der 16%igen Erhöhung der Arbeitswege in Zusammenhang gebracht werden[6].

Hinsichtlich der Treibhausgasemissionen des Verkehrssektors wirkt die beachtliche relative Steigerung der Wegstrecken durch den Öffentlichen Fernverkehr (+92%) und dem Öffentlichen Nahverkehr (+36%), obwohl die Verstädterung in denselben Jahren von 75,4% auf 77,3%[7] gestiegen ist, richtungsweisend.

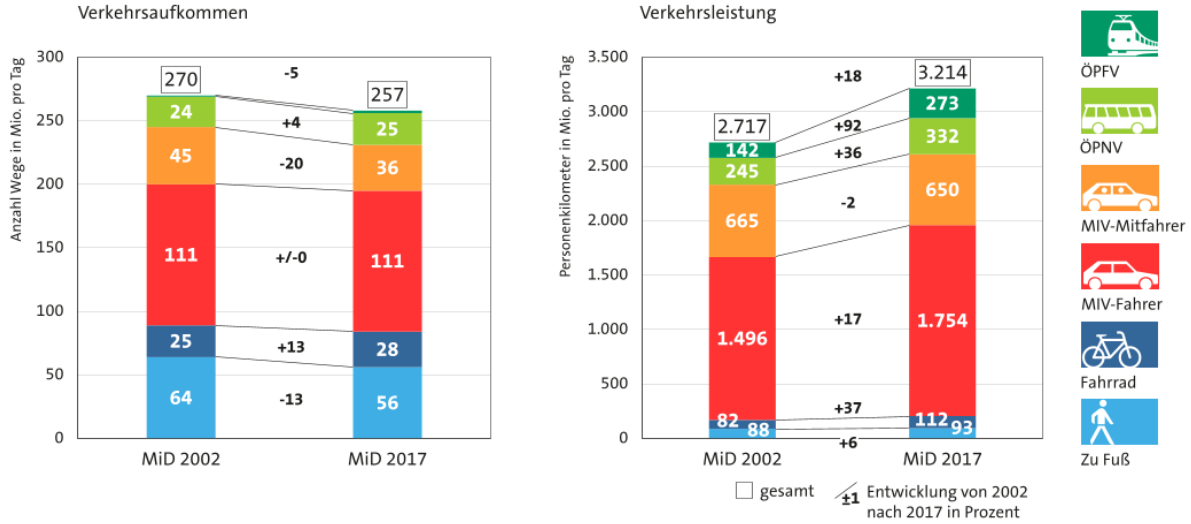


Abbildung 1-4: Entwicklung von Verkehrsaufkommen und Verkehrsleistung [6, S. 19]

Kritisch zu bewerten ist die Steigerung der PKW-Entfernungskilometer um 17%, wobei der Großteil der Fahrten ohne Mitfahrer erfolgt (0,4 Mitfahrer in 2002; 0,3 Mitfahrer in 2017 bei potentiell 4 Mitfahrern). Betrachtet man die Statistiken zum Modalsplit nach der Altersstruktur [6, S. 29], so zählen Kinder und Jugendliche mit einer Wegeauslastung von 50% und 25% mehr als die gesamte Gruppe der Erwerbstätigen in die Beifahrerstatistik ein. Die Nutzung des PKWs hält sich ab dem Berufseintrittsalter relativ konstant und sinkt im Rentenalter relativ um 10% je Dekade. Der Anteil an reinen Autofahrern sinkt sowohl in ländlichen Regionen, als auch Stadtregionen mit der Besiedelungsdichte [6, S. 37].

Positiv zu bewerten ist die Steigerung der Fahrrad-Entfernungskilometer um 37%, wobei die Anzahl an Fahrten um lediglich 13% gestiegen ist. Die größeren absoluten Entfernung je Wegstrecke sind dabei nicht auf *Pedelecs* zurückzuführen [6, S. 20]. Die Nutzung des Rades für Wege [6, S. 29] ist ab dem Erwerbstätigenalter relativ gleich. Jugendliche wechseln vom Mitfahrer eines PKWs in die Nutzung Öffentlicher Verkehrsmittel und des Fahrrades über. In diesem Alter ist eine 60%-ige Überhöhung abzulesen. Mit der Bevölkerungsdichte [6, S. 37] steigt der Anteil reiner Radfahrer und solcher die Rad und Öffentliche Verkehrsmittel nutzen. In Metropolen wird die Nutzung des PKWs durch das Fahrrad signifikant ersetzt, was sich förderlich für Energieeinsatz und Klimagasausstoß je Fahrtkilometer äußert.

---

6 Durchschnitt Pendlerentfernung 14,59km (1999) und 16,91km (2016). Am 13.06.2022 online abgerufen unter: https://de.statista.com/statistik/daten/studie/731242/umfrage/durchschnittliche-pendelentfernung-bei-arbeitspendlern-in-deutschland/

7 Am 13.06.2022 online abgerufen unter: https://de.statista.com/statistik/daten/studie/662560/umfrage/urbanisierung-in-deutschland/

EFFIZIENZ

Im Bereich der innerstädtischen Kurzstrecken gibt es ein großes Potential die PKW-Nutzung noch weiter in die Fahrradnutzung zu verschieben. Der PKW überzeugt zunächst mit einer hohen Bequemlichkeit; Flexibilität; Laderaum und Witterungsschutz. Auf der anderen Seite verändert der PKW gegenüber dem Fahrrad das Stadtbild mit einem 10-fachen Parkplatzbedarf[8] und einer 7-fachen Flächenbelegung für die erforderliche Infrastruktur je Kilometer[9]. Auf den Kilometer bezogen erzeugt der PKW eine 6-fach höhere Feinstaubbelastung[10], wenn die Herstellung des Fahrzeuges mitbeachtet wird. Außerdem ist eine Steigerung der Lebenserwartung bei Kurzstrecken um 3 bis 14 Monate [7, S. 16] zu erwarten.

Wesentlicher Vorteil des PKW ist seine Reisegeschwindigkeit. Diese kann im innerstädtischen Bereich im Schnitt 35km/h[11], und Überland 70km/h[11] erreichen. Neben städtischen Stau und hinderlichen Einbahnstraßenregelungen wichtet jedoch eine mitunter von vielen Faktoren abhängige Zeit für die Parkplatzsuche bei Ankunft und ggf. weite Wege zum Parkplatz bei Abfahrt ein. Diesen Nachteil weist das Fahrrad nicht auf, da der Aufstellort in der Regel flexibel ist. Das Fahrrad leidet nicht unter Stau und kann durch Fahrradwege, die für den PKW-Verkehr nicht zugelassen sind, oft erhebliche Verkürzungen der Fahrtstrecke ausnutzen. Die mittlere Reisegeschwindigkeit kann bei sehr kurzen Strecken erhöht sein, pegelt sich jedoch auf längeren Strecken auf wenigstens 15km/h[11] ein. Für eine exemplarische Strecke von 5km würde die Radfahrt circa 15 Minuten + sichere 3 Minuten Abfahrt und Ankunft kosten; die Autofahrt würde circa 9 Minuten + unsichere 6 Minuten Abfahrt und Ankunft kosten.

Energetisch und damit klimatechnisch gesehen kostet die PKW-Nutzung, neben quadratisch steigender Luftwiderstandsverluste, das 16-fache allein für den Rollwiderstand durch das 100-fache Fahrzeug/Fahrer-Masseverhältnis[12] gegenüber dem Fahrrad. Noch dramatischer wird die Betrachtung anhand geschätzter Verbräuche. So beträgt dieser bei einem Dieselmotor 5l/100km[11] bzw. einem Benzinmotor 6,5l/100km[11]. Das entspricht einem Brennwertbedarf von 430kcal/km(@70km/h)[13], bzw. 500kcal/km(@70km/h)[13]. Die Nutzung des Fahrrades hingegen bedarf lediglich 2kcal/km(@15km/h) bei einer Antriebsleistung von 75W(@η=21%)[14] auf 6,5h für 100km[11]. Damit ist der Energiebedarf des PKW 230-fach größer. In der CO_2-Bilanz ist die Emission des PKW 21-fach höher (siehe Abbildung 1-5).

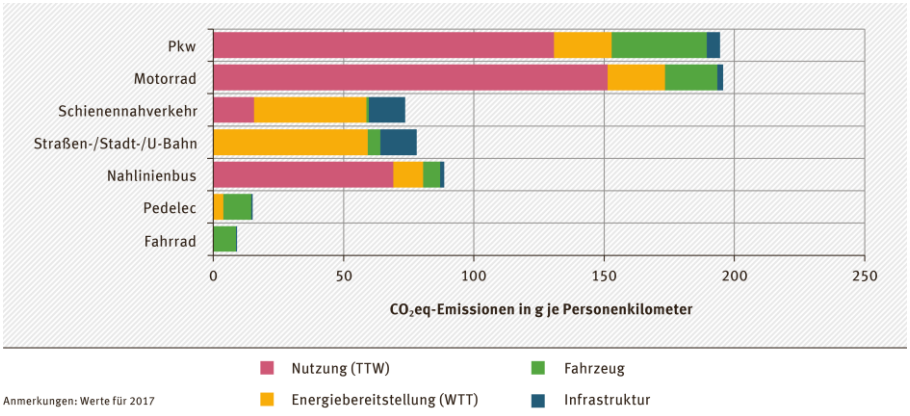


Abbildung 1-5: Klimawirkung des Personenverkehrs [8, S. 16] mit Fahrrad 9,16 g/km; Pedelec 15,17g/km; PKW 194,41g/km

---

8 Geschätzte mittlere Stellfläche von: 10m² für PKW und 1m² für Fahrrad

9 Fläche [m²·Jahr/10^6 km] für: Fahrrad 329,9; Pedelec 221,0; PKW 2211,3 [8, S. 40]

10 Feinstaub PM_{10} inklusive Herstellung: Fahrrad 0,011 $\frac{g}{km}$; Pedelec 0,017 $\frac{g}{km}$; PKW 0,070 $\frac{g}{km}$ [8, S. 39]

11 Überschlagen an eigenen Erfahrungen des Autors

12 PKW: $\frac{1500\,kg}{75\,kg}$; Fahrrad: $\frac{15\,kg}{75\,kg}$; Massen geschätzt; Mittelwert aus 50-Perzentil-Mann und -Frau: 72,5kg [98, S. 8]

13 Niedrigster mittlerer Heizwert für Diesel 35,8 $\frac{MJ}{l}$ und für Benzin 31,7 $\frac{MJ}{l}$ [99, S. 556]; 1kJ=0,2388kcal

14 Angabe Versuch am Ergometer mit über Sauerstoffaufnahme errechnetem Wirkungsgrad von 21% [24, S. 222]

ANSTRENGUNGEN DER OSTFALIA

Die Ostfalia – Hochschule für angewandte Wissenschaften in Wolfenbüttel beschäftigt sich seit über 10 Jahren mit der Entwicklung und Erprobung von Velomobilen als eine effiziente Form des Fahrrades:

> *„Ein Velomobil ist ein mit Muskelkraft betriebenes Fahrzeug mit einer geschlossenen Verkleidung, die vor Wind, Kälte und Regen schützt. Es ist ein umweltfreundliches Verkehrsmittel für den Alltagsgebrauch. Im Vergleich zum herkömmlichen Fahrrad bietet das Velomobil höhere Sicherheit und hat geringeren Luftwiderstand.“ [9, S. 13]*

Bei einem Velomobil ist genau wie bei einem Fahrrad die Antriebsleistung durch den Menschen begrenzt. Hierdurch rücken der Leichtbau des Fahrzeuges; der Roll- und Luftwiderstand, sowie der Wirkungsgrad des Antriebsstrangs enorm in den Vordergrund[15]. In den von Herrn Prof. Dr. Falk Klinge betreuten Projekte *OS Velomobil (bis 2017)*[16] und die Modifikationen der auf dem Markt erhältlichen Velomobile *Olan* (2014) und *Milan* (2015, siehe Abbildung 1-6) wurden besonders unter aerodynamischen Gesichtspunkten bearbeitet. Außerdem wurden im Jahr 2016 rund um das Projekt *Velo 100* Fahrerposition unter Ergonomie; Antrieb unter Wirkungsgrad; Rahmen unter Leichtbau und Fahrwerk unter dem Gesichtspunkt des Leichtbaus und der Stabilität bearbeitet.

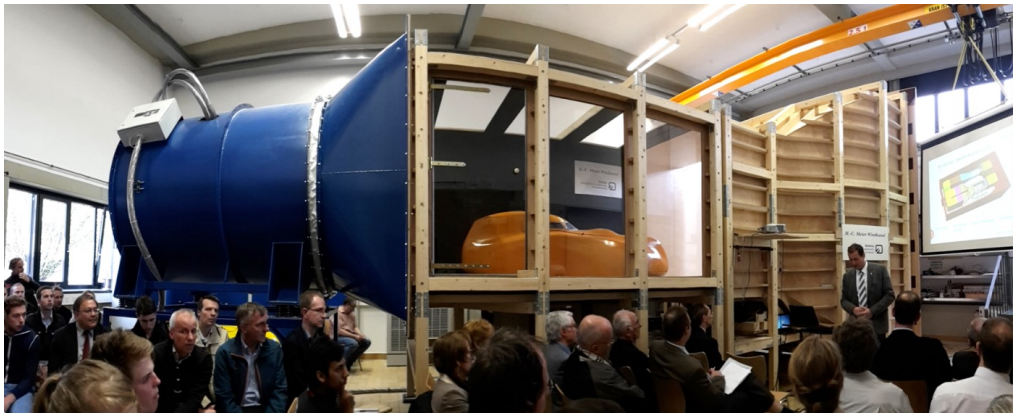


Abbildung 1-6: Eröffnung des Hans-Ulrich-Meier-Windkanals am 17.04.2015 an der Ostfalia-Hochschule Wolfenbüttel[17]

Unter Herrn Prof. Dr. Volker Dorsch wurde von 2019 bis 2021 das Projekt *Velo 4.0*[18] bearbeitet. In diesem Projekt wurde das Fahrverhalten von Velomobilen durch validierte Fahrwerksmodelle erforscht. Ziel ist es neben den Fahrwerksmodellen Fahrerassistenzsysteme abzuleiten und zu entwickeln.

Unter Herrn Prof. Dr. Sven Lippardt wurde 2011 ein Prüfstand für Momente am Pedalkurbeltrieb entwickelt. Nach darauffolgenden Projekten im Bereich des Elektro- und dem Zerlegerades, wird sich die vorliegende Arbeit mit dem vierrädrigen Velomobil – Projekt *Ballista* – befassen: ganz nach dem Leitsatz der Ostfalia:

> *„Gemeinsam die Zukunft gestalten“* [19]

---

[15] Hybride Fahrzeuge wie das Pedelec, können mit Unterstützungsmotoren mit bis zu 7-facher Antriebsleistung des Menschen (≈ 150W) ausgerüstet werden. Bosch Performance Line Speed 85Nm(@120min^{-1}) https://www.bosch-ebike.com/de/produkte/performance-line

[16] https://www.ostfalia.de/cms/de/ikam/forschung/klinge/velo_racing_team/

[17] https://www.ostfalia.de/cms/de/ikam/forschung/klinge/windkanal/Windkanalhistorie/

[18] https://www.ostfalia.de/cms/de/pws/wilhelm/Velo40/

[19] Slogan der Ostfalia Hochschule um das Jahr 2020 präsentiert auf: https://ostfalia.de/cms/de

1.1 Aufgabenstellung

Das Projekt *Ballista* umfasst die komplette Entwicklung eines Velomobils mit geschlossener Karosserie (siehe Abbildung 1-7). Das Fahrzeug kann in drei grundsätzlichen Antriebsstufen entwickelt, bzw. dahingehend nachgerüstet werden.

- Die erste Stufe umfasst ein rein durch Muskelkraft angetriebenes Fahrzeug
- Die zweite Stufe kommt mit einem elektrischen Unterstützungsantrieb von 250W daher, welcher bei Geschwindigkeiten bis 25km/h abriegelt (*Pedal Electric Cycle*)
- Die dritte Stufe wird von einem elektrischen Unterstützungsantrieb von maximal 4000W unterstützt, welcher bei 45km/h abriegelt (Betriebserlaubnis nach *L6e*)

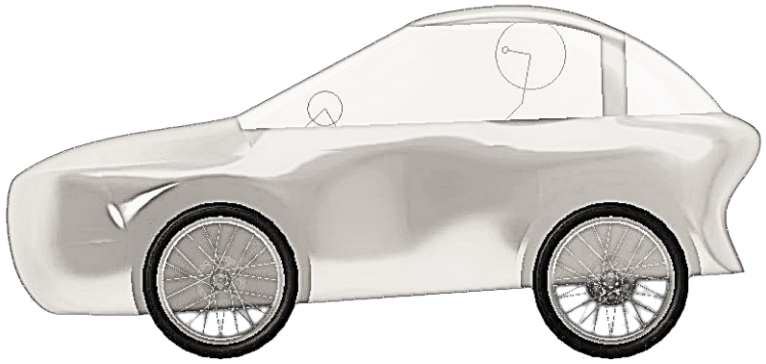


Abbildung 1-7: Fahrzeugkonzept *Ballista*

Alle weiteren Eigenschaften sind den Antriebsstufen gemein. Der Mensch soll in entspannt-liegender Position im Fahrzeug Platz finden und dabei ein freies Sichtfeld haben. Die Fahrgastzelle und der Antrieb sind in ihrer Konfigurierbarkeit so auszulegen, dass sowohl ein 95-Perzentil Mann, als auch eine 5-Perzentil Frau in ihr Platz findet. Der Einsatz des Fahrzeuges ist für die Straße und Schotterpisten bestimmt. Dabei soll das Fahrerlebnis und das Fahrzeug selbst durch Wind; Wetter und Schmutz möglichst unbeeinträchtigt bleiben. Das ganze Fahrzeug darf in allen Varianten des Entwicklungsstadiums nicht mehr als 35kg Leergewicht aufweisen.

Die Karosserie des Fahrzeuges ist in Leichtbauweise aerodynamisch optimiert zu gestalten. Es soll durch bei Bedarf abnehmbare Haube (Cabrio-Betrieb) besetzt werden, welche in der Regel entgegen der Fahrtrichtung aufgeklappt werden kann. Die Haube beinhaltet großzügige Windschutzscheiben, welche den Sichtbereich bis unter die Knie erweitern.

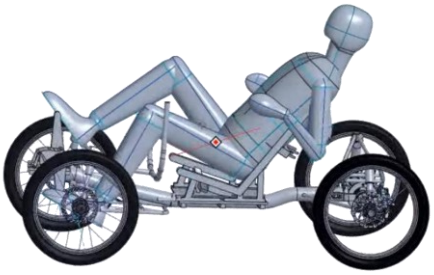
Das Fahrwerk weist vier 20“-Räder mit Scheibenbremsen und unabhängigen Rotationsfreiheitsgraden auf. Alle vier Räder werden einzeln gefedert, wobei die ungefederten Massen so gering wie möglich zu halten sind. Die Vorderradaufhängung ist kinematisch derart zu gestalten, dass Bremsvorgänge nicht in die Einfederung des Aufbaus münden. Sie ist mit *MacPherson-Federbeinen* umzusetzen. Die Hinterräder sollen über jeweils ein Mountainbike-Federdämpfer luftdruckgefedert werden. Der Federweg soll 45mm betragen, wobei der Negativfederweg bei einem Drittel einzustellen ist. Die Lenkung erfolgt über die Vorderräder.

Der Antrieb ist an der Front einzuleiten und über das Hinterrad auf die Straße zu übertragen. Dabei soll eine variable Übersetzung möglichst reibungsarm über ein *Pinion-Getriebe* eingeleitet und die Antriebsenergie über eine Kardanwelle an das Hinterrad abgegeben werden. Der Ort der Einleitung einer optionalen elektromotorischen Unterstützung ist noch nicht reglementiert.

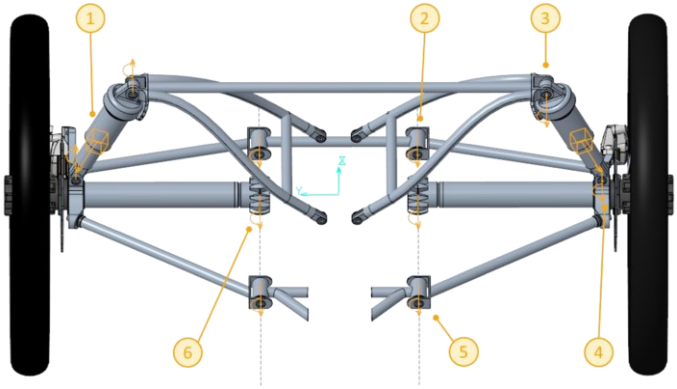
1.1.1 Stand 20220330

Die Aufgabe des MSE-Projektes „*Entwicklung des Rahmens eines Leichtfahrzeuges*“ [10, S. 1] war es einen Aluminiumrohr-Rahmen als Schweißbaugruppe im 3D-CAD zu konzipieren. Dabei sollten die Vorderräder mit zwei Querlenkern aufgehangen werden. Die Aufhängung der Hinterräder sollte einzeln erfolgen. Über die Bewegungshülle des Menschen sollte die Position des Sitzes angeordnet werden, welcher sowohl rotatorisch als auch translatorisch in Fahrtrichtung als auch Höhe verstellbar sein sollte. Des Weiteren sollte eine Lösung zur Verstellung des Tretlagers in den Rahmen implementiert werden. Zur Drehmomentverteilung auf die Hinterräder sollte eine Achse mit Doppelfreilauf im 3D-CAD entwickelt werden.

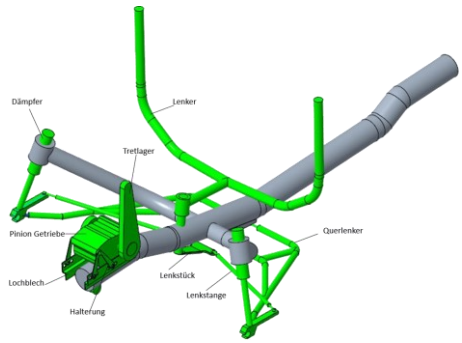
Sitzverstellung und Bewegungsmodell



Konstruktion Hinterachse



Vorderachse und Zentralrohr



Momentenübertragung Hinterachse

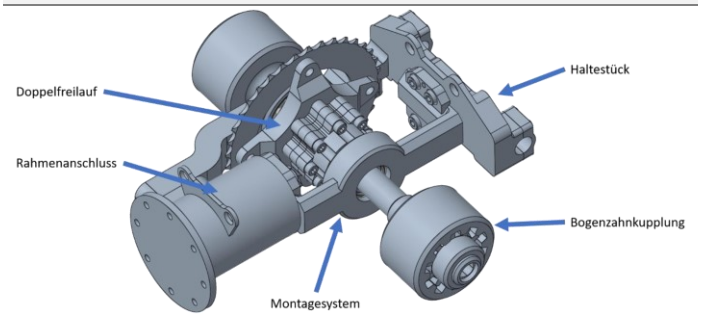


Abbildung 1-8: Ergebnisse der vier MSE-Projektanteile [10]

Vorderes Zentralrohr (grau in Abbildung 1-8 unten links) mit der Achsausrichtung der Vorderräder und Vorderachse mit Querlenker, Lenkstangen, Lenkstück und Feder-Dämpfer (grün) sind nach dem Vorbild des Liegerad *Skorpion Plus* als Aluminiumkonstruktion rückwärtsentwickelt worden. Mittels Lochschiene, ist eine gestufte Verstellung des *Pinion*-Getriebes in Richtung des Zentralrohres möglich.

Die Position des Sitzes und des Fahrers wurde mittels 2D-Modell angenähert. Sie erfüllt die Anforderungen den Menschen in der geplanten Karosserie unterzubringen und das Sichtfeld beizubehalten.

Die Lage der Dämpfer in der Hinterradachse wurde aus Gründen der kinematischen Komplexität nicht in der favorisierten Variante *Push-Rod* [10, S. 31] ausgeführt. Sie ist in einem Masse-sparenden hohen Aufbau realisiert und kinematisch simuliert worden.

Abschließend ist eine Achse mit Doppelfreilauf konstruiert worden. Die Abtriebsachsen wurden mit eigens konstruierten Bogenzahnkupplungen versehen, welche sich nach einer kinematischen Prüfung nicht für die geforderten Achsauslenkungen eignen.

1.1.2 Vision 20221101

Ziel des Projektes ist es die Leitung der Antriebsleistung von der Front ins Heck hinsichtlich des Wirkungsgrades zu optimieren. Es besteht dabei der Wunsch Teiles des Antriebsstranges in das Zentralrahmenrohr zu integrieren. Die Realisierung steht in unmittelbarer Wechselwirkung mit der Fahrerposition, welche maßgeblich durch ergonomische -, aerodynamische - und sicherheitsrelevante Aspekte eingegrenzt wird. Die Fahrerposition und die Verstellung des Tretkurbelantriebs werden zentraler Angelpunkt der Entwicklung sein.

Die Vorhaben werden durch die Rückwärtskonstruktion eines neuartigen Tangential-Kugellager-Getriebe, welches die Leistungsübertragung über eine Antriebswelle weiterleitet, ermöglicht. Übliche Elemente des Antriebsstranges in Velomobilen werden hinsichtlich des Wirkungsgrades untersucht sein und auf dieser Grundlage ein Gesamtkonzept erarbeitet.

1.1.3 Strategie 111 Tage

Zur Umsetzung des Projektes wird ein Zeitkontingent von 5 Monaten und einem eisernen Puffer von 1 Monat eingeräumt. Dies entspricht einem Zeitkontingent von 111 Arbeitstagen; bzw. 133 Arbeitstagen inklusive Puffer. Starttermin ist der 31.05.2022.

In der ersten Woche wird nach erfolgreicher Sondierung möglicher Quellen folgende Strategie zur Abarbeitung des Themas erarbeitet:

Aufgrund der geringen Antriebsleistung hat die Reibung des Antriebsstrangs; seiner Komponenten und der Einfluss auf die Reibungsverluste am Gesamtfahrzeuges maßgeblichen Einfluss zur Optimierung des Wirkungsgrades. Deswegen soll ein grundlegender Exkurs in auftretende Reibungsmechanismen vorgenommen werden. Wertvoll sind Erkenntnisse über Nichtlinearitäten und Auswirkung auf den Verschleiß.

Um die Innovationen fokussieren zu können, wird eine Marktanalyse aktuell verfügbarer Liegeräder hinsichtlich Antriebsstränge und Sitzposition durchgeführt. Letztendlich werden aktuell verfügbare Zulieferkomponenten zusammengetragen und hinsichtlich technischer Daten zeitlich effizient begutachtet.

In der Fachliteratur werden Erkenntnisse über die Biomechanik des Menschen hinsichtlich ergonomischer Grenzwerte im Pedaltrieb zusammengetragen. Aus Ihnen werden verschiedene Arbeitsdiagramme erarbeitet, die die Grenzen der Sitzpositionen bilden werden.

Mit den technischen Daten der Komponenten und möglicher Arbeitsdiagramme des Menschen wird in einer Kostenbetrachtung ein Kompromiss aus Ergonomie und Reibungsverlusten für den Antriebsstrang festgelegt. Ein Entwurf wird erarbeitet.

Für die Umsetzung des Entwurfs wird eine Anforderungsliste zusammengetragen, welche als Grundlage für die Konstruktion genommen wird.

Der Bereich der Konstruktion wird ein Tangential-Kugellager-Getriebe umfasen. Ziel ist die Anbindung von Lösungen für die Hinterrad-Differential-Funktion; den Verstellmechanismus der Tretkurbel und die Integration des Antriebsstrangs in ein Zentralrahmenrohr geklärt zu haben.

Abschließend kann die Zusammenfassung des Antriebsstrangverhaltens erfolgen und die Option der Integration eines Elektromotors in Ausblick gestellt werden.

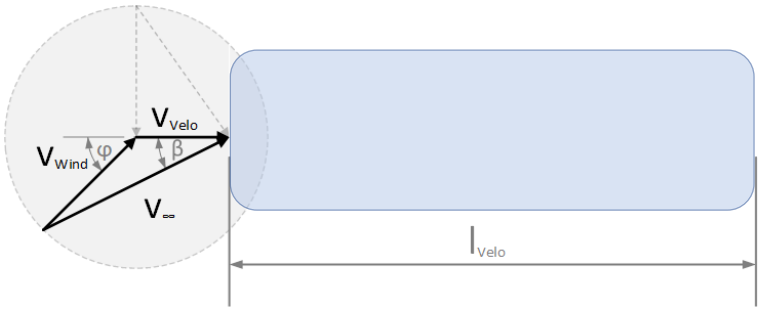
1.2 Externe Reibung: Luftwiderstand

Im Folgenden werden Grundlagen des Luftwiderstands am Fahrzeug erörtert und auf Effekte und kritische Punkte hingewiesen ohne in die Tiefe zu gehen.

Der Luftwiderstand F_L hängt von Fahrzeugstirnfläche A (im folgenden Windangriffsfläche) und dem Luftwiderstandsbeiwert c_W linear ab. Die Reibungsverluste durch den Luftwiderstand steigen quadratisch mit der Anströmgeschwindigkeit v_∞ [11, S. 16]. Da die Betriebsmasse[20] mit circa 110kg und der daraus resultierende Rollwiderstand minimal sind, kann der Luftwiderstand bei einer Anströmgeschwindigkeit von 25km/h bereits zum dominierenden Fahrwiderstand avancieren.

$$F_L = c_W \cdot A \cdot \frac{\rho_{Luft}}{2} \cdot {v_\infty}^2$$

Die Anströmgeschwindigkeit v_∞ des Fahrzeuges setzt sich aus der Fahrtgeschwindigkeit v_{Velo} und der Windgeschwindigkeit v_{Wind} zusammen. Sie bezeichnet die relative Geschwindigkeit zwischen Luftteilchen und dem Fahrzeug. Der Zusammenhang ist vektoriell (siehe Abbildung 1-9).



$$v_{Velo,\ Nenn} \approx 7{,}0\,\frac{m}{s}$$

$$v_{Velo,\ peak} = 12{,}5\,\frac{m}{s}$$

$$v_{Wind,\ Nenn} = 3{,}0\,\frac{m}{s}$$

$$v_{Wind,\ peak} = 12{,}5\,\frac{m}{s}$$

$$v_\infty = \sqrt[2]{{v_{Velo}}^2 + {v_{Wind}}^2 - (2 \cdot v_{Velo} \cdot v_{Wind} \cdot \cos(180° - \varphi))}$$

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{Wind} \cdot \sin(\varphi)}{v_{Velo} + (v_{Wind} \cdot \cos(\varphi))}\right)$$

Abbildung 1-9: Vektorielle Zusammenhänge in Draufsicht angeströmtes Velomobil (Fahrtrichtung links) [12, S. 5] [13, S. 128]

Der Winkel β der Anströmung wandert stochastisch während der Fahrt, hält sich jedoch innerhalb einer Normalverteilung [14, S. 9] [15, S. 5]. Der Einfluss wandernder Anströmungswinkel spielt aufgrund der niedrigen Geschwindigkeiten im Velomobil-Bereich eine größere Rolle (siehe Abbildung 1-10).

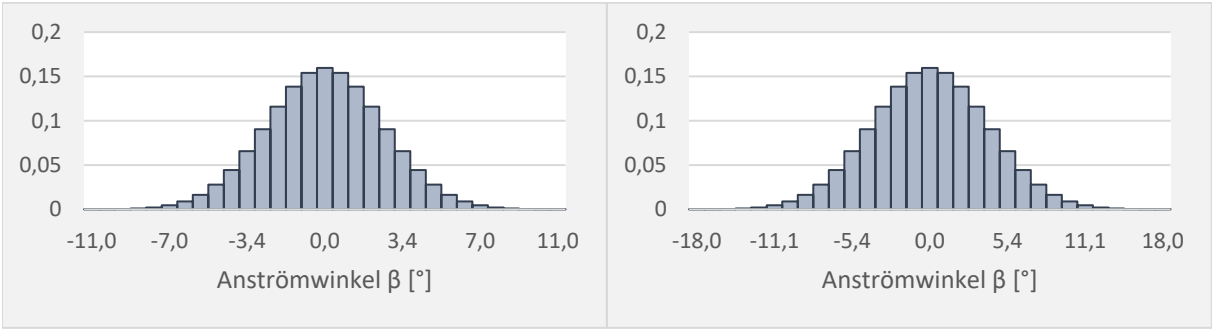


Abbildung 1-10: Errechnung zu erwartende Anströmwinkelverteilungen im Straßenverkehr bei konstanter Windgeschwindigkeit von 3m/s für die Fahrtgeschwindigkeiten 45km/h (links) und 25km/h (rechts)[21]

[20] Fahrzeugbetriebsmasse aus 75kg Fahrermasse und geforderten 35kg Fahrzeugleermasse

[21] Transformation aus Fahrversuch bei 160 $\frac{km}{h}$ und mittlere Windgeschwindigkeit 3 $\frac{m}{s}$. Annahme ideale bivariate Normalverteilung aus Anströmwinkel und Windgeschwindigkeit. Datensatz rekonstruiert aus [12, S. 20]

Die Luftmassen, welche von dem Fahrzeug während der Fahrt verdrängt werden unterliegen dem Einfluss der Kompression. Der Einfluss ist im Fall der Velomobile äußerst gering. Mit der Machzahl wird die Geschwindigkeit der Strömung gegenüber der Kompression charakterisiert (vergleiche [16, S. 198]). Die größte auftretende Anströmgeschwindigkeit[22] liegt weit unter der Schallgeschwindigkeit[23]:

$$Ma = \frac{v_\infty}{c} = \frac{0 \dots 25 \frac{m}{s}}{340 \frac{m}{s}} = 0 \dots 7\%$$

Eine weitere Kennzahl zur Charakterisierung von Strömungen hinsichtlich der Laminarität/Turbulenz ist die Reynoldszahl. Sie beschreibt das Verhältnis von wirkenden Trägheits- und Zähigkeitskräften. Da die Luft ein sehr dünnes Medium ist, sind die Reynoldszahlen in der Aerodynamik in der Regel sehr hoch [16, S. 101]. Die am Velomobil größten Reynoldszahl[24] tritt bei frontalem Gegenwind[22] auf:

$$Re = \frac{v_\infty \cdot l_{Velo}}{v_{Luft}} = \frac{25 \frac{m}{s} \cdot 3m}{1{,}5 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s}} \approx 0 \dots 5 \cdot 10^6$$

Auch ohne Gegenwind befindet sich der Betriebsbereich der Velomobile oberhalb des laminar-turbulenten Umschlag. Der Umschlag von laminarer auf turbulente Strömung tritt bei $Re_{krit} = 4{,}5 \dots 5 \cdot 10^5$ [16, S. 109] ein. Dies entspricht einer Fahrtgeschwindigkeit ohne Gegenwind von 8 bis 9 km/h. Aufgrund des Betriebsbereiches der Fahrzeuge ist ein erhöhter Luftwiderstand zu erwarten (siehe Abbildung 1-11), da die sich ausbildende Grenzschicht an der Fahrzeugoberfläche nicht vollständig turbulent sein wird.

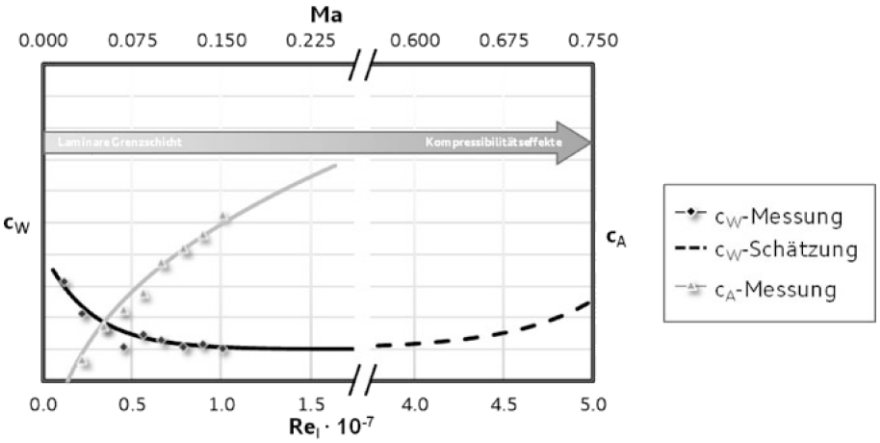


Abbildung 1-11: Abhängigkeit des Luftwiderstandbeiwertes c_W von der Reynoldszahl und der Machzahl [16, S. 198]

Laminare Strömungen weisen die Eigenschaft auf gegenüber Oberflächenrauhigkeit unempfindlich zu sein. In laminaren Strömungen verhalten sich oberflächennahe Volumina wie ein zäher Füllstoff, welcher überliegende Schichten durch Schubspannungen degressive abbremst. Turbulente Strömungen verhalten sich stochastisch und führen zu Impulsaustausch mit der Oberfläche. Sie sind empfindlich gegenüber der Oberflächenrauhigkeit [16, S. 109] (vergleiche *Nikuradse-Diagramm* [16, S. 127]).

---

[22] $v_\infty = v_{Velo,\ peak} + v_{Wind,\ peak} = 25 \frac{m}{s}$

[23] Die Schallgeschwindigkeit ist eine lineare Funktion der Lufttemperatur [16, S. 134]

[24] Als charakteristische Länge wird in der Fahrzeugaerodynamik die Fahrzeuglänge eingesetzt [12, S. 7]. Die kinematische Zähigkeit der Luft ist eine Funktion der Temperatur [16, S. 101]

1.2.1 Handlungsempfehlungen: Turbulenzen in Strömungen

Strömungsbeeinflussung kann über passive Maßnahmen (statische Geometrien) oder aktive Maßnahmen, wie dynamische Geometrien und sonstige manipulierbare Strömungseinflüsse, erfolgen.

Hinter einem auf der Fahrbahn aufliegenden Stromlinienkörper mit nicht kontinuierlich auslaufendem Heck neigt die Strömung allgemein zum Abreißen und bildet ein Rezirkulationsgebiet. In der Draufsicht auf den umströmten Körper führt das Abreißen der Stromlinien zu gegenläufig rezirkulierenden Gebieten, welche Energie dissipieren. Durch Einbringen einer Trennwand (Flosse) wird der gegenseitige Impulsaustausch unterbunden [17, S. 6, 30].

Eine kontinuierlich fließende Geometrie des Stromlinienkörpers ermöglicht der Strömung anzuliegen. Übergänge sollten fließend gestaltet sein. Rundungen ermöglichen eine ablösungsfreie Umströmung von Körperkanten. Die Strömung bleibt dadurch länger am Körper anliegen, womit Rezirkulationsgebiete reduziert werden [11, S. 58].

Um Turbulenzen an komplexen nicht kontinuierlichen Bauteilen zu reduzieren, kann es zielführend sein gezielt Spoiler einzusetzen, um die Strömung von ihnen abzulenken.

Scharfe Abrisskanten führen zu Strömungsablösung. Zackige Abrisskanten nach dem Vorbild der Eulenflügel beeinflussen die Bildung von Rezirkulationsgebieten [18, S. 101].

Nach dem Vorbild der Schuppen des Haifischs, der durchgängige Schuppenriefen in Strömungsrichtung aufweist, kann die Oberfläche des Stromlinienkörpers in Strömungsrichtung mit mikroskopischen Stromführungsprofilen, sogenannten ***Riplets*** versehen werden. *Riplets* eignen sich für die Abführung einer turbulenten Grenzschicht zur kontrollierten Ablösung. Die Rippen unterbinden dabei den Impulsaustausch von Querströmungen (Energieeinsparungspotential bis zu 10%) [18, S. 60] [17, S. 8].

Zur Vorverlegung des laminar/turbulenten Umschlags können auf der Oberfläche des Stromlinienkörpers Dellen, sogenannte ***Dimpel***, eingebracht werden. Dadurch wird die Erzeugung einer turbulenten Grenzschicht, die stabilere Strömungszustände zur Folge hat, beschleunigt [16, S. 803]. Bugatti hat aktive *Dimpel* entwickelt (siehe Abbildung 1-12).

Weitere aktive Maßnahmen umfassen das aktive Absaugen der Grenzschicht in Strömungsabrissgebieten [11, S. 49] oder die Anregungsfrequenz-gesteuerte akustische Stimulierung in solchen Gebieten [17]. Nach dem Vorbild der Haut des Delphins kann eine elastische Haut mit eingebetteter dämpfender Flüssigkeit als adaptive Gegenmaßnahme gegen aufschaukelnde Turbulenzen genutzt werden (Laminarisierungseffekte) [18, S. 39].

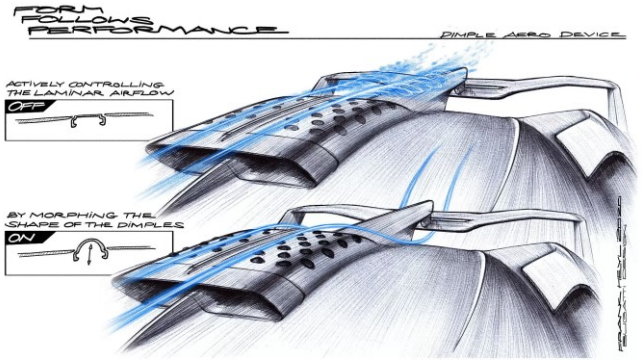


Abbildung 1-12: Entwicklung aktiver *Dimpel* bei Bugatti. *Bugatti Dimple Airscoop* (2020)[25]

[25] Online abgerufen am 18.06.2022: https://www.bugatti.com/de/media/news/2020/bugatti-dimple-airscoop/

1.2.2 Handlungsempfehlungen: Angriffsfläche des Strömungsprofils

Die Angriffsfläche des Strömungsprofils ist die Fläche aus Sicht des Anströmwinkel, die einen Schatten hinter dem Strömungsprofil projiziert. Im Kraftfahrzeugbereich sind die Fahrgeschwindigkeiten derart hoch, dass die Änderung des Anströmwinkels durch Seitenwind eine relativ geringe Rolle spielt (vergleiche Einfluss der wechselnden Windrichtung auf den Anströmwinkel in Abbildung 1-10). Die relativ geringen Änderungen des Anströmwinkels münden in der Pfeilung der Front des Fahrzeuges in den Grenzen des Spielraums der Fahrzeuggesamtlänge und dem Bauraum für Kühlerkomponenten; Beleuchtungskomponenten und Weiteren.

Während im Kraftfahrzeugbereich vor allem die Angriffsfläche in Fahrtrichtung A_x eine große Rolle spielt, muss im Fall der Velomobile der Fokus auf die Angriffsfläche aus einem breiten frontalen Anströmungsbereich gesetzt werden:

Um eine Glättung von wechselnden Winden auf den Fahrwiderstand zu erreichen, ist zu empfehlen eine Verjüngung vom Bug zum Heck hin in der Fahrzeugbreite vorzunehmen[26]. Dies könnte ggf. an der Fahrerkabine umgesetzt werden.

Die Fahrerkabine sollte sich nicht über die gesamte Fahrzeugbreite erstrecken, sondern nur so breit wie nötig sein (vergleiche *1-Liter-Auto* von *Volkswagen* in Abbildung 1-13).

Sämtliche Frontflächen sollten mit einer kontinuierlichen Rundung versehen werden, um die Abströmung einzuleiten[27].

Das Design des Hecks sollte in der Regel kontinuierlich mit einem stetig abnehmenden Krümmungsradius auslaufen und idealerweise bis zum Fahrzeugboden ausgeformt werden (Tropfenform zur Reduzierung von Rezirkulationsgebieten hinter dem Fahrzeug). Durch das angeglichene Verhältnis des Anströmungsanteils aus der Fahrzeuggeschwindigkeit von Velomobilen und dem Anströmungsanteil aus dem (möglichen Rücken-) Wind, ist ein kurzes Heck jedoch teilweise förderlich. Das Heck kann teilweise als Angriffsfläche zur Nutzung zusätzlichen Schubs bei Rückenwindlagen mit einem möglichst ineffizienten Luftwiderstandsbeiwert ausgelegt werden.

Im Kraftfahrzeugbereich wird angestrebt zusätzliche Anbauteile wie Antennen und Spiegel möglichst klein zu halten. Ein Außenspiegel kann 4 bis 10 c_W-Punkte [11, S. 72], bzw. 2 bis 5 c_W-Punkte kosten [19, S. 188].



Abbildung 1-13: 1-Liter-Auto der Volkswagen AG (2002) [16, S. 565]

[26] Aufgrund des vierrädrigen Aufbaus des Konzeptes ist zu prüfen, ob das Freilegen der Hinterräder den Widerstand nicht sogar vergrößern würde

[27] Eine gerade Frontbereich spart Fahrzeuggesamtlänge. Alternativ kann mit der sinusförmigen Modulation der Frontfläche mit einer 25%-Amplitude der Periode der Strömungswiderstand reduziert werden [17, S. 7]

1.2.3 Handlungsempfehlungen: Verlauf des Strömungsprofils

Idealerweise folgt das Strömungsprofil der Tropfenform, da an ihm die Strömung besonders gut anliegen bleibt [16, S. 169]. Dass dies auch noch besser geht, beweist die Biologie mit den Rumpfformen des Pinguins und des Delphins [18, S. 224]. In Abhängigkeit der Reynoldszahl hat die Untersuchung mit der Evolutionsstrategie [20] ergeben, dass offenbar Strömungsprofile mit einem Krümmungswechsel zu besseren Widerstandswerten c_W führen. Zur Ermittlung einer idealen Strömungsform mit den Randbedingungen der Fahrerposition; Kabine; Radachsabstand; Radachslänge; Bodenfreiheit und Fahrzeuggesamtlänge wird empfohlen eine automatisierte Durchführung der Evolutionsstrategie durch 3D-Modell-Variation mit einer automatisierten CFD-Bewertung durchzuführen. Das Verfahren benötigt ein bereits vorentwickeltes Startmodell:

Im Bugbereich, im welchem die Strömung auf das Profil stößt, ist vermutlich der größte Effizienzgewinn zu erwarten. Durch eine Verrundung der Front ist dafür zu sorgen, dass nicht zu Beginn der Umströmung Ablösungen entstehen (vergleiche bis zu 100 c_W-Punkte Ersparnis in Abbildung 1-14, bzw. 340 in [11, S. 95]).

Ein kontinuierliches fließendes Heck hat ebenfalls einen maßgeblichen Einfluss auf den Strömungswiderstand (vergleiche bis zu 170 c_W-Punkte Ersparnis in Abbildung 1-14). Das Thema des kontinuierlich fließenden Hecks wurde bereits mit Bezug auf die Windrichtung in Kapitel 1.2.2 bearbeitet.

Die Unterseite des Strömungsprofils sollte möglichst glatt sein [11, S. 105]. Dies vermindert den Reibwiderstand turbulenter Grenzschichten (siehe Kapitel 1.2.1). Eine Bodenverkleidung kann 1 bis 7 c_W-Punkte ersparen [19, S. 188]. Eine Alternative stellt ein Bugspoiler dar, der die Strömung von großen Widerstandsquellen fernhalten kann [11, S. 107]. Die Bodenfreiheit sollte so gering wie nötig gehalten werden (die Angaben variieren stark von bis zu 4 c_W-Punkte Ersparnis je 10mm Absenkung [16, S. 169] zu bis 5 c_W-Punkte Ersparnis bei 30mm Absenkung [19, S. 188].

Die Dachhaube des Fahrzeuges sollte überwölbt sein. Der höchste Punkt des Daches sollte so weit vorne wie möglich positioniert sein [16, S. 169]. Spalten, welche durch die Schließfläche der Haube entstehen, sind abzudichten. Eine Abdichtung von Spalten kann 2 bis 5 c_W-Punkte bringen [19, S. 188]. Außerdem sin eingelassene Scheiben mit der Karosserie auf einer Fläche zu bringen. Außenliegende Scheiben kosten bis zu 1 c_W-Punkt [19, S. 188].

Die Seiten des Fahrzeuges könnten bei hohem Seitenwindanteil von frühzeitigem Strömungsabriss betroffen sein. Hier könnte die Oberfläche der Flossen des Buckelwals behilflich sein. Experimente mit Buckelformen auf Tragflächenprofilen ergaben eine Verschiebung des Strömungsabrisses von Anströmwinkel bei 12° auf 20° (unter einer Buckelperiode von 12% der Profillänge [18, S. 103]).

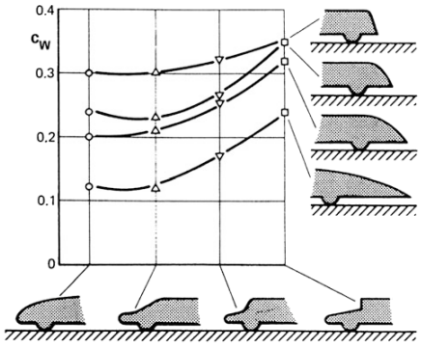


Abbildung 1-14: gemessene Kombinationen von Bug und Heck [16, S. 23]

1.2.4 Handlungsempfehlungen: Ventilation der Räder

Die Ventilation an Laufrädern wird an sich drehenden Rädern gemessen (*Zero-Ventilation*). Erst durch zusätzliche Beaufschlagung der Räder mit der Anströmung aus Fahrtwind und, idealerweise, der Strömungssimulation der Fahrbahn durch ein Laufband, spricht man von *Ventilation* [21, S. 33]. Die Anströmung der Räder erzeugt einen maßgeblichen Energieverlust. Ein einfaches Radhaus mit Verdeckung der halben Windangriffsfläche des Vorderrades verringert den Ventilationswiderstand des Reifens bereits um circa 40% bis 50% [21, S. 27 - 28]. Es sollte nur so groß wie nötig sein, weil mit dem Radhausvolumen der Widerstandsbeiwert des Fahrzeuges [16, S. 330] steigt. Die Vorderräder haben den größten Einfluss im Energieverlust [22, S. 51]. Sie werden unter einem steilen Winkel angeströmt, was sie potentiell anfällig für Ablösungen macht (siehe Abbildung 1-15). Dieser Umstand wird verschärft, wenn der Anströmwinkel des Fahrzeugs sich verschiebt.

Ohne die aerodynamische Optimierung der Reifen reißt die Strömung vorzeitig an Ihnen ab [22, S. 59], sodass Optimierungen an der Felge drastisch an Wirkung verlieren [16, S. 329]. Reifen mit runder Schulter können bis zu 10 c_W-Punkte sparen. Der Vorteil bleibt bis zu Anströmwinkeln von bis zu 8° erhalten, danach reißt auch am Reifen mit runder Schulter frühzeitig die Strömung ab [22, S. 61]. Der Widerstandsbeiwert des Fahrzeuges steigt mit der Breite des Reifens [16, S. 169], unter anderem weil die Angriffsfläche vergrößert wird. Im Automobilbereich kann eine Senkung der Reifenbreite[28] um 7% circa 9 c_W-Punkte sparen [22, S. 64]. Die Reifenbeschriftung sollte nicht nach außen profiliert sein. In der Außenseite des Reifens ausstehend profilierte Beschriftungen kosten bis zu 3 c_W-Punkte; Profilierungen Radkasten-seitig bis zu 1 c_W-Punkt [22, S. 67-68]. Außerdem sollte das Reifenprofil stark ausgeprägte Längsrillen und möglichst keine Querrillen aufweisen [22, S. 73].

Die Optimierungen an der Felge beginnen mit dem Felgenversatz. Der Versatz von Reifenaußenfläche zu Felgenaußenfläche [19, S. 198] hat bis 6mm keinen Einfluss. Bis 11mm steigt der Einfluss leicht linear; bis 14mm stark - und darüber hinaus gemäßigt an. Mit steigender Felgenhöhe (bis circa 50mm) sinkt der Luftwiderstand degressiv [13, S. 138]. Felgen mit geringerer Speichenzahl weisen einen geringeren Ventilationswiderstand auf. Die Zunahme des Ventilationswiderstands mit der Speichenzahl ist degressiv [21, S. 40, 134]. Bei einer im Radhaus gelagerten Speichenfelge nimmt er ab kleinen Anströmungswinkeln extrem zu [21, S. 71]. Ein 3-Speichenrad sollte so entworfen sein, dass radial zunehmend tangential-verlaufende Messerprofile die Staupunkte auflösen [21, S. 126]. Eine Felge kann alternativ mit einer glatten[29] Radkappe versehen werden. Radkappen können 2 bis 3 [19, S. 188], bzw. 4 c_W-Punkte sparen [16, S. 329]. Eine Untersuchung von Laufrädern der Marke *Zen* ergab, dass der Ventilationswiderstand eines 3-Speichenrades 2-fach und das eines Speichenrades 3-fach so hoch wie das eines Scheibenrades ist [23, S. 95-96]. Der Einfluss von Bremsscheiben hält sich extrem gering [21, S. 81].

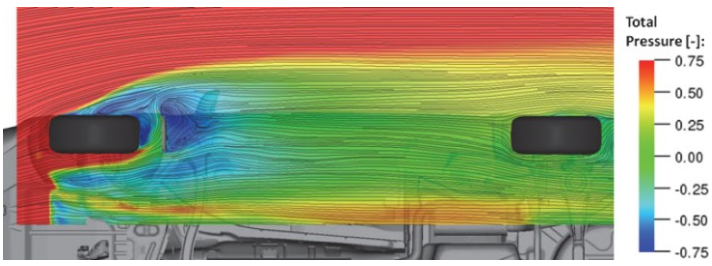


Abbildung 1-15: Dominierender Einfluss der drehenden Vorderräder. Anströmung Fahrzeug von links [22, S. 52]

[28] Damit sind keine negativen Eigenschaften auf den Rollreibungskoeffizienten und das Fahrverhalten verbunden. Jedoch Verbesserung in Masse, *Aqua-Planing*-Verhalten und Abrollgeräusch [22, S. 78].

[29] Eine stark raue Oberfläche verdoppelt den Ventilationswiderstand [21, S. 63]

1.3 Externe Reibung: Rollwiderstand

Der Rollwiderstand eines Fahrzeuges ist nach aktuellem Stand der Technik nur unter Überlagerung des Ventilationswiderstands messbar [21, S. 87] und nicht einfach zu trennen [16, S. 140]. Er wird durch die Konfiguration der Reifen eingestellt. Die Reifenkonfiguration überschneidet sich als Randgebiet des Antriebsstranges mit den Interessen der Fahrwerkdynamik in Federungsverhalten; Dämpfungsverhalten, Spur und Sturz. Die Reifen stellen den einzigen Kontakt des Fahrzeuges mit der Fahrbahn dar. Sie sind damit das Bauteil mit der höchsten Sicherheitsrelevanz. Grundvoraussetzung für den sicheren Betrieb des Reifens ist die Haftreibung. Sie ist auch die Grundvoraussetzung für die Rollreibung.

Der Rollwiderstand F_R ist eine komplizierte Antwort auf eine Reihe von Eingangsgrößen, die im Wesentlichen mit der Reifenaufstandsfläche und den daraus resultierenden Reaktionen im Reifen einhergehen. Für auf Betriebstemperatur gefahrene einzelne Reifen in der Geradeausfahrt bei vorgegebener Fahrbahnbeschaffenheit wird die Rollreibung mit einem Modell beschrieben, welches auf die Radlast $m \cdot g$ und die Fahrgeschwindigkeit v_{Velo} bezogen wird [13, S. 117]. Dabei wird ein ganz bestimmter Reifen mit dem Rollwiderstandsbeiwert c_r und dem geschwindigkeitsabhängigen Rollwiderstandsbeiwert c_{rv} beschrieben.

$$F_R = (m \cdot g \cdot c_r) + (m \cdot g \cdot c_{rv} \cdot v_{Velo})^{2,5}$$

Aufgrund des relativ niedrigen Wertes von c_{rv}[30] zeigt der exponentielle Anteil des Rollwiderstands erst bei hohen Geschwindigkeiten, wie sie beim Automobil üblich sind, seine Wirkung [11, S. 15]. Deswegen ist es üblich nur den linearen Term des Rollwiderstandes in Modellen zu berücksichtigen.

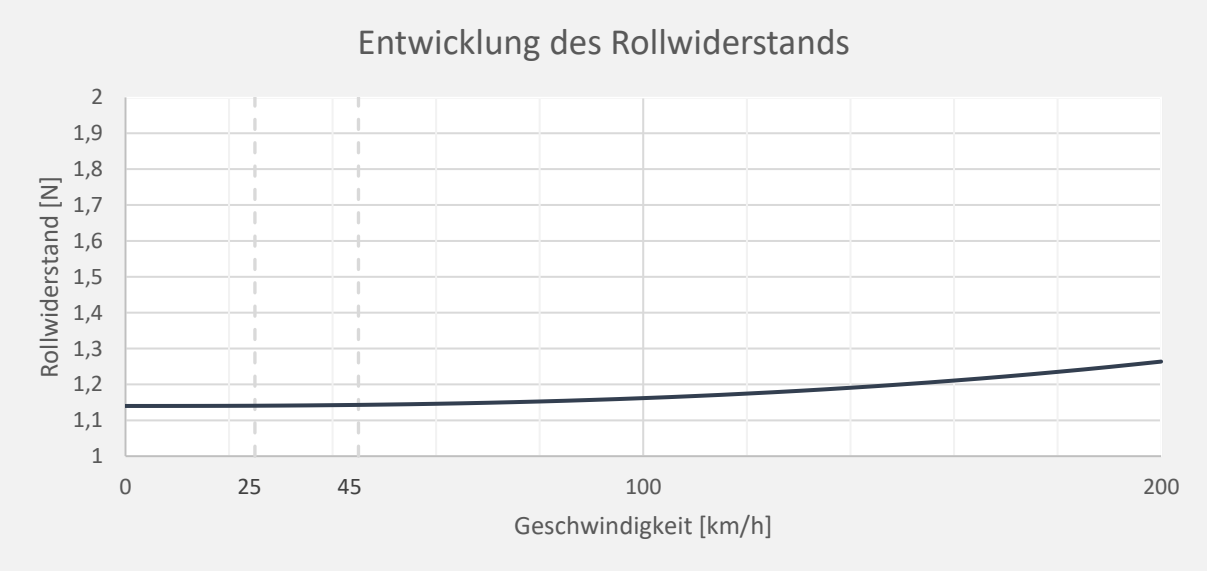


Abbildung 1-16: Einfluss des exponentiellen Anteils am Rollwiderstand[30]

[30] Die Rekonstruktion der Koeffizienten über den angegebenen Graphen für einen Rennradreifen in [13, S. 117] ergibt bei gegebener Radlast von 300N ein $c_r \approx 0{,}0038$ und ein $c_{rv} \approx 0{,}000026$. Dies äußert sich in einer Steigerung des Rollwiderstandes um 0,6‰ @25km/h; 2,6‰ @45km/h; bzw. 108‰ @200km/h.

Die Zusammensetzung des Rollwiderstands kann mit dem Walkwiderstand; dem Abrollwiderstand; den Dissipationsverlusten und sonstigen Abhängigkeiten erklärt werden. Mit den Erklärungen wird Konfigurationspotential am Reifen für ein Velomobil greifbar.

Der Walkwiderstand umfasst sämtliche Verluste, die aus dem viskoelastischen Verhalten eines Gummi-Reifens hervorgehen. Er stellt die mit Abstand größte Verlustquelle mit einem Anteil von 70% [24, S. 58] bis zu 95% dar [16, S. 40].

Ursache der Verluste ist die Verformung des Reifens, samt Gummi, Karkasse und des Schlauchs. Eine Gummimischung wird durch die Formänderungsarbeit zwischen der Belastungs- und Entlastungskurve im Spannungs-Dehnungs-Diagramm charakterisiert. Sie spiegelt das Verhalten wider, inwieweit sich die Molekülketten nach einer Entwirrung zurück in den Ausgangszustand knäueln [25, S. 15]. Die umlaufende Dehnung und Entspannung des Gummis führen demnach zu Hysterese-Verlusten.

Die Hysterese-Verluste wiederrum führen in der Warmlaufphase des Reifens zu einer isochoren Erhöhung des Reifendrucks [25, S. 30]. In dieser Zeit schwinden die Walkverluste mit steigender Reifentemperatur [21, S. 90], bis eine Sättigung erreicht ist [21, S. 98] [24, S. 54].

Mit der Erhöhung des Reifendrucks wird die Verformung des Reifens reduziert. Dadurch sinken die Hysterese-Verluste [13, S. 113]. Die Abhängigkeit zwischen Verlusten und dem Reifendruck folgt dabei einer degressiven Abhängigkeit [26, S. 18].

Außerdem wird die Walkarbeit maßgeblich durch die Geometrie des Reifenprofils beaufschlagt. Durch Querprofilierung entfällt segmentweise die Stützwirkung, welche zu höheren Verformungen von äußeren Reifenteilen im Kontaktbereich führen. Der Einfluss einer Längsprofilierung dahingegen ist geringer.

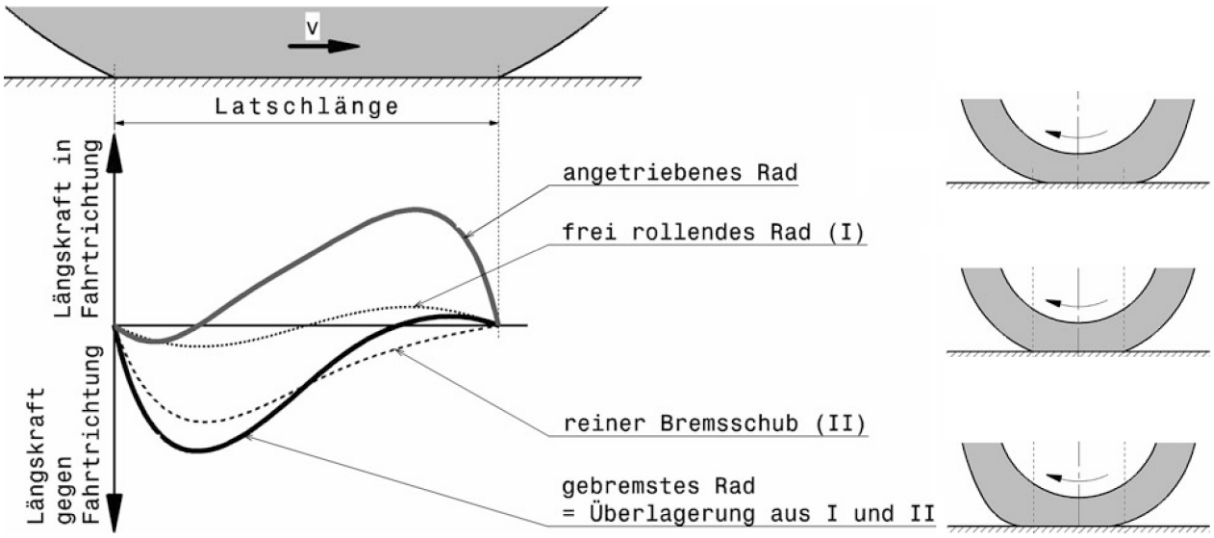


Abbildung 1-17: Horizontalverformungen des abrollenden Reifenprofils (links) und Verschiebung des Reifenlatsch (rechts) in Abhängigkeit eines anliegenden Brems- oder Antriebsmomentes [25, S. 50-51]

Der Abrollwiderstand umfasst sämtliche Verluste die aus der geometrischen Abrollbewegung, der Verdrängungsprozesse und der Haftung hervorgehen.

Die Verformung im Reifenlatsch erzeugt Gegenmomente in schlupfbehafteten Rädern. Während die Verformung des Reifenlatsch in statischer Ruhelage oder im rein rollenden Rad symmetrisch ist [13, S. 580] [25, S. 72], verschiebt sich die Wulst des Reifenlatsch beim angetriebenen Rad in Fahrtrichtung und beim gebremsten Rad in Gegenfahrtrichtung [25, S. 50]. Damit verschiebt sich jeweils auch die Verteilung des Aufstandsdruck des Reifens[31]. Die größeren Aufstandskräfte vor der Drehachse bewirken ein Bremsmoment beim angetriebenen Rad und ein Antriebsmoment beim gebremsten Rad.

Angetriebene Räder weisen einen kleineren Rollwiderstand nach dem Prinzip des *Hebelarms der rollenden Reibung* auf [24, S. 60].

Während der Überfahrt von makroskopischen Unebenheiten wird die Hubarbeit des Reifens anteilhaft in Fahrtrichtung zurückgeführt[32]. Ein Abheben des Rades führt jedoch zum Verlust dieser Energiepotentiale [13, S. 499]. Das Abheben wird durch zu hohen Reifendruck begünstigt. Schafft es ein Reifen nicht eine makroskopische Unebenheit zu überbrücken, führt ein freier Fall zu Energieverlust. Mit der Größe des Reifens sinkt die nötige Trägheitsenergie zum Erklimmen von Unebenheiten [13, S. 662]. Die mikroskopischen Unebenheiten der Fahrbahn treten über Adhäsion in Wechselwirkung mit dem Reifen und erschweren die Abrollbewegung [24, S. 59]. Der Einfluss steigt rasch bei niedriger Geschwindigkeit und fällt anschließend degressiv ab [25, S. 16].

Das Verdrängen von Flüssigkeiten und festen Körpern, wie Sandteilchen erfordert Arbeit. Diese wird nicht durch Rückfederung zurückgeführt [13, S. 580]. So kann ein Wasserfilm die Rollreibung bis zum 10-fachen ansteigen lassen [25, S. 23].

Neben des bereits erwähnten Ventilationswiderstand treten weitere Dissipationsverluste im und am Reifen auf. Durch die stark erhöhten Beschleunigungen im Eintauch- und Auftauchbereich des Reifenlatsch werden bei großvolumigen Reifen im Bereich des Reifenlatsch Schwingungen induziert, welche im Inneren dissipieren [13, S. 580]. Auf der Außenseite wird durch das Aufklatschen des Reifenlatsch und der folgenden Luftverdrängung Luftschall induziert. Der Effekt wird verstärkt durch Reifenprofile [24, S. 63] mit Querrillen [13, S. 580].

Überlagert werden die Effekte durch eine Reihe weiterer Abhängigkeiten. So ist der Rollwiderstand höher je größer der Schlupf[33] ist [13, S. 122]. Zusätzliche Relativbewegungen im Reifen, sowie Querkräfte erhöhen ebenfalls den Rollwiderstand [13, S. 122]. So führt die Schrägstellung der Räder (Vorspur) zu permanenten Seitenschlupf [13, S. 610]. Der Sturz dagegen hat einen geringen Einfluss [16, S. 140]. Schließlich ändert sich der Rollwiderstand in Abhängigkeit von Alter und Abnutzung [26, S. 19].

---

[31] Während des angetriebenen Abrollvorgangs erfährt das Material in den Übergangsbereichen des Reifenlatsch erhöhte Trägheitskräfte in der Vertikalen. Diese rühren aus einer erhöhten Bremsbeschleunigung im Eintauchvorgang und einer erhöhten Beschleunigung im Auftauchvorgang aus dem Reifenlatsch her. Die auftretenden Trägheitskräfte verschieben die Druckverteilung um den Aufstandspunkt mit steigender Fahrgeschwindigkeit. Das Integral vor dem Aufstandspunkt überwiegt und erzeugt ein um die Radachse wirkendes Bremsmoment [13, S. 580-581]

[32] Die Hubarbeit wird entlang der Front der Unebenheiten unter Verlusten der inneren Dämpfung über Federarbeit entlang der Rückseite der Unebenheiten anteilig in Fahrtrichtung rückgeführt

[33] Soll ein Reifen Antriebskraft oder Bremskraft übertragen, so stellt sich ein Schlupf ein [13, S. 113]

1.3.1 Handlungsempfehlungen: Bereifung

Eine geschickte Wahl der Reifen kann die Fahrwiderstände reduzieren und somit den Gesamt-Wirkungsgrad des Fahrzeuges verbessern. Hierzu ist ein Leichtlaufreifen zu suchen. Neben den Handlungsempfehlungen aus Sicht des Ventilationswiderstandes (siehe Kapitel 1.2.4) spielen die Gummimischung des Reifens; der Reifendurchmesser; die Reifenbreite; das Reifenprofil; die Steifigkeit der Reifenseitenwände und die Wahl des Schlauches eine Rolle.

Die Gummi-Mischung des Reifens sollte nur hinreichend elastisch und dämpfungsarm sein. Dämpfungsarme Gummi-Mischungen reduzieren die Walkarbeit, erhöhen allerdings auch die Haftung auf nasser Fahrbahn [24, S. 58]. Harte Gummi-Mischungen verringern Walkarbeit und Verluste aus der Adhäsion mit der Fahrbahn [24, S. 54].

Der Reifendurchmesser ist nur so groß zu wählen wie es die Bodenfreiheit erfordert. Im vierrädrigen Velomobil stehen die Räder neben dem Fahrer und sollten so wenig Windangriffsfläche wie möglich erfordern. Kleinere Reifen verringern darüber hinaus den Anteil ungefederter Massen im Fahrzeug [24, S. 130]. Sie sind auch steifer in der Vertikalen und Vereinfachen das Absenken des Schwerpunkts, was sie attraktiv für einen Kofferraum macht [24, S. 131]. Aus isolierter Sicht der Bereifung muss jedoch auf große Reifen verwiesen werden. Diese weisen eine geringere Rollreibung auf [24, S. 62, 129] (Rollreibung umgekehrt proportional zum Reifendurchmesser [26, S. 19]).

Die Reifenbreite sollte möglichst schmal gewählt werden. Ein schmaler Reifen bietet eine geringe Windangriffsfläche. Der vergrößerte Windwiderstand [26, S. 19] zählt um ein Vielfaches stärker in die Fahrwiderstände ein, als die Verringerung des Rollwiderstands [13, S. 118, 270]. Aus isolierter Sicht der Bereifung würden breitere Reifen bevorzugt werden. Sie weisen einen bei gleichem Luftdruck kürzeren Reifenlatsch auf, was zu einer Reduktion der Walkarbeit führt [26, S. 19]. Je breiter ein Reifen wird desto schlechter wird sein Handling in der Kurve, da sich über den Reifenlatsch ein Schlupfgefälle einstellt [24, S. 51]. Darüber hinaus nimmt mit der Breite des Reifens die Verdrängungsarbeit für Fahrbahnwasser zu.

Eine Profilierung des Reifens, insbesondere mit Querrillen, ist nicht zielführend [24, S. 63]. Profilierungen haben das Ziel Wasserabflusskanäle bereitzustellen. Im Automobilbereich ist dies durch die breiten Reifen und die hohen Geschwindigkeiten nötig, um *Aqua-Planing* zu verhindern. Im Fahrradbereich hat die Profilierung nur im Geländebereich ihre Berechtigung, ein *Aqua-Planing*-Problem kann es bei den geringen Geschwindigkeiten im Radsport nicht geben [24, S. 53]. Die Profilierung des Reifens führt darüber hinaus zu erhöhter Walkarbeit [13, S. 119] in den Übergangsbereichen in den Reifenlatsch und den Rändern des Profils [13, S. 270].

Die Reifenseitenwand sollte eine möglichst hohe Steifigkeit aufweisen, um die Walkverluste zu reduzieren [26, S. 19].

Schließlich sollte ein leichter und elastischer Schlauch gewählt werden. Dadurch sinken die Energieverluste [13, S. 122]. Großvolumige Niederdruckreifen haben zwar sehr gute Dämpfungseigenschaften [24, S. 56], diese werden aber nicht benötigt, da Feder-Dämpfer im Fahrzeug verbaut werden. Der Reifen sollte stets auf den vorgeschriebenen optimalen Reifendruck kontrolliert werden. Die Übersteigung des optimalen Reifendruckes führt nur noch zu geringen Einsparung von Walkverlusten, da der Zusammenhang einer Sättigung unterliegt [24, S. 57]. Außerdem führt die Übersteigung des Druckes zu erhöhtem Kontaktverlust bei Unebenheiten und damit Verluste aus nicht rückgefederter Hubarbeit.

1.4 Interne Reibung: Widerstand im Antriebsstrang

Neben den externen Reibungsgrößen des Luftwiderstands und des Rollwiderstands, treten Verluste im Inneren des Fahrzeugs auf. Abseits der Dämpfungsverluste des Fahrwerks und der Hystereseverluste des schwingenden Fahrzeugrahmens, liegt der Fokus in vorliegender Arbeit in der Optimierung der Widerstandsverluste des Antriebsstrangs. In der Betrachtung ausgenommen werden jedoch die Verluste der Antriebsmaschinen und Aggregate, das heißt:

- biologische Verluste des Menschen
- Widerstands- und Hystereseverluste von Elektromotoren und Lichtmaschinen
- Verluste der Speichertechnik und Leistungselektronik.

Ziel ist ein Verständnis für Grundlagen der Reibung zu erhalten und ihre Mechanismen in grundlegenden Maschinenelementen zu begreifen. Die Erkenntnisse stellen das Fundament für detaillierte Betrachtungen in Kapitel 2 dar. Hierfür werden folgende Grundlagen der Tribologie kurz beleuchtet:

- Auswirkung der Hystereseverluste in Metall-, Kunststoff- und Gummibauteilen
- Mechanismen des direkten Reibkontakts
- Auswirkung der Schmierfilmhöhe auf den direkten Reibkontakt
- Auswirkung der Verdrängungsverluste von Ölen und Fetten
- Mechanismen des indirekten Reibkontakts unter Einsatz einer Flüssigkeit
- Mechanismen des indirekten Reibkontakts unter Einsatz einer Gaslagerung

Die Bewertung von Verlustquellen im Antriebsstrang ist auf den Einsatz von Maschinenelementen in einem bestimmbaren Betriebsbereich zurückzuführen. Makrotribologisch kann eine Charakterisierung des Reibungszustands durch die Flächenpressung im Reibkontakt und der Gleitgeschwindigkeit erfolgen (siehe exemplarisch Abbildung 1-18).

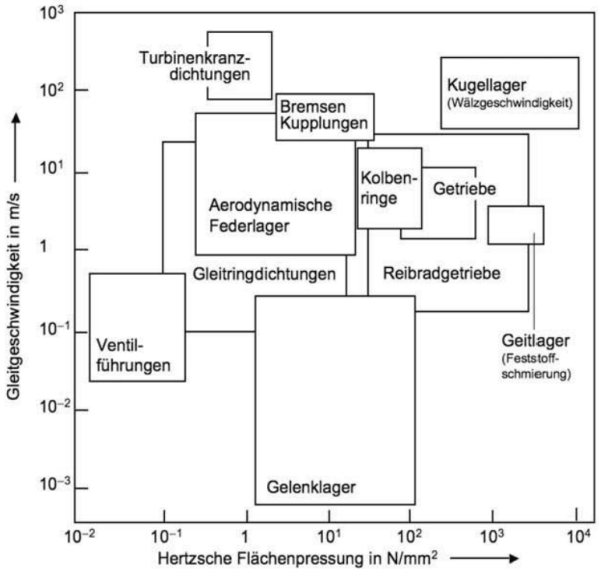


Abbildung 1-18: Lage von reibungsbehafteten Maschinenelementen im Belastungs-Geschwindigkeitsfeld [27, S. 15]

Die vollständige Charakterisierung der Reibungszustände von Maschinenelementen ist nur in einem Parameter-basierten tribotechnischen System möglich (siehe Abbildung 1-19). Die Einflüsse sind derart vielfältig, dass nur eine Messung an dem realen System Aufschluss über die tatsächlichen Anteile und der Summe der Reibverluste geben kann. Die Tribologie bietet jedoch Anhaltspunkte zur grundlegenden Parametrierung von Reibkontakten zu Beginn eines Konstruktionsprozesses, die über die Einflüsse in den von ihr entwickelten Reibungsmodellen begründet werden kann.

Widererwarten hängt die Größe der Reibungsverluste nur sehr gering bis gar nicht von der Rauheit ab [28, S. 161]. Die Verluste steigen annähernd linear mit der wirkenden Normalkraft an. Dabei ändern sich die Reibmechanismen mit der Einbringung eines Schmierfilms mit dessen Dicke und Zähigkeit enorm. Ist die Reibung im Bereich der Festkörperreibung gut mit der Verschweißung nanoskopischer Kontaktbereiche und wirkenden Adhäsionskräften beschreibbar, verschiebt sich der Einfluss über Kapillarwirkung bis zu reinen Scher- und Verdrängungsverlusten von trennenden Medien.

Reibungsverluste hängen von der Geschwindigkeit ab. Eine erhöhte Geschwindigkeit bedeutet, dass mehr Arbeit je Zeiteinheit geleistet werden muss. So dominieren in Richtung der Festkörperreibung Hystereseverluste; Adhäsion-Auftrennarbeit und Abbrucharbeit (Abrasion; Furchung und Deformation) in Kontaktbereichen, wobei in Richtung der Gasreibung ausschließlich Strömungsverluste dominieren.

Reibvorgänge können durch äußere Einflüsse gestört werden. Während in Richtung der Festkörperreibung Erweichungen und Zersetzungen von Fremdschichten und Schmierstoffresten erst ab einer kritischen Temperatur zu Verlusten führen, wirkt in Richtung der Flüssigkeitsreibung die zunehmende Senkung der Viskosität des Trennmittels zu zunehmend sinkenden Verlusten. Von außen aufgebrachte Körperschwingungen wirken über Normalkraftoszillationen und aufmodulierte Gleit-Geschwindigkeitsoszillationen zu Veränderung der Reibverhältnisse bis hin zur frühzeitigen Zerstörung in Richtung der Gasreibung. Bei offenen Systemen spielt der Einfluss eingetragener Verschmutzungen zu erhöhter Abbrucharbeit bis hin zur frühzeitigen Zerstörung in Richtung der Festkörperreibung.

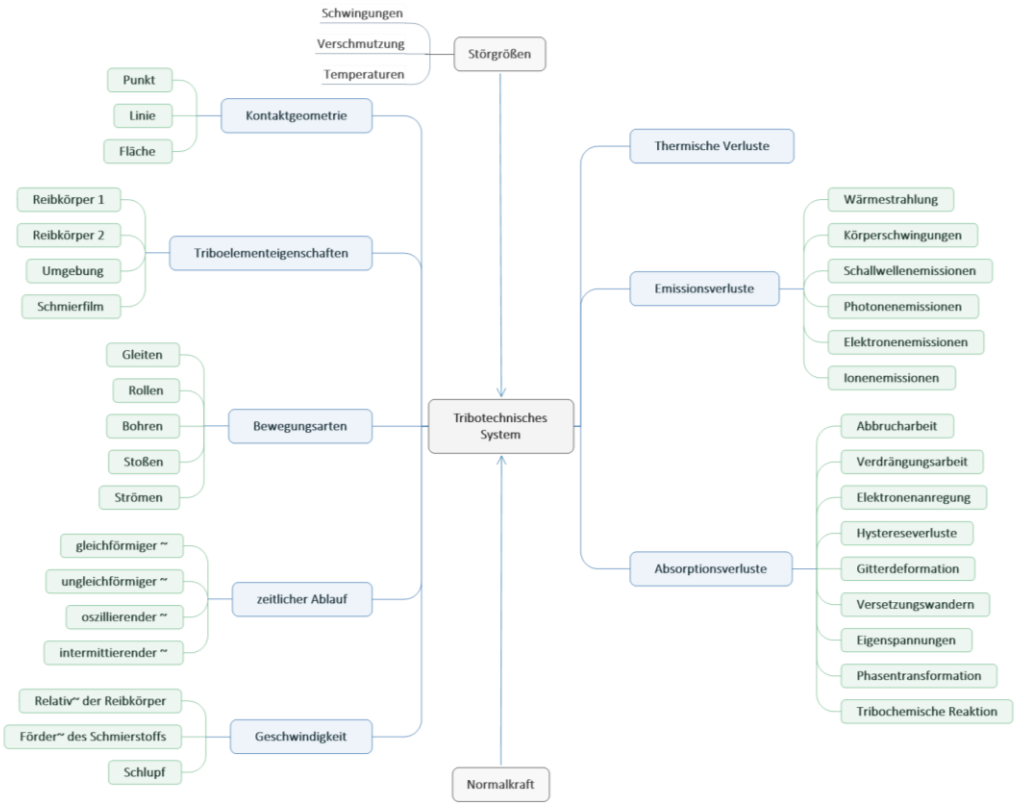


Abbildung 1-19: Eingangsgrößen (links) und Störgrößen (oben) bezogen auf die Reibverluste (rechts) als Ausgangsgröße eines Tribotechnischen Systems, angelehnt an [29, S. 5, 10] [27, S. 84]

1.4.1 Exkurs: Rheologie von Körpern

Die Reibungspartner in einem tribologischen System können fest, flüssig und gasförmig sein. Die Rheologie versucht die Deformation und das Fließen von Substanzen durch Modellbildung zu beschreiben. Die Modellbildung erfolgt mithilfe von Aneinanderreihung und Parallelschaltung von Feder-Dämpfer-Systemen. Dabei wird eine Feder als ideale Elastizität und ein Dämpfer als ideale Viskosität genutzt. Ein Coulomb-Element, dass Verschiebungen erst nach einer Mindestkraft erlaubt, bildet die ideale Plastizität. Durch Einsetzen von Maximalsteifigkeiten; Minimaldämpfungen oder Hochsetzen der *Coulomb*-Haftkraft können die Elemente unwirksam geschaltet werden. Das nichtlineare Verhalten einiger Werkstoffe kann durch Abändern der Funktionen erreicht werden.

Newton-Flüssigkeit (Dämpfer-Modell)

Flüssigkeiten werden üblicherweise anhand der ideal-viskosen Flüssigkeit charakterisiert. Die Kraft ist der Geschwindigkeit proportional mit dem Faktor des Fließwiderstands (Viskosität). Nach Entlastung bleibt das Fluid in seinem Deformationszustand. Dieses Verhalten kennt man von Dämpfungszylindern. Die Deformationsenergie dissipiert vollständig in viskose Schererwärmung [30, S. 33].

Für ein idealviskoses Fluid errechnet sich die Viskosität η aus der Scherspannung und der Scherrate [30, S. 29]. Die kinematische Viskosität ν normiert die Viskosität auf die Fluiddichte $\nu = \eta/\rho = [mm^2 \cdot s^{-1}]$ [30, S. 30].

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = \frac{F}{A} \cdot \frac{h}{v} = \left[\frac{N \cdot s}{m^2}\right]$$

$\upsilon_{(20°C),Luft}$	$\approx$	$0,018$	mm^2/s
$\upsilon_{(20°C),Wasser}$	$\approx$	1	mm^2/s
$\upsilon_{(20°C),ISO\ VG\ 46}$	$\approx$	120	mm^2/s
$\upsilon_{(20°C),SAE10W40}$	$\approx$	200	mm^2/s
$\upsilon_{(20°C),SAE90}$	$\approx$	700	mm^2/s
$\upsilon_{(20°C),NLGI2}$	$\approx$	770	mm^2/s
$\upsilon_{(20°C),ISO\ VG\ 220}$	$\approx$	900	mm^2/s

Hooke-Modell (Feder-Modell)

Feste Werkstoffe werden üblicherweise durch ideale Federn charakterisiert. Die Kraft ist dem Weg proportional mit dem Faktor der Steifigkeit (Schubmodul). Nach Entlastung kehrt das Fluid aus seinem Deformationszustand in den Ruhezustand zurück. Dieses Verhalten kennt man von Federn. Die Deformationsenergie wird vollständig zurückgewonnen [30, S. 102].

Der Schubmodul G wird im reversiblen elastischen Bereich gemessen [30, S. 98]. Er ist das Maß für das Rückfederungsbestreben:

$$G = \frac{\tau}{\gamma} = \tau \cdot \frac{h}{s} = \left[\frac{N}{mm^2}\right]$$

$G_{(20°C),Stahl}$	$\approx$	80000	N/mm^2
$G_{(20°C),Bronze}$	$\approx$	43000	N/mm^2
$G_{(20°C),Messing}$	$\approx$	36000	N/mm^2
$G_{(20°C),Alu}$	$\approx$	28000	N/mm^2
$G_{(20°C),Thermopl.}$	$\approx$	$2000 \ldots 100$	N/mm^2
$G_{(20°C),Hartgum.}$	$\approx$	$100 \ldots 10$	N/mm^2
$G_{(20°C),Elastomer}$	$\approx$	$30 \ldots 0,3$	N/mm^2

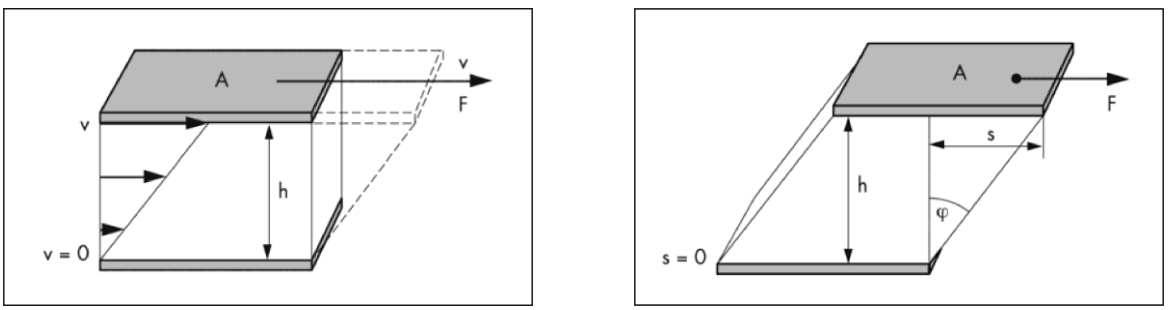


Abbildung 1-20: 2-Platten-Modell für Dämpfer (links) [30, S. 23] und Feder (rechts) für den Belastungsfall Scherung [30, S. 97]

1.4.2 Direkter Kontakt: Innere Dämpfung in Festkörpern

Das Band an technischen Werkstoffen in Antriebssträngen reicht von Keramiken und Metallen zu Polymeren und Elastomeren. Die Werkstoffe weisen sehr unterschiedliche Charakteristika im Spannungs-Dehnungs-Verhalten auf. Eine Beschreibung der Verhalten der Werkstoffarten kann mit dem um 2 Parameter für die plastische Verformung erweiterten 4-Parameter-Modell erfolgen (siehe Abbildung 1-21).

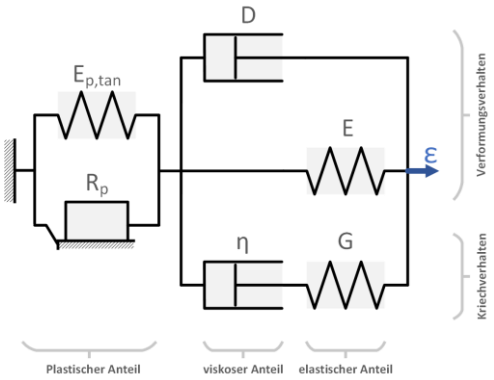


Abbildung 1-21: Generisches rheologisches Modell für das Spannungs-Dehnungs-Verhalten von Festkörpern

Für Keramiken kann verallgemeinert werden, dass sie hinreichend mit einer Elastizität E beschrieben werden können. Bei Überlastung der Dehngrenze versagen die Werkstoffe ohne Vorbegleiterscheinungen. Der E-Modul von Keramiken ist bis zu doppelt so hoch wie der von Stahl.

Für die Metalle Stahl, Aluminium, Titan und Magnesium muss das Werkstoffmodell um die plastische Verformung erweitert werden. Dies ist exemplarisch mit einer zweiten Elastizität $E_{p,tan}$ realisiert, welche den resultierenden E-Modul herabsetzt, wenn die Dehngrenze R_p überschritten wird. Die Verschiebung des *Coulomb*-Elements im Modell stellt eine dauerhaft verlorene Energie (innere Dämpfung) dar, da sie bei Entspannung nicht zurückgeführt wird.

Für die Polymere und Elastomere muss der plastische Anteil des Werkstoffmodells abgeschaltet werden ($R_p, E_{p,tan} \mapsto \infty$). Dem Spannungsprozess wird eine Dämpfung D beaufschlagt. Dadurch wird das Dehnungs- und Entspannungsverhalten geschwindigkeitsabhängig. Außerdem wird ein viskoelastischer Scheranteil mit dem Modul G und der kinematischen Viskosität η parallelgeschaltet. Der Modul E der Polymere ist um 2 bis 3 Zehnerpotenzen geringer als für die Metalle. Im Bereich der Elastomere fällt der Modul E um weitere 1 bis 2 Zehnerpotenzen. Die Dämpfung der Materialien ist bedeutend höher als bei den Metallen (siehe Abbildung 1-22).

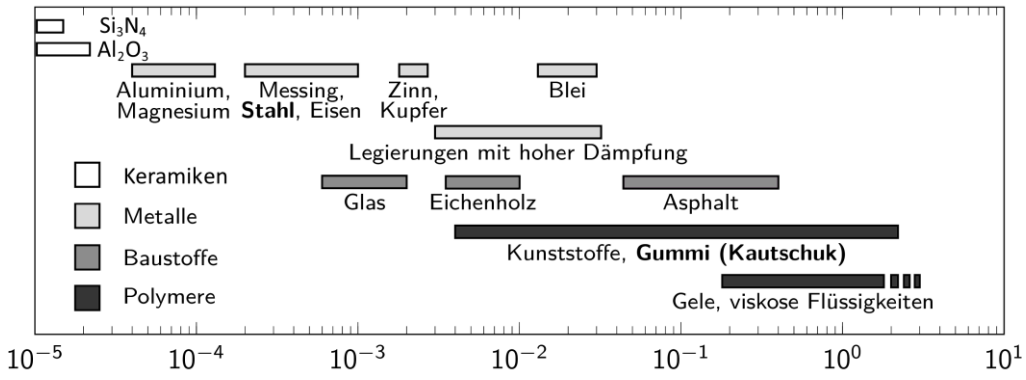


Abbildung 1-22: Verlustfaktoren η verschiedener Werkstoffklassen bei 20°C [31, S. 29] erweitert um Keramiken [32, S. 57]

Die unerwarteten Verlustfaktoren in Keramiken und Metallen stellen einen Energieverlust bei dynamischer Belastung dar. Die Keramiken verursachen mit Abstand am wenigsten innere Reibungsverluste. In Keramiken herrscht eine höhere Bindungssteifigkeit im Kristallgitter als bei Metallen. Aus diesem Grund sind Versetzungsbewegungen innerhalb des Materials fast unmöglich. Außerdem können Korngrenzengleitprozesse bei Raumtemperatur nicht eintreten [32, S. 58].

Die Verlustfaktoren der Metallgruppen der Stähle, Aluminium und Kupfer scheinen stark von den Legierungsbestandteilen und dem Gefüge abzuhängen – sie streuen in einem breiten Band [32, S. 57]. Sehr hohe Dämpfungen treten bei Gusseisen mit Lamellengraphit auf (GJL) [33, S. 344]. Die inneren Reibungsverluste der Metalle fußen auf einer reversiblen Bewegung von Versetzungen[34]. Diese ist in reinen und weichen Metallen bedeutend intensiver als in hochfesten Metallen mit Mischkristallverfestigung und/oder Ausscheidungsverfestigung. Die Verlustfaktoren von Metallen sinken im Allgemeinen mit der Dichte[35]. Das Legieren mit Zink oder Blei, wie es in einigen Gleitlager-Bronze-Legierungen geschieht, führt im Allgemeinen zu einer Dämpfungssteigerung, welche auf die Korngrenzengleitung zurückgeführt werden kann [33, S. 344]. Die inneren Reibungsverluste fußen zum Teil auch in irreversiblen Umordnungsvorgängen. Das Wandern von Versetzungen führt zu ganzen Extrusionen entlang von Gleitlinien, die die Oberfläche aufrauen [34, S. 348]. Diese Stellen werden empfindlich gegenüber Rissbildung. Mit der Rissbildung kann weitere Energie dissipieren.

Die Gruppe der Thermoplaste unterliegt erhöhten Verlustfaktoren, wenn die Glastemperatur unter der Raumtemperatur liegt. In diesen Fällen sind die Restvalenzbindungen aufgebrochen, was zu einem Strecken und Abgleiten der Makromoleküle führt. Die innere Reibung wird durch teilkristalline Bereiche reduziert, indem sie die Bewegungen einschränken [32, S. 60].

Die Höhe der Verlustfaktoren der Elastomere wird von der Streckung der Makromoleküle bestimmt [32, S. 60]. Das Entknäulen und Verknäulen dieser weitmaschig vernetzten Moleküle führt zu Scherungsverlusten [35, S. 58]. Bei kurzweiliger statischer Belastung stellt sich eine temporäre Spannungserweichung ein (*Mullins-Effekt* siehe Pfeil in

Abbildung 1-23 rechts). Längere statische Belastung führt zur Aufspaltung und Umlagerung von Vernetzungsbrücken zwischen den Makromolekülen (plastischer Verformung) [35, S. 59]. Bei zyklischer Belastung wird ein Teil der Verformungsenergie in Wärme dissipiert [36, S. 25]. Dieser Anteil rührt aus der plastischen Verformung [35, S. 60].

Das Wesen der bewegungsinduzierten Reibung liegt in der zyklischen Belastung und Entlastung von Mikrokontakten. Die daraus entstehenden inneren Reibungsverluste des Materials werden in den Hystereseverlusten zusammengefasst (siehe Abbildung 1-24).

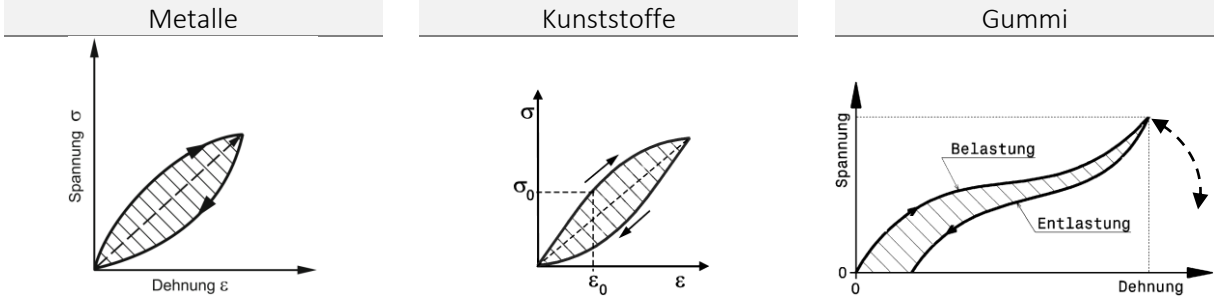


Abbildung 1-23: Hysterese von Metallen [33, S. 344]; Kunststoffen [37, S. 113] und Gummi [25, S. 15]

[34] Die Versetzungs-induzierten Reibverlustanteile werden im Falle von Reineisen unter 1% geschätzt [27, S. 96]
[35] Wenn die Schmelztemperatur deutlich oberhalb 450°C liegt. Dies ist nicht der Fall für Zink und Blei.

1.4.3 Direkter Kontakt: Reibungsarten

Wenn Reibkörper nicht durch einen Schmierfilm vollständig getrennt werden, tritt ein direkter Kontakt der Körperflächen zueinander auf. Im makroskopischen Bereich der Maschinenelemente wird dabei dem Flächenkontakt eine größere statische Belastbarkeit als dem Linienkontakt und dem Punktkontakt zugeordnet. Während bei einem Flächenkontakt eine Modellbetrachtung mit der konstanten Verteilung der Druckkraft[36] auf die gesamte Fläche herangezogen wird, werden bei einem Linienkontakt die *Hertz'sche* Druckverteilung zweier Zylinder und bei einem Punktkontakt die *Hertz'sche* Druckverteilung zweier Kugeln herangezogen[37].

Bei zunehmend genauerer Betrachtung eines kristallinen Reibkörpers unter einem Elektronen-Mikroskop wird ersichtlich, dass es die Punkt- und Liniengeometrie nicht gibt. Makroskopisch gekrümmte Kontaktflächen erscheinen zunehmend verklüfteter und makroskopisch scharfe Kanten zeigen Radien auf. Das zunehmende Vergrößern unter dem Mikroskop scheint fraktale Strukturen [27, S. 28] offenzulegen, wobei in einer Detailstufe glatte Oberflächen bei genauerer Betrachtung als wieder uneben offenbart werden. Es wird offensichtlich, dass die makroskopische Ebenheit einer Kontaktfläche in mikroskopischen Maßstäben einem Gebirge ähneln muss.

Der Mechanismus der Reibung hängt im mikroskopischen Bereich von der realen Kontaktfläche ab[38]. Die Zusammenführung zweier Reibkörper führt bei genauerer Untersuchung (siehe Abbildung 1-24) im mikroskopischen Bereich nicht zum im makroskopischen Bereich beobachteten Flächenkontakt[39]. Erst das sukzessive Steigern der Normalkraft führt zu einer annähernd linear wachsenden realen Kontaktfläche[40]. Die Berührungsfläche der einzelnen beteiligten Mikrokontakte bleibt dabei annähernd konstant, was mit einer bleibenden plastischen Verformung der Kontakte erklärt wird [29, S. 11] [27, S. 38]. Dadurch wird bereits durch einen Kontaktaufbau zwischen zwei Reibkörpern Energie dissipiert. Die Abflachung der Berührungspunkte durch die Druckenergie führt nur zu einer geringfügigen Beeinflussung der Flankenwinkel [28, S. 164].

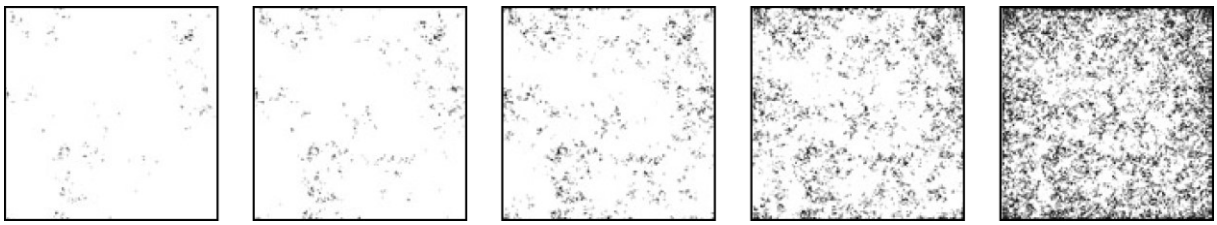


Abbildung 1-24: Entwicklung der realen Kontaktfläche zwischen zwei quadratischen Kontaktflächen. Die reale Kontaktfläche nimmt annähernd linear mit Steigerung der Normalkraft durch die Erhöhung der Anzahl der Mikrokontakte (von links nach rechts) zu. Numerische Berechnung anhand eines quadratischen Indenters mit fraktaler Oberfläche [38, S. 154]

---

[36] Für die Annahme eines Kontaktes von außenzylindrischen Kontaktflächen, die flächig auf einer innenzylindrischen Kontaktfläche lasten wird in einfachen Fällen die senkrecht zur Druckkraft projizierte Fläche zugrunde gelegt. Genauere Betrachtungen ziehen jedoch eine Cosinus-förmige Druckverteilung vor

[37] Der Kontaktpartner kann zu einer Ebene transformiert werden, indem er einen Radius gegen Unendlich erhält.

[38] Die reale Kontaktfläche ist um den Faktor 10000 bis 10 kleiner als die makroskopische Kontaktfläche [29, S. 11]

[39] Aufgrund der Elastizität der Reibkörper führen Punkt- und Linienkontakte unter Einwirkung bereits minimalster Kräfte zu einem gering ausgeprägten Flächenkontakt

[40] Je nach Modell steigt die Kontaktfläche A_r im Verhältnis der aufgebrachten Normalkraft F_N zum effektivem E-Modul E^* der beiden Kontaktpartner A_r = Konstante $\cdot \left(\frac{F_N}{E^*}\right)^{0,8...0,98}$

Zur Beschreibung der Flächenpressungsverhältnisse in den unzähligen Mikrokontakten wird das Modell der *Hertz'schen* Druckverteilung[41] herangezogen. Hierbei wird der Einfluss der Oberflächenrauheit durch die Radien der kugeligen Einzelkontakte modelliert [27, S. 38]. Eine niedrige Oberflächenrauheit führt zu einer Senkung der Kontaktbreite a und des Kugelradius R (siehe Abbildung 1-25). Dadurch verdichtet sich die Pressungsverteilung und das Spannungsmaximum wandert näher an die Werkstoffoberfläche [27, S. 52]. Da die reale Kontaktfläche, beschrieben durch Kontaktbreite und Kugelradius, direkt von der Normalkraft abhängt ist zu erwarten, dass die Spannungsverdichtung unter einer geringeren Normalkraft vonstattengeht. Außerhalb des Modells sind durch die Inhomogenitäten in der Krafteinleitung höherer Oberflächenrauhigkeit örtliche Spannungserhöhungen zu beobachten. Die theoretisch niedrigeren Dichten der Pressungsverteilung werden durch kleinere *Hertz'sche* Kontakte überlagert und angehoben [27, S. 52].

Die sich einstellenden Spannungen unterhalb der Oberfläche werden zusätzlich durch Eigenspannungen im Material überlagert. In kristallinen Werkstoffen sind solche Verspannungen Versetzungen, Leerstellen und Ausscheidungen zuzuweisen. Zugeigenspannungen verschieben das Spannungsmaximum in Richtung der Werkstoffoberfläche, während Druckeigenspannungen eine Absenkung bewirken [27, S. 52].

Die Entwicklung der Spannungsdichte unterhalb der Werkstoffoberfläche unter Einwirkung einer Normal- und Tangentialkraft ist in Abbildung 1-25 dargestellt.

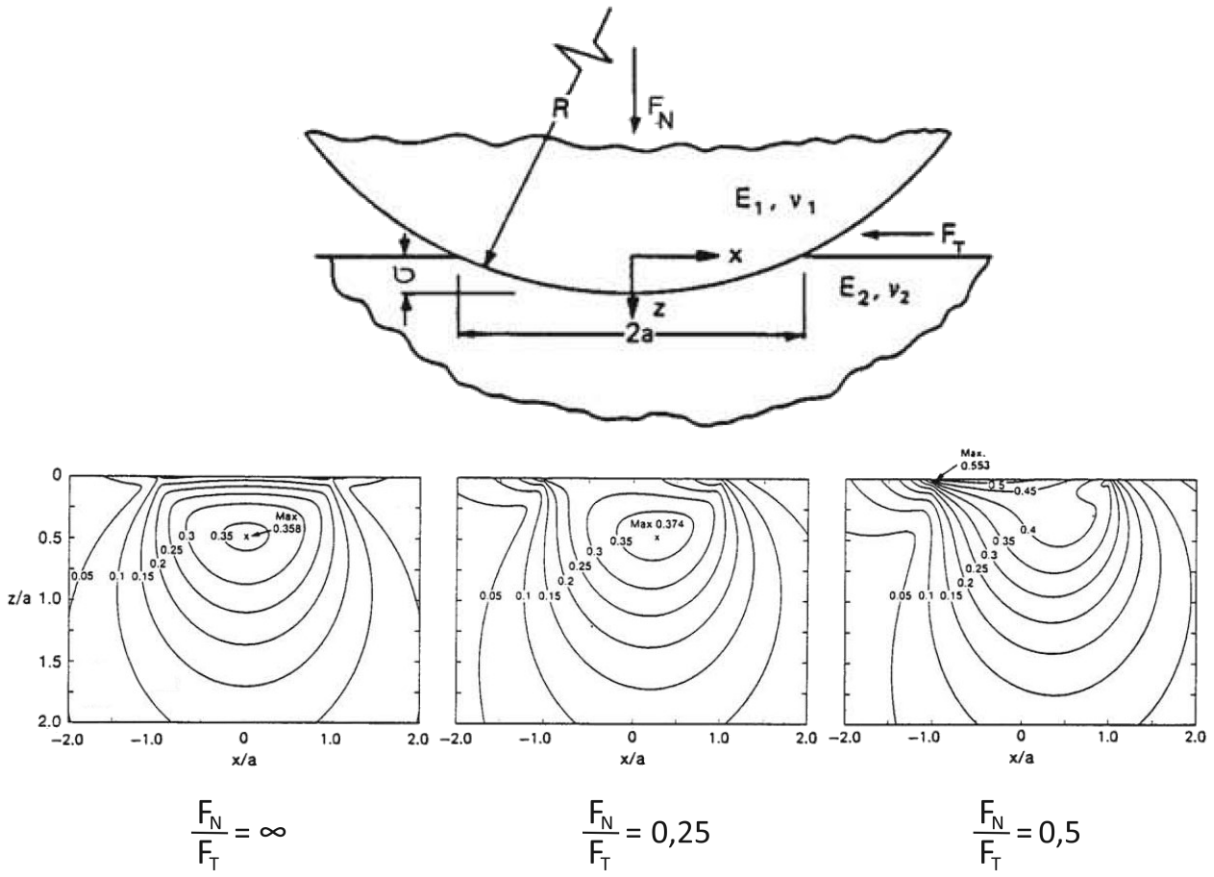


Abbildung 1-25: Vergleichsspannung unterhalb des Punkt-Kontakt einer Kugel mit einer Ebene. Verschiebung und Konzentrierung der Spannungsdichte an die Oberfläche mit steigendem Tangentialkraft-Anteil (von links nach rechts) [27, S. 51]

[41] Berechnungsmethoden für alternative Eindringkörper sind in [100] zu finden

HAFTREIBUNG

Liegt ein Kontakt zwischen 2 Körpern vor so behindern Adhäsionskomponenten die Körper an der relativen Verschiebung zueinander (Haftreibung). Die Adhäsion im Bereich der Kristalle hängt neben anderen Bindungen wie der Kapillarkraft stark von der Elektronenstruktur ab. Sie nimmt mit der Elektronendichte im Kontaktgrenzflächenbereich zu. So liegt eine starke positive Korrelation zwischen der Reibung von Metallen der Gruppe 4 bis 14, im Periodensystem der Elemente, mit sich selbst und der Adhäsion vor [27, S. 88-90].

Weiterhin wird die Adhäsion durch *Van-der-Waals*-Bindungen ausgelöst. Diese Kräfte treten zwischen allen Werkstoffpaarungen auf. Dabei hat das Formänderungsvermögen der Kontaktpartner enormen Einfluss auf die Wirksamkeit, da durch sie die reale Kontaktfläche bestimmt wird. Es herrscht eine ausgeprägte negative Korrelation zwischen der Härte der Materialien und der Adhäsion mit sich selbst vor. Dabei weisen Kubisch-flächenzentrierte Metallgitter höhere Adhäsionen als hexagonale Metallgitter auf [27, S. 32]. Eine Steigerung der Adhäsion wird mit gleicher Argumentation mit der Reduzierung der Oberflächenrauheit ab einem bestimmten Niveau erreicht [28, S. 113]. Das *JKR-Modell* hat sich für die theoretische Errechnung der Grenzflächenadhäsion durchgesetzt [28, S. 29]. Darin steigt die Adhäsion mit der Grenzflächenenergie $\gamma_{12}[J/m^2]$ [39, S. 309f.] der Werkstoffe linear. Einen schlecht berechenbaren Einfluss übt der Zustand der Oberflächenschichten der Gleitpartner aus. Durch Sauerstoffzugabe kann die Oxidation von frei liegenden Metallschichten die Reibkoeffizienten stark verringern. Dies wurde durch Vakuum-Versuche festgestellt, in denen es Metallen nicht erlaubt wurde Oxidschichten auszubilden. Die Oxidschichten verändern die freie Oberflächenenergie [27, S. 91].

Die Bildung von Oxidschichten behindert neben der Verschweißung von Rissen im Werkstoff das Verschweißen mit dem Kontaktpartner, wenn kein Schmierstoff zur Trennung vorliegt. Die Verschweißung von Mikrokontakten nimmt den größten Anteil im Bereich der Haftreibung ein. Unter der Annahme, dass der überwiegende Teil der realen Kontaktfläche A_r aus plastischer Verformung im Mikrobereich entstanden ist, kann sie aus der Materialhärte σ_H ermittelt werden. Weiterhin ist bekannt, dass die Scherfestigkeit τ_s isotroper plastischer Körper circa $1/\sqrt{3}$ der Zugfestigkeit R_m ist. Sie entspricht circa einen Drittel der Materialhärte σ_H [28, S. 13]:

$$A_r \approx \frac{F_N}{\sigma_H} \qquad \Rightarrow \qquad F_r \approx F_s = \tau_s \cdot A_r = F_N \cdot \frac{\tau_s}{\sigma_H} = F_N \cdot \frac{1 \cdot R_m}{\sqrt{3} \cdot \sigma_H} = F_N \cdot \frac{1 \cdot 1 \cdot \sigma_H}{3 \cdot \sqrt{3} \cdot \sigma_H} = 0{,}19 \cdot F_N$$

Der Reibwert $0{,}19$ passt für viele nicht geschmierte metallische Paarungen [28, S. 164]. Große Normalkräfte erhöhen den Reibkoeffizient. Vermutlich wegen plastischer Deformation und dadurch wesentlicher Veränderungen der Oberflächentopographie. Eine Verfeinerung des Modells um oben erwähnte Adhäsionskräfte wird erreicht, indem auf Druck und Zug belastete Gebiete getrennt in die Formel einfließen [28, S. 164-165].

Der Temperatureinfluss auf die Haftreibung bei vielen metallischen Gleitpartnern bis 150°C sehr schwach. Zwischen 200°C und 300°C ist allerdings ein Steilanstieg mit Plateau bis auf den zwei- oder dreifachem Reibwert zu verzeichnen. Ursache scheint Erweichung und Zerlegung von Fremdschichten, typischerweise Fettresten zu sein [28, S. 179]

Die statische Haftreibung wächst mit einer logarithmischen Sättigungsfunktion mit der Verweilzeit eines Körpers an einem Punkt. Die Steigerung der Haftung beginnt mit dem ersten atomaren Kontakt im Subnanosekundenbereich und hört selbst nach längerer Zeit nicht auf. Verursacher sind Adhäsions- und Kapillarkräfte, sowie bei viskoelastischen Materialien eine setzende Zunahme der realen Kontaktfläche [28, S. 159]. Um Eine Bewegung zu erzwingen muss die kritische Kraft der statischen Haftreibung überwunden werden [28, S. 157].

GLEITREIBUNG

Mit Überwindung der Haftreibung setzt die Gleitreibung ein. Mit Beginn des Gleitvorgangs werden Mikro-Verschweißungen abgeschert. Entsprechend frei gelegte Rauheiten können im Gleitprozess freigeräumt werden. Insbesondere im Trockenlaufbereich (Festkörperreibung) spielt die Komponente der Furchung eine große Rolle im Widerstand, welche abrasive Partikel aus der Oberfläche lösen kann. Verstärkt wird die Abrasion aus Schmutz der Umgebung. Der Anteil der Furchung wird drastisch gesenkt, wenn eine weiche Oberfläche an einer harten Oberfläche niedriger Rauheit gleitet [27, S. 102]. Der Einfluss von Verschleiß und Adhäsion kann durch trockenschmierende Wirkung abgelöster Partikel verringert werden. Je nach Menge des anliegenden Schmierstoffes kann der Kontakt der Rauheitsspitzen der Reibpartner derart verringert werden, dass schließlich ein Übergang in die viskose Reibung stattfindet (siehe Tabelle 1).

Tabelle 1: Reibungszahlen der Gleitbewegung in unterschiedlichen Reibungszuständen

Reibungszustand	Reibungszahl		
Festkörperreibung	0,1	…	> 1
Grenzreibung	0,01	…	0,2
Mischreibung	0,01	…	0,1
Flüssigkeitsreibung	0,001	…	0,01
Gasreibung	0,0001		

BOHRREIBUNG

Bohrreibung ist Gleitreibung mit einem konstanten Geschwindigkeitsgradienten [27, S. 99]. Im Zentrum der Bohrachse geht die Tangentialgeschwindigkeit gegen Null. Damit entstehen im Zentrum *Stick-Slip-Effekte*. Es ist zu erwarten, dass aufgrund der niedrigen Geschwindigkeit der Kontaktpunkt der Bohrachse anfällig für Mikro-Verschweißungen ist. Es gelten dieselben Bedingungen wie bei der Gleitreibung, nur dass trennende Schmiermittel dazu neigen die Kontaktfläche zu verlassen.

ROLLREIBUNG

Der Rollreibungswiderstand ist erheblich geringer als der Gleitreibungswiderstand. Er weist Reibungszahlen von $0{,}001 \ldots 0{,}005$ im Mischreibungszustand auf und ist in technischen Lösungen deswegen vorzuziehen [27, S. 111]. Im Gegensatz zur Gleitreibung ist der Schubspannungsanteil minimal. Der Rollvorgang fußt auf einem periodischen Berühren eines Punktes auf einer Kreisbahn. Während im Stillstand unter Anliegen einer tangentialen Kraft um eine zentrale Haftzone eine ringförmige Schlupfzone auftritt [27, S. 45], verschiebt sich die Haftzone bei angetriebener Rollreibung in den Einlaufrand und bei gebremster Rollreibung in den Auslaufrand der Kontaktzone [28, S. 141]. Damit weist die Rollreibung einen geringen Schlupf mit Gleitanteil auf. Die Haftzonen unterliegen der zeitabhängigen Haftreibung. Das fortlaufende Komprimieren der Rollspur fordert Hystereseverluste. Der Rollwiderstand F_R sinkt mit dem Radius r des Wälzkörpers $F_R = Konstante \cdot F_N^{\frac{2}{3}}/r$ [27, S. 104].

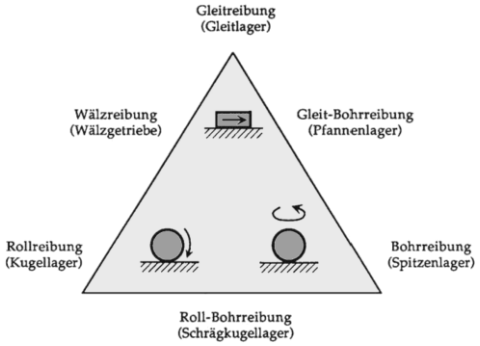


Abbildung 1-26: Reibungsarten und ihre Kombinationen [27, S. 100]

1.4.4 Direkter Kontakt: Schmierfilmhöhe

Stribeck-Kurven visualisieren den Zusammenhang zwischen Schmierungszustand und dem Reibkoeffizienten einer Gleitkörperpaarung. Sie sind für ein tribotechnisches System charakteristisch. Eine *Stribeck-Kurve* besteht in der Regel aus einer die Reibungszahl beschreibenden Kurve. In Abbildung 1-27 sind drei exemplarische Kurven aufgetragen, die die Übergänge der Reibung und die Bildung der *Stribeck-Kurve* visualisieren sollen. Im Bereich der Grenzreibung wirken ausschließlich Adhäsionskräfte und mechanische Kräfte aus den Berührungen der Rauheitsspitzen vor (ocker-farbene Kurve). Der Anteil von Flüssigkeitsreibung ist nicht vorhanden (blau-farbene Kurve). Im Bereich der Mischreibung steigt der Anteil der Flüssigkeitsreibung langsam an. Die Adhäsionskräfte werden stark reduziert und mechanische Kräfte durch ein zunehmendes Abgleiten von Scherschichten stark reduziert. In der Folge überlagern sich der ocker-farbene Anteil und der blau-farbene Anteil in den kobalt-farbenen Anteil der Mischreibung. Im Bereich der Flüssigkeitsreibung sind Adhäsionskräfte und mechanische Berührungskräfte der Rauheitsspitzen gegen Null gelaufen, sodass nur die Flüssigkeitsreibung (blaue Kurve) vorliegt. Die inneren Verluste der Flüssigkeitsreibung nehmen mit der Fördergeschwindigkeit zu.

Das Anliegen eines Schmierungszustandes ist durch eine Mindestspalthöhe kategorisierbar. Während der Einfluss der Grenzreibung ($h_{min,h}$) und Mischreibung ($h_{min,m}$) durch die „effektive“ Rauheit beider Gleitpartner charakterisiert wird, ist im Bereich der Flüssigkeitsreibung ($h_{min,h}$) die Normalkraft; die Fördergeschwindigkeit des Fluids[42]; die Viskosität des Fluids abhängig vom anliegenden Druck und der effektive E-Modul der Gleitpartner entscheidend.

Der Bereich der geringsten Reibung liegt offenbar im Gebiet der Mischreibung in Richtung Übergang zur Flüssigkeitsreibung[43].

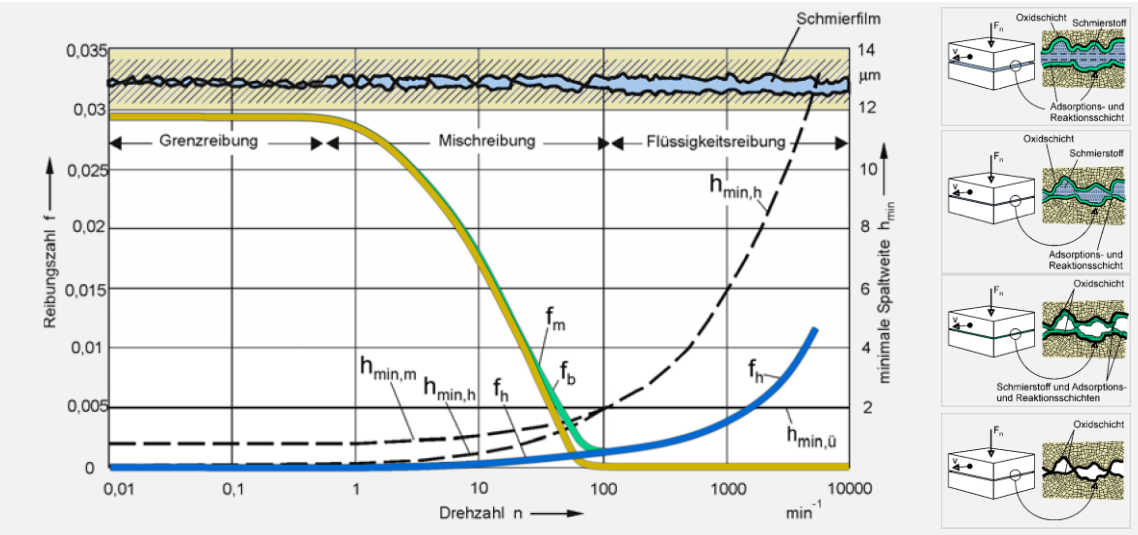


Abbildung 1-27: *Stribeck-Kurve* mit Reibbeiwert f und minimalen Schmierspalthöhen h_{min} eines Radialgleitlagers. Grenzreibung (ocker, Index $_b$); Mischreibung (kobalt, Index $_m$); Flüssigkeitsreibung (blau, Index $_h$) [29, S. 17, 32]

---

[42] Insofern keine aktive Schmierung zur Aufrechterhaltung des Schmierfilms (Hydrostatische Lagerung) bei niedrigen Geschwindigkeiten vorliegt, baut sich ein trennender Schmierfilm erst mit der Fördergeschwindigkeit des Fluids auf. Die Fördergeschwindigkeit wiederrum, wird durch die Einzel-Geschwindigkeiten der Reibpartner forciert. Aus diesem Grund sind *Stribeck-Kurven* über die Geschwindigkeit aufgetragen

[43] Eine weitere Senkung der Reibung kann mit erheblichem Aufwand über mechatronische Systeme (z.B.: einem Magnetspulen-Lager) erreicht werden. In ihnen wird Gas als Fluid genutzt wird (Gasreibung). Dieses hat geringste Reibverluste aufgrund der geringen Viskosität [74, S. 56]. Absoluter Reibungsverlust kann im Vakuum erreicht werden

ANTEIL DER FESTKÖRPERREIBUNG

Die Festkörperreibung (siehe Abbildung 1-27 rechts 1. v. u.) ist durch den direkten Kontakt der Rauheitsspitzen der Gleitpartner charakterisiert. Die frei an der Luft liegenden Nanooberflächenstruktur kann je nach Material zur Bildung von oxidischen Reaktionsschichten und Adsorption von Gasen neigen [29, S. 32]. Weisen die Kontaktpartner bereits eine dünne Schicht Reaktionsschichten (z.B.: Oxidschicht) auf, welche die Eigenschaften gegenüber dem Trägermaterial verändern, so wird von Grenzschichtreibung gesprochen [29, S. 16].

Der direkte Kontakt der Rauheitsspitzen führt insbesondere in Abwesenheit von Oxidschichten (Vakuum) zu dominanten Adhäsionskräften [29, S. 12], die den Reibwert charakterisieren. Für die Ausbildung der Adhäsionskräfte und die mechanischen Abbruchverluste ist die Relativgeschwindigkeit der Körper entscheidend [29, S. 33]. Der Trockenlauf von Reibungspartnern führt in der Regel zu sehr hohen Verschleißraten bis hin zu frühzeitigem Totalversagen eines Reibungspartners. Dem Verschleiß im Trockenlauf kann über folgende Gesichtspunkte entgegengewirkt werden:

Oberflächen sollten eine möglichst geringe Oberflächenrauheit aufweisen. Dies steigert auf der einen Seite in Abhängigkeit der Grenzflächenenergie der Materialpaarung zwar molekulare Adhäsionskräfte, begünstigt jedoch elastische Deformation. Das ist nur möglich, wenn keine chemischen Reaktionen, wie Legierungsbildung bei einem Kontakt ablaufen [28, S. 311].

Bei den meisten Metallen kann formuliert werden[44], dass die mittlere Steigung der Rauheiten 0,01 nicht überschreiten darf $\nabla z < \frac{\sigma_H}{E^*} \approx 0{,}01$ [28, S. 311]. Die Wellenlänge der Rauigkeit sollte dabei unter einer Grenze bleiben, damit der Durchmesser der Rauheitshügel folgenden Wert nicht überschreitet $D = 60000 \cdot \frac{\gamma_{eff}}{\sigma_H}$ [28, S. 308].

Der Verschleiß wird außerdem reduziert, wenn der Härtegradient der Materialien von der Oberfläche in die Tiefe zunimmt. Oxidbildung und Legierungsbildung haben im ungeschmierten Milieu Einfluss darauf [28, S. 312].

Die Paarung von Stahl und Keramik im Rollkontakt kann „heilende“ Wirkung auf sich einstellende Oberflächenzerrütung zeigen, indem die hohe Pressung des Rollkontakts durch die geringere Steifigkeit von Keramiken eine Verschweißung von Mikrorissen hervorruft. Vollständige Verschweißungen werden durch die Adsorption von Sauerstoff und Oxidbildung innerhalb der Mikrorisse behindert.

Direkter Kontakt von Rauheitsspitzen in Abwesenheit von Schmiermitteln kann zu einer erhöhten Blitztemperatur-Emissionen führen. Mit steigender Last und Gleitgeschwindigkeit erhöhen sich die Temperaturen der Blitzemissionen [27, S. 76-77]. Diese können derart hoch werden, dass sie im Bereich der kristallinen Werkstoffe zu Eigenspannung-auslösenden Phasenumwandlungen führen. Für Metalle ergibt sich ein Grenzbereich der Relativgeschwindigkeiten zwischen den Reibkörpern von ungefähr $2 \dots 20\, m/s$. Das ist in den meisten Anwendungsfällen unproblematisch. Für Keramiken liegt der Grenzbereich allerdings bei ungefähr $0{,}02 \dots 0{,}2\, m/s$ [28, S. 223].

---

[44] mit ∇z als mittlere Steigung der Rauheit; σ_H Härte des Materials; E^* als effektiver E-Modul und γ_{eff} als Grenzflächenenergie

EINFLUSS DER GRENZREIBUNG

Die Grenzreibung ist charakterisiert durch den abgemilderten Kontakt der Rauheitsspitzen durch eine Umformung des Oberflächenmilieus der Werkstoffe (siehe smaragdgrüne Schicht in Abbildung 1-27 rechts 2. v. u.). Die Einstellung der Grenzschicht ist neben dem Vorhandensein von Schmierstoffspuren abhängig von der Reaktionsfreudigkeit des Werkstoffes und der im Schmierstoff[45] enthaltenen Additive. Die Grenzschicht kann je nach Molekülgröße 1 bis 10nm stark anwachsen [29, S. 40]. Dabei wirken folgende Mechanismen im Aufbau:

Die Physisorption beschreibt die Anlagerung von Additiven, wie *Anti-Wear-Zusätze* (AW)[46]. Diese Stoffe weisen ein hohes Dipolmoment auf, welche nur von Werkstoffoberflächen mit polarem Charakter adsorbiert werden. Bei Metallen geschieht die Polarisierung in der Regel durch die Bildung einer Oxidschicht. Bei Keramiken ist die Wirkung von der Bindungsart abhängig[47] [29, S. 40-41].

Die Chemisorption beschreibt das Eingehen von chemischen Bindungen an der Oberfläche. Diese stellen stabilere Grenzschichten dar als die der Physisorption[48] [29, S. 41].

Tribochemische Reaktionen sind die stabilsten Reaktionsschichten. *Extreme-Pressure-Zusätze* (EP)[49], reagieren mit Oxidoberfläche von Metallen unter Bildung einer gut haftenden und gut scherbaren Schicht in einem Zeitbereich zwischen 100ns und 1µs [29, S. 41].

Für die Reibung ist weiterhin die Relativgeschwindigkeit der Körper entscheidend [29, S. 33], obwohl die Adhäsionskomponenten in den Hintergrund treten [29, S. 12]. Dies ist durch den Einfluss der elektrochemischen Änderung der Oberfläche zurückzuführen. Diese senken[50] im Allgemeinen die Tangentialspannungen und damit Spannungsüberhöhungen im *Hertz'schen* Rauhigkeitskontakt [27, S. 53]. Die ausgebildeten Grenzschichten können zusätzlich reibungsmindernden Einfluss durch leicht scherbare Schichten ausüben [29, S. 32].

Die Schmierstoffviskosität hat keinen signifikanten Einfluss [29, S. 40], da sich durch die geringe Geschwindigkeit kein hydrodynamischer Effekt einstellt oder/und eine Mangelschmierung vorliegt, welche kaum die Täler zwischen den Rauheitsspitzen ausfüllt [29, S. 17]. Jedoch kann durchaus ein molekularer Film aus Schmierstoff zwischen den Rauheitsspitzen vorliegen [29, S. 17].

Grenzreibung tritt auch bei Grenzschmierung auf. Das bedeutet, dass die Viskosität des Schmiermittels so niedrig oder/und die Geschwindigkeit so niedrig ist, dass sich keine hydrodynamische Wirkung einstellt [29, S. 33]. Die Bedingung zum Einstellen der Grenzreibung erfolgt über die Mindestspalthöhe h_{min}. Diese hängt von den mittleren Rauheiten beider Gleitpartner ab [29, S. 12]:

$$h_{min} < \sqrt[2]{{Ra_1}^2 + {Ra_2}^2}$$

---

[45] Schmierstoffe haben noch weitere Aufgaben. Sie können antikorrosiv wirkend (Öle, Fette, Pasten); abdichten (Fette); schützen (Gleitlacke). Schmierstoffe können fest sein (Pulver: PTFE, Graphit, MoS2, usw.) [29, S. 30]

[46] Gesättigte/ungesättigte Fettsäuren; natürliche/ unnatürliche Fettsäureester; primäre/sekundäre Alkohole

[47] Aluminiumoxid mit ionischer Bindung adsorbiert polare Gruppen, wohingegen Siliziumcarbid mit kovalenter Bindung offenbar keine Adsorption eingeht

[48] Beispielsweise reagiert Stearinsäure in Anwesenheit von Wasser mit Eisenoxid zu Eisenstearat (Metallseife)

[49] Chlor-; Phosphor-; oder Schwefelverbindungen

[50] Es können durch tribochemische Reaktionen auch kontraproduktive Wirkanteile auftreten [27, S. 53]

ÜBERGANG IN DIE MISCHREIBUNG

Die Mischreibung ist charakterisiert durch einen völlig ausgefüllten Schmierspalt zwischen den Tälern der Rauheitsspitzen (siehe Abbildung 1-27 rechts 3. v. u.). Der Schmierspalt dient dabei als Reservoir, was sich hoch verschleißmindernd auswirkt [28, S. 310]. Ein durch die Grenzschicht anliegender abgemilderter Kontakt von Rauheitsspitzen tritt mit steigender Relativgeschwindigkeit der Gleitpartner zunehmend vereinzelter auf.

Gegenläufig dazu verhält sich der durch die Relativgeschwindigkeit der Gleitpartner induzierte Fördergeschwindigkeits-abhängige Hydrodynamische Effekt [29, S. 32]. Dieser fängt zunehmend die Normalkraft auf und verringert den Reibungskoeffizienten durch den Flüssigkeitsreibungsanteil. Dieser ist stark von der Schmierstofffördergeschwindigkeit abhängig und verhältnismäßig extrem niedrig [29, S. 34] (siehe kobalt-farbene Kurve in Abbildung 1-27).

Das Verhältnis des Auftretens von Rauheitsspitzenkontakt und des Gleitens über die Schmierstoffebenen bildet das Mischgebiet. Die Mischreibung stellt damit das gleichzeitige Auftreten von Grenzreibung und Flüssigkeitsreibung dar [29, S. 32]. Dabei ist der Einfluss der Adhäsion unwesentlich [29, S. 12], jedoch die Einflüsse der Chemisorption; Physisorption und Tribochemischen Reaktionen weiterhin dominant [29, S. 12]. In der Mischreibung beginnt dadurch neben der realen Kontaktfläche zunehmend die makroskopische Kontaktfläche entscheidend zu werden [29, S. 12]. Dies ist durch die sich einstellende Scherspannung des Fluids zu erklären (mehr dazu in Kapitel 1.4.7).

Mischreibung tritt auch bei Teilschmierung auf. Das bedeutet, dass die Viskosität des Schmiermittels so niedrig oder/und die Geschwindigkeit so niedrig ist, dass sich eine ungenügende hydrodynamische Wirkung einstellt. Die Bedingung zum Einstellen der Mischreibung erfolgt über die Mindestspalthöhe h_{min}. Diese hängt von den mittleren Rauheiten beider Gleitpartner ab [29, S. 12]:

$$\sqrt[2]{{Ra_1}^2 + {Ra_2}^2} \geq h_{min} < 3 \cdot \sqrt[2]{{Ra_1}^2 + {Ra_2}^2}$$

1.4.5 Indirekter Kontakt: Innere Dämpfung in Flüssigkeiten

Bildet sich zwischen zwei Reibkörpern ein dritter durchgängiger Zwischenstoff so bildet sich im Zwischenstoff ein Geschwindigkeitsgradient ein, der mit der Rheologie von Fluiden beschrieben werden kann [27, S. 62ff]. Das Band an technischen Fluiden in Antriebssträngen reicht von Ölen und Fetten; ferner zu Pasten und der biologischen Gelenkflüssigkeit bis hin zum zu Feststoff aushärtendem Silikon in Abdichtungen und Schwungraddämpfern. Die Fluide weisen sehr unterschiedliche Charakteristika im Scherspannungs-Scherraten-Verhalten auf. Eine Beschreibung der Verhalten der Fluidarten kann mit dem um 2 Parameter für die Fließgrenze erweiterten 4-Parameter-Modell erfolgen (siehe Abbildung 1-28).

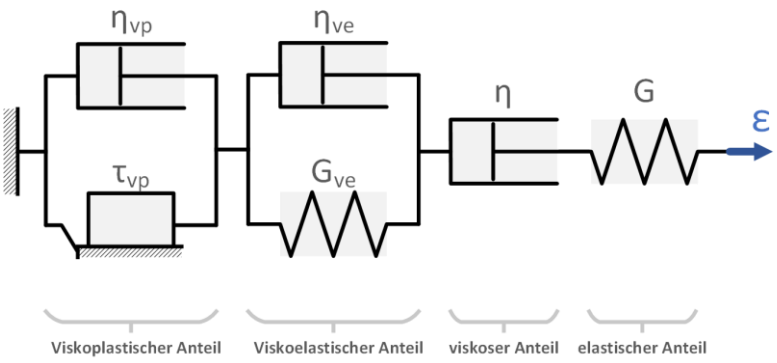


Abbildung 1-28: Generisches rheologisches Modell für das Scherspannungs-Scherraten-Verhalten für Flüssigkeiten

Idealviskose Flüssigkeiten (*Newton'sche Fluide*), wie Wasser; Aceton; Mineralöle ohne polymere Additive; Silikonöle und weitere niedermolekulare Flüssigkeiten mit einer Molmasse $M \leq 10000\ g/mol$ werden mit dem viskosen Anteil des Modells beschrieben [30, S. 31]. Der Viskose Anteil stellt eine Widerstandskraft gegen die Scherrate ($\dot{\gamma} = v/h$ siehe Abbildung 1-20) dar. Die Widerstandskraft wird vollständig im Fluid dissipiert [30, S. 33]. Die Verformung ist damit irreversibel und unbegrenzt.

Viskoelastische Flüssigkeiten verfügen über einen elastischen Anteil, der mit dem viskosen Anteil in Reihe geschaltet ist (*Maxwell-Element*). Das trifft beispielsweise für Silikone zu. Die im elastischen Anteil gespeicherte Verformungsenergie wird während einer Entspannung (*Relaxation*) zurückgegeben. Die Verformung am elastischen Element ist begrenzt und vollständig reversibel. Damit ist die Gesamtverformung unbegrenzt, jedoch teilweise reversibel, da die im viskosen Element dissipierte Energie verloren bleibt.

Der viskoelastische Festkörperanteil (*Kelvin-Element*) in Flüssigkeiten charakterisiert durch eine vollständig reversible Verformung, die durch die Federrate begrenzt wird. Das Element beschreibt Kriechprozesse in einem Fluid [30, S. 125]. Die gespeicherte Verformungsenergie wird dissipiert.

Der viskoplastische Anteil (*Bingham-Element*) wird durch eine Fließgrenze beschrieben ab der ein Fluid zu fließen beginnt[51]. Unterhalb der Fließgrenze verhält sich das Fluid demnach starr. Dies hat Einfluss auf die Ausprägung einer Propfenströmung [40, S. 31]. Die Verformung ist irreversibel; die Verformungsenergie damit verloren. Schmierfette weisen eine ausgeprägte Fließgrenze auf.

[51] Fast alle Flüssigkeiten haben eine Fließgrenze, welche jedoch sehr klein sein kann [40, S. 30]. Das Bingham-Modell nutzt die Fließgrenze als Konstante. Genauer ist z.B. das Windhab-Modell mit einem verrundeten Beginn des Fließprozesses tangential zu y-Achse und Viskositätskurve [30, S. 58].

1.4.6 Indirekter Kontakt: Nichtlinearitäten in Fluiden

Die Fließfähigkeit eines Fluids wird ermöglicht, weil zwischen den Molekülen Freiräume verbleiben, die einen Platzwechsel erlauben. Der Dichtezustand des Fluids hat maßgeblichen Einfluss auf seine Fließfähigkeit. So werden durch Kompression [52] die Freiräume verringert [30, S. 92] und durch Temperaturerhöhung die Freiräume erhöht. Die Dichte von Fluiden sinkt stark linear mit der Temperatur und steigt linear um den Faktor **|14|** geringer mit dem Druck an [29, S. 62]. Die Viskosität von Fluiden fällt mit der Temperatur in einer degressiven Exponentialfunktion [29, S. 57]. Sie steigt[53] mit dem Druck in einer progressiven Exponentialfunktion [29, S. 58].

Das Verhalten von Fluiden kann neben der Druck- und Temperaturabhängigkeit weiteren Nichtlinearitäten unterworfen sein. Eine Abhängigkeit von der Zeit führt zur degressiven Viskositätserhöhung/-verringerung mit der Beanspruchungsdauer (Rheopexie/Thixotropie) bei vollständiger Zurücksetzung nach einer Relaxationszeit[54]. Rheopexie ist in der Regel unerwünscht, da es zu inhomogenen Fließvorgängen wie Wandgleiteffekten; Entmischung und Propfenbildung führt [41, S. 135]. Sie ist in Sportanwendungen, wie Schuhsolen [40, S. 37] oder hochkonzentrierten Proteinsuspensionen [41, S. 135] zu finden. Thixotropie ist in der Mehrheit der Pasten wiederzufinden. In der Regel ist die Relaxationszeit zum Wiederherstellen der Nullviskosität deutlich länger als die Wirkzeit bis zu Sättigungseintritt [40, S. 34] [41, S. 134]. Beispiel für Fluide sind tropfarmes (thixotropes) Öl; Hyaluronsäure in der biologischen Gelenkflüssigkeit [41, S. 134] und Schlämme.

In Abbildung 2-29 sind Abhängigkeiten der Viskosität von der Scherrate aufgezeigt. Die Eigenschaft der Dilatanz wirkt mit steigender Scherrate viskositätserhöhend. Sie ist auf komplexe Strukturänderungen zurückzuführen, beispielsweise im Treibsand oder ballistischer Schutzkleidung. Gegensätzlich dazu wirkt das pseudoplastische Verhalten[55]. Dieses wird ebenfalls durch Strukturveränderungen ausgelöst und kann gezielt über Additive[56] eingestellt werden. Fluide können sich auch in zwei Scherratenbereiche wie ein *Newton'sches Fluid* verhalten so, z.B.: Mehrbereichsöle für Getriebe und Motoren.

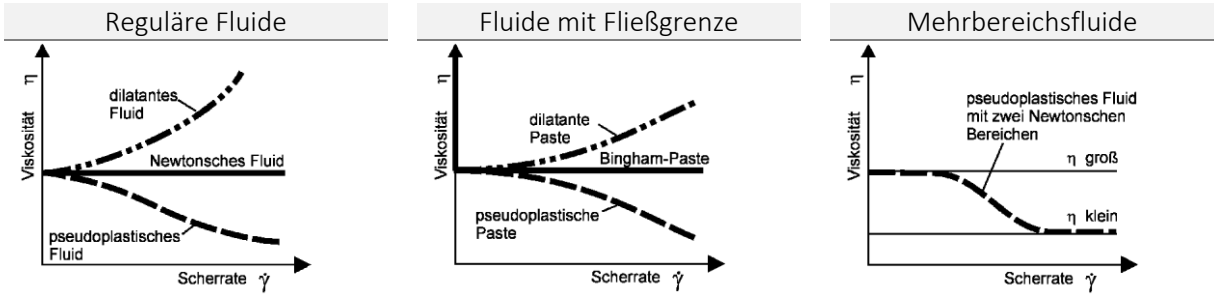


Abbildung 1-29: Auszug Nichtlinearitäten von Fluiden [29, S. 61]

---

[52] Schmierstoffe in Zahnrädern, Kugel- und Gleitlagern werden Drücken bis zu 1000 $\frac{N}{mm^2}$ ausgesetzt [30, S. 92]

[53] Die Viskosität von Wasser sinkt bei Temperaturen unter 32°C (Anmerkung: UND-Bedingung über 4°C) mit steigendem Druck. Erst über 32°C steigt die Viskosität regulär mit dem Druck [30, S. 93]

[54] Andernfalls spricht man von Pseudo-Rheopexie, bzw. Pseudo-Thixotropie

[55] Reine Mineralöle verhalten sich bis zu relativ hohen Scherraten von $\dot{\gamma} = 10^5 s^{-1} \ldots 10^6 s^{-1}$ wie ein Newton'sches Fluid. Bei höheren Scherraten (wie häufig in Zahnradgetrieben, Wälzlagern, usw.) entwickelt sich ein pseudoplastisches Verhalten [29, S. 59].

[56] Zum Beispiel können lange Moleküle statistisch richtungsunbestimmt ohne Verbundstrukturen im Fluid vorliegen. Bei Anlegung von Scherspannung erfahren sie eine Ausrichtung [29, S. 59] (Polymerdispersion mit und ohne Assoziativ-Verdicker [30, S. 69]; Silikatschichten in Lacken [30, S. 69]). Auch aufgewickelte Polymerknäuel, die sich unter Belastung aufknäulen [30, S. 69].

1.4.7 Indirekter Kontakt: Flüssigkeitsreibung

Die Flüssigkeitsreibung ist charakterisiert durch einen ausgeprägten trennenden Schmierfilm zwischen den Rauhigkeitsspitzen (siehe Abbildung 1-27 rechts 4. v. u.). Das heißt, dass während des Gleitvorgangs kein Kontakt zwischen ihnen eintritt. Damit spielen die Einflüsse der Adhäsion, sowie der realen Kontaktfläche keine Rolle mehr. Die makroskopische Kontaktfläche A und die aus der Relativgeschwindigkeit induzierte Fördergeschwindigkeit des Fluids $\bar{v}_{Fluid}$ ist nur noch entscheidend. Die mittlere Fördergeschwindigkeit bildet sich aus den vektoriellen Geschwindigkeiten der Reibflächen [29, S. 34-36]:

$$\bar{v}_{Fluid} = \frac{v_{Fläche1} + v_{Fläche2}}{2}$$

HYDRODYNAMIK

Durch die Fördergeschwindigkeit des Fluids schiebt sich die Flüssigkeit vor ein Rauheitstal und vergrößert so sukzessive den Spalt. Dies sorgt durch die im Verhältnis viel größer werdenden Spalthöhe wiederum dafür, dass der Einfluss der Rauigkeiten in der Modellierung praktisch keinen Einfluss mehr hat. Die Kontaktflächen werden in der Hydrodynamik als glatt angesehen [28, S. 235]. Bei Vergleich von *Stribeck-Kurven* unterschiedlicher Schmierstoffe in sonst identischen tribotechnischen Systemen fällt auf, dass mit Übergang von der Mischreibung in die Hydrodynamischen Schmierung die Oberflächeneigenschaften der Reibkörper und Eigenschaften des Schmiermittels außer der Viskosität sehr schnell keine Rolle mehr spielen [28, S. 235].

$$\mu = \left(\frac{\beta}{\sqrt[2]{\alpha}}\right) \cdot \sqrt[2]{\frac{A}{L} \cdot \frac{1}{F_N} \cdot \bar{v}_{Fluid} \cdot \eta}$$

Der Mindestspalt zum Herstellen der Flüssigkeitsreibung ist steigt mit der Fördergeschwindigkeit des Fluids und dessen Viskosität.

$$h_{min} = \sqrt[2]{\frac{1}{F_N} \cdot \bar{v}_{Fluid} \cdot \eta}$$

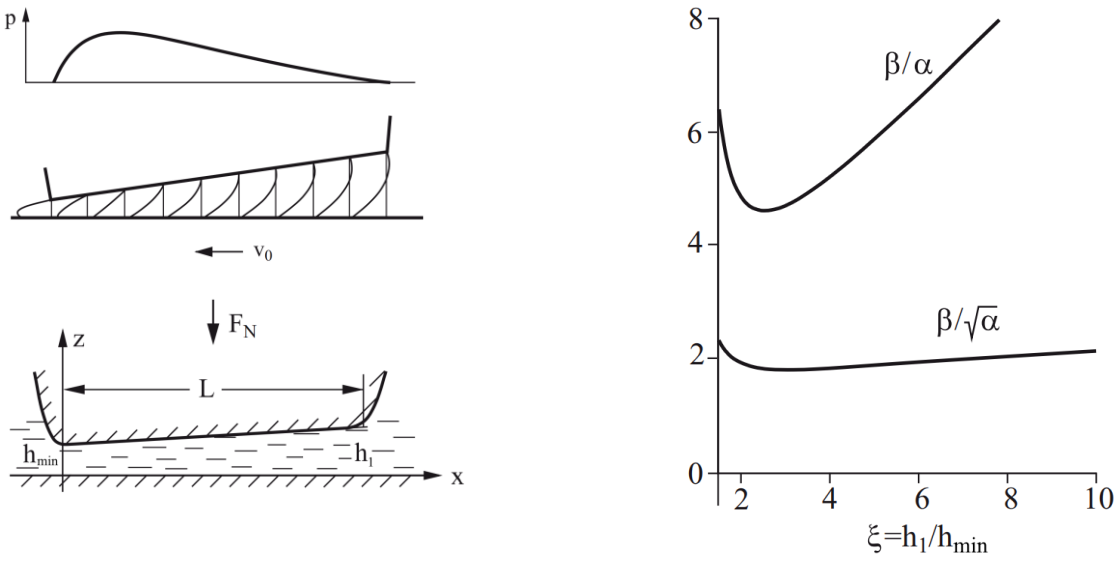


Abbildung 1-30: Druck- und Geschwindigkeitsprofil eines hydrodynamischen Körpers (links). Verhältnis Viskositäts-Druck-Koeffizienten von Spalthöhenverhältnis (mittig) [28, S. 234]

ELASTOHYDRODYNAMIK

Die Elastohydrodynamik (EHD) stellt Modelle für stark beanspruchte Reibkontakte in denen die Verformungen der Reibflächen und die Nichtlinearitäten der Viskosität bezüglich dem Druck-, Temperatur- und Schergefälle des Schmierstoffs berücksichtigt werden [29, S. 17]. Die in Tabelle 2 dargestellten Modelle berücksichtigen die Stressung des Schmierstoffes durch den Druck über den Viskositäts-Druck-Koeffizient α und die elastischen Verformungen der Reibflächen über den effektiven E-Modul E^*. Das Modell für harte Oberflächen findet Einsatz in der Berechnung von Wälzlagern und Zahnradgetrieben [29, S. 39], während das Modell für weiche Oberflächen für Gummidichtungen und Gummireifen eingesetzt wird [29, S. 40].

Tabelle 2: Elastohydrodynamische Modelle [29, S. 34]

EHD für harte Oberflächen	EHD für weiche Oberflächen
Drücke um 1MPA	Drücke 500 bis 4000MPa
$h_{min} = \frac{(\bar{v}_{Fluid} \cdot \eta)^{0,68} \cdot \alpha^{0,49}}{{E^*}^{0,117} \cdot {F_N}^{0,073}} > 0{,}1\mu m$	$h_{min} = \frac{(\bar{v}_{Fluid} \cdot \eta)^{0,65}}{{E^*}^{0,44} \cdot {F_N}^{-0,21}} > 1\mu m$
$\frac{h_{min}}{h_1} \approx 0{,}56$	$\frac{h_{min}}{h_1} \approx 0{,}77$

HYDROSTATIK

Das Modell der Hydrostatik eignet sich zur Auslegung selbst stillstehender Oberflächen, wenn diese unter Einsatz einer aktiven Schmierung betrieben werden. Diese muss über eine Pumpe mit konstantem Druck Schmiermittel in eine Tasche zuführen [29, S. 39]. Der Einsatz ist dort sinnvoll wo keine Berührung der Oberflächen der Reibpartner, auch nicht bei niedrigen Geschwindigkeiten oder Anfahr- und Abstellvorgänge einer Maschine, eintreten dürfen [29, S. 40]. Der Mindestschmierspalt hängt lediglich von der Viskosität ab [29, S. 34]:

$$h_{min} = \sqrt[3]{\frac{\eta}{F_N}}$$

VISKOSE ADHÄSION

Die viskose „Adhäsion“ beschreibt einen Effekt, der zwei Reibpartner aneinanderhaften lässt, wenn diese durch einen Schmierstoff vollständig verbunden sind. Der Effekt hat weniger mit Adhäsion zu tun als, dass die Flüssigkeit zum Trennen der Reibkörper Zeit benötigt, um wieder einzuströmen [28, S. 230]. Der Effekt wird ruckartig umgangen, wenn Kavitation (Bildung und Zusammenschluss von Dampfblasen) den Zwischenraum füllt [28, S. 236]. Im Umkehrschluss wird durch das Zusammendrücken zweier Körper die Flüssigkeit herausgequetscht.

2 Analyse moderner Antriebsstrang-Komponenten

Auf dem Fahrradmarkt ist eine Vielzahl an Zulieferkomponenten verfügbar, mit welchen ein Antriebsstrang konfiguriert werden kann. Um einen Überblick zu erhalten wird eine umfassende Marktanalyse erstellt, welche den Einsatz der Komponenten visualisiert. Die zutage tretenden Baugruppen sind der Ausgangspunkt für die Untersuchungen dieses Kapitels. Die Aufgabe ist die Grundlage zu schaffen, die Komponentenkombination identifizieren zu können, welche am wenigsten Verluste aufweist.

Die in Kapitel 1.4 erarbeiteten Grundlagen stellen das Fundament für die unabhängige Bewertung[57] zur Verfügung stehender Antriebsstrangkomponenten dar. Hierzu wird die Literatur auf bestehende empirische und theoretische „atomare“ Reibungsmodelle für Maschinenelemente durchforstet. Die Reibungsmodelle werden in der Programmierumgebung von *R* abgebildet und visuell untersucht[58].

Mit den „atomaren“ Reibungsmodellen der Maschinenelemente kann eine Zerlegung der Zulieferkomponenten in Maschinenelemente erfolgen. Dies kann bis zu dem Grad gefundener „atomarer“ Reibungsmodelle erfolgen[59]. Sollten keine Reibungsmodelle gefunden werden, wird entweder entschieden eigene Reibungsmodelle zu entwickeln oder es wird aus zeitlichen Gründen auf die Modellierung einer Baugruppe verzichtet, wenn abzusehen ist dass diese in der weiteren Entwicklung keine Rolle spielen wird. Das Zusammenspiel der Reibungsmodelle kann aufgrund der Parametervielfalt erst in einem späteren Stadium erfolgen (Kapitel 3.2), in welchem Antrieb und Verkettung der Baugruppen zu einem Antriebsstrang fest definiert sind.

Schließlich wird versucht die wichtigste Komponente des Antriebsstrangs zu modellieren: den Menschen. Das Ziel der Arbeit ist die Festlegung des Antriebsstranges. Hierzu zählt unmittelbar die Festlegung der Fahrerposition. Da sich die Fahrerposition jedoch Auswirkung auf die Leistungsfähigkeit des menschlichen Antriebs auswirkt, ist ein Modell zu erarbeiten mit welchem diese hervorgesagt werden kann. Für den Antriebsstrang ist außerdem die gesamte von Bedeutung, wenn eine bestimmte Endgeschwindigkeit erreicht werden soll. Dahingehend ist eine Modellierung wünschenswert, welche einen optimalen Betriebsdrehzahl-Bereich vorschlägt.

> *Der Antriebsstrang hat folgende Funktionen zu erfüllen. Das vom [Mensch] zur Verfügung gestellte Antriebsmoment muss zu den Rädern mit möglichst geringen Verlusten weitergeleitet werden. […] Wird mehr als eine Achse angetrieben, muss die [Antriebsleistung] entsprechend auf mehrere Achsen aufgeteilt werden.*
> *[42, S. 667]*

---

[57] Es sind zwar Wirkungsgradmessungen von Zulieferteilen im Bereich der Fachzeitschriften und vereinzelt Wirkungsgrade von Herstellern veröffentlicht, jedoch stellt die unvoreingenommene Vergleichbarkeit dieser Komponenten ein Problem dar. Die Reibungsverluste / der Wirkungsgrad ist vom anliegenden Betriebszustand abhängig und lässt sich nicht vereinfacht durch eine einzige Zahl beschreiben.

[58] Eine visuelle Betrachtung von Reibungskennfeldern kann dabei helfen komplexe Zusammenhänge zum Auffinden eines Minimus aufzufinden, welche aus der Betrachtung der zugrundeliegenden Formeln eventuell nicht (sofort) ersichtlich ist.

[59] Komplexe Baugruppen werden Schwierigkeiten in der Modellbeschreibung auslösen, da „atomare“ Reibungsmodelle bereits eine Begrenzung der Betriebsbedingungen, bzw. eine begrenzte Anzahl Faktoren bereitstellen.

2.1 Marktanalyse der Antriebsstränge von Liegerädern

Um einen Eindruck etablierter Konfigurationen im Antriebsstrang von Liegerädern zu erhalten wird eine systematische Untersuchung verfügbarer Quellen vorgenommen. Qualitative Informationen zur historischen Entwicklung der Antriebsstränge von Liegerädern sind dabei nur schwer bis gar nicht zu erfassen. Ein Sammelpunkt zur Zusammentragung von Entwicklungen ist in den Seminaren zum Design des Velomobils verfolgbar [43] [44] [45] [46] [47] [48] [49] [50]. Dabei sind, im Gegensatz zu den Liegerädern, insbesondere die Antriebsstränge der Velomobile ein Mysterium, da neben fehlenden Angaben die Karosserie den Aufbau des Antriebsstrangs stets verdeckt.

Ende 1997 hat *Thomas Senkel* eine Analyse von Liegerädern nach Antriebsstrang mit Radgrößen, Sitzposition, Tretlagerposition und nach der Lenkung vorgenommen [51]. In seiner Sammlung werden insgesamt 41 Varianten, bzw. 39 Modelle erfasst. Das Vorgehen über die verwendeten Prinzipskizzen wird übernommen. Die Prinzipskizzen werden jedoch in ihrer Variabilität um die Lenkung und auf eine einheitliche Radkonfiguration reduziert (siehe Abbildung 2-1).

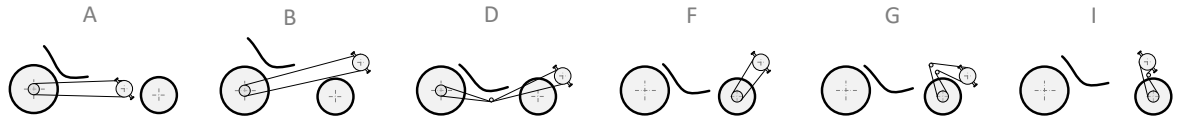


Abbildung 2-1: Bauformen der Modelle des von *Senkel* 1997 erfassten Datensatzes. Anlehnung der Darstellung an [51] unter Ausschluss der Lenkvarianten

Die *Bauform D* ist nur möglich durch den Einsatz zweier Vorderräder. Alle anderen Varianten können mit einem Vorder- und Hinterrad realisiert werden. Der Einsatz eines 26-Zoll-Hinterrades oder 28-Zoll-Hinterrades in Kombination mit einem 20-Zoll-Vorderrad ist üblich (siehe Abbildung 2-2 rechts). Dabei bewirkt ein kleines Vorderrad die Möglichkeit einer tiefen Sitzposition und damit geringen Luftwiderstand, während ein großes Hinterrad als Teil der Gesamtübersetzung, eine Konfiguration mit üblichen Antriebskomponenten des Fahrradbereiches hinsichtlich der Entfaltung erlaubt [51, S. 3].

Die *Bauform B* ist die mit Abstand am häufigsten vertretende Variante. Daneben nimmt die *Bauform A* einen kleinen Anteil ein, während die restlichen Bauformen nur vereinzelt auftreten (siehe Abbildung 2-2 links).

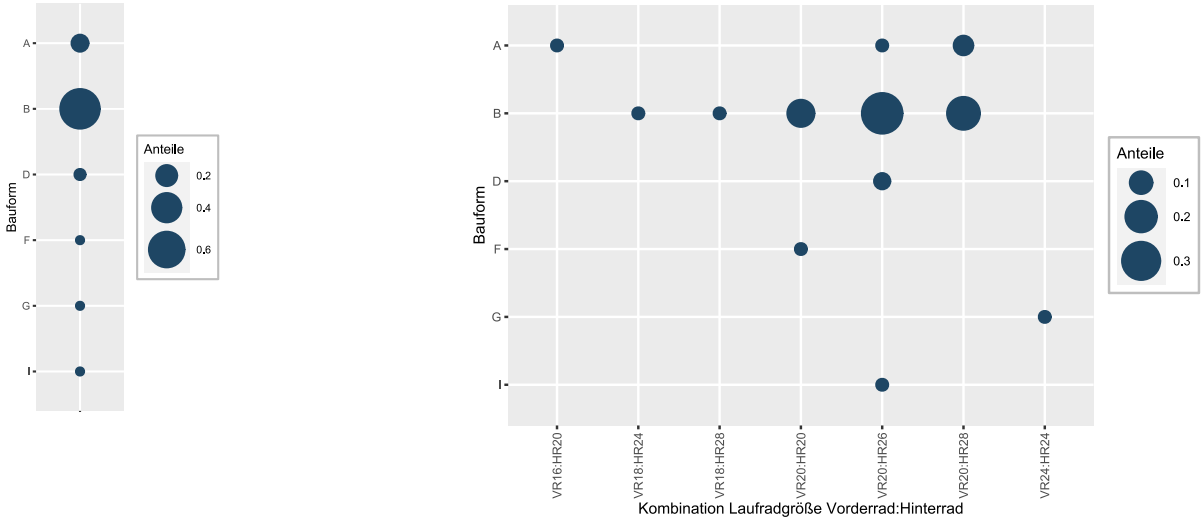


Abbildung 2-2: Anteile der Bauformen in den Modellen - und Anteile der Kombination von Laufradgrößen an den Varianten des von *Senkel* 1997 erfassten Datensatz

Nach *Senkels* Vorbild werden bis zu 1368 aktuell online-verfügbare Datensätze verschiedener Antriebsstrang-Varianten katalogisiert (darin erhöhen Motoren, Akkus, Getriebe und Laufradgrößen die Variantenzahl der Modelle). Die Bauformentiefe (siehe Abbildung 2-3) der Prinzipskizzen wird durch den Einsatz von Umlenkrollen und Zwischengetriebe in der x-Achse erhöht. Die Bauformenbreite wird durch entsprechende grundlegende Anordnungen in der y-Achse erweitert. Die grundlegenden *Bauform Z* und *Bauform ß* umfassen dabei handangetriebene Modelle. Die *Bauformsubgruppen *2** signalisieren den Einsatz von Spann- und Umlenkrollen. *Bauformsubgruppe *3* umfasst Spannrollen zur Tretlagerverstellung. *Bauformsubgruppe *x** stellt eine dritte Achse dar und steht für Zwischengetriebe.

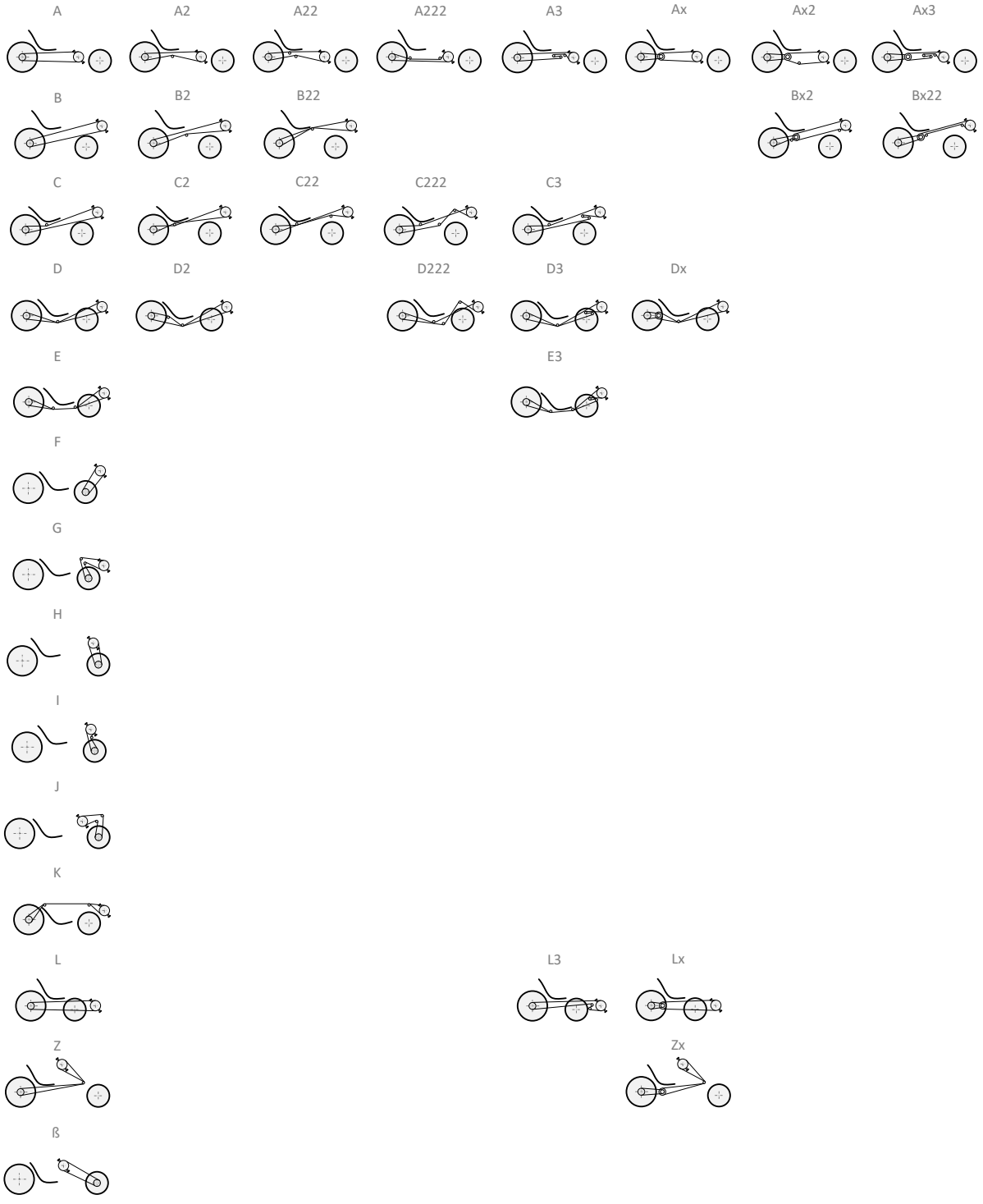


Abbildung 2-3: Bauformen der Modelle des 2022 erfassten Datensatzes. Anlehnung der Darstellung an [51]

Eine vergleichende Untersuchung der Datensätze von 1997 und 2022 auf Modellebene (vergleiche Abbildung 2-4 links und rechts) zeigt deutlich, dass die dominierende *Bauform B* immer noch in Form der *Bauform B* und *Bauform C* vorliegt. Die *Bauform A* der Langlieger ist weiterhin präsent. Sehr stark gestiegen ist der Marktanteil der *Bauform D*, welche Fahrzeuge mit 2 Vorderrädern umfasst. Den Anteil der *Bauform ?* bilden Velomobile und eine Reihe Modelle des Herstellers *Bacchetta*, die aufgrund fehlender Bilder nicht katalogisiert werden konnten.

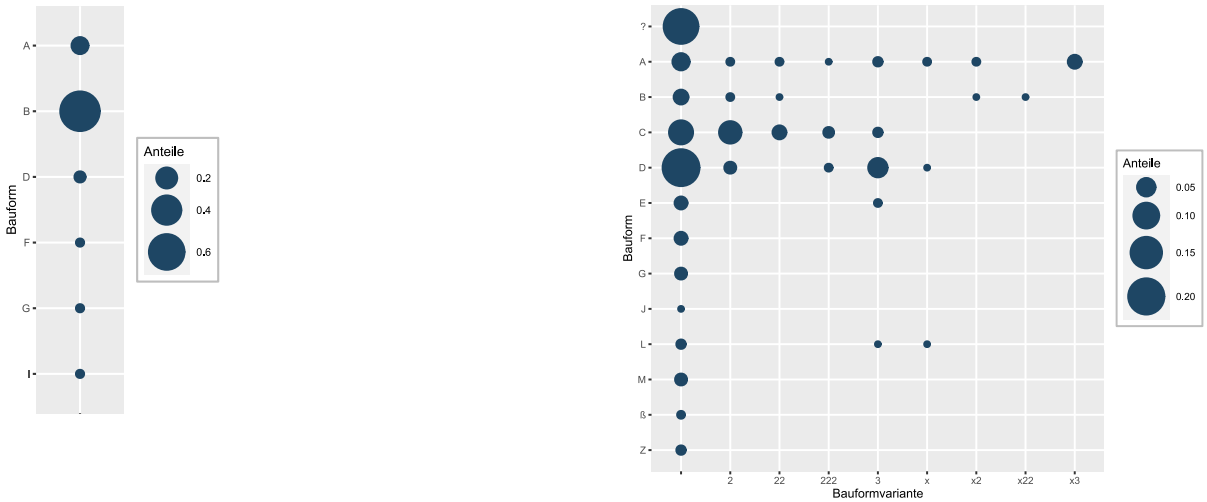


Abbildung 2-4: Verstärkung der Variation in Bauform und Änderungen der Bauformanteile von 1997 (links) zu 2022 (rechts)

In Abbildung 2-5 wird eine Untersuchung auf der spezifischen Variantenebene vorgenommen[60]. Es wird bestätigt, dass der Anteil spezifischer Varianten mit zwei Vorderrädern ähnlich stark präsent ist wie der Anteil von Liegerädern mit einem Vorder- und Hinterrad. Modelle mit vier Rädern scheinen exotisch. Langlieger der *Bauform A* weisen typischerweise ein Vorderrad und zwei Hinterräder auf. Interessant ist, dass die *Bauform D* und *Bauform E* auch für Zweiräder eingesetzt wird, da dadurch mit einer Vorderlenkung Probleme mit Kollision -, Entspannung - und Verdrillung der Kette zu erwarten sind.

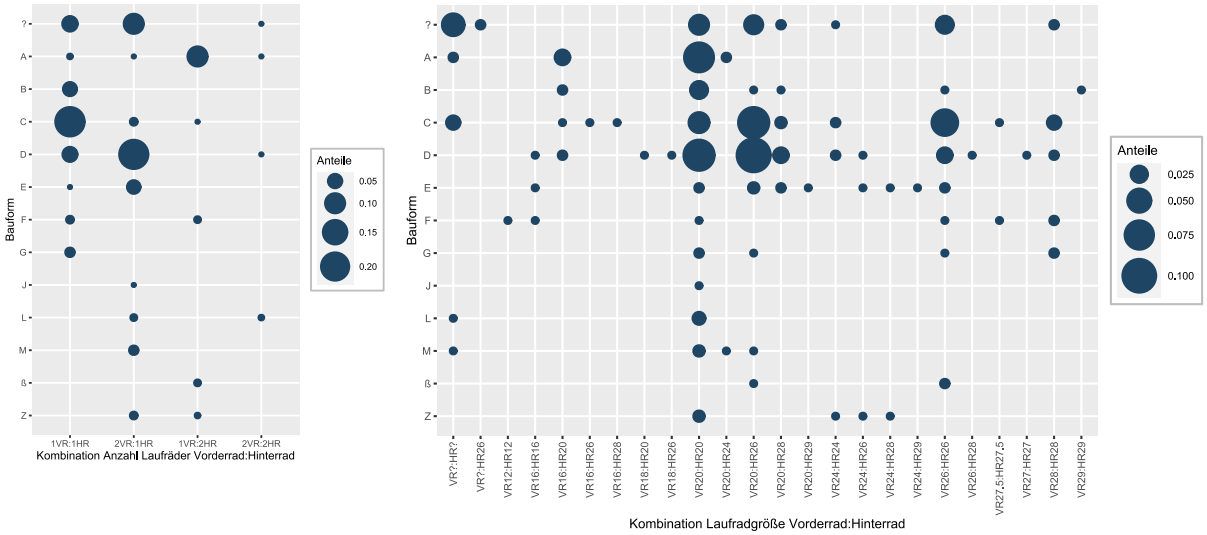


Abbildung 2-5: Anteile der Anzahl an Laufrädern (links) und Laufradgrößen (rechts) in den spezifischen Varianten von 2022

[60] Auf Variantenebene werden die Anteile am Gesamtmarkt durch Modelle hoher Variantenvielfalt verzerrt. Deswegen wird eine Ausfilterung von Varianten vorgenommen, die nicht die Anzahl der Laufräder (Abbildung 2-5 links) und die Laufradgrößen (Abbildung 2-5 rechts) betrifft. Um beide Diagramme miteinander unverzerrt vergleichen zu können, werden beide mit der gleichen Filterung versehen.

Aus Abbildung 2-5 rechts ist abzuleiten, dass die Langlieger der *Bauform A* vorwiegend mit 20-Zoll-Rädern bestückt sind, was eine Senkung des Schwerpunkts und Luftwiderstands nach sich zieht. Ausführungen mit 20-Zoll-Rädern sind mit der Paarung von 20-Zoll-Vorderrädern und 26-Zoll-Hinterräder die am häufigsten auftretenden spezifischen Varianten im Modellspektrum. Der Anteil an Konfigurationen mit 20-Zoll-Vorderrädern und 28-Zoll-Hinterrädern ist gegenüber dem Datensatz von 1997 zurückgegangen (vergleiche Abbildung 2-2 rechts).

In Abbildung 2-6 ist die Variationstiefe der Liegeräder über die Modelle aufgetragen. Dabei weisen Modelle der Hersteller *Veloks*; *UTCustom* und *HP Velotechnik* durchgehend hohe Variationstiefen im Antriebstrang auf. Die mit Abstand größte Variationstiefe bietet das Modell *MK3 MiD* des dänischen Herstellers *Veloks*. Das Modell weist als einziges einen Mittelmotor auf, welcher nicht in das Tretlager integriert ist. Die extreme Variantenvielfalt des Herstellers *Veloks* faktorisiert sich durch mehrere Akkupakete und Leistungsklassen von Elektromotoren, während der Hersteller *UTCustom* eine extreme Bandbreite an Getriebekombinationen anbietet.

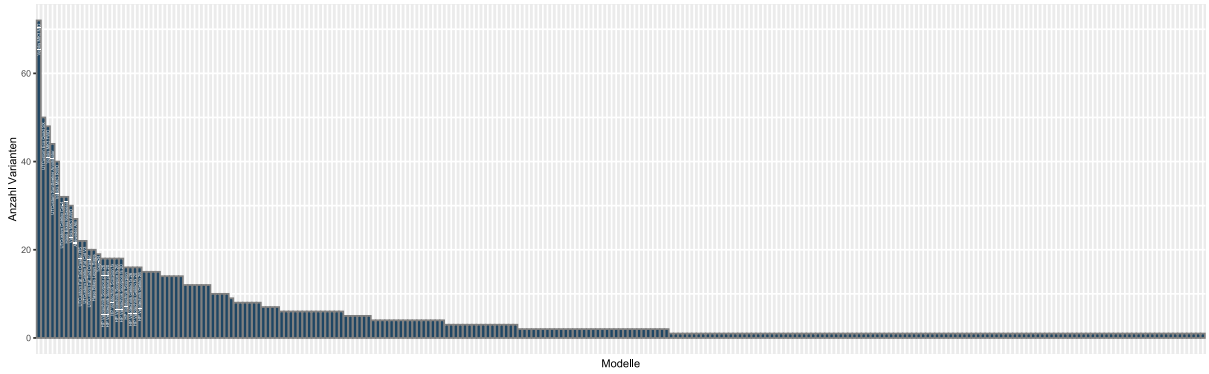


Abbildung 2-6: Variationstiefe über die Modelle von 2022. Modelle mit mehr als 15 Varianten beschriftet

Die Einstellung zur Variationstiefe von Herstellern kann über die Relation der Modellanzahl zur Variantenanzahl betrachtet werden (siehe Abbildung 2-7). Dabei führen die in Abbildung 2-6 aus den hervorgehobenen Varianten identifizierten Hersteller das Feld an. Um eine halbe bis drittel Länge hinterher folgen die Hersteller *Toxy, Hase Bikes*, *Challenge Bikes* und *Sinner*. Die Hersteller *Bacchetta*; *Catrike*; *Specbike*; *Cruzbike*; *Birkenstock Bicycles*; *Zockra*; *Pelso* und *Optima* pflegen eine strikte Modellpolitik ohne Variationstiefe, wobei die letzten drei Hersteller scheinbar ausschließlich ein einziges Modell vertreiben.

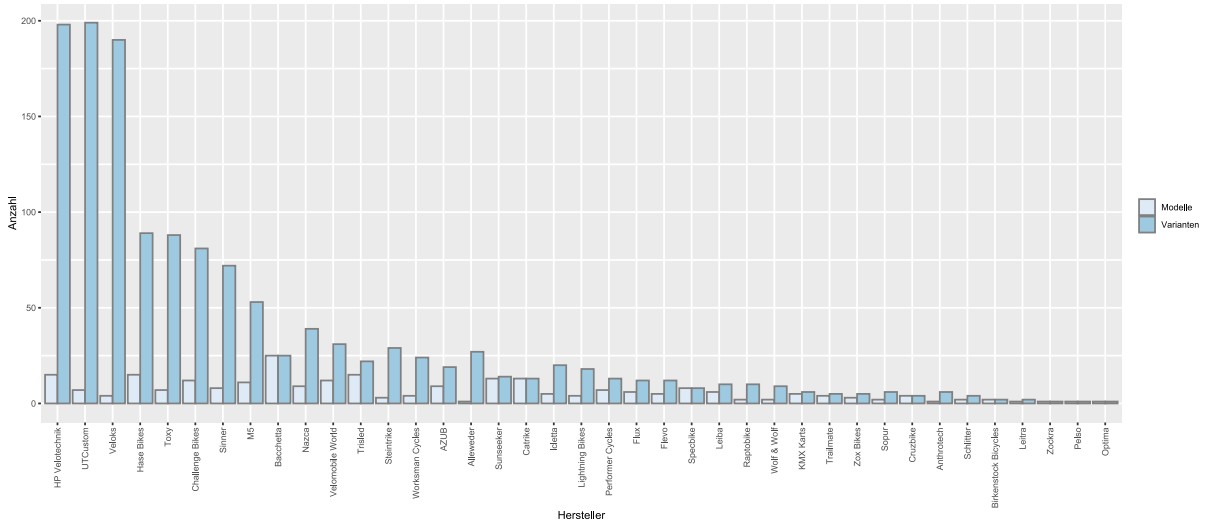


Abbildung 2-7: Anzahl von Modellen und Varianten über die Hersteller in 2022

In Abbildung 2-8 wird die errechnete Anzahl möglicher Gänge[61] (links) und die absoluten (relativen) Anteile der Antriebsart bezogen auf sämtliche Varianten gemessen. Der Großteil der Varianten ist mit 56% unmotorisiert[62]. Im Bereich der motorisierten Antriebsstränge überwiegt mit 60% der in das Tretlager integrierte Mittelmotor. Nur ein Modell des Herstellers *Veloks* wird dabei mit einem Tretlager-externen Mittelmotor angetrieben. Der Einsatz von in die Naben integrierter Front- und Heckmotoren teilt sich in etwa gleich auf. Ein Modell des Herstellers *Veloks* weist sogar sowohl einen Front- als auch einen Heckmotor auf.

Velomobile haben vermutlich[63] die höchste Anzahl an Gangkombinationen und wahrscheinlich auch der Spreizung. Das *Quatrevelo* des Herstellers *Velomobile World* weist eine Anzahl von 308 Gangkombinationen auf. Bis herab in den Bereich von 42 Gangkombinationen dominiert fast ausschließlich der Hersteller *UTCustom*. Dies wird bewirkt durch die Vorschaltung eines Mittelgetriebes an ein Nabengetriebe, bzw. Schaltwerk. Weitere charakteristische Gangkombinationen sind:

- Die Kombination unendlich: Diese tritt bei Nutzung eines *NuVinci*-Getriebes auf
- Kombinationen 21, 24, 27 und 30, als Vielfache von 3, treten sehr häufig bei Nutzung eines Umwerfers oder einer *Dual-Drive*-Getriebenabe von *SRAM* oder *Sturmey Archer* auf
- Die Kombination 14: Diese tritt fast ausschließlich bei Nutzung eines *Rohloff*-Nabengetriebe auf
- Die Kombination 8: Diese tritt fast ausschließlich durch Einsatz von *Nexus*- und *Alfine*-Nabengetriebe des Herstellers *Shimano* auf
- Die Kombination 3 und 5: Diese treten fast ausschließlich bei Nutzung eines *Shimano-Nexus*-Nabengetriebe auf

Der übliche Bereich von Gangkombinationen für Liegefahrräder ist zwischen 9 und 30 anzusiedeln. Fahrzeuge mit ausschließlich einem Gang werden durch die Hersteller *Worksman Cycles* und *Trailmate* angeboten.

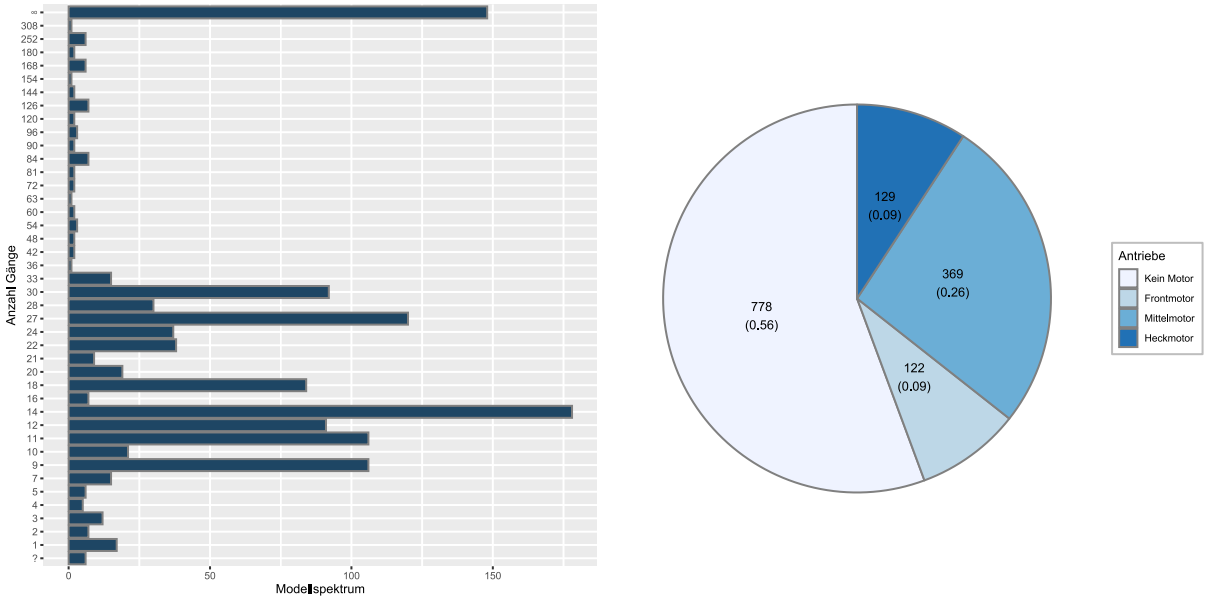


Abbildung 2-8: Anzahl der Gänge aus den Getrieben (links) und Anteile der Antriebe (rechts) im Modellspektrum 2022

[61] Die sich einstellende Spreizung der Getriebekombinationen wäre grundsätzlich interessanter als die kombinatorische Anzahl der Gänge. Jedoch ist die Datenlage bezüglich sämtlicher Kettenblätter und Ritzel großflächig dünn, sodass die Erfassung dieser Parameter nicht erfolgt ist.

[62] Der Anteil wird durch die häufige Option mehrerer Akkupakete von schätzungsweise 72% geschmälert

[63] Sämtliche nicht zu ermittelnde Gangkombinationen entstammen Datensätzen von Velomobilen

In Abbildung 2-9 ist die relative Auftretenshäufigkeit der Kombination von Antriebskomponenten in sämtlichen Varianten dargestellt[64]. Der Einsatz eines Frontmotors wird zu gleichen Teilen von etwa 39% mit einem Mittelgetriebe oder einer Nabenschaltung umgesetzt. Aufgrund der wenigen Modelle mit Frontmotor wichten die Varianten des einzigen Allradmodells mit 25% Anteil ein.

Mittelmotoren hingegen werden in 29% der Fälle mit einem Schaltwerk und 62% der Fälle mit einer Nabenschaltung betrieben. Das liegt daran, dass nur Mittelgetriebe kompatibel sind, welche als nachgeschaltetes 2-Gang-Planetengetriebe (Overdrive-Getriebe) arbeiten.

Die Kombination von Mittelgetrieben mit Heckmotoren umfasst 25%. Diese Kombination bietet sich an, da eine Heckschaltung entfallen kann.

Mittelgetriebe werden in 35% der Varianten mit einer Nabenschaltung kombiniert. Der Einsatz von Doppelfreiläufen und Differentialen ist mit 8% und 5% in der Schaltgetriebeklasse am höchsten. Diese Kombination benötigt nicht den Einsatz eines Zwischengetriebes.

Ein Umwerfer wird in 90% der Fälle mit einem Schaltwerk kombiniert. Das Kombinieren einer Nabenschaltung mit einem Differential (8%), lässt auf die Ausführung als Zwischengetriebe schließen.

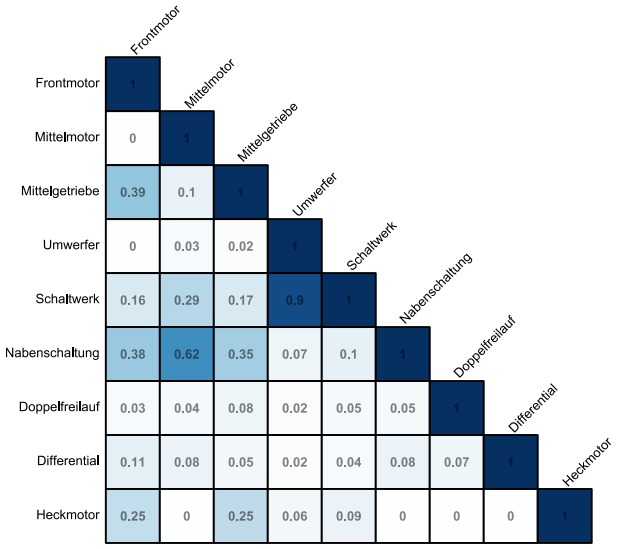


Abbildung 2-9: Korrelationsmatrix Antriebsstrangelemente im Modellspektrum 2022

In den folgenden Abbildungen wird den einzelnen Kombinationspfaden auf den Grund gegangen. In ihnen werden die Hersteller in einer Antriebskomponentengruppe hervorgehoben. Die Kombinationspfade sind über die Pfadbreite anteilsmäßig auf alle Varianten normiert.

In Abbildung 2-10 oben ist zu erkennen, dass *Grin*-Frontmotoren häufig mit einem *Pinion*-Getriebe kombiniert werden. Ein nachfolgender Teil davon wird mit einem *Mac*-Heckmotor kombiniert. Der Hersteller *Hase Bikes* kombiniert *Heinzmann*-Frontmotoren sogar mit einem Differential.

Im Bereich der Mittelmotoren ist der Hersteller *Shimano* dominant (siehe Abbildung 2-10 mittig). Auffällig sind Mittelmotoren des Herstellers *Cyclone*, die mit einem *Pinion*-Getriebe kombiniert werden. Die Modelle der anderen Hersteller schließen das aus, da die Motoren in das Tretlager integriert sind.

[64] Durch die Normierung der Häufigkeiten ähnelt die Darstellung einer Korrelationsmatrix [52, S. 369-371]. Diese ist symmetrisch, da die Kombinationsvektoren identisch sind. Die Diagonale in einer solchen Matrix ist stets 1.

Mittelmotoren werden mit Nabenschaltung beliebiger Hersteller häufig kombiniert. Der Hersteller *Hase Bikes* kombiniert Mittelmotoren sogar mit einem Differential.

Heckmotoren aller Hersteller werden zu überwiegenden Teilen ausschließlich mit einem *Pinion*-Getriebe kombiniert (siehe Abbildung 2-10 unten).

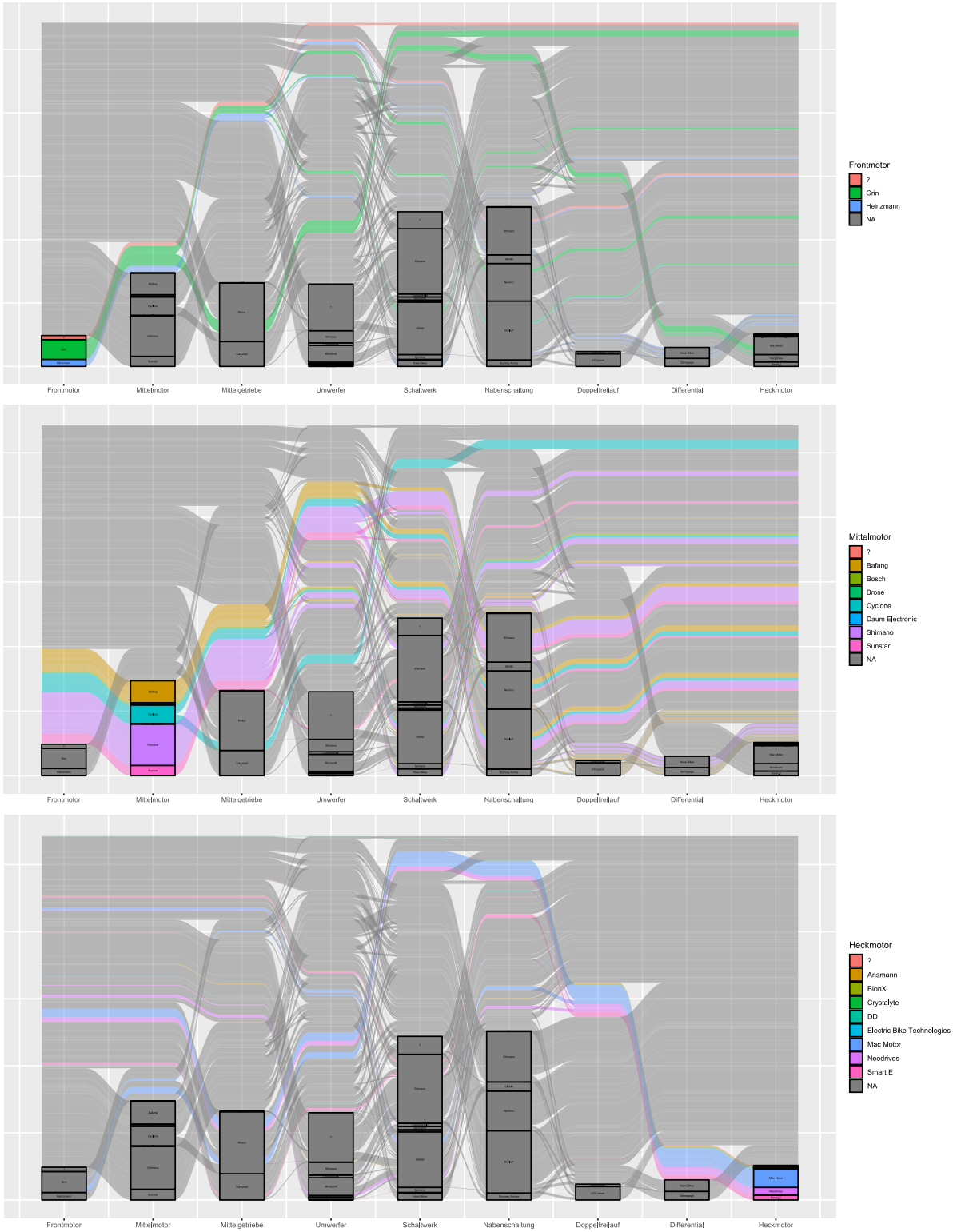


Abbildung 2-10: Kombination von Antriebstrangkomponenten mit Frontmotor (oben); Mittelmotor (mittig) Heckmotor (unten)

Im Bereich der Mittelgetriebe (siehe Abbildung 2-12) werden *Pinion*-Getriebe zum großen Anteil als einziges Getriebe im Antriebsstrang eingesetzt. Der Variantenanteil an *Schlumpf*-Getrieben ist bedeutend geringer. Diese Getriebe werden fast ausschließlich in Kombination mit anderen Getrieben eingesetzt. Dies sind zu sehr großen Anteil Nabengetriebe der Hersteller *Shimano*, *NuVinci* und *Rohloff*. Bemerkenswert ist einer geringe Anzahl Kombinationen der beiden Mittelgetriebehersteller mit einem Umwerfer. Der Hersteller *ATS* ist mit seinem Overdrive-Getriebe nur in einer einzigen Variante[65] anzutreffen. Es wird mit einem Schaltwerk kombiniert und ersetzt damit den Umwerfer.

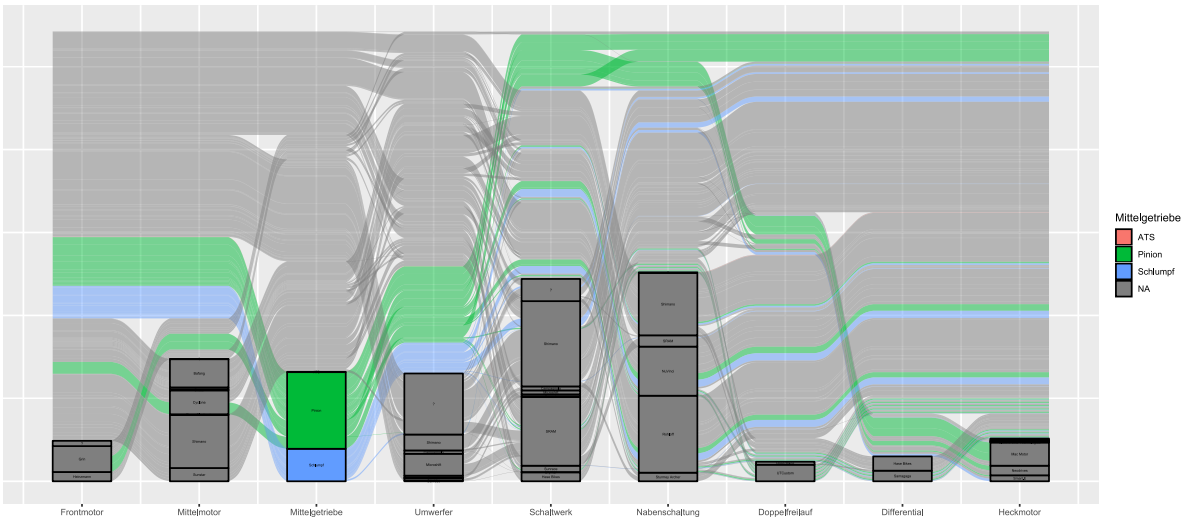


Abbildung 2-11: Kombination von Antriebstrangkomponenten mit Mittelgetrieben

Die Angaben zum Hersteller des Umwerfers werden zum überwiegenden Teil vernachlässigt (siehe ? in Abbildung 2-12). Ungewöhnlich ist die Kombination eines kleinen Teiles an Varianten mit Nabengetrieben der Hersteller *Rohloff*, *NuVinci* und *Shimano*, da sie keine Dual-Drive-Getriebenaben anbieten. Im Bereich der Umwerfer ist der Hersteller *Microshift* dominant. Die Umwerfer werden mit eigenen - und Schaltwerken der Hersteller *SRAM*, bzw. *Shimano* kombiniert. *Shimano*-Umwerfer werden fast ausschließlich mit *Shimano*-Schaltwerken betrieben. Die Hersteller *S-RIDE* und *Campagnolo* tauchen zu 100% nur in Kombination mit *S-RIDE* Schaltwerken auf

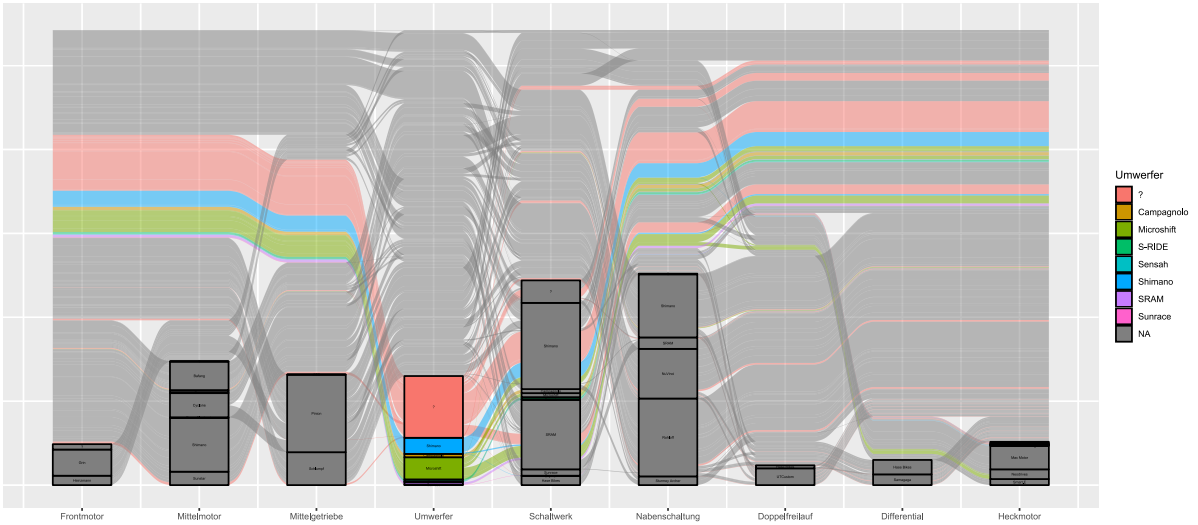


Abbildung 2-12: Kombination von Antriebstrangkomponenten mit Umwerfern

[65] Ein weiterer Hersteller für Tretlagergetriebe, der jedoch in keiner Variante verbaut wurde ist, Kappstein

Die Zusammenhänge zwischen Schaltwerken und Umwerfern wurden auf der vorherigen Seite erläutert. Schaltwerke stellen in der Regel die letzte Übersetzungsverändernde Getriebestufe dar (siehe Abbildung 2-13). In einigen Fällen sind Schaltwerke Bestandteil von Dual-Drive-Getriebenaben der Hersteller *SRAM* und *Sturmey Archer*. Dabei werden in der Regel *SRAM*-Schaltwerke mit *SRAM*-Getriebenaben kombiniert und *Sturmey Archer*-Getriebenaben nachweislich mit *Shimano*-Schaltwerken. Der Hersteller *Hase Bikes* hat sogar ein eigenes Schaltwerk entwickelt, um die Bodenfreiheit bei seinen Langliegern mit 20-Zoll-Bereifung nicht zu beeinträchtigen. Dieses Schaltwerk tritt in Form eines Zwischengetriebes teilweise in Kombination mit dem eigens entwickelten Differential auf.

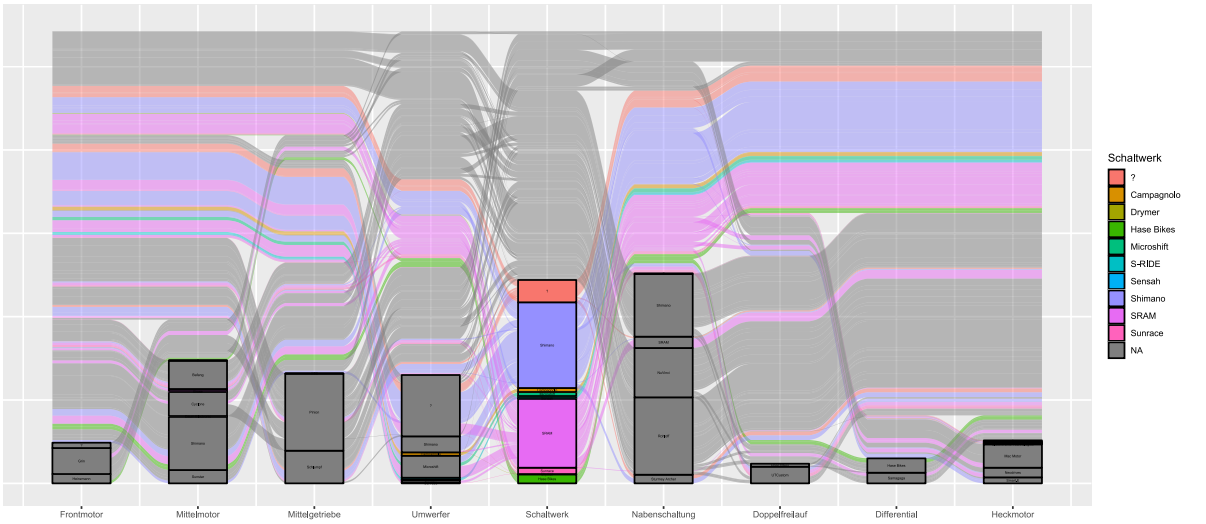


Abbildung 2-13: Kombination von Antriebstrangkomponenten mit Schaltwerken

Nabengetriebe stellen in der Regel die letzte Getriebestufe im Antriebsstrang dar (siehe Abbildung 2-14). Sie werden nicht mit Heckmotoren kombiniert. In einigen Fällen erfolgt die Nachschaltung eines Differentials, wobei das Nabengetriebe in Form eines Zwischengetriebes integriert ist. Einige Hersteller sehen auch die Nachschaltung eines Doppelfreilaufes für die Differentialfunktion vor.

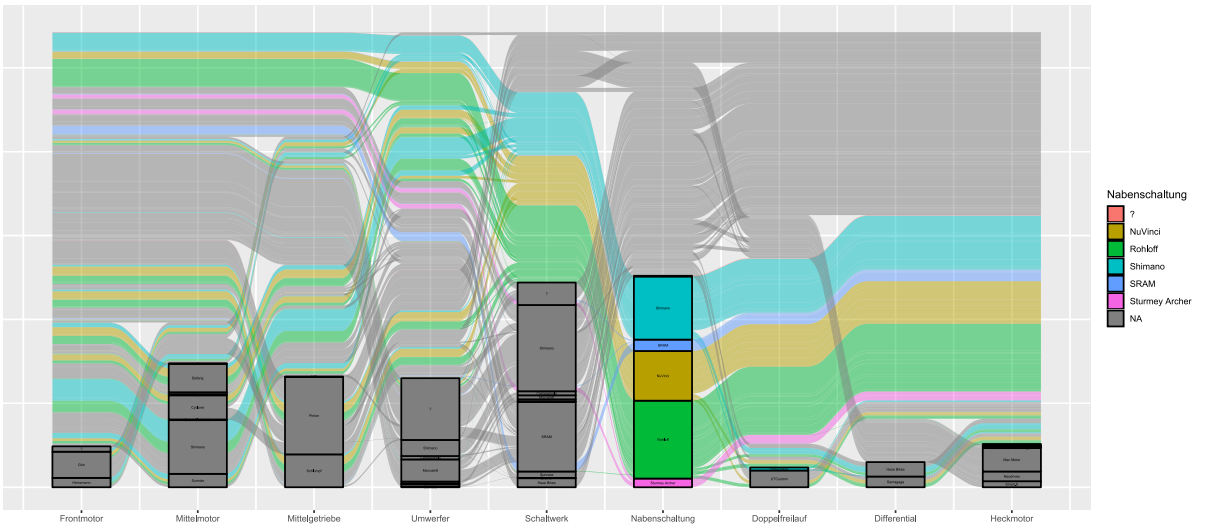


Abbildung 2-14: Kombination von Antriebstrangkomponenten mit Nabenschaltungen

Doppelfreiläufe wurden von den Herstellern *Hase Bikes* und *UTCustom* eigens entwickelt. Während der Hersteller *UTCustom* die Funktion eines Differentials durch die Verteilung des Antriebsmoments auf nur eine der beiden Achsen in der Kurvenfahrt nachbildet, hat der Hersteller *Hase Bikes* einen im Stillstand schaltbaren Freilauf entwickelt[66]. Dem Doppelfreilauf von *Hase Bikes* kann ein eigens entwickeltes Differential nachgeschaltet werden. In der Regel folgt jedoch dem Doppelfreilauf keine weitere Antriebskomponente (siehe Abbildung 2-15). Doppelfreiläufe folgen gleichermaßen auf Schaltwerke und Nabengetriebe, welche vereinzelt mit einem *Pinion*-Getriebe kombiniert werden.

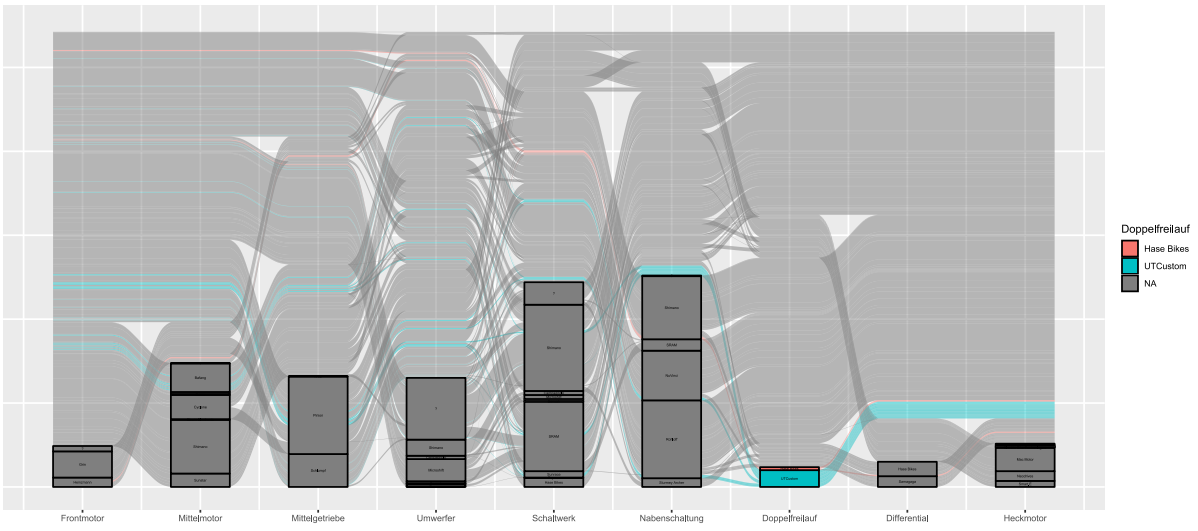


Abbildung 2-15: Kombination von Antriebstrangkomponenten mit Doppelfreiläufen

Differentialgetriebe werden von den Herstellern *Hase Bikes* und *Samagaga* angeboten. Nach einem Differential folgt keine weitere Antriebskomponente (siehe Abbildung 2-16). Differentialgetriebe folgen primär einer Nabenschaltung, was den Einsatz eines Zwischengetriebes erfordert. Ausschließlich das *Samagaga*-Differential bietet eine Kasettenaufnahme zur direkten Schaltung mit einem Schaltwerk.

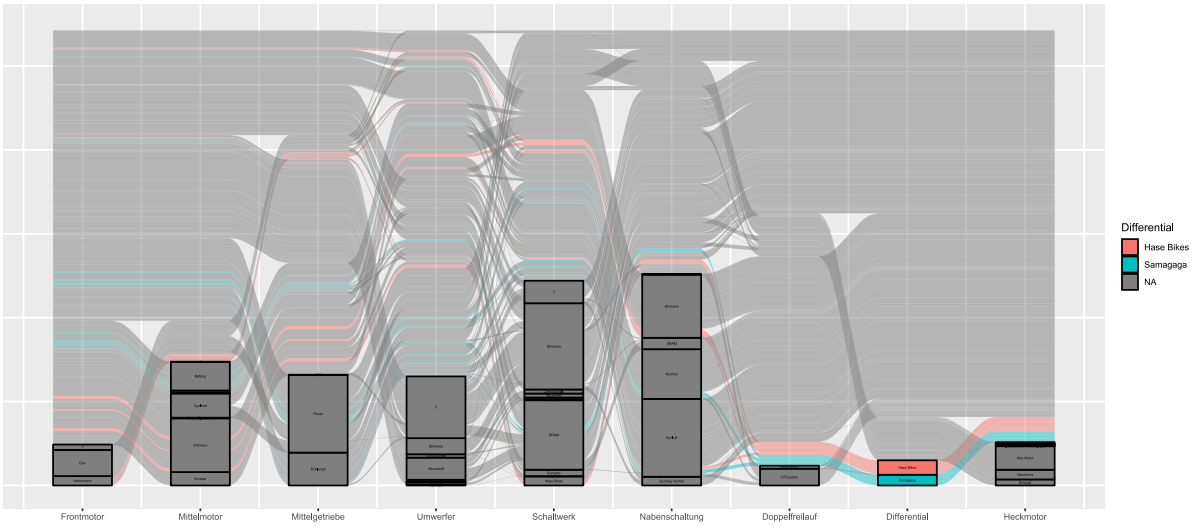


Abbildung 2-16: Kombination von Antriebstrangkomponenten mit Differential-Getrieben

[66] Dabei wird ein *Shimano-Nexus*-Nabengetriebe in die Konstruktion integriert. Mit gesperrtem Freilauf drehen die Pedale so lange mit, wie das Hinterrad dreht. Dies soll helfen die Totpunkte beim Pedalieren zu überwinden.

Neben den aufgezeigten Antriebsstrangelementen ist ein Spektrum an Umlenkrollen im Lasttrum und Leertrum des/der Kettentriebe(s) verbaut. Dies wird neben der Gewinnung von Bodenfreiheit und der Möglichkeit den Sitz tiefer zu legen auch zur Aufrechterhaltung der Spannung bei Verstellung des Tretlagers genutzt (siehe Abbildung 2-17).

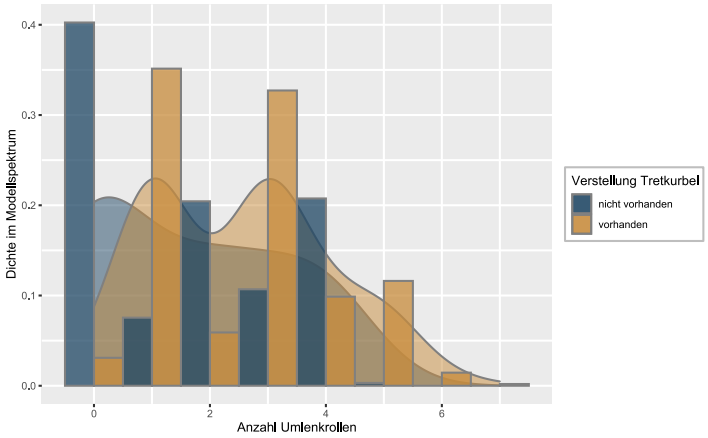


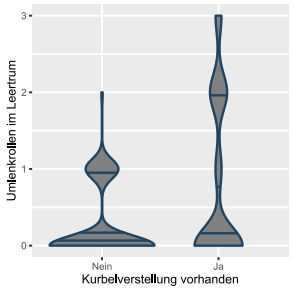
Abbildung 2-17: Auftretenshäufigkeiten der Anzahl an Umlenkrollen (inklusive Schaltwerke)

Das Fehlen von Umlenkrollen zur Kettenspannungserhaltung bei einer vorgesehenen Schnellverstellung ist ein Zeichen dafür, dass die Verstellung nicht ohne weiteres möglich ist. Die Nutzung zusätzlicher Umlenkrollen reduziert jedoch auch den Wirkungsgrad, sodass eine Schnellverstellung ohne das Aus- und Eingliedern von Kettenelementen Schwachstelle des gesamten Grundkonzeptes Kette darstellt.

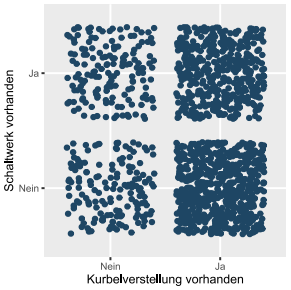
In gewissen Grenzen könnte die Nutzung von Schaltwerken eine Verstellung der Tretkurbel abfangen. Hierzu wird zunächst untersucht, ob die Anzahl an Umlenkrollen im Leertrum mit der Angabe einer Tretkurbelverstellung korreliert. Sämtliche Koeffizienten erklären einen schwachen bis mittleren Zusammenhang (siehe Tabelle 3 links). Die Untersuchung, ob der Einsatz eines Schaltwerkes mit der Angabe einer Tretkurbelverstellung korreliert wird von allen Koeffizienten einheitlich schwach bis zur Grenze der statistischen Signifikanz sogar verneint (vergleiche Streudiagramm in Tabelle 3 rechts). Die Vermutung liegt nahe, dass Schaltwerke nicht dafür gedacht sind eine Kurbelverstellung auszugleichen.

Tabelle 3: Korrelationssuche zwischen Kurbelverstellung und potentieller Kettenspannungskompensation in Form von Umlenkrollen im Leertrum (links) und Schaltwerken (rechts) [67]. Software und Grundlagen Statistik [52, S. 50-122].

Yules Q-Koeffizient	
Phi-Koeffizient	
|Kontingenz-Koeffizient|	0,44
|Cramers V-Koeffizient|	0,23
Nu-Koeffizient	
Tetrachorische Korrelation	
Biseriale Rangkorrelation	0,18
Polychorische Korrelation	0,36



Yules Q-Koeffizient	− 0,17
Phi-Koeffizient	− 0,07
|Kontingenz-Koeffizient|	0,10
|Cramers V-Koeffizient|	0,05
Nu-Koeffizient	− 0,09
Tetrachorische Korrelation	− 0,10
Biseriale Rangkorrelation	
Polychorische Korrelation	− 0,12



[67] Die Komplexität der Koeffizienten und Eignung höherer Skalenniveaus nimmt von oben nach unten zu. Der *korrigierte Kontingenzkoeffizient* und *Cramers V* geben keinen Aufschluss über die Richtung des Zusammenhanges. Die *Tetrachorische Korrelation* ist eine Vereinfachung der nur numerisch lösbaren *Polychorischen Korrelation*. Die *Polychorische Korrelation* unterstellt den Variablen eine bivariate Normalverteilung.
Sämtliche Koeffizienten sind zwischen 0 und 1 normiert, wobei 1 einen idealen Zusammenhang erklärt. Das Vorzeichen zeigt die Richtung des Zusammenhangs an, wobei positiv gleichläufig bedeutet.

2.2 Radiale Wellendichtungen

Radiale Wellendichtungen werden überall dort eingesetzt, wo ein sich in einem Gehäuse drehendes Teil in Form einer zylindrischen Welle aus dem Gehäuse herausgeführt wird. Sie haben die Aufgabe das innere Milieu des Gehäuses vom äußeren Milieu zu trennen, sei es durch Zurückhaltung von Schmierstoff aus dem Gehäuseinneren oder durch Zurückhaltung von Flüssigkeiten und Feststoffpartikeln aus der Umgebung.

Die Kontaktgeometrie der Abdichtlippen ist in der Regel sehr klein. Durch Einlaufvorgänge vergrößert sich die Kontaktfläche [53, S. 79]. Langsame Bewegungen und Mangelschmierung lösen frühzeitigen Verschleiß aus. Die Abdichtung erfolgt durch Anpressen der Abdichtlippe. Ungenügende Pressungen ermöglichen Flüssigkeiten und Gasen das Durchwandern der Dichtfläche. Die Rauheitshügel besetzte Dichtfläche bildet mit zunehmender Normalkraft zunehmend stärkere Cluster aus (siehe Abbildung 2-18), welche jedoch skalenabhängig ist[68]. Dadurch kann eine Dichtfläche nie als wirklich dicht angesehen werden. Die auftretenden Leckage-Verluste nehmen jedoch nach Erreichen der erforderlichen makroskopischen Pressung p_{erf} stark exponentiell ab. Diese ist in der Regel, wenn die Rauheitsspitzen[69] um die Hälfte ihrer Höhe deformiert sind [28, S. 112].

$$p_{erf} \approx \frac{1}{4} \cdot E^* \cdot \nabla z$$

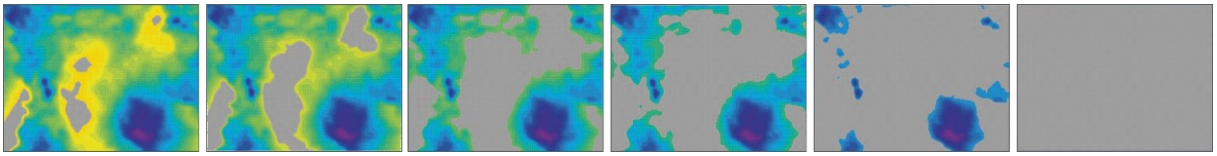


Abbildung 2-18: Zunahme des Verschlusses der realen Dichtfläche mit zunehmender Normalkraft bei begrenzter Messauflösung [28, S. 113]

Die Reibungsinduzierende Normalkraft einer Radialen Wellendichtung wird durch das Aufschieben der Dichtung auf eine größere Welle als den Innendurchmesser der Dichtlippe erreicht. Dabei wirkt die Aufweitung der Dichtlippe als eine Feder, deren Kraft aus dem Elastizitätsmodul des Werkstoffs herrührt[70]. Dichtlippenwerkstoffe sind hyperelastisch. Bei einer Dehnung des Werkstoffes herrscht nahezu vollständige Volumenkonstanz[71] [36, S. 552]. Der E-Modul von Elastomeren ist hochkomplex. Zunächst ist festzuhalten, dass Dichtungswerkstoffe weit oberhalb ihrer Glasübergangstemperatur eingesetzt werden. In diesem Bereich ergibt sich eine Abhängigkeit des E-Moduls von der Temperatur; der Vernetzung [36, S. 553]; der Längung und der Beanspruchungsdauer.

Typische Werkstoffe für Dichtungen [53, S. 63] und die entsprechenden E-Module sind in Tabelle 4 aufgeführt. Die über die Temperatur schwankenden Werte stellen ein Problem zur Einstellung der Dichtflächenpressung dar. Mangelnde Dichtspaltschmierung führt unweigerlich zu Wärmestau, welcher die Spannung weiter herabsetzt. Dem zeitlichen Setzverhalten; der Temperaturabhängigkeit und der Entspannung durch Verschleiß wird in einigen Dichtungen mit einer spannungserhaltenden Wurmfeder entgegengewirkt.

---

[68] Mit genauerer Messauflösung wird eine offene Struktur offenbart, die wieder eine Erhöhung der Normalkraft erfordert. Mit noch genauerer Messauflösung erscheinen dann wieder offene Strukturen.

[69] Mit ∇z als mittlere Steigung der Rauheitsspitzen und E^* als effektiver E-Modul der Kontaktpartner

[70] Der Wellenwerkstoff ist in der Regel dem Dichtlippenwerkstoff gegenüber als starr anzusehen [54, S. 64]

[71] Poissonzahl für Elastomere zwischen $\upsilon = 0{,}49 \ldots 0{,}5$. Der E-Modul entspricht damit dem dreifachen des G-Moduls (G-Modul für Elastomere siehe Kapitel 1.4.1).

NORMALKRAFT AUS AUFWEITUNG EINES ELASTOMERRINGS

Die sich einstellende Dichtflächenpressung und die Normalkraft lassen sich aus dem Modell der Kesselformel errechnen. Die tangentiale Spannung innerhalb der abgewickelten Dichtlippe ist dabei durch eine bekannte Vergrößerung des Innendurchmessers D zu ermitteln [54, S. 64].

$$\sigma_t = E \cdot \varepsilon_t = E \cdot \frac{\Delta D}{D}$$

Da die Dichtlippe mit der Wandstärke s dünnwandig ist, kann mit der Kesselformel die gesuchte Dichtflächenpressung mit dem Innendruck p gleichgesetzt werden. Aus der Kesselformel sind Tangentialspannung σ_t in der Dichtlippe und die Spannung an der Innenfläche σ_r bekannt [55, S. 208-209].

$$\sigma_t = p \cdot \frac{D}{2 \cdot s} \qquad\qquad \sigma_r = -p$$

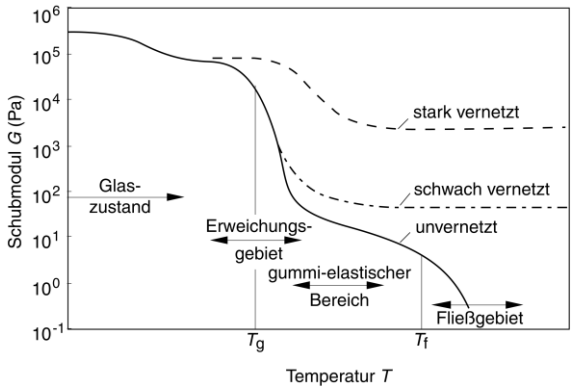
Durch Einsetzen der Radialspannung in die Tangentialspannung und Integration der bekannten Tangentialspannung aus der bekannten Aufweitung, kann die makroskopische Flächenpressung p ermittelt werden:

$$p = -2 \cdot E \cdot s \cdot \frac{\Delta D}{D}$$

Die zugrundeliegende Normalkraft geht als radiale Streckenlast über die abgewickelte Dichtlippenfläche ein. Es wird angenommen, dass die Vergrößerung des Durchmessers d die Wandstärke s der Dichtlippe reduziert, wobei die Breite b unverändert bleibt. Die Normalkraft kann nur als Druckkraft auftreten

$$F_N = \left| -2 \cdot E \cdot s \cdot \frac{\Delta D}{D} \right| \cdot (\pi \cdot (D + \Delta D) \cdot b)$$

Tabelle 4: Abhängigkeit des Schubmoduls von Polymeren in Abhängigkeit der Temperatur und der Vernetzung (Abbildung links) [56, S. 239]. Anhaltswerte des korrelierenden E-Moduls rechts durch Linearisierung der Spannung bei 100% Dehnung[72]



Werkstoff	E [N/mm²]		
NBR	2,0	...	15,0
HNBR	1,7	...	20,7
ACM	0,7	...	10,3
VMQ		6,2	
FKM	1,4	...	13,8

[72] Am 15.07.2022 online abgerufen unter: https://o-ring.info/de/technisches%20handbuch/eriks%20-%20technisches%20handbuch%20-%20basiselastomere.pdf

NORMALKRAFT AUS AUFWEITUNG EINER WURMFEDER

Wurmfedern weisen nicht eines in dem Maße von der Temperatur abhängigen Elastizitätsmoduls und -Setzerscheinungen wie Elastomere auf. Sie bestehen aus Federstahl und weisen einen G-Modul von $G \approx 73000 \frac{N}{mm^2}$ auf. Die Federrate einer Wurmfeder steigt mit dem Drahtdurchmesser d quartisch und sinkt mit dem mittleren Wurmdurchmesser D_m kubisch, sowie dem Durchmesser D linear[73] [57, S. 188].

$$k = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot {D_m}^3 \cdot \pi \cdot D}$$

Wurmfedern in Radialen Dichtringen sind in Form eines Zugfederstrangs gewickelt (siehe Abbildung 2-19 links). Eine solche Feder weist eine eingewickelte Vorspannung F_0 auf, welche einer Aufweitung ein Offset in der Kraft F auferlegt (siehe Abbildung 2-19 rechts). Die Tangentialkraft F_t von Zugfederstränge ergibt sich damit aus der Längung des abgewickelten Zugfederstrangs ΔD und der inneren Vorspannkraft F_0 [57, S. 188]:

$$F_t = F_0 + k \cdot \Delta D$$

Die auf die Kontaktfläche wirkende Radiallast F_{rl} der gespannten Feder errechnet sich durch die Projizierung auf den Wurmfederradius [57, S. 189]:

$$F_{rl} = \frac{2 \cdot F_t}{D + \Delta D} = 2 \cdot \frac{F_0 + k \cdot \Delta D}{D + \Delta D}$$

Die Streckenlast der wirkenden Radiallast F_{rl} kann in eine Ersatznormalkraft errechnet werden:

$$F_N = F_{rl} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (D + \Delta D)$$

Zur Einstellung der Normalkraft ist neben der geometrischen Aufweitung die Konfigurierung der eingewickelten Vorspannung zu berücksichtigen. Ein Festigkeitsnachweis ist durchzuführen, wobei die zulässige Spannung $\tau_{zul} = 0{,}5 \cdot R_m$ nicht zu überschreiten ist[74].

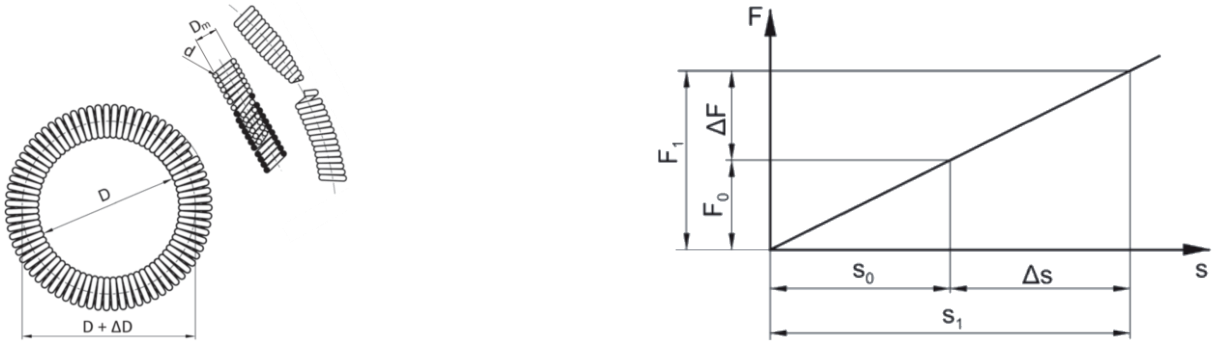


Abbildung 2-19: Maße einer Zugfederstrang-Wurmfeder (links, angelehnt an [57, S. 186]) und Kennlinie eines um die eingewickelte Vorspannkraft F_0 vorgespannten Zugfederstrangs [57, S. 209]

[73] Wobei D_m der in DIN 2097 tolerierte mittlere Wurmspiralendurchmesser und d der tolerierter Drahtdurchmesser sind. Es wird der empfohlene Kleinstwert des Wickelverhältnis $w = \frac{D_m}{d} = 4$ angestrebt [57, S. 189]. Die Werte erlauben die Berechnung des für die Festigkeitsprüfung benötigten Spannungskorrekturfaktor nach Wahl: $f = \frac{4w-1}{4w-4} + \frac{0{,}615}{w}$ [57, S. 161]

[74] Die Zugfestigkeit für Federstahl ist R_m ungefähr $1850 \frac{N}{mm^2}$. Die Spannung in der Feder errechnet sich zu $\tau_{max} = f \cdot \frac{8 \cdot F_t \cdot D_m}{\pi \cdot d^3}$ [57, S. 189]. In einem Federwindeautomaten lassen sich Vorspannungen von $\tau_{max} = 0{,}14 \cdot \tau_{zul}$, bzw. $\tau_{max} = 0{,}24 \cdot \tau_{zul}$ für das Wickelverhältnis w = 4 bei Wickelbankfertigung erreichen [57, S. 168]

REIBBEWEGUNG

Die sich makroskopisch einstellende Reibbewegung entspricht dem reinen Gleiten des abgewickelten Dichtlippen und Wellendurchmessers. Da Dichtringe im Gehäuse fest sitzen entfällt die Drehzahl ω_2 in den Berechnungen (siehe Tabelle 5). Die mittlere Fördergeschwindigkeit eines Schmierstoffes entspricht der Hälfte des Betrages der Geschwindigkeitssummen.

Tabelle 5: Geschwindigkeitsverhältnisse im Tribosystem Radiale Dichtung [27, S. 61] [29, S. 35]

Relativgeschwindigkeit	mittlere Fördergeschwindigkeit	Schlupf
$\Delta v = v_1 - v_2$	$\bar{v} = \left\lvert\frac{v_1 + v_2}{2}\right\rvert$	$s = 2 \cdot \left(\frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2}\right)$
$\Rightarrow \Delta v = \left\lvert\frac{D_1}{2} \cdot (\omega_1 - \omega_2)\right\rvert$	$\Rightarrow \bar{v} = \left\lvert\frac{D_1}{2} \cdot \frac{(\omega_1 + \omega_2)}{2}\right\rvert$	$\Rightarrow s = 2 \cdot \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1 + \omega_2}\right)$
$\Rightarrow \Delta v = \left\lvert\frac{D_1 \cdot \omega_1}{2}\right\rvert$	$\Rightarrow \bar{v} = \left\lvert\frac{D_1 \cdot \omega_1}{4}\right\rvert$	$\Rightarrow s = 2$

Die sich mikroskopisch einstellende Reibbewegung kann bei langsamen und ungeschmierten Gleitbewegungen in Form sogenannter *Schallamach-Wellen* vonstattengehen (siehe Abbildung 2-20 links). Diese Wellen durchlaufen die Materialoberfläche in Gleitbewegungsrichtung in einer höheren Geschwindigkeit als das Gleiten selbst. Der Mechanismus der eine Dynamik aus Haftreibung und Kontaktverlust darstellt, ermöglicht eine abriebfreie Bewegung entlang sehr glatten Reibpartnern [53, S. 59]. Auf der anderen Seite erzeugt der Kontakt mit Rauheitshügeln ein Einrollen, Einreißen und schließlich Abreißen von Dichtungsmaterial [53, S. 61]. Dem entgegen stehen Beobachtungen einer stationären Gleitbewegung mit stationär verzerrten Kontaktoberflächen (Abbildung 2-20 rechts). Beide Beobachtungen decken sich mit den eintretenden Verschleißbildern an den Dichtflächen [53, S. 62].

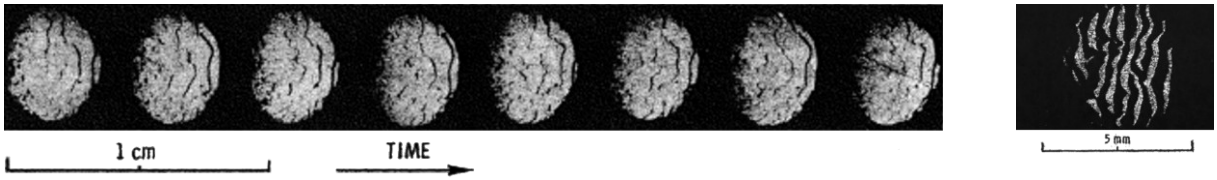


Abbildung 2-20: fortschreitende Loslösungswellen in Gleitrichtung: *Schallamach-Wellen* (links) [53, S. 59] vs. stationär verzerrte Kontaktoberflächen senkrecht zur Gleitrichtung (rechts) [53, S. 62]

Bei höheren Geschwindigkeiten baut sich unter Vorhandensein eines flüssigen Schmiermittels mit steigender mittlerer Fördergeschwindigkeit ein trennender Schmierfilm auf (siehe Kapitel 1.4.4). Der Schmierfilm sorgt für einen Abtransport der Reibungswärme, welche die Dichtlippe erweichen würde. Sobald eine völlige Trennung der Kontaktflächen erreicht ist, sind auch höhere Drehzahlen mit einer Dichtung zu fahren. In die Außenseite der Dichtlippe können hydrodynamische zentrifugale Strukturen eingearbeitet sein, die eine Förderwirkung in das Gehäuseinnere erzielen, um einer zunehmenden Leckage entgegenzuwirken. Dabei gibt es die Varianten Linksdrall, Rechtsdrall und Wechseldrall[75].

Eine hohe Fördergeschwindigkeit, die Reibungszustände jenseits der Mischreibung hervorruft, lässt zwar den Verschleiß auf ein Minimum sinken, steigert jedoch sukzessive den Flüssigkeitsreibungsanteil.

[75] Am 14.07.2022 online abgerufen unter: https://www.sealsupply.de/media/pdf/de/rotationsdichtungen/radialwellendichtringe/Funktion.pdf

BERECHNUNG DES REIBMOMENTS

Das Reibmoment M_r berechnet sich durch die, der Umfangsgeschwindigkeit Δv entgegengerichteten, Reibkraft F_r. Die Reibkraft F_r wirkt mit dem halben Hebelarm D. Sie entsteht aus der Normalkraft F_N und dem sich einstellenden Reibwert μ.

$$M_r = \frac{D}{2} \cdot F_r = \frac{D}{2} \cdot F_N \cdot \mu$$

Die Normalkraft F_N resultiert aus der auf die abgewickelte Dichtsitzfläche A wirkende mittlere Pressung p. Alternativ können die Normalkraftanteile aus der Aufweitung des Elastomerrings und der Feder errechnet werden (siehe vorherige Seiten).

$$F_N = p \cdot A = p \cdot \pi \cdot D \cdot b$$

Die Berechnung von μ kann mithilfe der *Gümbelzahl* erfolgen G. Sie setzt das Produkt aus Viskosität[76] und Winkelgeschwindigkeit in Bezug auf die mittlere Dichtflächenpressung[77].

$$G = \frac{\eta \cdot \omega}{p}$$

Mithilfe der *Gümbelzahl* G kann der Reibbeiwert μ aus dem empirisch ermittelten *Gümbel-Diagramms* innerhalb eines Vertrauensbereiches abgeschätzt werden [58, S. 24]. Das *Gümbel-Diagramm* beschreibt den Übergangsbereich von der Mischreibung in die Flüssigkeitsreibung der *Stribeck-Kurve* (siehe Kapitel 1.4.4). Die Berechnung der μ-Werte und des Vertrauensbereiches ist nur über numerischen Weg durch Nutzen einer Spline-interpolierten Look-Up-Table (Werte siehe 2.2.1) möglich[78].

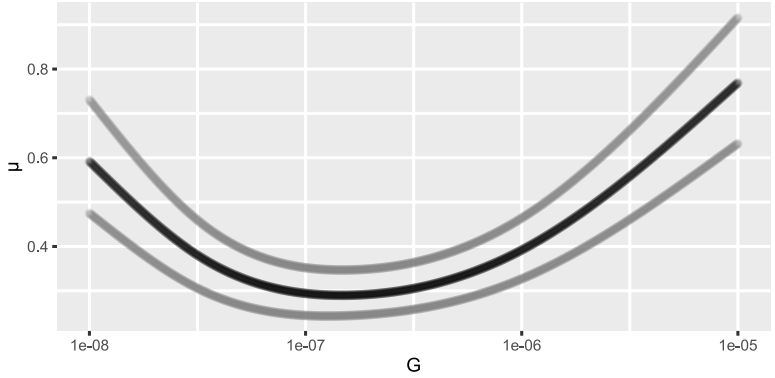


Abbildung 2-21: Punktreihen der Spline-Interpolation des Gümbel-Diagramms. Mittlerer Reibwert μ (dunkelgraue Reihe). Vertrauensgrenzen (hellgraue Reihen)

---

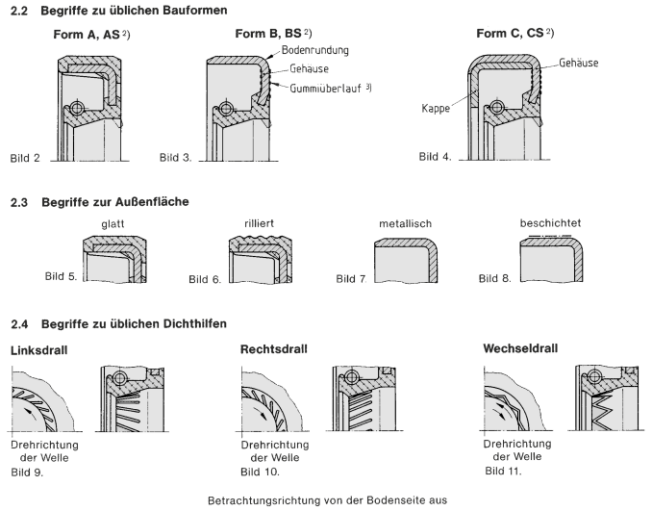
[76] Abhängig von Schmierstoff und Temperatur (siehe Kapitel 1.4.6)

[77] Die Gümbelzahl kommt aus dem Bereich der Gleitlager. Sie wird dort auf die mittlere Flächenpressung bezogen. Die entspricht bei Gleitlagern auf die zur Normalkraft orthogonale projizierte Fläche. Wellendichtringe werden jedoch umlaufend im Mittel gleichermaßen belastet, wobei Lagefehler der Achsen wie Parallelitätsabweichungen + Koaxialitätsabweichungen und Formfehler der Zylindergeometrie wie Rundlauf + Rundheit die örtlichen Pressungen mit Offsets und Oszillationen beaufschlagen. Es wird angenommen, dass das Modell auf die abgewickelte Dichtfläche bezogen werden kann. Achtung die Einheit von G ist $\frac{N \cdot s \cdot m^2}{N \cdot s \cdot m^2}$. Werden Flächenpressungen bezogen auf mm^2 eingesetzt so ist der Wert mit 10^{-12} zu skalieren.

[78] Verfahren siehe Anhang

2.2.1 Radialer Wellendichtring (RWDR)

„Radiale Wellendichtringe [werden bis Drehzahlen von mehreren zehntausend Umdrehungen in der Minute eingesetzt]. Je nach Betriebstemperatur und Additivierung der zur Schmierung der Wellen verwendeten Öle kommen NBR, HNBR, ACM, VMQ [,] FKM, aber auch PTFE zum Einsatz. Sie bestehen aus einer stabilisierenden Stahleinlage, die in das Elastomer einvulkanisiert ist. Die eigentliche Abdichtung erfolgt über eine durch einen Federring abgestützte Dichtlippe“ [35, S. 258].



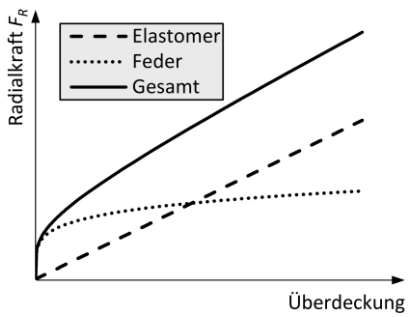
Eigenschaften wie:
- Chemiebeständigkeit
- Maximale Umfangsgeschwindigkeit bei Druckpotentialen und Werkstoff

Anforderungen wie:
- Wellentolerierung
- Oberflächenrauheit
- Oberflächenhärte
- Einhärtetiefe
- Drallfreiheit
- Rundlauf
- Koaxialität

in DIN 3760 und DIN 3761

Abbildung 2-22: Varianten von Radialen Wellendichtringen nach DIN 3761-1. Nachsetzzeichen S für zusätzlichen Staubring[79]. Variante der PTFE-Dichtringe nicht in Norm inbegriffen.

Die Radialkraft (siehe Abbildung 2-22 links) kann aus den entwickelten Rechenmodellen ohne Kenntnis des Dichtlippenuntermaßes und der Federparameter nicht errechnet werden. Aus der Literatur geht hervor, dass bei Raumtemperatur der Anteil der Radialkraft durch Aufweitung des Elastomers und der Zugfeder je circa 50% [53, S. 75] beträgt. Insbesondere die Radialkraft des Elastomers sinkt mit zunehmender Beanspruchungsdauer durch Temperaturerhöhung; Verschleiß und Relaxation. Moderne radiale Wellendichtringe weisen eine auf den Dichtflächenumfang bezogene Radialkraft von $F_{rU} = 0{,}10 \dots 0{,}15 \frac{N}{mm}$ auf [53, S. 76]. Die Überdeckungen dieser Ringe betragen zwischen $b = 0{,}8 \dots 2{,}5mm$ [58, S. 8]. Der Reibbeiwert μ kann über das *Gümbel-Diagramm* (siehe vorherige Seite) mit der mittleren Dichtflächenpressung p errechnet werden.



$$p = \frac{F_{rU}}{b}$$

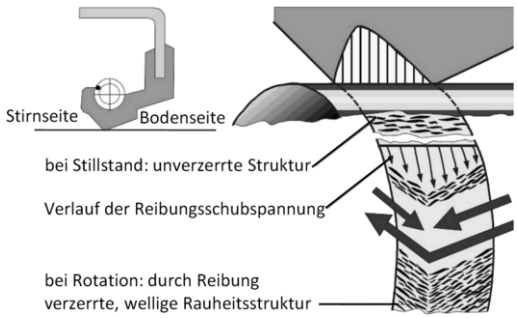


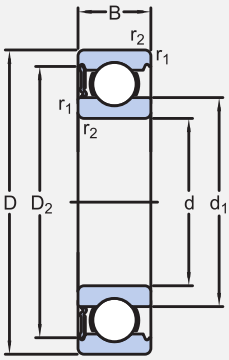
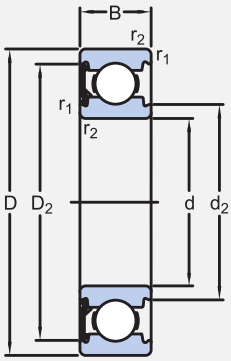
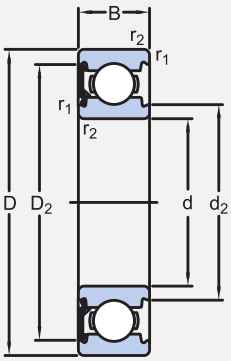
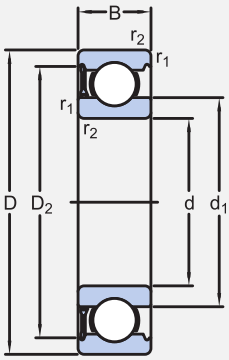
Abbildung 2-23: Links: Verhalten des Einflusses der Radialkraftkomponenten mit steigender Überdeckung b in *RWDR* [58, S. 9]. Rechts: Verzerrungszustände der Überdeckung b und Schmierstoffförderung (Pfeile) in *RWDR* [58, S. 26]

[79] Einfettung der Fläche zwischen Staubring und Dichtlippe kann Verschleiß reduzieren

2.2.2 Radialer Lagerdichtring (Nachsetzzeichen R*)

Zum Schutz eines Radiallagers vor Eindringen von Schmutz und dem Austreten von Schmierstoff werden Berührungsdichtungen aus den Werkstoffen *NBR* und *FKM* eingesetzt. Das durch die Dichtungen ausgelöste Reibmoment ist unter Umständen größer als die Reibungsverluste der Lager selbst [59, S. 90]. Unter anderem für Radialrillenkugellager und Schrägkugellager stehen Berechnungsvorschriften durch den Lagerhersteller *SKF GmbH* bereit [59, S. 90]. In Tabelle 6 sind die in den Berechnungsvorschriften abgebildeten Bauformen dargestellt.

Tabelle 6: Einseitige Berührungsdichtungen des Herstellers *SKF GmbH* zuzüglich einseitige berührungsfreie Dichtscheibe *RZ*

Nachsetzzeichen[80]	RS1	RSH	RSL	(RZ)
				
Werkstoff	NBR[81]	NBR	NBR	NBR

Das Reibmoment M_r je Berührungsdichtung steigt annähernd quadratisch mit dem Reibflächendurchmesser d_s . Die Faktorisierung durch K_{S1} und das Offset durch K_{S2} wirken verhältnismäßig schwach. *RSL-Dichtungen* scheinen eine geringe Radialkraft aufzuweisen.

$$M_r = {}^{*}RS \cdot \frac{K_{S1} \cdot {d_s}^{\beta} + K_{S2}}{2}$$

Tabelle 7: Tabelle zur Ermittlung der Faktoren, Exponenten und des Beiwertes zur Errechnung[82] der Reibmomente von Berührungsdichtungen [59, S. 96]. Für einseitige Dichtungen *RS = 1 für beidseitige Dichtungen[83] *RS = 2

Lagerart	Nachsetzzeichen	D	β	K_{S1}	K_{S2}	d_s
Radialrillenkugellager	RSL[83]	… 25	0	0	0	d_2
		25 … 52	2,25	0,0018	0	d_2
	RZ	… 175	0	0	0	d_1
	RSH	… 52	2,25	0,028	2	d_2
	RS1	… 62	2,25	0,023	2	d_1 d_2
		62 … 80	2,25	0,018	20	d_1 d_2
		80 … 100	2,25	0,018	15	d_1 d_2
		100 …	2,25	0,018	0	d_1 d_2
Schrägkugellager		30 … 120	2	0,014	10	d_1

[80] Für beidseitige Dichtungsausführung ist in Übereinkunft mit der Norm DIN 623-1 eine 2 voranzustellen, *RS=2

[81] Für das Nachsetzzeichen RS2 wird der Werkstoff FKM eingesetzt

[82] Mit D als Lageraußendurchmesser; K_{S1} als größenabhängigen Faktor der Dichtungsausführung von Lagern; K_{S2} als größenabhängigen Beiwert der Dichtungsausführung von Lagern; d_s als Durchmesser der Reibkontaktfläche der Dichtlippe (Bezeichner d_1 und d_2 siehe Tabelle 6); und β als größenabhängigen Exponenten der Dichtungsausführung von Lagern. Werte gültig für gefertigte Lager der Firma *SKF GmbH*

[83] Das Reibmoment für Reibungsarme Dichtungen (Nachsetzzeichen RSL) mit Außendurchmesser über 25mm gilt auch für Ausführungen mit 2 Berührungsdichtungen *RS=1 (Nachsetzzeichen 2RSL) [59, S. 90]

2.3 Radial-Rillenkugellager

Radial-Rillenkugellager werden überall dort eingesetzt wo nur ein rotatorischer Freiheitsgrad erhalten bleiben soll. Rillenkugellager können als reine Radiallager oder auch Schrägkugellager mit Abdichtung und Lebensdauerschmierung oder ohne bezogen werden. Sie zeichnen sich durch geringste Reibung und gegenüber anderen Wälzlagern geringen Kosten aus.

Radial-Rillenkugellager werden mit Axial- und Radialkräften beaufschlagt. Während sich die Axialkräfte idealerweise auf alle n Kugeln gleich verteilt, stellt sich die Verteilung der Radialkraft auf die Kugeln komplizierter dar. Es wird angenommen, dass die Beaufschlagung eines Lagers mit einer Radialkraft zum einseitigen Kontaktverlust ungefähr der Hälfte der Kugeln (siehe graue Kugeln in Abbildung 2-24) führt. Die andere Hälfte der Kugeln erfährt eine Normalkraftbeaufschlagung über den Innenring und den Außenring. Es wird geschätzt, dass sich die Radialkraft über einen cosinusförmigen Verlauf auf die Kugeln verteilt (siehe A_{ges} in Abbildung 2-24).

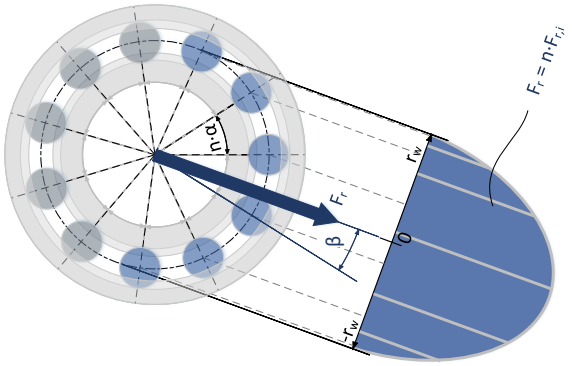


Abbildung 2-24: Annahme cosinusförmiger Radialkraftaufnahme der Lagerkugeln. Anlehnung an [60, S. 140]

Die Anzahl in Doppelkontakt befindlicher Kugeln wird aufgerundet[84] auf $n_K = \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$. Im Fall $\beta = 0°$ tritt die maximale Pressung an einer Kugel auf. Die Kräfte, welche auf die Kugeln wirken lassen sich durch das Setzen von Integrationsgrenzen zwischen die projizierten Kugelmittelpunkte ermitteln (siehe graue Linien A_{ges} in Abbildung 2-24)[85]. Dadurch entstehen $i = n_K$ obere Integrationsgrenzen, wobei die erste untere Integrationsgrenze $r_{i=0} = -r_w$ ist und die letzte Integrationsgrenze $r_{i=n_K} = +r_w$ ist. Die Integrationsgrenzen dazwischen errechnen sich nach $r_i = \sin\left[\left((i - 0{,}5) \cdot \alpha\right) - (0{,}5 \cdot \pi)\right] \cdot r_w$. Die auf die Kugeln wirkenden Radialkomponenten erhalten eine Beaufschlagung durch die Axialkraftkomponenten:

$$F_{r,i} = \frac{F_r}{2} \cdot \int_{r_u}^{r_o} sin\left(\frac{\pi}{2 \cdot r_w} \cdot r\right) \qquad F_{N,i} = \sqrt[2]{{F_{r,i}}^2 + \frac{{F_a}^2}{n}}$$

Die makroskopische Kontaktfläche und die daraus resultierende mittlere Pressung kann für jede der n, bzw. i Kugeln nach der Hertz'schen Kontakttheorie[86] am Innenring und am Außenring errechnet werden [27, S. 37]. Dabei treten die Normalkräfte nach dem Kräftegleichgewicht sowohl auf Innenringseite als auch Außenringseite auf.

$$A_i = \pi \cdot \left(\frac{3 \cdot F_{N,i}}{4} \cdot \left(\frac{1 - {\nu_K}^2}{E_K} + \frac{1 - {\nu_R}^2}{E_R}\right) \cdot \frac{D_K \cdot (-D_R)}{2 \cdot (D_K - D_R)}\right)^{2/3} \qquad p = \frac{F_{N,i}}{A_i}$$

[84] Tatsächlich müssten Kugeln, welche nahezu orthogonal zur Radialkraft stehen von der Herstellung eines doppelseitigen Kontaktes ausgeschlossen werden. Der Übersicht wegen wird darauf verzichtet.

[85] Das Verfahren hierzu ist exemplarisch für n = 11 Kugeln und beliebige Winkel β in [60, S. 140] dargestellt

[86] Mit ν als Querkontraktionszahl; E als E-Modul; D als Durchmesser; Index K für Kugeln und Index R für Ringe. Durchmesser der Ringe sind nach [28, S. 65] bereits negativ in die Formel implementiert

REIBBEWEGUNG

Der direkte Wälzkörperkontakt zweier Werkstoffe mit unterschiedlicher Elastizität oder/und Querkontraktionszahl erfährt sukzessive zum Randbereich zunehmende Schubspannungen, die zu einer Überschreitung der Haftreibung führen (siehe Skizze in Abbildung 2-25 rechts) [28, S. 120]. Ausgelöst durch die Querkontraktion, tritt eine relative tangentiale Verschiebung ein, die zum Verschleißbild des *Frettings* führt (siehe Skizze in Abbildung 2-25) [28, S. 128]. Sie äußert sich als Mikroschlupf.

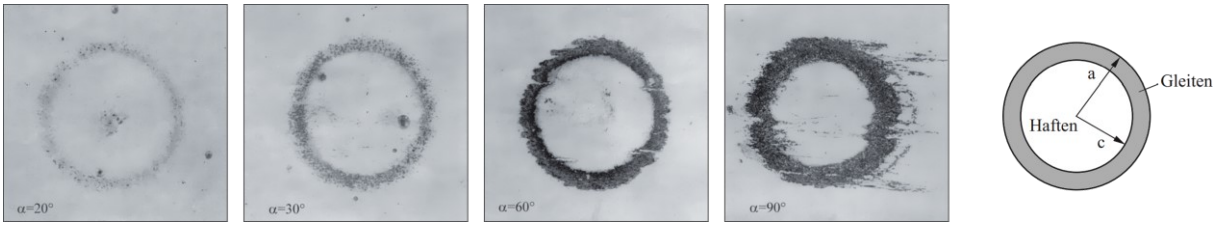


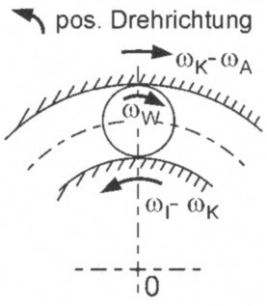
Abbildung 2-25: Tangentialkraft-behafteter Normalkontakt (Anteil von links nach rechts steigend) mit folgendem *Fretting*-Verschleiß [28, S. 119 & 126]

Im makroskopischen Bereich der Rollbewegung tritt ebenfalls Schlupf auf. Der Schlupf ist auf elastische Deformationen der Wälzkörper (*Heathcote*-Schlupf[87]) und Gleiten zurückzuführen [28, S. 140]. Ein Gleiten von Wälzkörpern ist zu vermeiden und wird durch Unterbelastung ausgelöst. Durch fehlende Radialkräfte, gleiten die Wälzkörper Haftungs-frei innerhalb der vorliegenden Lagerluft.

Tabelle 8: Geschwindigkeitsverhältnisse im Tribosystem Radial-Rillenkugellager [27, S. 61] [29, S. 35]

Kontakt	Relativgeschwindigkeit $\Delta v = v_1 - v_2$	mittlere Fördergeschwindigkeit $\bar{v} = \left\lvert\frac{v_1 + v_2}{2}\right\rvert$	Schlupf $s = 2 \cdot \left(\frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2}\right)$
Innenring Wälzkörper	$\Rightarrow \Delta v_I = \left\lvert\frac{D_I}{2} \cdot (\omega_I - \omega_K) - \frac{D_W}{2} \cdot \omega_W\right\rvert$	$\Rightarrow \bar{v}_I = \left\lvert\frac{D_I}{2} \cdot \frac{(\omega_I - \omega_K)}{2} + \frac{D_W}{2} \cdot \frac{\omega_W}{2}\right\rvert$	$\Rightarrow s = 2 \cdot \left(\frac{\frac{D_I}{2} \cdot (\omega_I - \omega_K) - \frac{D_W}{2} \cdot \omega_W}{\frac{D_I}{2} \cdot (\omega_I - \omega_K) + \frac{D_W}{2} \cdot \omega_W}\right)$
	$\Rightarrow \Delta v_I = \left\lvert\frac{D_I \cdot (\omega_I - \omega_K) - D_W \cdot \omega_W}{2}\right\rvert$	$\Rightarrow \bar{v}_I = \left\lvert\frac{D_I \cdot (\omega_I - \omega_K) + D_W \cdot \omega_W}{4}\right\rvert$	$\Rightarrow s = 2 \cdot \left(\frac{D_I \cdot (\omega_I - \omega_K) - D_W \cdot \omega_W}{D_I \cdot (\omega_I - \omega_K) + D_W \cdot \omega_W}\right)$
Außenring Wälzkörper	$\Rightarrow \Delta v_A = \left\lvert\frac{d_A}{2} \cdot (\omega_K - \omega_A) - \frac{D_W}{2} \cdot \omega_W\right\rvert$	$\Rightarrow \bar{v}_A = \left\lvert\frac{d_A}{2} \cdot \frac{(\omega_K - \omega_A)}{2} + \frac{D_W}{2} \cdot \frac{\omega_W}{2}\right\rvert$	$\Rightarrow s = 2 \cdot \left(\frac{\frac{d_A}{2} \cdot (\omega_K - \omega_A) - \frac{D_W}{2} \cdot \omega_W}{\frac{d_A}{2} \cdot (\omega_K - \omega_A) + \frac{D_W}{2} \cdot \omega_W}\right)$
	$\Rightarrow \Delta v_A = \left\lvert\frac{d_A \cdot (\omega_K - \omega_A) - D_W \cdot \omega_W}{2}\right\rvert$	$\Rightarrow \bar{v}_A = \left\lvert\frac{d_A \cdot (\omega_K - \omega_A) + D_W \cdot \omega_W}{4}\right\rvert$	$\Rightarrow s = 2 \cdot \left(\frac{d_A \cdot (\omega_K - \omega_A) - D_W \cdot \omega_W}{d_A \cdot (\omega_K - \omega_A) + D_W \cdot \omega_W}\right)$

mit



Teilkreisdurchmesser	D_{pw}
Wälzkörperdurchmesser	D_W
Innenringdurchmesser	$D_I = D_{pw} - D_W$
Außenringdurchmesser	$d_A = D_{pw} + D_W$
Käfigdrehzahl	$\omega_K = \frac{\left(1 - \frac{D_W}{D_{pw}}\right) \cdot \omega_I + \left(1 + \frac{D_W}{D_{pw}}\right) \cdot \omega_A}{2}$
Wälzkörperdrehzahl	$\omega_W = \left(\frac{D_{pw}}{D_W} - \frac{D_W}{D_{pw}}\right) \cdot \frac{\omega_A - \omega_I}{2}$

[87] Am 20.07.2022 online abgerufen unter: https://evolution.skf.com/de/verschleiss-und-oberflachenermudung-bei-walzlagern/

BERECHNUNG DES REIBMOMENTS

Es wird davon ausgegangen, dass aufgrund der geringen Reibung von Kugellagern nur Radial-Rillenkugellager und einreihige Schrägkugellager im Antriebsstrang zum Einsatz kommen. Das Reibmoment kann überschlägig [88] mit der äquivalenten Lagerbelastung P und eines in einem stationären Zustand erfassten Reibbeiwertes μ erfasst werden. Dabei stellt die Reibung eine tangentiale der Rollbewegung über den Hebelarm d entgegengesetzte Kraft dar, welche sich in einem Reibmoment M_r äußert.

Im Detail setzt sich das Reibmoment aus vier grundlegenden verursachenden Komponenten zusammen [89] [59, S. 96]. Weitere modulierende Einflüsse stellen der Einfluss des Füllgrades [90] bei Fettschmierung und der Einfluss von Betriebsspiel und Fluchtungsfehlern[91] dar.

Das Rollreibungsmoment M_{Roll} hängt von der Lagergeometrie; der Belastung; der Schmierstoffviskosität und der Drehzahl ab, wobei der Einfluss der Lagergröße exponentiell – und der Einfluss von Schmierstoffviskosität und Drehzahl degressiv ist. Es wird nochmals durch die sich einstellende Schmierfilmdicke mit dem Faktor ϕ_{ish} – und des zu leistenden Verdrängungsanteil mit dem Faktor ϕ_{rs} moduliert.

Das Gleitreibungsmoment M_{Gleit} hängt von Lagergeometrie; Belastung und den Schmierstoffeigenschaften ab, wobei die Lagerbelastung exponentiell in die Verluste einwirkt.

Im Fall einer Ölschmierung wirken Reibungsmomente aus Strömungs-, Plansch- oder/und Spritzverlusten M_{Diss}. Die Verluste sind abhängig von der Lagergeometrie; der Drehzahl und dem Füllstand, bzw. der mit dem Öl im Kontakt befindlichen Wälzkörper. Dabei ist die Abhängigkeit von der Lagergröße und der Drehzahl exponentiell, wobei der Einfluss der Lagergröße überwiegt. Die Füllstandhöhe hat einen linearen Einfluss.

Schließlich wirken Reibungsmomente M_{Dicht} durch den Einsatz von radialen Berührungsdichtungen (siehe Kapitel 2.2.2). Im Fall des Anlaufens eines Lagers kann die Gleichung auf die Anteile M_{Roll} und M_{Dicht} reduziert werden [59, S. 103].

$$M_r = M_{Roll} + M_{Gleit} + M_{Diss} + M_{Dicht}$$

Auf den folgenden Seiten werden die Ergebnisse der Berechnungsmodule vorgestellt. Hierzu werden aufgrund mangelnder Darstellbarkeit maximal zwei Parameter variiert; die restlichen erhalten einen Minimalwert. Die Programmierung erfolgt auf der Plattform *R-Studio* (Quelltext siehe Anhang).

---

[88] $M_r \approx \mu \cdot P \cdot d/2$, mit d als Bohrungsdurchmesser des Lagers und Reibbeiwert μ für Kugellager 0,0015, bzw. 0,0020 für Schrägkugellager [59, S. 88]

[89] Der Lagerhersteller *SKF GmbH* hat 2003 in seinem Hauptkatalog Berechnungsvorschriften veröffentlicht: https://evolution.skf.com/de/laufwiderstand-in-walzlagern-ein-weiterentwickeltes-berechnungsverfahren/

[90] Frisch mit Fett befüllte Lager weisen in den ersten Stunden Reibmomente deutlich über den berechneten auf (circa Faktor 2 bei Lagern der leichten Reihen und Faktor 4 bei Lagern der schweren Reihen). Das liegt daran, dass die Wälzkörper das überschüssige Fett im Laufbereich zunächst verdrängen müssen. Nach der Einlaufphase zur Fettverteilung stellen sich für Ölschmierung typische Lagerreibmomente ein oder werden vielfach sogar unterschritten. Lager, die zum großen Teil oder komplett mit Fett gefüllt sind leiden unter hoher Reibung und dadurch ggf. hohen Temperaturen [59, S. 102].

[91] Die im Folgenden dargestellte Berechnung ist für normales Betriebsspiel und keine gegeneinander schiefgestellten Lagerringe entwickelt worden. Eine Schiefstellung der Lagerringe erhöht die Lagerreibung. Eine Verringerung des Betriebsspiels erhöht die Lagerreibung [59, S. 101]. Diese tritt durch Temperaturüberhöhungen während erhöhter Drehzahl oder Mangelschmierung auf oder wenn schlicht eine vom Nachsetzzeichen N abweichende Lagervariante gewählt wird.

BERECHNUNG DES ROLLREIBUNGSMOMENTS [59, S. 90-93]

Zur Berechnung des Rollreibungsmoments wird zunächst der Geometrie und Belastungsfaktor G_{rr} benötigt[92]. Dabei fällt auf, dass die Geometriefaktoren für die einreihigen Schrägkugellager zu leicht erhöhten Reibungen führen (vergleiche Tabelle 9 und Formeln).

$$G_{rr(Kugellager)} = R_1 \cdot \left(\frac{d+D}{2}\right)^{1,96} \cdot \left(F_r + \left(\frac{R_2}{\sin_{Deg}\left(24{,}6 \cdot \left(\frac{F_a}{C_0}\right)^{0,24}\right)} \cdot F_a\right)\right)^{0,54}$$

$$G_{rr(Schrägkugellager)} = R_1 \cdot \left(\frac{d+D}{2}\right)^{1,97} \cdot \left(F_R + \left(R_3 \cdot \left(\frac{d+D}{2}\right)^4 \cdot n^2\right) + (R_2 \cdot F_a)\right)^{0,54}$$

Tabelle 9: Geometriefaktoren für die Berechnung des Rollreibungsmoment. Letzte Zeile Schrägkugellager [59, S. 92-93]

Lagerreihe	R_1	R_2	R_3
2,3	$4{,}4 \cdot 10^{-7}$	$1{,}7$	
42, 43	$5{,}4 \cdot 10^{-7}$	$0{,}96$	
60, 630	$4{,}1 \cdot 10^{-7}$	$1{,}7$	
62, 622	$3{,}9 \cdot 10^{-7}$	$1{,}7$	
63, 623	$3{,}7 \cdot 10^{-7}$	$1{,}7$	
64	$3{,}6 \cdot 10^{-7}$	$1{,}7$	
160, 161	$4{,}3 \cdot 10^{-7}$	$1{,}7$	
617, 618, 628, 637, 638	$4{,}7 \cdot 10^{-7}$	$1{,}7$	
619, 639	$4{,}3 \cdot 10^{-7}$	$1{,}7$	
70, 71, 72, 73, 74	$5{,}03 \cdot 10^{-7}$	$1{,}97$	$1{,}90 \cdot 10^{-12}$

In Abbildung 2-26 ist zu erkennen, dass der Einfluss von Radialkraft und Axialkraft (links) geringfügiger ist als der Einfluss des mittleren Lagerdurchmessers. Während der Einfluss des mittleren Lagerdurchmessers exponentiell steigt, ist der Einfluss der Lagerbelastung degressiv. Die Drehzahl spielt nur bei Schrägkugellagern eine Rolle.

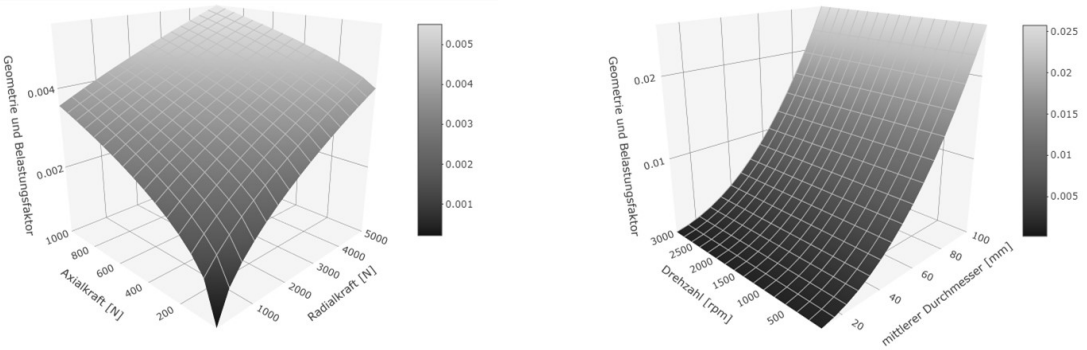


Abbildung 2-26: Rechnungs-Modell zum Geometrie- und Belastungsfaktor G_{rr} am Beispiel der Lagerreihe 2

[92] Lageraußen- und Bohrungsdurchmesser D, bzw. d in [mm]; radiale und axiale Belastung F_r, bzw. F_a in [N]; Drehzahl n in [min^{-1}]

Die Schmierfilmdicke wirkt ebenfalls auf den Rollwiderstand ein und wird mit dem Faktor ϕ_{ish} erfasst. Neben von der Drehzahl n abhängigen Volumenreduktion von dem Wegschleudern von Schmierstoff, bildet sich vor dem Wälzkörper eine dauerhafte Schmierstofffront, welche permanent umgewälzt wird und dadurch erhöhte innere Reibungsverluste erfährt. Die wärmeinduzierte Viskositätsreduktion des Schmierstoffs verringert wiederrum die Schmierstoffdicke, wodurch Scherverluste herabgesetzt werden[93]. In Abbildung 2-27 ist zu erkennen, dass der Einfluss der Viskosität bei niedrigen Drehzahlen auf den Schmierfilm-induzierten Rollwiderstand überraschend gering ist. Die Drehzahl hat den größten Einfluss.

$$\phi_{ish} = \left[1 + \left(1{,}84 \cdot 10^{-9} \cdot \left(n \cdot \left(\frac{d+D}{2}\right)\right)^{1{,}28} \cdot {\nu_{Grundöl}}^{0{,}64}\right)\right]^{-1}$$

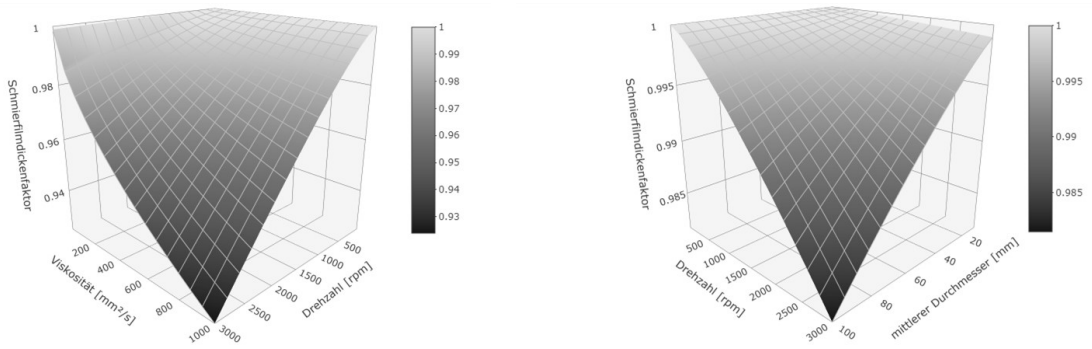


Abbildung 2-27: Rechnungs-Modell zum Schmierfilmdickenfaktor ϕ_{ish}

Durch das Durchlaufen der Wälzkörper durch den Schmierstoff wird dieser ständig aus der Laufbahn gepresst. Mit steigender Drehzahl und Lagerdurchmessern und Viskosität wird dem Schmierstoff erschwert das Gleichgewicht wiederherzustellen (siehe Abbildung 2-28) [59, S. 98].

Tabelle 10: Geometriefaktor K_Z und Schmierverhältnisfaktor K_{rs} zur Ermittlung Schmierfilmverdrängungsfaktor ϕ_{rs} [59, S. 98]

$$\phi_{rs} = e^{-\left(K_{rs} \cdot \nu_{Grundöl} \cdot n \cdot (d+D) \cdot \sqrt[2]{\frac{K_Z}{2 \cdot (D-d)}}\right)}$$

	Radial-Rillenkugellager	Schrägkugellager
K_Z	3,1	4,4
K_{rs}	$6 \cdot 10^{-8}$	$6 \cdot 10^{-8}$
	$3 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{-8}$

Fettschmierung	Ölluftschmierung
Öleinspritzschmierung	Niedrige Ölbadschmierung

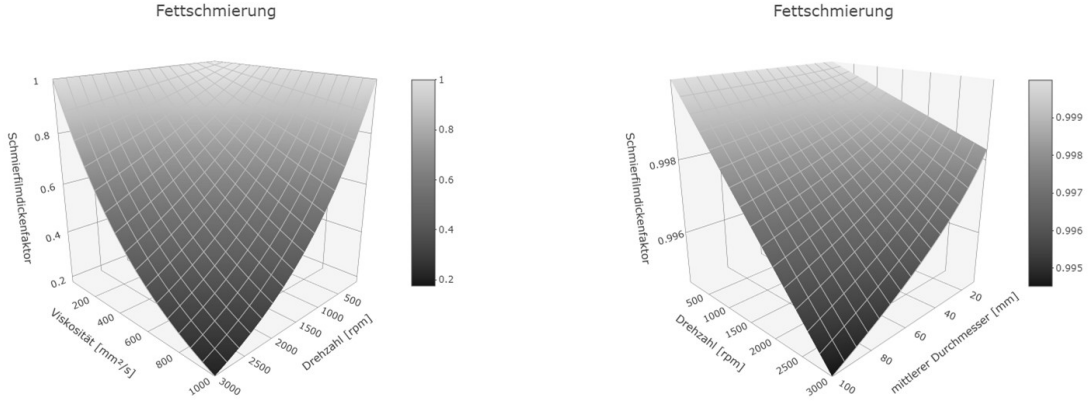


Abbildung 2-28: Rechnungs-Modell zum Schmierfilmverdrängungsfaktor ϕ_{rs} am Beispiel der Fettschmierung

[93] Mit dynamischer Viskosität des Grundöls $\nu_{Grundöl}$ [mm²/s] (siehe Kapitel 1.4.1);

Mit den ermittelten Faktoren kann schließlich die zusammenführende Berechnung [94] des Rollwiderstandes erfolgen.

$$M_{Roll} = G_{rr} \cdot (\nu_{Grundöl} \cdot n)^{0,6} \cdot \phi_{ish} \cdot \phi_{rs}$$

Es fällt auf, dass der Einsatz von Wälzlagerfett den Reibkoeffizienten gegenüber einem Ölsumpf deutlich senken kann. Jedoch wird das mit der Drehzahl steigende Reibmoment in der Erwärmung des Schmiermittels verarbeitet. Bei zu hoher Temperatur stellt der Schmierfilmabriss durch Schmiermittelverdünnung ein ernstes Problem dar. Die Wärmekapazität und die Konvektionsfläche eines Ölsumpfes sind bedeutend höher. Glaubt man den Modellergebnissen scheint bei hohen Drehzahlen ein Vorteil durch hohe Grundölviskositäten des Fettes zu erreichen sein (siehe umklappendes Feld in Abbildung 2-29 links).

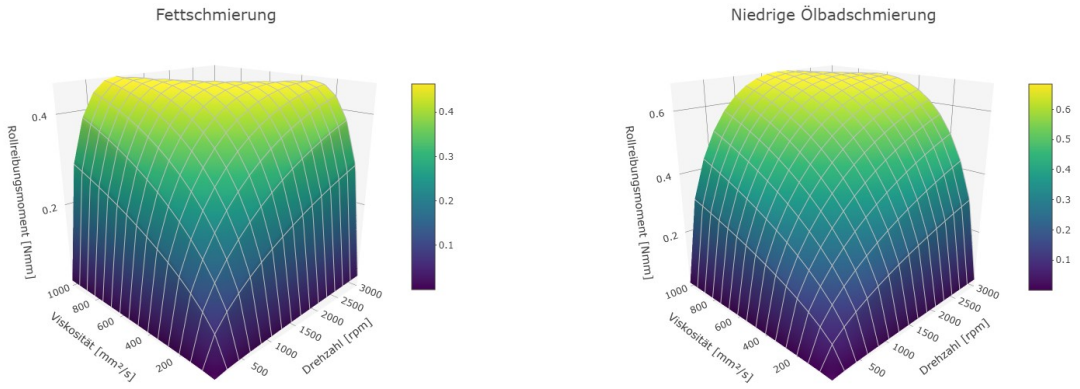


Abbildung 2-29: Rechnungs-Modell zur Rollreibung am Beispiel der Lagerreihe 2. Abhängigkeit von Viskosität und Drehzahl

Darüber hinaus spielt die Art des Schmiermittels für die Abhängigkeit des Rollreibmoments von der Lagergröße und der Lagerbelastung keine Rolle (siehe Abbildung 2-30). Die Lagerbelastung und Lagergröße haben einen sehr viel geringeren Einfluss als die Drehzahl (vergleiche z-Achse in Abbildung 2-29 und Abbildung 2-30). Jedoch ist ein exponentieller Einfluss der Lagergröße und ein degressiver Einfluss der Lagerbelastung erkennbar.

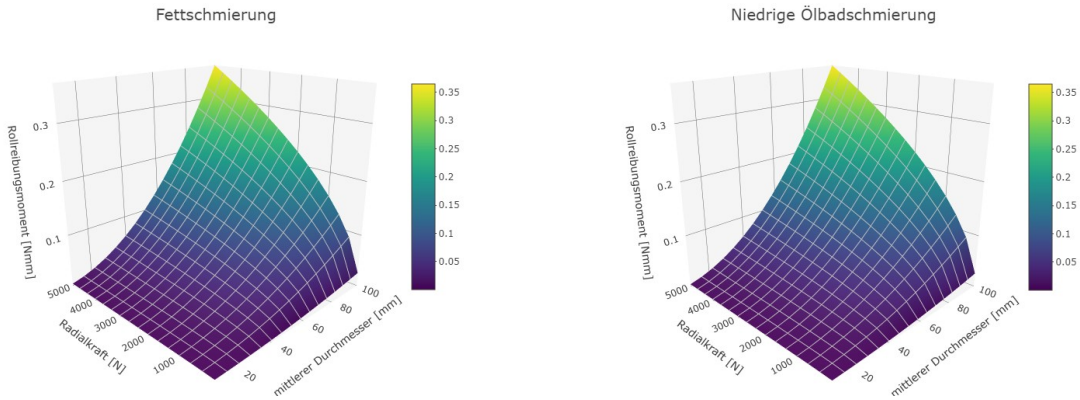


Abbildung 2-30: Rechnungs-Modell zur Rollreibung am Beispiel der Lagerreihe 2. Abhängigkeit von Lagergröße und Belastung

[94] Die Angabe von $\nu_{Grundöl}$ erfolgt über die sich einstellende mittlere Betriebstemperatur im Lager. Damit sind nicht die örtlichen Änderungen der Viskosität gemeint. Bei sehr niedrigen Viskositäten wird eine im Abschnitt zur Berechnung der Gleitreibungszahl μ_{sl} vorgenommene Korrektur für Grenzschmierbedingungen eingeführt

BERECHNUNG DES GLEITREIBUNGSMOMENT [59, S. 90-93]

Für die Berechnung der Gleitreibung erfolgt eine Berücksichtigung der Geometrie und Belastung im Geometrie- und Belastungsfaktor G_{sl}. Die Berechnung erfolgt in Verbindung mit Tabelle 11 mit folgenden Formeln:

$$G_{sl(Kugellager)} = \begin{cases} S_1 \cdot \left(\frac{d+D}{2}\right)^{-0{,}26} \cdot {F_r}^{5/3} & wenn\ F_a = 0 \\ S_1 \cdot \left(\frac{d+D}{2}\right)^{-0{,}145} \cdot \left({F_r}^5 + \left(\frac{S_2 \cdot \left(\frac{d+D}{2}\right)^{1{,}5}}{\sin_{Deg}\left(24{,}6 \cdot \left(\frac{F_a}{C_0}\right)^{0{,}24}\right)} \cdot {F_a}^4 \right) \right)^{1/3} & wenn\ F_a > 0 \end{cases}$$

$$G_{sl(Schrägkugellager)} = S_1 \cdot \left(\frac{d+D}{2}\right)^{0{,}26} \cdot \left(\left(F_R + \left(S_3 \cdot \left(\frac{d+D}{2}\right)^4 \cdot n^2 \right) \right)^{4/3} + \left(S_2 \cdot {F_a}^{4/3} \right) \right)$$

Tabelle 11: Geometriefaktoren für die Berechnung des Gleitreibungsmoment. Letzte Zeile Schrägkugellager [59, S. 92-93]

Lagerreihe	S_1	S_2	S_3
2,3	$2{,}00 \cdot 10^{-3}$	100	
42, 43	$3{,}00 \cdot 10^{-3}$	40	
60, 630	$3{,}73 \cdot 10^{-3}$	$14{,}6$	
62, 622	$3{,}23 \cdot 10^{-3}$	$36{,}5$	
63, 623	$2{,}84 \cdot 10^{-3}$	$92{,}8$	
64	$2{,}43 \cdot 10^{-3}$	198	
160, 161	$4{,}63 \cdot 10^{-3}$	$4{,}25$	
617, 618, 628, 637, 638	$6{,}50 \cdot 10^{-3}$	$0{,}78$	
619, 639	$4{,}75 \cdot 10^{-3}$	$3{,}6$	
70, 71, 72, 73, 74	$1{,}30 \cdot 10^{-2}$	$0{,}68$	$1{,}91 \cdot 10^{-12}$

In Abbildung 2-26 zu erkennen, dass die Axialkraft nahezu linear in den Faktor eingeht. Bei Radialkräften kleiner der Axialkraft werden diese durch die Wirkung der Axialkraft überlagert. Eine dominierende Radialkraft geht nahezu quadratisch in den Faktor ein. Der Geometrieeinfluss steigt degressiv mit der Lagergröße an, wichtet jedoch im Verhältnis zum Belastungseinfluss nur schwach.

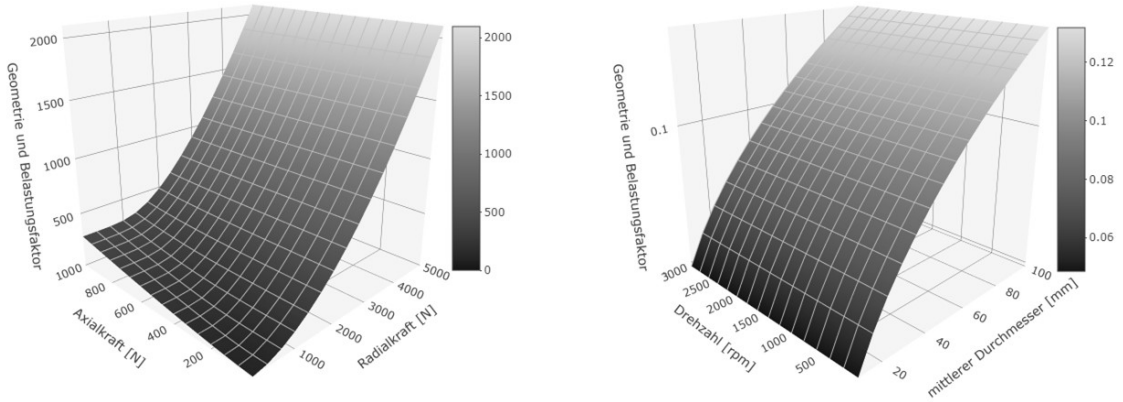


Abbildung 2-31: Rechnungs-Modell zum Geometrie- und Belastungsfaktor G_{sl} am Beispiel der Lagerreihe 2

Bei Grenzschmierung [95] kann es zu gelegentlicher unmittelbarer Berührung der Kontaktpartner kommen. Die Grenzschmierung wird durch geringe Drehzahlen und – Viskositäten (siehe Abbildung 2-32 links); Umfangsgeschwindigkeiten (siehe Abbildung 2-32 rechts); Drehrichtungswechsel oder schlicht mangelnden Schmierstoff ausgelöst. Bei Vorhandensein von Schmierstoff, vergrößern [96] steigende Drehzahlen die Schmierfilmhöhe bis eine elastohydrodynamische Schmierung erreicht ist (siehe Kapitel 1.4.4). Dieser Vorgang wird annähernd mit dem Grenzschmierungsgewichtungsfaktor ϕ_{bl} erfasst:

$$\phi_{bl} = e^{-\left(2{,}6\cdot 10^{-8}\cdot (v\cdot n)^{1{,}4}\cdot \left(\frac{d+D}{2}\right)\right)}$$

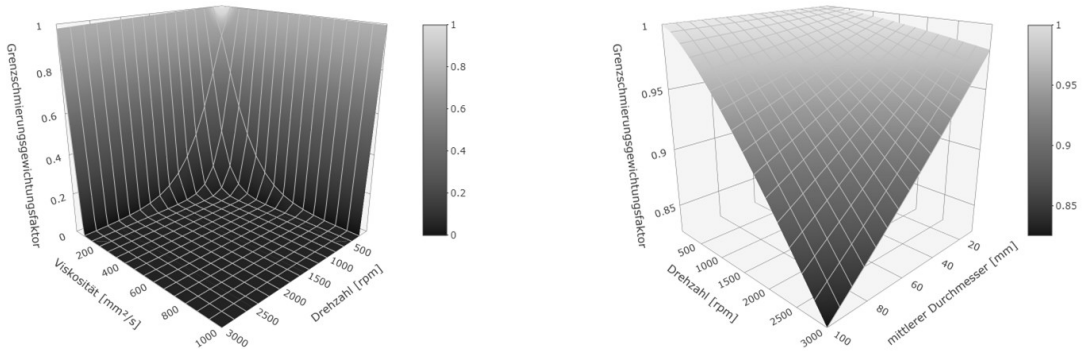


Abbildung 2-32: Rechnungs-Modell zum Grenzschmierungsgewichtungsfaktor ϕ_{bl}

Der Grenzschmierungsgewichtungsfaktor geht modulierend in den Gleitreibungsbeiwert μ_{sl} ein, indem der Reibwert von elastohydrodynamischen Schmierfilmen μ_{EHL} in den Reibwert von Festkörperreibung μ_{bl} verschoben wird (vergleiche Abbildung 2-32 mit Abbildung 2-33).

$$\mu_{sl} = (\phi_{bl} \cdot \mu_{bl}) + \left((1 - \phi_{bl}) \cdot \mu_{EHL}\right)$$

Beiwert für Zusätze im Schmierstoff μ_{bl} [97]

$$\mu_{bl} = \begin{cases} 0{,}19 & wenn\ keine\ Zusätze \\ 0{,}15 & wenn\ reibungsmindernde\ Zusätze \end{cases}$$

Gleitreibungszahl eines Schmierfilms größer $h_{min,ü}$

$$\mu_{EHL} = \begin{cases} 0{,}04 & bei\ Schmierung\ mit\ Syntheseölen \\ 0{,}05 & bei\ Schmierung\ mit\ Mineralölen \\ 0{,}10 & bei\ Schmierung\ mit\ Traktionsfluid \end{cases}$$

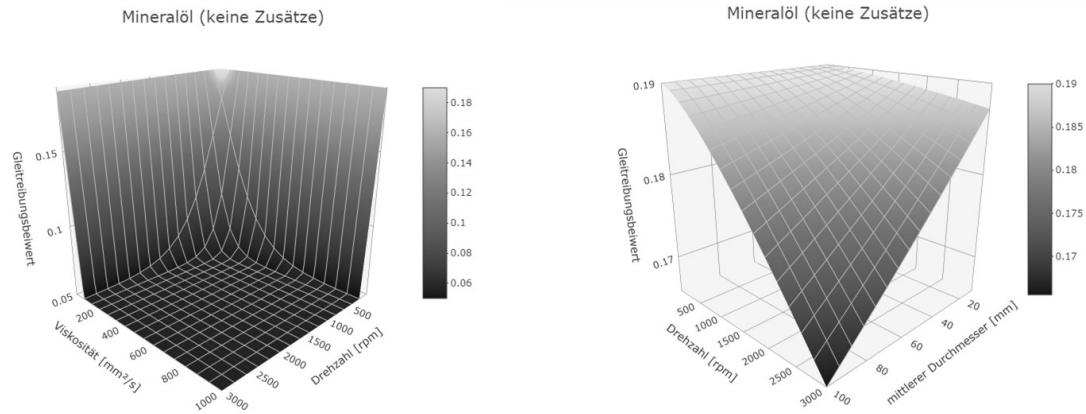


Abbildung 2-33: Rechnungs-Modell zum Gleitreibungsbeiwert μ_{sl} am Beispiel eines mineralischen Grundöls ohne Zusätze

[95] bei Schmierspalthöhen unter 2 (siehe $h_{min,ü}$ in Abbildung 1-26; Berechnung siehe Kapitel 1.4.4)

[96] Die Schmierstoffhöhe taucht im Lagerschnitt viermal auf. Die Erhöhung kann durch die Lagerluft begrenzt werden. Die geschwindigkeitsabhängige kinematische Verdrängung aus der Rollbewegung führt zu einer Sättigung oder gar Umkehr der hydrodynamischen Schmierfilmerhöhung aus der Gleitbewegung [59, S. 100].

[97] Ohne Zusätze ist der Reibwert für Festkörper-Gleitreibung einzusetzen (siehe Kapitel 1.4.3)

Mit dem ermittelten Geometrie- und Belastungsfaktor G_{sl} und dem Gleitreibungsbeiwert μ_{sl} kann schließlich die zusammenführende Berechnung des Gleitwiderstandes erfolgen.

$$M_{Gleit} = G_{sl} \cdot \mu_{sl}$$

Die Diagramme in Abbildung 2-34 zeigen den Einfluss der Viskosität und der Drehzahl auf. Offensichtlich spielt bei dem Gleitwiderstand der Aufbau einer hydrodynamischen Schmiermittelschicht eine wesentliche Rolle die Gleitreibung in einen relativ konstanten Betriebsbereich (siehe violette Plateaus) zu überführen. Die Höhe der Plateaus ist dabei abhängig von dem verwendeten Grundöl[98]. Im Bereich der Grenzschmierung und Festkörperschmierung ist eine Abhängigkeit von dem Gleitwert der Werkstoffpaarung und eine eventuelle Herabsetzung durch reibungsmindernde Zusätze gegeben.

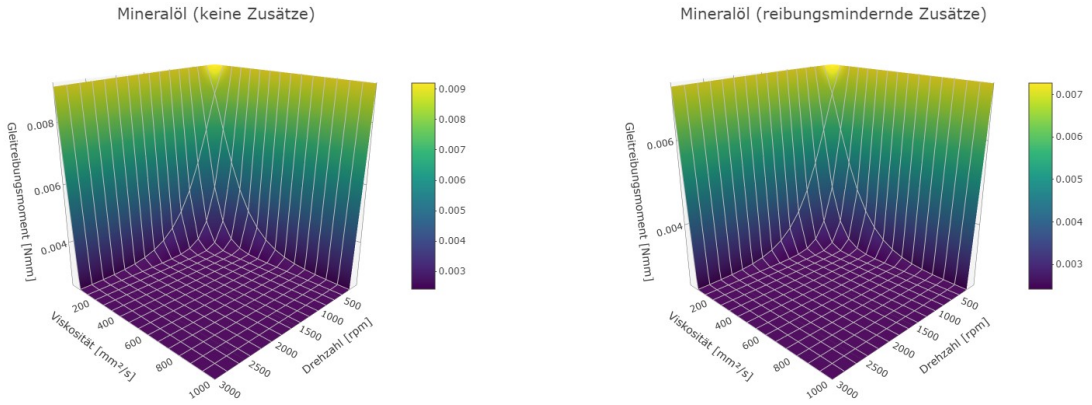


Abbildung 2-34: Rechnungs-Modell zur Gleitreibung am Beispiel der Lagerreihe 2. Abhängigkeit von Viskosität und Drehzahl

Die Diagramme in Abbildung 2-35 zeigen den Einfluss der Lagerbelastung und der Lagergröße auf das Gleitmoment auf. Offensichtlich steigt die Gleitreibung exponentiell mit der aufgebrachten Radialkraft. Dabei wird eine Minderung der Gleitreibung erreicht, wenn der mittlere Durchmesser der Lager erhöht wird (degressiver Einfluss). Insgesamt wird die Höhe des Gleitreibungsmoment durch den für die Abbildung 2-34 erklärten Einfluss aus Festkörperreibung/Grenzreibung, bzw. Mischreibung/Flüssigkeitsreibung skaliert.

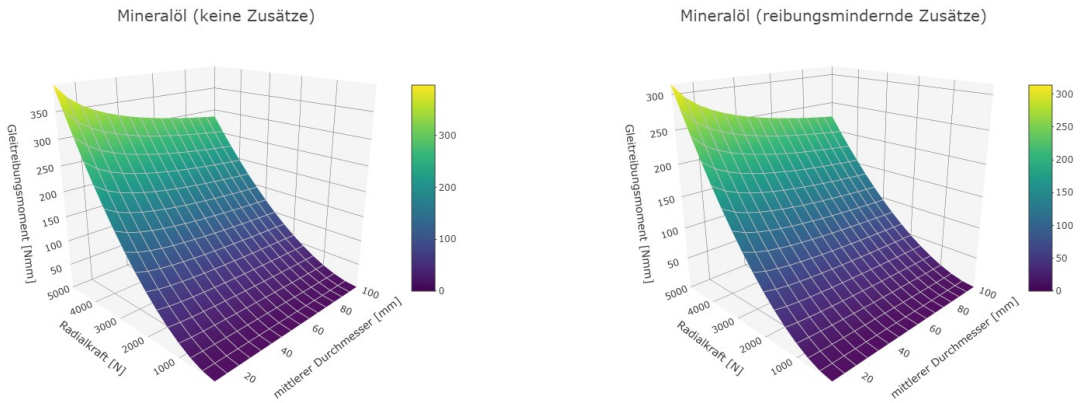


Abbildung 2-35: Rechnungs-Modell zur Gleitreibung am Beispiel der Lagerreihe 2. Abhängigkeit von Lagergröße und Belastung

[98] Mineralisch; Synthetisch oder Traktionsfluid. Fett kann z.B.: auf Grundlage von Polyglykol oder Mineralöl aufbauen. Für Wälzlagerfette wird von einem mineralischen Grundöl ausgegangen.

DISSIPATIONSVERLUSTE BEI ÖLSCHMIERUNG [59, S. 98-100]

Strömungs-, Plansch- und Spritzverluste von Ölen können einen wesentlichen Anteil am Gesamtreibungsmoment haben. Im Gegensatz zu Fetten sind Öle durch die hohe Fließfähigkeit in der Lage auch bei hohen Geschwindigkeiten Verdrängungsvolumen rasch wieder aufzufüllen. Der Füllstand eines Ölsumpfes hat einen komplexen Einfluss auf die Höhe der Dissipationsverluste. Dieser geht über die Ölbadwiderstandsvariable V_M in die Rechnung mit ein, welche eine Funktion des Füllgrades ist. Der Füllgrad ist die Normierung[99] der absoluten Füllhöhe H auf den mittleren Durchmesser $\frac{d+D}{2}$ der Lagerung. In Abbildung 2-36 wird die Ölstandsvariable mittels *Polynominterpolation* angenähert. Sie verhält sich innerhalb eines relativ engen Vertrauensbereich von $\pm 0{,}0001$ linear[100].

$$V_M = f\left(\frac{2 \cdot H}{d + D}\right)$$

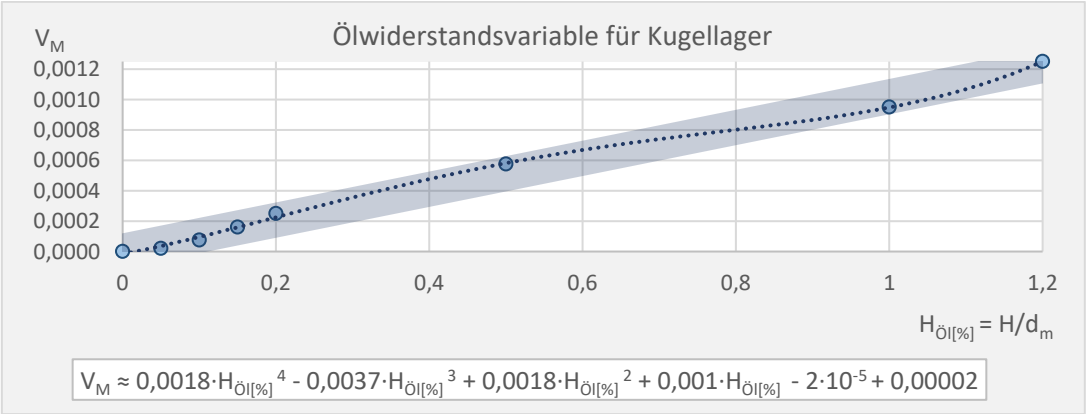


Abbildung 2-36: Interpolation der Ölwiderstandsvariable V_M[101]

Außerdem wird für die Berechnung die Geometrie der Wälzkörper, bzw. des Lagers mit dem Faktor K_Z und der Anzahl Wälzkörperreihen i_{rw} berücksichtigt.

$$K_{ball} = \frac{i_{rw} \cdot K_Z \cdot (d + D)}{D - d} \cdot 10^{-12}$$

	K_Z	i_{rw}
Radial-Rillenkugellager	3,1	1
Einreihiges Schrägkugellager	4,4	1

In die Berechnung der Dissipationsverluste M_{Diss} geht der Einfluss der relativen Füllstandhöhe lediglich skalierend ein. Der Geometriefaktor K_{ball} geht ebenfalls nur linear in die Rechnung ein. Die Drehzahl n wirkt quadratisch. Auffallend ist der quintische extreme Einfluss der Lagergröße. Für geringe bis mittlere Lagergrößen erfolgt eine Niveauangleichung durch den Faktor 10^{-12} in K_{ball} und 10^{-3} in V_M.

$$M_{Diss} = V_M \cdot K_{ball} \cdot \left(\frac{d + D}{2}\right)^5 \cdot n^2$$

---

[99] Die Normierung erfolgt auf einen Wertebereich zwischen 0 bis 120% (siehe x-Achse in Abbildung 2-36). Wobei 120% vollends eingetaucht bedeutet. Formel: $V_M = 1{,}83958984484578 \cdot 10^{-3} \cdot H_{Öl[\%]}^4 - 3{,}65250985256882 \cdot 10^{-3} \cdot H_{Öl[\%]}^3 + 1{,}79644001529145 \cdot 10^{-3} \cdot H_{Öl[\%]}^2 + 9{,}81377027037711 \cdot 10^{-4} \cdot H_{Öl[\%]} - 1{,}68129939015285 \cdot 10^{-5} + 0{,}00002$

[100] Die in [59, S. 99] erhobene noch markanter wirkende Kurve könnte exakter durch die in Kapitel Radiale Wellendichtungen2.2 eingesetzte *Spline-Interpolation* über eine linearisierende Nutzung einer *Look-Up-Table* genutzt werden. Jedoch gibt es Hinweise darauf, dass die wahre Kurve eine Funktion weiterer Störgrößen, wie der Ölsumpfgeometrie ist (oder benachbarter rotierender Teile sein könnte). Deswegen wird die genaue Abbildung als nicht sinnvoll erachtet.

[101] Gültigkeit bis zur im Lagerkatalog angegebenen Referenzdrehzahl

Der extreme Einfluss der Potenzen wird in den Flächen der Abbildung 2-37 deutlich. Hier sticht die Fläche der Öleinspritzschmierung durch extreme Werte heraus. Dies rührt daher, dass die linke und die mittlere Fläche mit der Minimalhöhe im Ölsumpf parametriert worden sind.

Die Dissipationsverluste der Öleinspritzschmierung eines Lagers werden über das gesamte Feld mit einem virtuellen Öl-Füllstand bis zur Mitte des untersten Wälzkörpers berechnet und anschließend verdoppelt [59, S. 100]. Dies entspricht einer absoluten Füllhöhenkonstante von $H \approx \frac{D-d}{4}$.

Bei vertikalen Lagerungen im Ölsumpf planschen sämtliche Wälzkörper gleichzeitig im Öl. Um das abzubilden werden die Dissipationsverluste mit maximalem Füllgrad $V_M = 0{,}00125$ errechnet und anschließend mit dem Verhältnis der absoluten Füllhöhe zur Lagerbreite $\frac{H}{B}$ skaliert [59, S. 100].

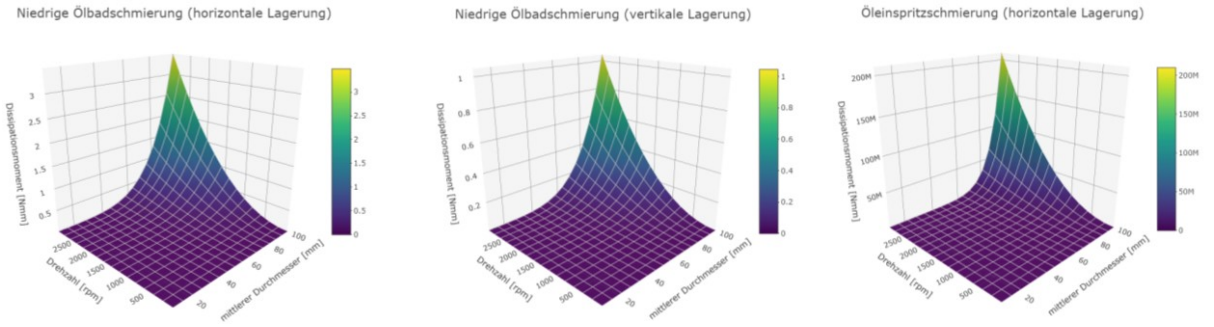


Abbildung 2-37: Rechnungs-Modell zur Öldissipation am Beispiel der Lagerreihe 2. Abhängigkeit von Lagergröße und Drehzahl

In Abbildung 2-38 ist die Abhängigkeit der Dissipationsverluste vom Füllgrad und der Drehzahl aufgezeigt. Dabei ist im Vergleich mit Abbildung 2-37 zu erkennen, dass der Einfluss der Lagergröße auf die Reibungsverluste extrem ist[102]. Im Bereich der Ölbadschmierung ist in der horizontalen Lage der polynomische Einfluss aus Abbildung 2-36 zu erkennen, während in der vertikalen Lage ein linearer Einfluss wirkt[103]. Im Bereich der Öleinspritzschmierung verschwindet der Einfluss des Ölfüllgrades, weil es keinen gefüllten Ölsumpf gibt. Der Einfluss der Drehzahl ist bei allen Lagerungen quadratisch.

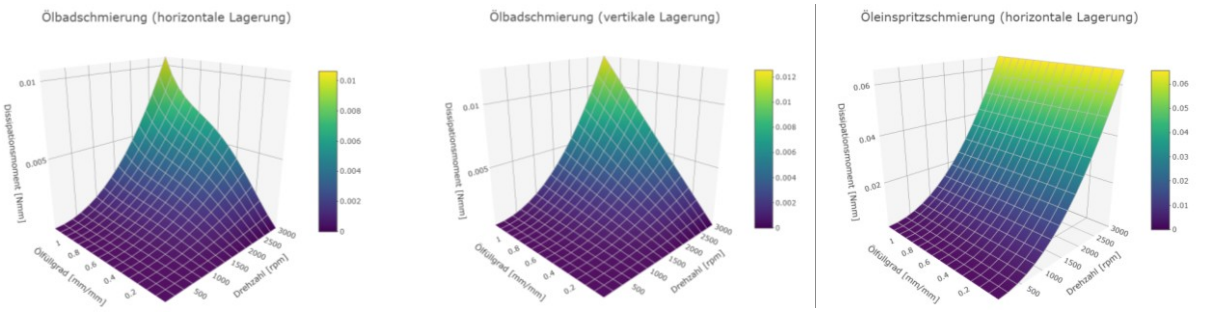


Abbildung 2-38: Rechnungs-Modell zur Öldissipation am Beispiel der Lagerreihe 2. Abhängigkeit von Ölfüllgrad und Drehzahl

Eine Öleinspritzschmierung in vertikaler Lage erfährt dieselbe Rechenvorschrift, wie die horizontale Lage. Gesonderte Berechnungsvorschriften für Dissipationsverluste in Fettschmierung und Ölnebelschmierung liegen nicht vor.

---

[102] Die in Abbildung 2-38 vorliegenden Flächen sind mit einer Lager-Mindestgröße von $\frac{D+d}{2}$ = 10mm parametriert.

[103] Der lineare Einfluss liegt durch mangelnde Versuchsergebnisse in [59] vor. Er rührt durch die Skalierung eines Betriebsbereiches durch das Schmierstoffhöhe-Lagerbreite-Verhältnis. Es ist zu erwarten, dass ein ähnlicher polynomischer Verlauf aufmoduliert sein sollte.

REIBUNGSVERLUSTE AN DER DICHTUNG [59, S. 90 & 96]

Die Berechnung der Reibungsverluste von Berührungsdichtungen ist bereits in Kapitel 2.2.2 geschildert. In Abbildung 2-39 ist die Verfügbarkeit der Dichtungsvarianten des Herstellers *SKF GmbH* graphisch aufgetragen. Dabei fällt auf, dass die reibungsarmen Dichtungen (siehe *RSL*) nur für relativ kleine Lager, wie sich in Antriebssträngen von Liegefahrrädern vorkommen, verfügbar sind. Die Standard RS-Dichtungen (siehe RS1) sind im Gegensatz dazu im ganzen Durchmesserspektrum vertreten.

Die Reibungsverluste nehmen exponentiell mit dem Dichtflächenkontaktdurchmesser zu. Dieser steht im unmittelbaren Zusammenhang mit dem mittleren Lagerdurchmesser[104].

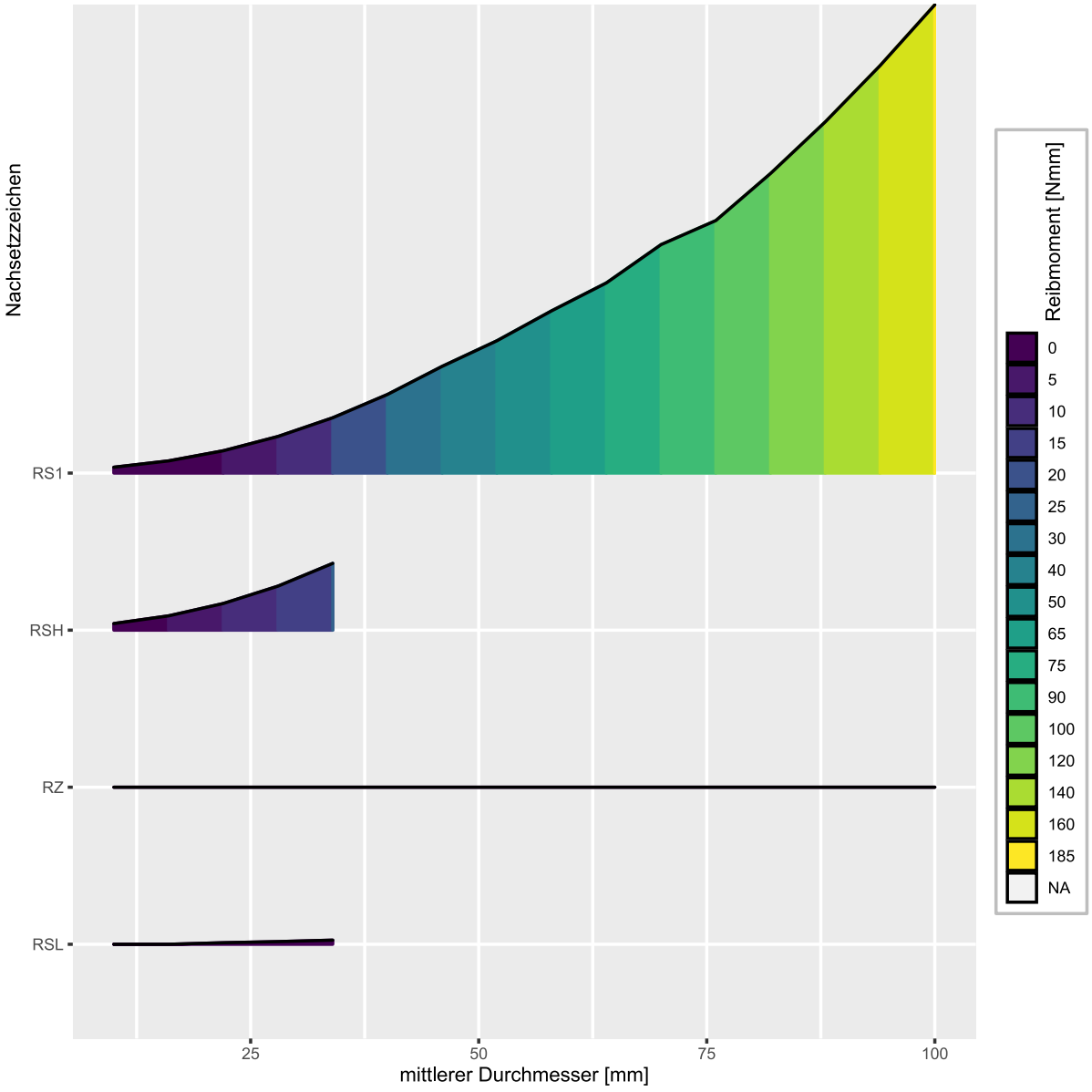


Abbildung 2-39: Rechnungs-Modell für Reibmomente von Dichtungen. Werte für doppelte Dichtscheiben doppelt so hoch[83]

[104] Der mittlere Lagerdurchmesser errechnet sich mit $^{(D+d)}/_{2}$ aus dem Lageraußendurchmesser D und dem Lagerbohrungsdurchmesser d. Das Diagramm wird auf ihn bezogen, um die Berechnung sämtlicher Reibmomentanteile in einem Berechnungsmodul zu vereinheitlichen.

2.3.1 Leichtlauflager

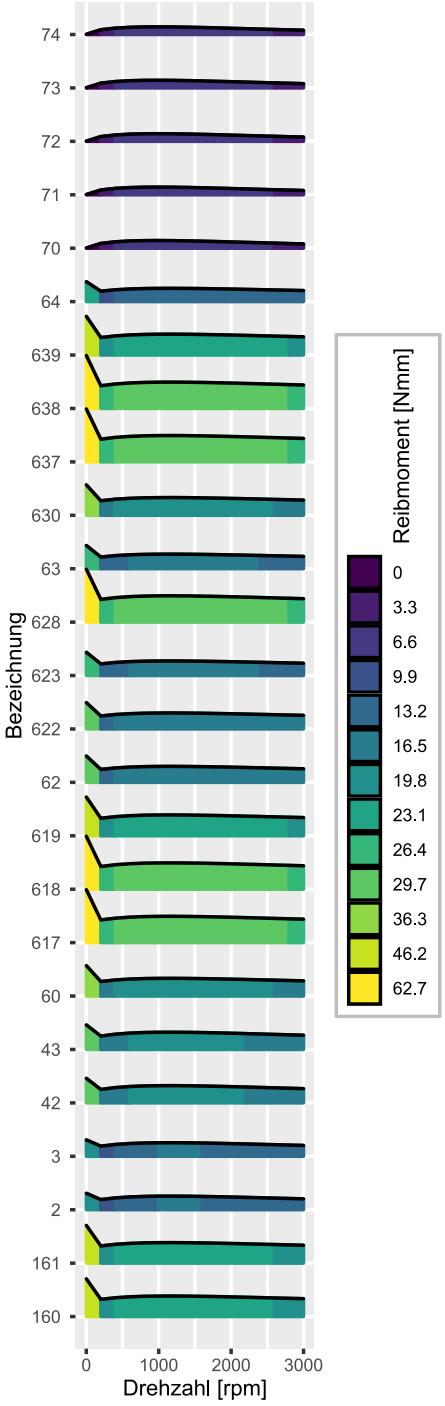


Abbildung 2-40: resultierendes Reibmoment verschiedener Lagerreihen (d_m=16mm; F_r=1001N; F_a=68N; Fettschmierung mit v=667 mm²/s auf Mineralölbasis und reibungsmindernden Zusätzen)

Lager mit Lebensdauerschmierung

Mit dem im Kapitel 2.3 entwickelten Berechnungsmodell lassen sich Betriebspunkte der Lagerungen anfahren und Vergleiche über die Verluste ziehen. In Abbildung 2-40 sind die Verluste der katalogisierten Lagerreihen mit Fettschmierung über die Drehzahl aufgetragen. Die dargestellten Berechnungen sind bei statischer Temperatur erfolgt. Ein Absenken der Viskosität kann nur mit einer dynamischen Rechnung erfasst werden, welche Konvektion, Wärmekapazität und Temperatur-Viskositäts-Kennlinie des Schmierstoffs erfasst.

Die Lagerreihen 70 bis 74 stellen mit 1N vorgespannte Schrägkugellager dar. Bei den Lagerreihen 2; 3; 63; 64 und 623 handelt es sich geometrisch bedingt um Leichtlauflager. Bei der Konfiguration eines Leichtlauflagers durch den Hersteller wird gerade so viel Fett in das Lager gegeben, dass eine Schmierung gewährleistet, jedoch eine Verdrängung des Fettes aus den Lagerlaufbahnen ermöglicht wird oder es wird gar eine Dispersionsbefettung angewandt. Aus der Zusammenfassung des Rollreibwiderstandes in Abbildung 2-29 geht hervor, dass der Einfluss der Viskosität bei niedrigen Drehzahlen gering ist. Trotzdem ist die Tendenz zu erkennen, dass eine höhere Grundölviskosität zu geringeren Verlusten führt. Dieser Effekt ist ebenfalls im Gleitreibungsanteil wiederzufinden (vergleiche Abbildung 2-34).

Geringstdrehzahlen torpedieren den Aufbau eines elastohydrodynamischen Schmierfilms. Der Reibungsanteil geht in Richtung der Festkörperreibung über. Für diese Anwendungsfälle kann mit AW-Zusätzen im Schmierfett die Reibung um annähernd ein Viertel reduziert werden. Synthetische Grundöle können zusätzlich leichte Reibungsreduzierungen nach sich ziehen. Übliche Lagerfette weisen die Konsistenz-Klassen NLGI1, NLGI2 oder NLGI3 auf[105]. Die Fettstruktur (z.B.: Lithiumseife) dient als eine Art Schwamm, dass das Grundöl unter Scherbelastung freigibt. Die Auswahl der Konsistenzklasse stellt in Kombination mit der Grundölviskosität eine Abhängigkeit des Betriebstemperaturbereiches (mit Niedrigst- und Höchsttemperatur) dar. Da das Grundöl aus dem Fett an den Reibkontakt gelangen muss, sind tendenziell niedrigere Viskositäten erforderlich und hohe Viskositäten für hohe Einsatztemperaturen zu verwenden.

Lagerfette haben die Eigenschaft Schmierstoff vor dem Austritt zurückzuhalten. Eine weitere Reibungsreduktion kann durch den Einsatz von Dichtscheiben anstatt von Berührungsdichtungen (Abbildung 2-39) erfolgen.

[105] Am 20.07.2022 online abgerufen unter: https://www.skf.com/de/products/lubrication-management/lubricants/Understanding-technical-data-of-greases

2.3.2 Keramiklager

Keramiklager treten in Form von Vollkeramiklagern und Hybridlagern auf dem Markt der Maschinenelemente auf und werden regulär in den Lagerkatalogen der großen Lagerhersteller *SKF* und *Schaeffler* aufgeführt. Kugeln und Ringe von Vollkeramiklagern bestehen einheitlich aus den folgenden ingenieurkeramischen Werkstoffen, während die Käfige in Metall- oder Kunststoffausführungen geliefert werden [61, S. 114].

- Siliciumnitrid Si_3N_4
- Siliciumcarbid SiC [61, S. 117]
- Zirkondioxid ZrO_2 und
- Aluminiumoxid Al_2O_3.

HYBRIDLAGER

Hybridlager hingegen weisen lediglich Kugeln aus den ingenieurkeramischen Werkstoffen Siliciumnitrid Si_3N_4 oder Zirkondioxid ZrO_2[106] auf, während Innen- und Außenring aus gewöhnlichem Wälzlagerstahl wie 100Cr6 bestehen. Käfige werden wie üblich in Metall- oder Kunststoffausführungen geliefert.

Hybridlager haben den Vorteil problemlos in Konstruktionen verbaut zu werden, in welchen ursprünglich gewöhnliche Wälzlager aus Stahl verbaut worden sind[107]. Ein Hybridlager kann in einer Variante[108] auch nur mit einer einzigen keramischen Laufkugel, eingebettet in weiteren Stahlkugeln, ausgeführt sein. Die Praxis zeigt, dass die extrem harte keramische Kugel in der Lage ist Abrassivpartikel zu sprengen und Fehler in der Stahllaufbahn wieder zu glätten. In diesen Anwendungen sind Varianten mit dem Werkstoff Siliciumnitrid deutlich belastbarer. Hybridlager mit einem vollständigem Keramikkugelsatz weisen neben einer längeren Standzeit[109], die Möglichkeit weitaus höhere Drehzahlen zu fahren auf[110]. Dies ist möglich, da die Dichte der Keramiken deutlich geringer ist, als die von Stahl, woraus geringere Fliehkräfte anfallen die wiederum die Reibmomente und damit Wärmeentwicklung erhöhen [59, S. 102]. Der wesentlich höhere E-Modul von Keramikkugeln führt zu einer Verkleinerung der (Hertz'schen) Berührungsflächen und verringert dadurch ebenfalls die Reibungsanteile [59, S. 102]. Der kovalente, bzw. ionische Bindungscharakter der Keramiken führt zu einer Reduzierung der Festkörperreibung, da ein Auftrennen von Mikro-Verschweißungen wie in Kapitel 1.4.3 nicht stattfindet. Das Potential der Einsparung von Reibungsverlusten beträgt circa 10% [13, S. 94]. Geschmiert werden Hybridlager analog zu Stahllagern mit Fetten und Ölen. Ein Trockenlauf ist kurzzeitig möglich und Mangelschmierung verkraftbar. Ein dauerhafter Schmiermittelmangel führt zum vorzeitigen Ausfall.

„Verlässt man das Gebiet der vollständigen Schmierung und geht zur Teilschmierung oder Trockenlauf über, befindet man sich [im] Abwendungsgebiet der [Voll]Keramikwälzlager." [61, S. 197]

---

[106] Am 24.07.2022 online abgerufen unter: https://www.schaeffler.com/remotemedien/media/_shared_media/08_media_library/01_publications/schaeffler_2/tpi/downloads_8/tpi_226_de_de.pdf

[107] Da es keine Probleme mit unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten und daraus resultierenden Zugspannungen im Außenring und Innenring gibt

[108] Am 24.06.2022 online abgerufen unter: https://evolution.skf.com/de/keramik-ist-hartesten-bedingungen-gewachsen/

[109] Die Paarung Keramik/Stahl und Keramik/Keramik weist kein Fressen/Verschweißen bei Festkörperkontakt auf [61, S. 170]

[110] Hybridlager werden in schnell laufenden Anwendungen in der Regel axial vorgespannt, wodurch sie sich im Verhalten in Richtung einreihige Schrägkugellager verschieben. Dies führt zu einer Verringerung der Reibung bei hohen Drehzahlen [59, S. 102]

VOLLKERAMIKLAGER

Vollkeramiklager weisen ebenfalls den Vorteil aufs für höhere Drehzahlen eingesetzt werden zu können. Sie haben jedoch den weiteren Vorteil der chemischen Inertie[111]. Mit ihnen ist es möglich Schmierung nicht über Öl oder Fett zu bewerkstelligen, sondern mit den Medien in welchen sie sich befinden. So ist es möglich eine Schmierung mit Wasser zu realisieren. Es ist sogar (je nach keramischem Werkstoff und Hertz'scher Pressung[112]) möglich ein Vollkeramiklager dauerhaft im Trockenlauf [61, S. 179] zu betreiben ohne einen Ausfall zu provozieren. Die Abwesenheit von Schmierstoffen, bzw. die aufgegebene Notwendigkeit ein Lager von seinem Umgebungsmedium zu trennen führt zu der Option auf den Einsatz von Berührungsdichtungen verzichten zu können. Im Fall des Trockenlaufes entfallen zusätzlich Planschverluste, sodass ein Potential zur Einsparung von Reibverlusten bei 50% liegen kann [13, S. 94].

Eine polarisierende Eigenschaft der Vollkeramiklager liegt in ihrem niedrigen Wärmeausdehnungskoeffizienten (und dem hohen Schmelzpunkt). Auf der einen Seite ermöglicht dieser die Lager – isoliert betrachtet – hohen Temperaturwechseln auszusetzen. Auf der anderen Seite sind Wärmeausdehnungskoeffizienten von Metallen deutlich höher, weswegen Passungsprobleme zu erwarten sind[113].

Hinsichtlich Verschleiß geht aus Versuchen hervor [27, S. 375], dass Si_3N_4 den größten Verschleißwiderstand[114] aufweist. Dieser nimmt bei Wasserschmierung bei einer Reibpaarung mit sich selbst und steigender Gleitgeschwindigkeit progressiv zu. Der Verschleißwiderstand von Al_2O_3 und SiC nimmt degressiv zu, während der Verschleißwiderstand von ZrO_2 unter Wasserschmierung degressiv abnimmt [27, S. 366]. Vollkeramiklager aus Zirkonoxid sind als Nischenprodukt zu finden. Zirkonoxid weist die interessante unnütze Eigenschaft auf seinen Reibbeiwert von ungefähr 0,1 auf 0,3 zu erhöhen, wenn es vom Trockenlauf[115] in die Wasserschmierung überführt wird [61, S. 185].

---

[111] Die chemische Inertie von Keramiken ermöglicht den Einsatz in aggressiven Medien, wobei die Medien als Schmiermittel selbst dienen können

[112] Die Hertz'sche Pressung spielt eine große Rolle im Trockenlauf, da die geringe Elastizität der Keramiken, neben einem sehr guten Abrollverhalten (siehe Absatz *Reibbewegung* in Kapitel 2.3), zu hohen Drücken aus geringer Deformation führt [27, S. 255]. Die hohen Drücke führen zu örtlich weit höheren Temperaturen als bei Stahllagern, welche sich in sogenannten Blitzemissionen äußern (siehe Absatz *Festkörperreibung* in Kapitel 1.4.4) [27, S. 255]. Diese Blitzemissionen können Zerstörungen auf den Keramikoberflächen nach sich ziehen.

[113] Überhaupt sind übliche Konstruktionsmethodiken zur Passungsvergabe von Lagersitzen für Vollkeramiklager nicht generalisierungsfähig. Im Falle der Keramiklager müssen die Zugspannungen der Lagerringe berücksichtigt werden. Es wird darauf hinauslaufen die Lagerringe mit einer äußerst geringen Druckkraft montierbar zu gestalten, wobei die Lagerluft seitens der Hersteller auf diesen Umstand angepasst worden sein werden. Sollten Temperaturwechsel ein Problem spielen die Haftreibung der Lagerringe beizubehalten oder gar ein Kontaktverlust eintreten, bzw. eine Aufsprengung der Lagerringe möglich sein, so sind ausgefallene Konstruktionsmethodiken anzuwenden, wie ein elastischer Wellensitz [61, S. 115-116].

[114] Der kovalente Bindungscharakter von Siliciumcarbid verhindert adhäsives Fressen und anisotopes Verschleißverhalten [61, S. 117]

[115] Der Trockenlauf ist jedoch nicht dauerhaft möglich, da Blitztemperaturen bis 1500°C auftreten [61, S. 185]

WERKSTOFFVERGLEICH

In Tabelle 12 sind die üblichen Werkstoffe für Hybrid- und Vollkeramiklager aufgelistet. Mit den Werten lassen sich die folgenden Abschätzungen [27, S. 255] ausführen. Mit sinkender Dichte steigt die Fähigkeit höhere Drehzahlen zu fahren. Mit dem E-Modul und der verbunden Querkontraktionszahl steigt das Hertz'sche Schubspannungsmaximum und damit Werkstoffbelastungen im unmittelbaren Rollkontakt, während gleichzeitig die Rollreibung sinkt. Mit steigender Zugfestigkeit sinken die Werkstoffanstrengungen in der wahren Kontaktfläche. Mit steigender Bruchzähigkeit sinken Rissausbreitung und Abtrennung von Abrasionspartikeln. Mit steigender Härte sinken die Werkstoffanstrengungen in der wahren Kontaktfläche. Mit steigender Wärmeleitfähigkeit und spezifischer Wärmekapazität sinkt die reibbedingte Temperaturerhöhung in der wahren Kontaktfläche. Mit steigendem Wärmeausdehnungskoeffizient steigen thermisch bedingte Eigenspannung, welche zu Oberflächenzerrüttung führen (siehe Kapitel 1.4.3); Maßänderungen und Verzüge.

Tabelle 12: Vergleich der Werkstoffe in Vollkeramiklagern (oben) und Hybridlagern (unten) [27, S. 254]

	Dichte	Elastizitätsmodul	Zugfestigkeit	Bruchzähigkeit	Vickershärte	Wärmeleitfähigkeit	Wärmeausdehnungs-koeffizient
	$\rho\left[\frac{10^6 \cdot g}{m^3}\right]$	$E\left[\frac{N}{mm^2}\right]$	$R_m\left[\frac{N}{mm^2}\right]$	$K_c\left[\sqrt[-2]{\frac{N \cdot m}{mm^2}}\right]$	$H[HV10]$	$\lambda\left[\frac{W}{m \cdot K}\right]$	$\alpha\left[\frac{1}{10^6 \cdot K}\right]$
SiC	5,3 … 3,2	350 … 460	130 … 520	2,3 … 5,1	1900 … 2800	75,0 … 210,0	2,7 … 5,0
Si_3N_4	3,0 … 3,3	170 … 320	50 … 800	1,8 … 8,4	800 … 2700	10,0 … 43,0	1,4 … 3,3
Al_2O_3	2,3 … 4,1	215 … 460	120 … 660	1,0 … 6,5	500 … 2200	12,0 … 40,0	4,5 … 9,1
ZrO_2	3,4 … 6,2	130 … 250	125 … 450	1,0 … 15,0	760 … 1500	1,7 … 2,1	2,3 … 12,0
Si_3N_4	3,0 … 3,3	170 … 320	50 … 800	1,8 … 8,4	800 … 2700	10,0 … 43,0	1,4 … 3,3
ZrO_2	3,4 … 6,2	130 … 250	125 … 450	1,0 … 15,0	760 … 1500	1,7 … 2,1	2,3 … 12,0
100Cr6	7,8	200 … 210	830 … 1470	20,0	700	45,0	11,6

In Tabelle 13 sind Gleitreibungswerte verschiedener Werkstoffpaarungen aus Tabelle 12 unter Variation der Luftfeuchtigkeit aufgeführt. Die Gleitreibung weist anscheinend aufgrund hoher adhäsiver Effekte hohe Werte bei Nullfeuchtigkeit auf, obwohl keine Mikroverschweißungen aufgetrennt werden. Diese Effekte scheinen durch einen trennenden Wasserschmierfilm aus der Luftfeuchtigkeit herabgesetzt zu werden.

Tabelle 13: Reibungszahlen μ bei Trockenlauf im Tribosystem Kugel–Scheibe unter Variation der Luftfeuchtigkeit [27, S. 378]

		Kugel											
		$\mu_{5\%}$	$\mu_{50\%}$	$\mu_{95\%}$	Si_3N_4			SiC			ZrO_2			Al_2O_3		
Kugel	Si_3N_4	0,55	0,65	0,75												
	SiC				0,60	0,35	0,15									
	ZrO_2							0,85	0,85	0,85						
	Al_2O_3										0,55	0,45	0,40			

		Kugel		
		$\mu_{5\%}$	$\mu_{50\%}$	$\mu_{95\%}$
		100Cr6		
Ebene	100Cr6	0,85	0,70	0,60
	Si_3N_4	0,80	0,80	0,85
	SiC	0,60	0,35	0,15
	ZrO_2	0,70	0,50	0,40
	Al_2O_3	0,75	0,75	0,70

BERECHNUNG DES LAGERREIBMOMENTES

Vom Lagerhersteller SKF werden keine Informationen zur Berechnung des Lagerreibmomentes bereitgestellt, außer dass bei einreihigen Schrägkugellagern die Design-Beiwerte R_3 für die Rollreibung und S_3 für die Gleitreibung um den Faktor 0,41 zu reduzieren sind [59, S. 102]. Das könnte ein Hinweis darauf sein, dass das Reibmoment unter Einsatz eines Schmiermittels auf dieselbe Weise berechnet wird wie bei Stahllagern.

In der Fachliteratur zu Keramiklagern ist ein Lagerreibmomentversuch dargestellt [61, S. 199]. Untersucht wurde ein Hybrid-Rillenkugellager vom Typ *6006* mit erweiterter Lagerluft *C3*[116]. Dieses Lager wurde unter Trockenlauf, Wasserschmierung und Dispersionsbefettung geprüft. Zur Referenz wurde ein *6006* Stahllager mit Dispersionsbefettung[117] geprüft. Leider weichen die Vorspannungen im Trockenlauf ab, sodass keine direkten Schlüsse gezogen werden können.

Mit der Beziehung $M_{Verlust} = \mu \cdot d/2 \cdot F_a$ lassen sich folgende Reibmomente ermitteln (siehe Abbildung 2-41 links). Die ermittelten Momente weichen gehörig von den Berechnungsergebnissen ab. Dies könnte auf die Dispersionsbefettung zurückgeführt werden, welche zu einem geringen Schmierfilmdicken- und Schmierfilmverdrängungsfaktor führt. Es wird festgehalten, dass die Reibung im Trockenlauf um den Faktor 10 höher sein könnte. Eine Berechnung ist nicht möglich.

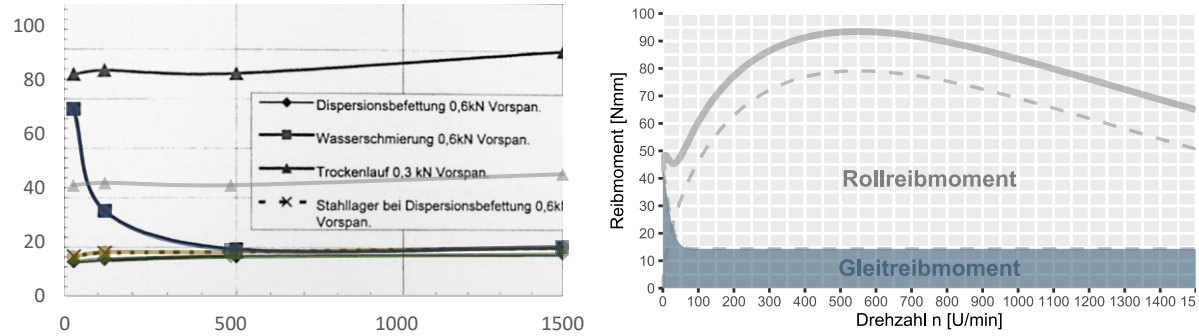


Abbildung 2-41: Lagerreibungsversuch an Hybridlager 6006-TB-P6-C3 umgerechnet von µ auf die Reibmomente (links) und Berechnungsergebnisse eines gefetteten Stahllagers mit η = 770mm²/s (rechts)

Aus tribologischer Sicht führt die Mangelschmierung oder Trockenlauf nicht zu adhäsiven Verschleiß, jedoch führt der Rollkontakt zu starken Tangentialspannungen (siehe Kapitel 1.4.6 Abbildung 1-25) [61, S. 197]. Die daraus erhöhten Zugspannungen führen zu Rissbildung. In Abhängigkeit der Schmierstoffviskosität werden maximal zulässige Hertz'sche Pressungen P_0 angegeben (siehe Tabelle 14)

Tabelle 14: Zulässige Belastung des Wälzkontaktes von Vollkeramiklagern in Abhängigkeit des Schmierstoffs [61, S. 197]

	Viskosität υ	Max. zulässige Hertz'sche Pressung P_0
Öl, Fett	$46\ mm^2/s$	$2400\ N/mm^2$
Wasser (80°C)	$0,4\ mm^2/s$	$1500\ N/mm^2$
trocken	$0\ mm^2/s$	$1000\ N/mm^2$

[116] Der Lagerreibmomentrechner von SKF gilt nur für Lager mit normaler Lagerluft „N" gilt

[117] Dispersionsfettung: „Methode zur Einbringung des Schmierstoffes. Das Wälzlager wird in das Dispersionsbad (Dispergiermittel und Fett) getaucht. Nach dem Abdampfen des Dispergiermittels verbleibt eine 1 bis 100 µm dicke Schmierstoffschicht auf den Lageroberflächen. Vorteil: geringste Reibung. Nachteil: geminderte Fettgebrauchsdauer." [102, S. 59]

2.4 Gelenke

Gelenke werden im Antriebstrang an Orten eingesetzt, an denen Momente unter variablen oder festen Winkelversatz übertragen werden müssen. Anwendungsfälle sind die gelenkigen Antriebswellen eines gefederten Fahrzeuges oder im Fall einer Antriebswelle eine Umlenkung von Antrieb zu den Antriebswellen. Gelenke können die Funktion einer Axialverschiebung in sich integriert haben oder mit einer zusätzlichen Linearführung in einer Gelenkwelle gekoppelt sein. Axialversatz kann an den Antriebswellen durch die Federungskinematik und an der Antriebswelle durch Schwingungen des Antriebes; die Verschiebung (im Sinne einer Verstellung) des Antriebes oder durch eine Knicklenkung auftreten.

Neben elastischen Wellenelementen, wie dem Kleinwinkelgelenk, wird auf die Bauformen der Kreuzgelenke; Kugelgelenke [118] und der Podegelenke eingegangen. Jedem der drei Gelenke sind Hystereseverluste der zyklisch gestauchten und gestreckten Faltenbälge, bzw. Achsmanschetten auferlegt. Sie hängen zu einem Großteil vom Winkelversatz und wahrscheinlich zu einem geringen Teil von dem Axialversatz ab. Der Reibanteil wird aufgrund des zeitlichen Aufwandes und des geringen Mehrwertes der Errechnung nicht weiter betrachtet. Der Wirkungsgrad aller Gelenke nimmt annähernd linear mit zunehmender Schrägstellung ab [62, S. 433]. Dabei weisen Kreuzgelenke die größten Verluste, gefolgt von den Kugelgelenken, gefolgt von den Podegelenken auf.

2.4.1 Kreuzgelenk

Die Bewegungen in Kreuzgelenken können mit Gleitlagern oder Nadellagern realisiert werden. Das macht sie zu den leichtesten Gelenken[119]. Einfache Kreuzgelenke erzeugen einen periodischen Fehler im Abgabemoment und der Drehzahl. Bei kleinem Winkelversatz β überschreiten masseinduzierten Reibungsverluste schwerer Gelenke am Gesamtfahrzeug die Reibungsverluste einfacher Kardangelenke [62, S. 419]. Unter Abwägung der Oszillationen in Drehzahl und Momentenabgabe, kann die Wahl auf ein einfaches Gelenk fallen. Wenn die mit dem Winkelversatz steigenden Oszillationen nicht verträglich sind, so können mit der Bauform eines doppelten Kreuzgelenkes die Oszillationen abgeschaltet werden [120]. Für Anforderungen an den Axialversatz kann ein teleskopartiges Schiebestück dem Kreuzgelenk in Reihe geschaltet werden (siehe Abbildung 2-42).

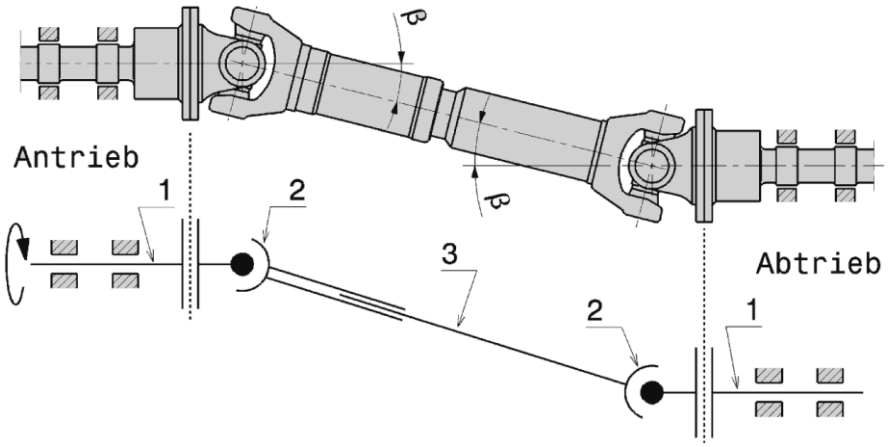


Abbildung 2-42: Kreuzgelenkwelle mit Schiebestück (3) zwischen zwei phasengleichen Kreuzgelenken (2) [62, S. 419]

[118] Aus zeitlichen Gründen können die Kugelgelenke nicht ausführlich modelliert und erarbeitet werden

[119] Das leichteste Gelenk stellt ein elastisches Wellenelement dar. Sehr kleine Winkelversätzen können mit einem Kleinwinkelgelenk aus Kunststoff übertragen werden. Dieses ähnelt einer *Hardyscheibe* [62, S. 420].

[120] Bei einem doppelten Kreuzgelenk werden zwei Kreuzgelenke phasengleich hintereinandergeschaltet.

GELENKBEWEGUNG [121]

Kreuzgelenke unterliegen einer Ungleichförmigkeit zwischen Ausgangswinkel φ_a und Eingangswinkel φ_e der Gelenkhälften während einer Umdrehung, die von dem Winkelversatz β[122] abhängt. Die Bewegung der beiden Gabeln des Gelenkes verhält sich dabei mit einer halben Umdrehung periodisch. Sie erscheint zunächst sinusförmig, bei hohen (theoretischen) Winkelversätzen (siehe β = 0° in Abbildung 2-43) dominiert jedoch ein Anteil der im Folgenden als „Übergnuppen“ bezeichnet wird. Die zugrundeliegenden Gleichungen für den Ausgangswinkel [63, S. 6] werden für die Winkelbereiche modifiziert und in Abbildung 2-43 dargestellt:

$$\varphi_a = \begin{cases} \tan^{-1}{}_{Deg}\left(\cos_{Deg}(\beta)\cdot\tan_{Deg}(\varphi_e)\right) & f\ddot{u}r \quad 0° \le \varphi_e \le 90° \\ \tan^{-1}{}_{Deg}\left(\cos_{Deg}(\beta)\cdot\tan_{Deg}(\varphi_e)\right) + 180° & f\ddot{u}r \quad 90° < \varphi_e \le 270° \\ \tan^{-1}{}_{Deg}\left(\cos_{Deg}(\beta)\cdot\tan_{Deg}(\varphi_e)\right) + 360° & f\ddot{u}r\ 270° < \varphi_e < 360° \end{cases}$$

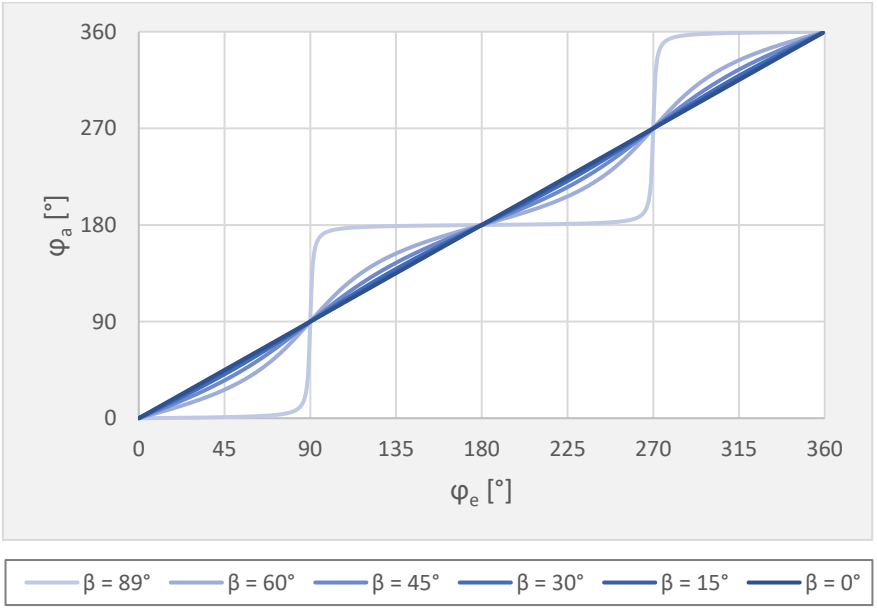


Abbildung 2-43: Kreuzgelenk - Gelenkausgangswinkel φ_a als Funktion vom Gelenkeingangswinkel φ_e und dem Winkelversatz β

In Abbildung 2-43 ist zu sehen, dass die Winkelabweichung bei höheren Winkelversätzen erhöhte Geschwindigkeiten und Beschleunigungen nach sich ziehen muss.

---

[121] In den Differentialgleichungen wird Winkelgeschwindigkeit ω als $\dot{\varphi}$ und Winkelbeschleunigung α als $\ddot{\varphi}$ notiert

[122] Allgemein gelten maximale Winkelversätze einfacher Gelenke zwischen 20…35°. In der Landwirtschaft werden Doppelgelenke mit maximal 2 x 35° … 2 x 40° eingesetzt [63, S. 242]

Die Drehzahl für den Ausgang $\dot{\varphi}_a$ [63, S. 8][123] und die Beschleunigung $\ddot{\varphi}_a$ [63, S. 8][124] berechnen sich über folgende Differentialgleichungen:

$$\dot{\varphi}_{a(t)} = \dot{\varphi}_{e(t)} \cdot f_{\omega(\varphi_{e(t)},\beta)} \qquad f_{\omega(\varphi_e,\beta)} = \frac{\cos_{Deg}(\beta)}{1 - \left(\left(\sin_{Deg}(\beta)\right)^2 \cdot \left(\sin_{Deg}\left(\varphi_{e(t)}\right)\right)^2\right)}$$

$$\ddot{\varphi}_{a(t)} = \dot{\varphi}_{e(t)}{}^2 \cdot f_{\alpha(\varphi_{e(t)},\beta)} \qquad f_{\alpha(\varphi_e,\beta)} = \frac{\cos_{Deg}(\beta) \cdot \left(\sin_{Deg}(\beta)\right)^2 \cdot \sin_{Deg}\left(2 \cdot \varphi_{e(t)}\right)}{\left(1 - \left(\left(\sin_{Deg}(\beta)\right)^2 \cdot \left(\sin_{Deg}\left(\varphi_{e(t)}\right)\right)^2\right)\right)^2}$$

Die Ergebnisse der Differentialgleichungen sind in Abbildung 2-44 in einer Scharr für mehrere Winkelversätze dargestellt. Die Werte wurden für Einheitswinkelgeschwindigkeit und Nullwinkelbeschleunigung am Eingang berechnet. Damit entspricht der linke Graph $f_{\omega(\varphi_{e(t)},\beta)}$ und der rechte Graph $f_{\alpha(\varphi_{e(t)},\beta)}$.

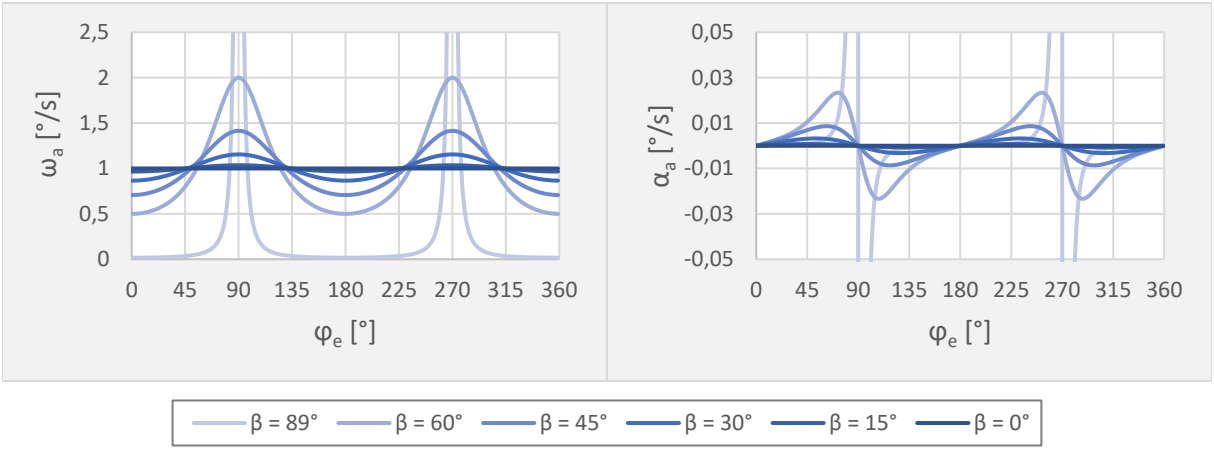


Abbildung 2-44: Kreuzgelenk – Winkelgeschwindigkeit des Gelenkausgang ω_a (links) und Winkelbeschleunigung des Gelenkausgang α_a (rechts) als Funktion vom Gelenkeingangswinkel φ_e und dem Winkelversatz β. Werte für Einheitswinkelgeschwindigkeit am Gelenkeingang ω_e = 1rad/s und Nullwinkelbeschleunigung ω_e = 0rad/s² am Gelenkeingang

In Abbildung 2-44 ist zu erkennen, dass bereits Winkelversätze um 30° mit ±15% unzulässig hohe Abweichungen der Abtriebsdrehzahl nach sich ziehen. Aus diesem Grund sind derartige Versätze im Antriebsbereich nur mit doppelten Kreuzgelenken ausgleichbar. Der Fehlerausgleich wirkt, wenn sich die virtuellen Achsen der Gelenke in einem Punkt schneiden durch welchen eine Symmetrieebene zwischen den Gelenken gezogen werden kann [63, S. 10]. Mathematisch bedeutet die Erfüllung dieser Bedingung, dass die Ausgangsdrehzahl mit sich selbst um 90° phasenverschoben überlagert wird, was einer Auslöschung gleichkommt.

---

[123] mit $\dot{\phi}_{a,\,min} = \dot{\phi}_e \cdot \cos_{Deg}(\beta)$ und $\dot{\phi}_{a,\,max} = \dot{\phi}_e \,/\, \cos_{Deg}(\beta)$

[124] Formel wurde korrigiert

Die antrieb- und abtriebseitigen Geschwindigkeitsoszillation des Kreuzes[125] sind in der Literatur nicht beschrieben. Sie werden jedoch benötigt, um die Reibvorgänge und die Abtriebsmomentenmodulation beschreiben zu können. Die Bewegung des inneren Kreuzes ist komplex. Deswegen wird eine sondierende MKS-Analyse mit der CAD-Software *PTC Creo* für Verifikationszwecke vorgenommen (Erklärung im Anhang).

In der Winkelgeschwindigkeit $\omega_{k,a}$ am Ausgang des Kreuzes ist eine Skalierung mit dem Sinus des Winkelversatzes β festzustellen. Die Winkelgeschwindigkeit am Eingang des Kreuzes $\omega_{k,e}$ korreliert zwar mit dem Sinus des Winkelversatzes β, jedoch bricht die Skalierung bei Winkelversätzen über 45° extrem stark aus. Dieses Verhalten korreliert stark mit der Winkelgeschwindigkeit des Gelenkausgangs ω_a(siehe Abbildung 2-44 links), wenn die Kurve ab 180° invertiert wird. Durch die wechselperiodische Invertierung von ω_a entsteht eine sinusähnliche Funktion. Durch Betrachten des Videos der Mehrkörpersimulation (MKS) bei einem theoretischen Winkelversatz von 89°, wird ersichtlich, dass die Eingangsdrehzahl bis zum „Übergnuppen“ vom Betrag zu 100% mit der antriebseitigen Kreuzdrehzahl übereinstimmt. Der Kurve ist ein weiteres Signal aufmoduliert. Durch Testen wird herausgefunden, dass der Sinus des Winkels vom Gelenkeingang φ_e, die Kurven aus der MKS-Simulation ideal beschreibt. Damit ergibt sich folgende empirisch gefundene Differentialgleichung (siehe Abbildung 2-45 links):

$$\dot{\varphi}_{k,e(t)} = \sin_{Deg}(\beta) \cdot \dot{\varphi}_{a(t)} \cdot \sin_{Deg}\left(\varphi_{e(t)}\right)$$

Es wurde bereits erkannt, dass die Skalierung der Geschwindigkeit $\omega_{k,a}$ ideal mit dem Sinus des Winkelversatzes β beschrieben wird. Da, aber in jedem Fall eine Abhängigkeit von der Drehzahl des Gelenkes vorhanden ist, wird die Skalierung mit der Eingangsdrehzahl ω_e vorgenommen. Durch Betrachten der Videos der MKS-Analyse wird klar, dass die Geschwindigkeiten im Kreuz antriebseitig und abtriebseitig in einem rechtwinkligen Verhältnis zueinanderstehen. Es wird getestet eine Abhängigkeit vom Cosinus des Ausgangswinkel einzufügen. Die Kurven aus der MKS-Simulation werden damit ideal beschrieben. Damit ergibt sich folgende empirisch gefundene Differentialgleichung (siehe Abbildung 2-45 rechts):

$$\dot{\varphi}_{k,a(t)} = \sin_{Deg}(\beta) \cdot \dot{\varphi}_{e(t)} \cdot \cos_{Deg}\left(\varphi_{a(t)}\right)$$

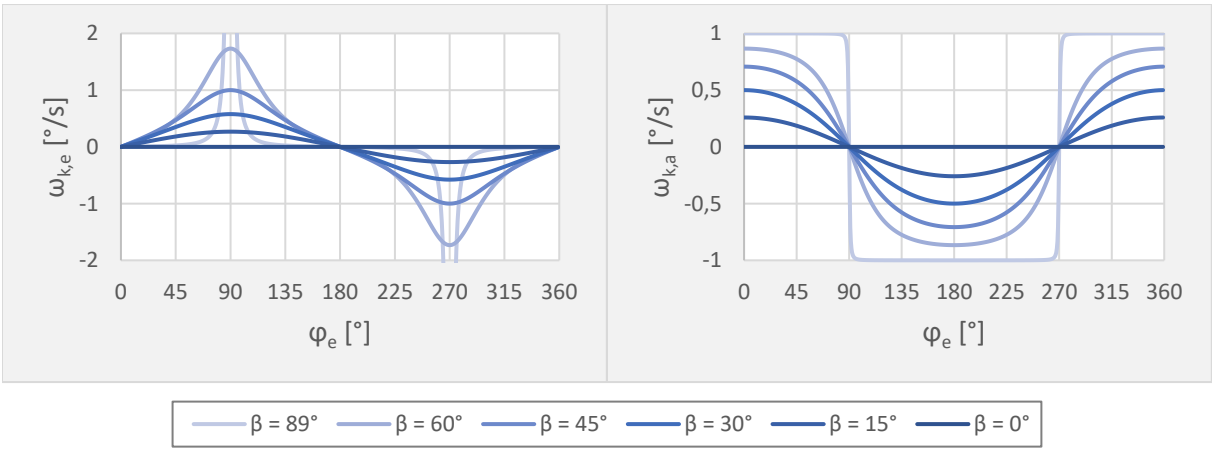


Abbildung 2-45: Kreuzgelenk – Winkelgeschwindigkeit des Kreuzes an der Achse der Gabel des Gelenkeingangs $\omega_{k,e}$ (links) und Winkelgeschwindigkeit des Kreuzes an der Achse der Gabel des Gelenkausgang $\omega_{k,a}$ (rechts) als Funktion vom Gelenkeingangswinkel φ_e und dem Winkelversatz β. Werte für Einheitswinkelgeschwindigkeit am Gelenkeingang ω_e = 1rad/s und Nullwinkelbeschleunigung ω_e = 0rad/s² am Gelenkeingang

[125] Im Folgenden wird mit dem Eingang des Kreuzes die Achse des Kreuzes verstanden welcher die Gabel des Gelenkantriebs lagert; der Ausgang des Kreuzes meint die Achse der Lagerstelle der Gabel des Gelenkabtriebs

Die antrieb- und abtriebseitigen Oszillationsbewegungen des Kreuzes[125] sind in der Literatur nicht beschrieben. Sie werden jedoch benötigt, um die Kräfteverhältnisse und die Abtriebsmomentenmodulation beschreiben zu können. Die aus der vorherigen Seite bekannten Bewegungsgleichungen können durch simple Aufsummierung numerisch integriert werden. Um als Verifikation für einen analytischen Beschreibungsversuch zu dienen.

$$\varphi_{k,e(t)} = \int \left[A \cdot \frac{d\varphi_{a(t)}}{dt} \cdot \sin_{Deg}(\varphi_{e(t)}) \right] dt \qquad \varphi_{k,a(t)} = \int \left[A \cdot \frac{d\varphi_{e(t)}}{dt} \cdot \cos_{Deg}(\varphi_{a(t)}) \right] dt$$

$$mit\ A = \sin_{Deg}(\beta) \qquad mit\ A = \sin_{Deg}(\beta)$$

Die analytische Lösung der Integrale der Geschwindigkeiten stellt sich als schwierig heraus. Der abtriebseitige Winkel des Kreuzes $\varphi_{k,a}$ hat aber vermutlich einen Anteil von $\sin_{Deg}(\beta) \cdot -\sin_{Deg}(\varphi_{a(t)})$. In extremen Winkeln erreicht die numerische Lösung eine Dreieckscharakteristik. Die Dreieckscharakteristik wird durch die Funktionen $\sin^{-1}(sin(x))$ oder $\cos^{-1}(sin(x))$ erreicht. Nur das Einsetzen des vom analytischen Lösungsanteil abweichenden Term $\sin_{Deg}(\beta) \cdot -\sin_{Deg}(\varphi_{e(t)})$ in $\cos^{-1}(x)$ führt zum gewünschten Effekt. Durch Nutzung der Arkussinusfunktion entfällt die Notwendigkeit eines Offsets, wobei ein Vorzeichen der Sinusterme negiert werden muss. Die Funktion (siehe Abbildung 2-46 rechts) deckt sich ideal mit der MKS-Simulation und der numerischen Integration.

$$\varphi_{k,a(t)} = \beta \cdot \sin_{rad}{}^{-1}\left(\sin_{Deg}(\beta) \cdot \sin_{Deg}(\varphi_{e(t)})\right) \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{90°}{\beta}$$

$$\varphi_{k,a(t)} = \sin^{-1}(\sin(\beta) \cdot \sin(\varphi_{e(t)}))$$

Da die Bewegungen sehr ähnlich sein müssen wird das Vorgehen an der zweiten Bewegungsgleichung zum antriebseitigen Winkel des Kreuzes $\varphi_{k,e}$ analog vorgenommen. Es wird ein Anteil von $\sin_{Deg}(\beta) \cdot \cos_{Deg}(\varphi_{a(t)})$ aus der analytischen Teillösung vermutet. Die Nutzung der invertierten Arkussinusfunktion führt zur gewünschten Skalierung. Sie muss um 0 Grad oszillieren. Die Funktion (siehe Abbildung 2-46 links) deckt sich ideal mit der MKS-Simulation und der numerischen Integration.

$$\varphi_{k,e(t)} = \beta \cdot -\sin_{rad}{}^{-1}\left(\sin_{Deg}(\beta) \cdot \cos_{Deg}(\varphi_{a(t)})\right) \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{90°}{\beta}$$

$$\varphi_{k,e(t)} = -\sin^{-1}(\sin(\beta) \cdot \cos(\varphi_{a(t)}))$$

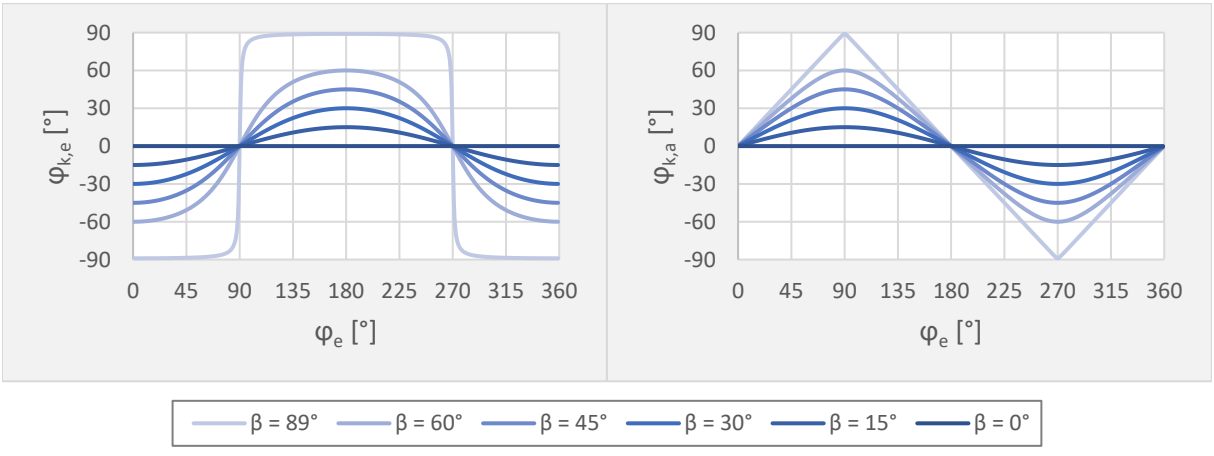


Abbildung 2-46: Kreuzgelenk – Winkelposition des Kreuzes an der Achse der Gabel des Gelenkeingangs $\varphi_{k,e}$ (links) und Winkelposition des Kreuzes an der Achse der Gabel des Gelenkausgang $\varphi_{k,a}$ (rechts) als Funktion vom Gelenkeingangswinkel φ_e und dem Winkelversatz β

MOMENTENVERHALTEN

Aus der Literatur lassen sich für das Kreuzgelenk zwei Freikörperbilder für die Wendepunkte der Antriebsachse des Kreuzes (siehe Abbildung 2-45 oben) und der Wendepunkte der Abtriebsachse des Kreuzes (siehe Abbildung 2-45 unten) entnehmen. Die Formeln der Statik der Extremwerte lassen sich mit den gewonnenen Erkenntnissen in die kontinuierlichen Kraftgleichungen umwandeln.

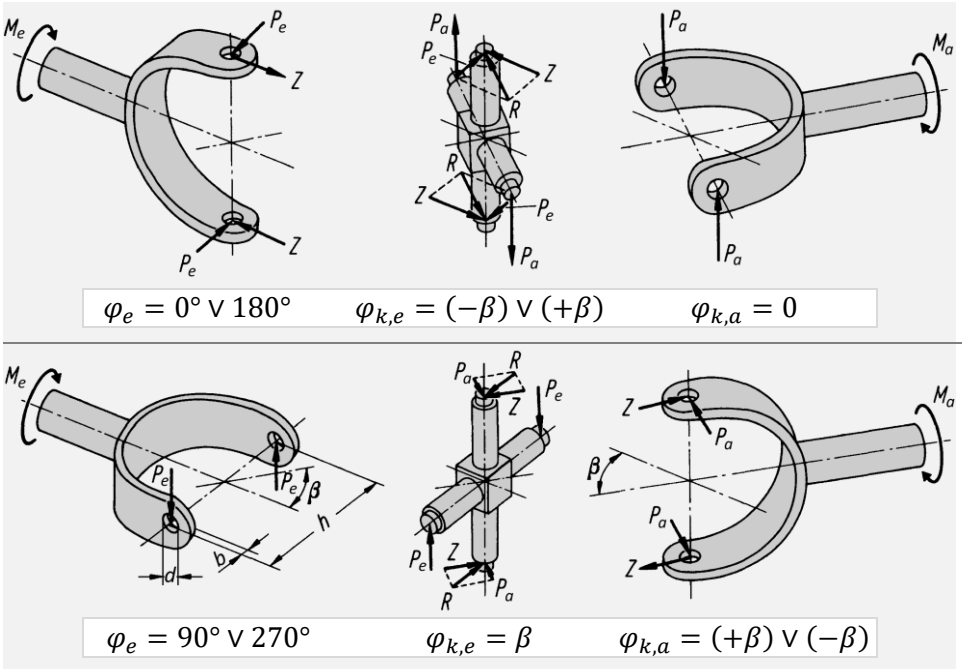


Abbildung 2-47: Freikörperbild des Festgelenks mit den Indexen $_e$ für Eingang und $_a$ für Ausgang. Oben φ_e=0°; unten φ_e=90°; Abbildung entlehnt aus [63, S. 161]. Entwicklung der Formeln jeweils von links nach rechts in den Skizzen

Die Berechnung der Kräfte für beliebige Drehwinkel φ_e erfordert die Einführung der Zusatzkräfte Z_e, bzw. Z_a auf der Eingangsachse e und der Ausgangsachse a des Kreuzes und die Resultierenden Lagerkräfte auf den Kreuzebenen R_e, bzw. R_a. Die in Abbildung 2-47 dargestellten Formeln werden dahingehend modifiziert, dass β durch $\varphi_{k,e}$ bzw. $\varphi_{k,a}$ ersetzt werden.

Tabelle 15: Gleichungen für die Kräfte am Festgelenk für die kontinuierliche Drehung ohne Reibung

Die Kraft P_e liegt immer direkt in der Ebene des Antriebsmoments	$P_e = \frac{M_e}{h}$
Tangens erzeugt Richtungsumkehr der Zusatzkraft.	$Z_e = P_e \cdot \tan(\varphi_{k,e})$
Cosinus gewährleistet Reaktions-Symmetrie	$R_e = \frac{P_e}{\cos(\varphi_{k,e})}$
Momenterhaltung im Kreuz Die Resultierenden Kräfte liegen immer in R-Ebene	$R_a \cdot h = R_e \cdot h$
Sinus erzeugt Richtungsumkehr der Zusatzkraft	$Z_a = R_a \cdot \sin(\varphi_{k,a})$
Cosinus gewährleistet Reaktions-Symmetrie	$P_a = R_a \cdot \cos(\varphi_{k,a})$
Das Moment M_a liegt immer in der Ebene der Kraft P_a	$M_a = P_a \cdot h$

Die Zusatzkräfte entstehen, wenn die Kreuzebene nicht parallel zum Eingangs- und Ausgangsmoment stehen. Damit wirken nur in dem Sonderfall des Nullwinkelversatzes keine Zusatzkraft-induzierten – von den Lagerungen abzustützende Momente $M_{Z,e}$ und $M_{Z,a}$ (siehe Abbildung 2-48).

$$M_{Z,e} = M_e \cdot \tan(\varphi_{k,e}) \qquad M_{Z,a} = M_e \cdot \frac{\sin(\varphi_{k,a})}{\cos(\varphi_{k,e})}$$

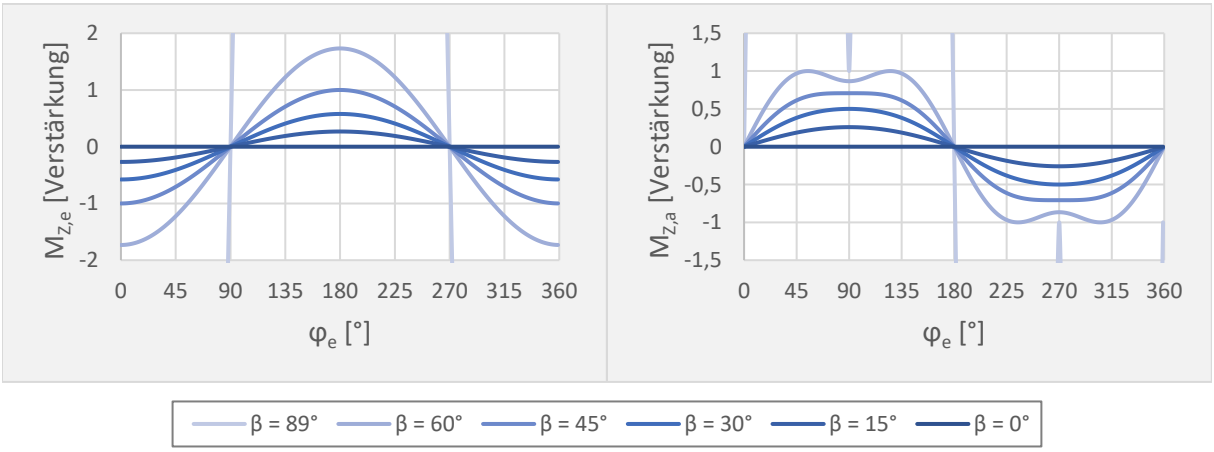


Abbildung 2-48: Kreuzgelenk – auf das Eingangsmoment M_e bezogene Verstärkungsfaktoren der auftretenden Belastungsmomente $M_{Z,e}$ an der Lagerung des Kreuzgelenkeingangs (links) und des Kreuzgelenkausgangs $M_{Z,a}$ (rechts) als Funktion vom Gelenkeingangswinkel φ_e und dem Winkelversatz β (reibungsfrei)

Mit dem oszillatorischen Auftreten der Zusatzmomente schwankt das Ausgangsmoment ebenfalls. Die Schwankungen verhalten sich exakt sinusförmig, wobei eine Erhöhung des Schrägungswinkel den Mittelwert über das Antriebsmoment schiebt (vergleiche Abbildung 2-49).

$$M_a = M_e \cdot \frac{\cos(\varphi_{k,a})}{\cos(\varphi_{k,e})}$$

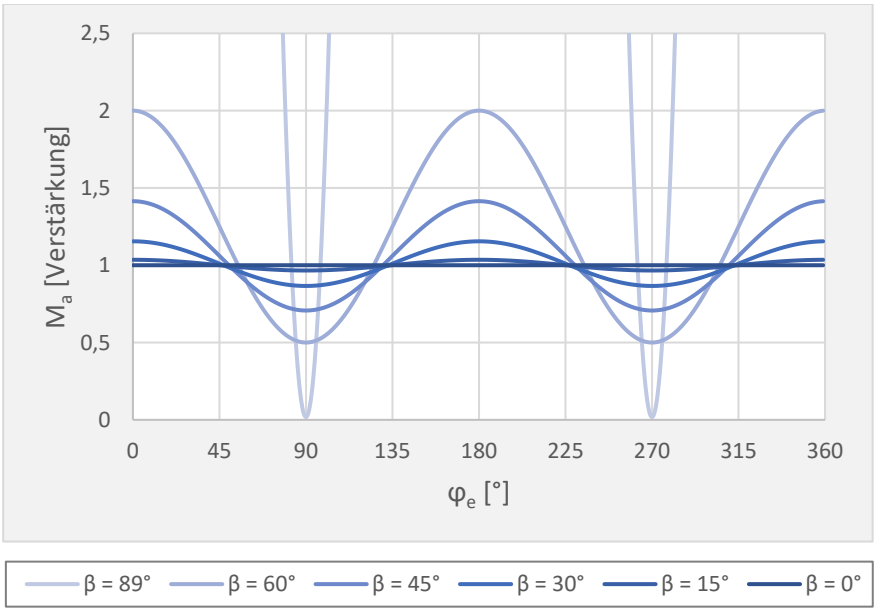


Abbildung 2-49: Kreuzgelenk – auf das Eingangsmoment M_e bezogener Verstärkungsfaktor des oszillierenden Ausgangsmoment M_a als Funktion vom Gelenkeingangswinkel φ_e und dem Winkelversatz β (reibungsfrei)

REIBUNG

Abschließend werden die Reibungsverluste betrachtet. Im Abschnitt „Berechnung des Reibmoments“ in Kapitel 2.2 wurde die Berechnungsmethode über das *Gümbel-Diagramm* eingesetzt. Diese Variante kann für die Varianten an Kreuzgelenken genutzt werden, welche mit einer Flüssigkeitsschmierung versehen sind. Kreuzgelenke sind in der Regel mit einer Fettschmierung versehen. Um die Reibung in die Gleichungen der Statik zu implementieren werden die Viskosität η und die geometrischen Konstanten der Gabeldicke b mit dem Durchmesser d für die Gleitzapfen benötigt (siehe Abbildung 2-47). Mit den geometrischen Größen lässt sich die projizierte Lagerfläche[126] $d \cdot b$ und der Hebelarm des Reibmoments $d/2$ bilden.

Mithilfe des *Gümbeldiagramms* können die Reibwerte für die Eingangsbolzen des Kreuzes μ_e und die für die Ausgangswerte μ_a separat berechnet werden. Die Flächenpressung ist konstant, die Richtung oszilliert jedoch. Die sich ändernden Reibgeschwindigkeiten $\omega_{k,e}$ und $\omega_{k,a}$ (siehe Abbildung 2-45) können für eine kontinuierliche Ermittlung des Reibzustandes genutzt werden. Alternativ kann die Errechnung eines Lagerreibbeiwertes erfolgen, falls Wälzlager eingesetzt werden. Die Reibung ergibt sich im Bereich der Reibmomente aus der Normalkraft F_N. Um die Reibung aus Reibmomenten eines Bolzens auf paarweise Bolzenkräfte zu reduzieren wird das Reibmoment auf den Angriffsdurchmesser der Bolzenpaare d reduziert (vergleiche Tabelle 16).

$$M_{r,Bolzen} = \mu \cdot \frac{d}{2} \cdot F_N \qquad F_{r,reduziert} = \frac{2 \cdot M_{r,Bolzen}}{d} = \mu \cdot F_N$$

Die Errechnung der Reibkräfte fußt auf Rückwirkungen durch die reibungsfreien Kräfte aus Tabelle 15. Dabei wirken die Reibkräfte stets den Zusatzkräften Z entgegen. Die Zusatzkräfte entstehen, weil die An- und Abtriebsmoment-Kräfte P nur mit dem Kraftanteil R durch das Kreuz geleitet werden können. Die Zusatzkraft Z_e erzwingt die Rotation um die a-Achse; die Zusatzkraft Z_a um die e-Achse. Die durch die Lagerbelastung R_a und R_e induzierten entgegenwirkenden Reibkräfte, müssen über die Verdrehwinkel $\varphi_{k,e}$ und $\varphi_{k,a}$ auf die Lagerbelastung R_e, bzw. R_a und die Zusatzkräfte Z_e, bzw. Z_a subtrahierend zurückgeführt werden.

Tabelle 16: Gleichungen zur zweiten Iteration für die Kräfte am Festgelenk für die kontinuierliche Drehung mit Reibung

Die Kraft aus dem Eingangsmoment bleibt unverändert	$P_e = P_e$
Die Rückwirkung erfolgt stets kraftmindernd $\mu_a = f\left(\omega_{k,a}, \eta, \frac{R_a}{d \cdot b}\right)$	$Z_e = Z_e - \left(sgn(Z_e) \cdot \cos(\varphi_{k,e}) \cdot P_a \cdot \mu_a\right)$
	$R_e = R_e - \left(sgn(R_e) \cdot \tan(\varphi_{k,e}) \cdot P_a \cdot \mu_a\right)$
Die Rückwirkung erfolgt stets kraftmindernd $\mu_e = f\left(\omega_{k,e}, \eta, \frac{R_e}{d \cdot b}\right)$	$R_a = R_e - \left(sgn(R_a) \cdot \tan(\varphi_{k,a}) \cdot P_e \cdot \mu_e\right)$
	$Z_a = Z_a - \left(sgn(Z_a) \cdot \cos(\varphi_{k,a}) \cdot P_e \cdot \mu_e\right)$
Die Kraft für das Ausgangsmoment wird neu berechnet	$P_a = R_a \cdot \cos(\varphi_{k,a})$
Das Ausgangsmoment wird neu berechnet	$M_a = P_a \cdot h$

[126] Für die Flächenpressung p mit der Kraft F: $p = \frac{F}{d \cdot b}$.
Achtung, der Bezug von N auf mm² erfordert den Korrekturfaktor 10^{-12} in der Gümbelzahl: $G = 10^{-12} \cdot \frac{\eta \cdot \omega}{p} = \left[\frac{m^2}{kg}\right]$

Die Reibungszustände in den Gleitlagern von Kreuzgelenken führen bis in übliche Belastungen und Drehzahlen hinauf stets zu Gümbelzahlen linksseitig des Bereiches der *Look-Up-Table*. Dadurch sind grundsätzlich hohe Reibkoeffizienten zu erwarten. Die oszillierenden Bewegungen (siehe Abbildung 2-45) erfordern den Einsatz eines zähen Fettes, da sich eine Schmierfilmhöhe nicht konstant aufbauen und halten kann. In Abbildung 2-50 sind die Reibungsverluste unter Einheits-Eingangsmoment $M_e = 1$ und Einheits-Reibbeiwert $\mu = 1$ aufgetragen. Die Werte können durch Multiplikation mit dem anliegenden Eingangsmoment und des vorliegenden Reibbeiwertes (auch dem einer Wälzlagerung) skaliert werden. Aus der Simulation geht ein konstanter Reibbeiwert von $\mu = 0{,}592$ hervor.

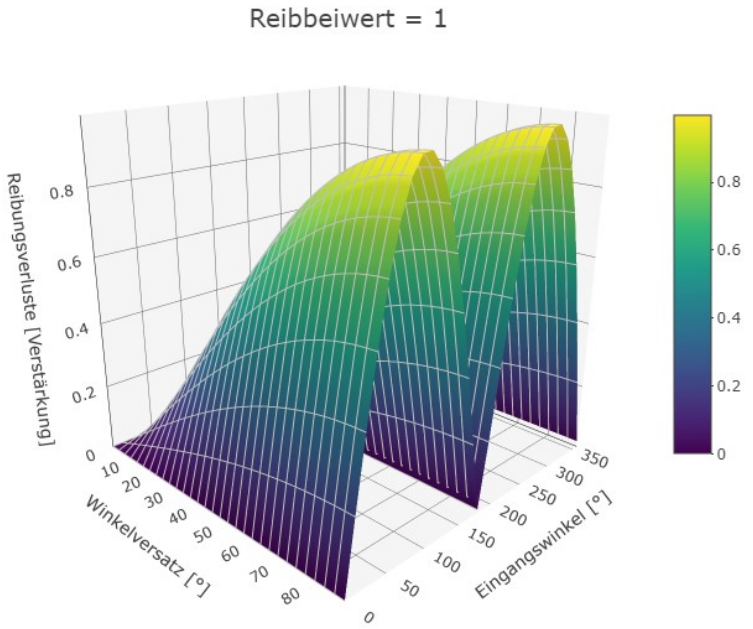


Abbildung 2-50: Kreuzgelenk – absolute Reibungsverluste 1-η über den Winkelversatz β und den Eingangswinkel φ_e. Die Verluste können direkt mit dem Reibbeiwert μ und dem Eingangsmoment M_e skaliert werden.

In Abbildung 2-51 sind die für eine Umdrehung gemittelten relativen Reibverluste unter Einheits-Eingangsmoment $M_e = 1$ und Einheits-Reibbeiwert $\mu = 1$ aufgetragen. Durch Skalierung mit dem anliegenden Reibwert μ kann mit der Verstärkung des Betriebspunktes $V_{(\beta,\mu)}$ der Wirkungsgrad durch $\eta = 1 - V_{(\beta,\mu)}$ berechnet werden. Der Wirkungsgrad sinkt im üblichen Winkelversatzbereich linear ab.

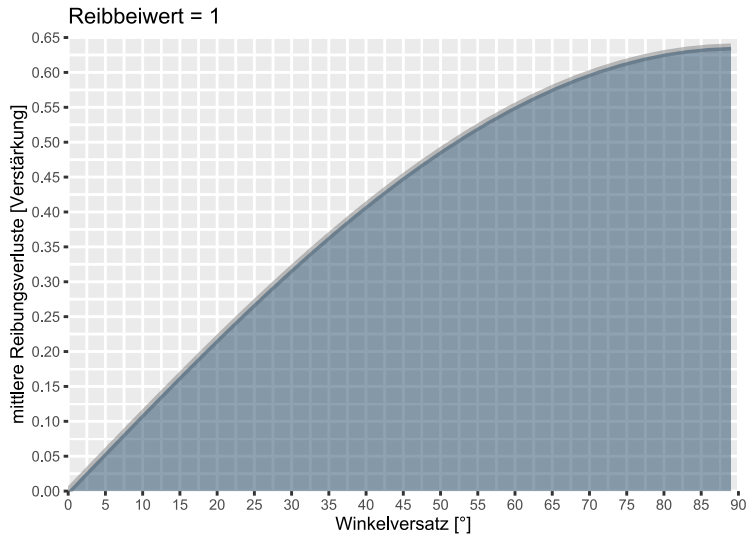


Abbildung 2-51: Kreuzgelenk – mittlere relative Reibungsverluste 1-η über den Winkelversatz β. Die Verluste können direkt mit dem Reibbeiwert μ und dem Eingangsmoment M_e skaliert werden. Üblicher Reibbeiwert μ ≈ 0,2

2.4.2 Kugelgelenk

Kugelgelenke, auch Gleichlaufgelenke genannt, weisen die Eigenschaft eine ideale gleichförmige Momentübertragung zu bewerkstelligen auf. Dadurch werden Torsionsschwingungen im Antriebsstrang abgestellt. Der Wirkungsgrad der Gleichlaufgelenke ist außerdem weit besser als der der Kreuzgelenke (siehe Abbildung 2-51). Kugelgelenke können je nach Bauart bis zu 50° Auslenkungen bereitstellen, wobei die Reibungsverluste mit erhöhter Auslenkung ansteigen. Die Gelenke werden in die Gruppe der Festgelenke und der Verschiebegelenke, welche Axialverschiebung zulassen unterteilt. Die Bauformen können auch in einer Antriebswelle miteinander kombiniert werden.

Tabelle 17: Bauformen der Kugelgelenke [62, S. 188, 434] [64, S. 4ff]

Festgelenke	
AC	*Angular Contact*
RF	
UF	*Undercut Free*
CUF	*Complete Undercut Free*
SX	*Sideshaft Countertrack x-Kugeln*[127]

Verschiebegelenke	
DO	*Double Offset*
VL	*Verschiebegelenk Löbro*
SC	
SIO	*Sideshaft Inboard Opposed*

Zur Herstellung des Gleichlaufs muss durch den Schnittpunkt der virtuellen Achsen des Gelenkeingang und Gelenkausgangs (Schrägwinkel Beta) eine Ebene verlaufen, die winkelhalbierend ausgerichtet ist. Auf dieser Ebene müssen die Kugeln laufen [62, S. 61]. Die Positionsfixierung der n Kugeln erfolgt mittels Käfig [62, S. 433]. Bei dem sogenannten *Rzeppa-Prinzip* verteilt sich das Moment auf n Kugeln. Mit dem *Weiss-Prinzip* verteilt sich das Moment auf n/2 Kugeln. Dies sind meistens 6 Kugeln.

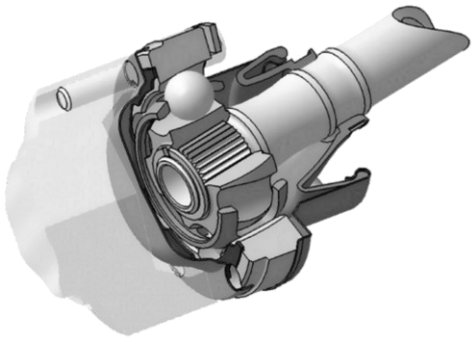


Abbildung 2-52: Kugelgelenk in Scheibenausführung (Typ VL) für hohe Geschwindigkeiten und niedrige Auslenkungen [62, S. 435]

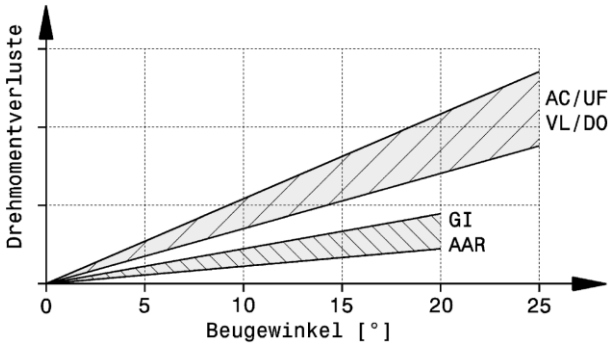


Abbildung 2-53: Einsparungspotential von Reibungsverlusten durch Nutzung von Tripodengelenken (GI, AAR) gegenüber Kugelgelenken (AC / UF, VL / DO) [62, S. 433]

Aus zeitlichen Gründen und der Voraussicht, dass Kugelgelenke durch das Potential der Tripodengelenke keine weitere Rolle in der Entwicklung spielen werden, wird auf die Modellierung der Kugelgelenke verzichtet.

[127] Ab 2006 ist eine Gelenkvariante („countertrack TM“) mit besserem Wirkungsgrad aufgetreten [64, S. 5]

2.4.3 Podengelenk

Die Kräfte in Podengelenken werden über auf Zapfen gelagerte Tonnen übertragen. Die Lagerung der Tonnen kann über Nadellagern oder Gleitlagern erfolgen. Durch die Wandlung der Gleitreibung in Rollreibung [62, S. 33] sind Podengelenke den anderen Gelenken im Wirkungsgrad überlegen. Ein weiterer Vorteil besteht in der weiten Spanne der axialen Verschiebbarkeit. Die axiale Verschiebung resultiert im Abrollvorgang der Tonnen und hält Verluste dementsprechend gering. Axiale Schwingungen des Antriebstrangs können dadurch kompensiert werden [64, S. 7].

Die gängigste Bauform der Podengelenke stellt das Tripodengelenk dar. Sie bieten das Potential zum annähernden Gleichlaufverhalten, welches erst durch die Punktlagerung der An- oder Abtriebswelle ermöglicht wird. Dies ist bei den Bipodengelenken nicht möglich. Bipodengelenke können sich ohne die Zwangsführung der Wellen nicht selbst zentrieren. Durch die Zwangsführung weisen sie kein Gleichlauf auf [62, S. 73]. Die Punktlagerung in einem Tripodengelenk führt zu einer Taumelbewegung der entsprechenden Welle. Bei dem Einsatz eines doppelten Tripodengelenkes können An- und Abtriebswelle zwangsgeführt werden. Die Verbindungswelle der Tripoden fährt dann auf einer elliptisch exzentrischen Bahn parallel zur Verbindungsachse der beiden Gelenke. Tripodengelenke sind in der Lage extrem große Winkelversätze auszugleichen [62, S. 35, 437, 456] [64, S. 4ff].

Die Unterbauart *Glaenzer Interieur* (GI) ist die klassische Bauart des Tripodengelenks. Tonnenrollen sind auf 3 Zapfen um 120° versetzt auf der Podenwelle verteilt. Sie laufen in der Tulpe, in welcher die sphärischen Laufbahnen für die Tonnen eingearbeitet sind. Die Tonnen können sich während der Axialverschiebung in Beugewinkel verdrehen. Die Lagerung der Tonnen erlaubt eine gleitende Translation der Zapfen. Maximale Beugewinkel bis 6° (23°); maximaler Verschiebeweg bis zu 55mm (Bauform siehe Abbildung 2-54).

Die Unterbauart *Angular Adjusted Roller* (AAR) ist bis auf folgende Eigenschaften baugleich zur Unterbauart GI. Die Tonnen weisen einen zusätzlichen Freiheitsgrad im Beugewinkel auf. Dafür wird jeweils ein Freiheitsgrad in der Zapfenlagerung zwischen Tonnen und Podenwelle eingeräumt. Die Bauart ist teurer, erlaubt aber maximale Beugewinkel bis 26° bei maximalem Verschiebeweg bis zu 55mm.

Die Unterbauart *Glaenzer Exterieur* (GE) verlagert die Tripodenzapfen auf das äußere der Tulpe, welche bei extremen Beugewinkeln zwangsläufig zur Kollision mit der Podenwelle führen würde. Die Bauweise erfordert die Sperrung des axialen Freiheitsgrads, jedoch bei maximalen Beugewinkeln von 45°.

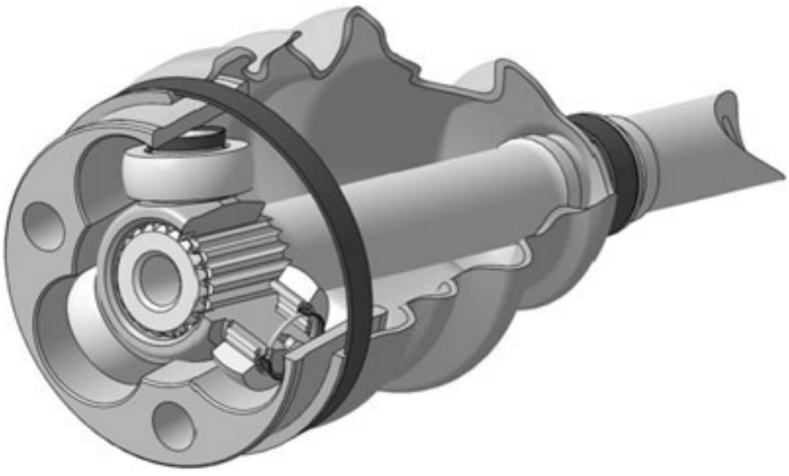


Abbildung 2-54: Tripodengelenk, Bauform *Glaenzer Interieur*

GELENKBEWEGUNG [128]

Beim festen Podengelenk folgt der Ausgangswinkel den gleichen Gesetzmäßigkeiten wie das Kreuzgelenk [62, S. 69]. Das selbstzentrierende Tripodengelenk, welches eine Punktlagerung einer der beiden Wellen erfordert weist dagegen ein scheinbares Gleichlaufverhalten auf. Der Gleichlauf des Gelenks ist nur bei kleinen Winkelversätzen β und zum Gelenkwirkradius R relativ langen Pendelwellen gegeben. Der Ausgangswinkel φ_a schwankt um $\Delta\varphi$[129]. Es konnten zwei Schreibweisen in der Literatur gefunden werden, die dieselben Ergebnisse liefern [63, S. 76] [65, S. 292]. Sie werden phasenkorrigiert:

$$\varphi_a = \varphi_e + \Delta\varphi$$

$$\Delta\varphi = -\left(\frac{R}{2 \cdot l} \cdot \left(\tan\left(\frac{\beta}{2}\right)\right)^2 \cdot \tan(\beta) \cdot \sin(3 \cdot \varphi_e)\right)_{rad}$$

$$\Delta\varphi = -\left(\frac{R \cdot (1 - \cos(\beta))}{2 \cdot l \cdot (1 + \cos(\beta))} \cdot \tan(\beta) \cdot \sin(3 \cdot \varphi_e)\right)_{rad}$$

Der Phasenversatz $\Delta\varphi$ des Ausgangswinkels oszilliert gleichförmig, selbst bei hohen Auslenkungen (siehe Abbildung 2-55). Die Wirkung des Winkelversatzes ist dabei ausschlaggebender als das Verhältnis zwischen Pendelwellenlänge und des Gelenkwirkradius. Im linken Diagramm sind die Phasenversätze bei üblichen R/L-Verhältnissen von 0,1 aufgetragen.

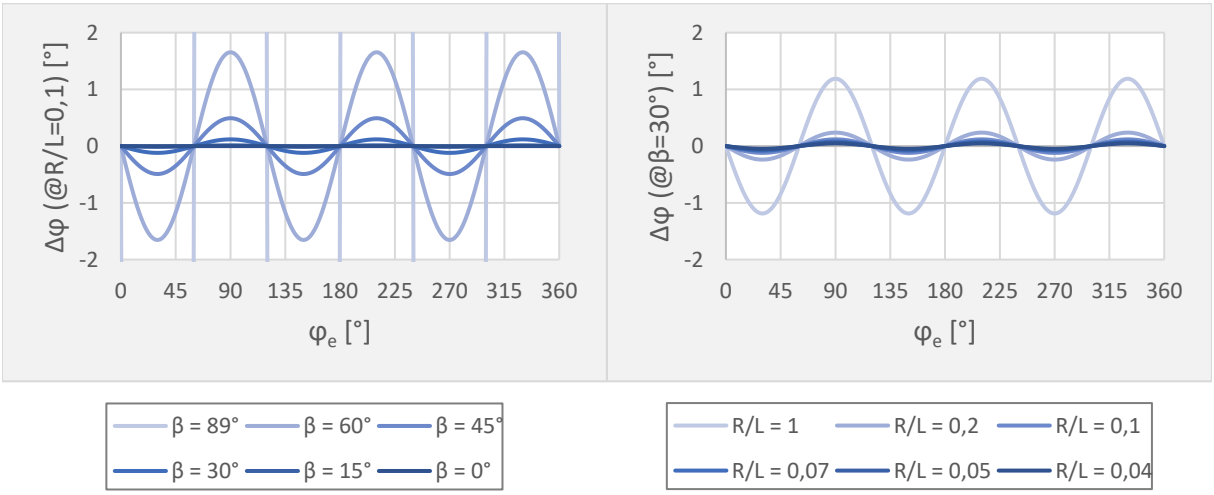


Abbildung 2-55: Tripodengelenk – Abweichung des Gelenkausgangswinkel φ_a als Funktion vom Gelenkeingangswinkel φ_e; dem Winkelversatz β und dem Verhältnis aus Gelenkwirkradius R und der Länge der Pendelwelle l

---

[128] In den Differentialgleichungen wird Winkelgeschwindigkeit ω als $\dot{\varphi}$ und Winkelbeschleunigung α als $\ddot{\varphi}$ notiert

[129] In [63, S. 76] wird darauf hingewiesen, dass *Duditza* und *Diaconescu* 1975 die folgende Gleichung entwickelt haben, die die Verletzung des Gleichlaufs beschreibt. Der Artikel ist leider nur unter großem Aufwand in Bibliotheken verfügbar. Keine gefundene Quelle setzt sich mit der analytischen Beschreibung des Gelenks auseinander. [63] führt ausführliche Abhandlungen zur Beschreibung der Bewegungen des Gelenks auf, diese lassen sich jedoch nicht mit dem in Creo erstellten MKS-Modell bestätigen. Die Abhandlungen scheinen darauf aufzubauen, dass die Pendelwelle sich translatorisch verschiebt, anstatt zu pendeln. Es konnte ein Fehler in den Formeln ermittelt werden, der im Zusammenhang mit der Frequenz der Exzenterbewegung steht. Die Ergebnisse sind damit absolut unbrauchbar, da das Ausgangsmoment stets konstant ist. Eine ausführliche Behandlung der Entstehung der Reibung stellt vergeudete Zeit dar. Da aber das Tripodengelenk ein hohes Potential für den Antriebsstrang hinsichtlich Gleichlauf, Wirkungsgrad, Masse und Montage aufweist, wird ein eigenes Modell für das Gelenk aufgebaut. Komplexe neu erstellte Modelle neigen ohne Referenzmodelle zu extrem hoher Fehlerdichte. Aus diesem Grund wird die Modellerstellung über schnelle Berechnungen in *Microsoft Excel* in Begleitung der 3D-CAD-Software *PTC Creo* überwacht. Abschließend dient das verifizierte Modell in *Microsoft Excel* als Grundlage für das Debugging der komplexen Betrachtung in R-Studio.

Durch Setzen der Fehleramplitude zur Konstante A, lassen sich die Ausgangsgeschwindigkeitsschwankung und die Ausgangsbeschleunigungsschwankung ableiten. Das Verhalten des Fehlers im Bereich der Ableitungen ist identisch zum Positionsverhalten, nur dass sich die Amplituden mit jeder weiteren Ableitung um den Faktor der dreifachen aktuellen Geschwindigkeit ω_e vervielfachen:

$$\dot{\varphi}_{a(t)} = \dot{\varphi}_{e(t)} + \Delta\dot{\varphi} \qquad \Delta\dot{\varphi} = -3 \cdot A \cdot cos(3 \cdot \varphi_e) \cdot \omega_e$$

$$\ddot{\varphi}_{a(t)} = \dot{\varphi}_{e(t)}{}^2 + \Delta\ddot{\varphi} \qquad \Delta\ddot{\varphi} = +9 \cdot A \cdot sin(3 \cdot \varphi_e) \cdot \omega_e{}^2$$

$$mit\ A = \frac{R}{2 \cdot l} \cdot \left(\tan\left(\frac{\beta}{2}\right)\right)^2 \cdot \tan(\beta)$$

Die französische Literatur bietet noch weitere Anhaltspunkte der analytischen Beschreibung auftretender Winkelverhältnisse in der Kinematik des Tripodengelenks. So soll die die Winkelauslenkung der Pendelwelle im Koordinatensystem der Welle selbst umlaufend konstant sein und ebenfalls vom Fehler gesteuert sein, der sich im Ausgangswellenwinkel zeigt [FR, S. 292]:

$$v = \sin_{Deg}{}^{-1}\left(\frac{R \cdot (1 - \cos(\beta))}{2 \cdot l \cdot \cos(\beta)}\right)$$

ANALYTISCHE REKONSTRUKTION DER WINKELVERÄNDERUNGEN AUS DER MEHRKÖRPERSIMULATION

Mit dem eingestellten Winkelversatz der Welle β ist damit eine Grundlage geschaffen die Kinematik des Tripodengelenkes analytisch berechnen zu können. Aufgrund der Punktlagerung der Pendelwelle ist es nicht möglich Winkelkoordinaten aus einer kinematischen Analyse zu exportieren. Aus diesem Grund wird begleitend eine zeitaufwendige manuelle sukzessive Verdrehung des Gelenkes vollzogen[130] und sämtliche Maße und Winkel, die für die Berechnung entscheidend sind, abgeschrieben. Dabei müssen viele Maße aufgrund der komplexen Winkelstellungen aus Skizzen und Projektionen ermittelt werden.

Zunächst wurde zur Ermittlung des Ausgangswinkels der Pendelwelle ein Kerbstrich auf diese gezeichnet. Die Messung des Winkels erfolgt durch eine Ebene, welche stets senkrecht zur Pendelachse steht.

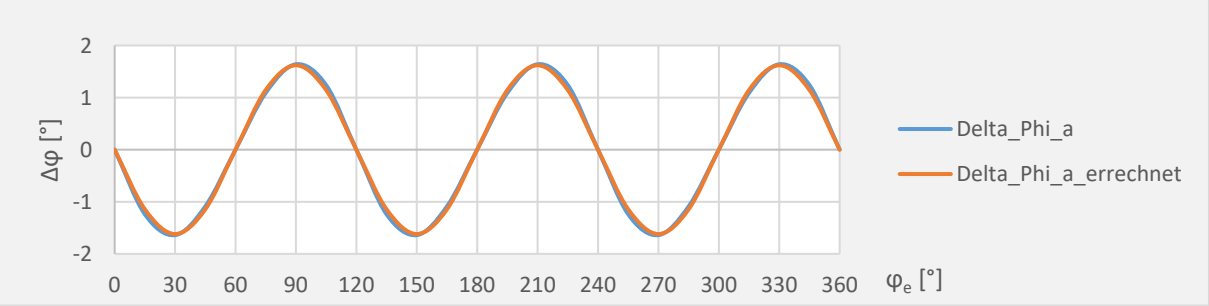


Abbildung 2-56: Tripodengelenk – Vergleich des realen Ausgleichswinkelfehlers mit dem analytischen Modell

[130] Die Erfassung erfolgt mit 15° Schrittweite, bei einem extremen Winkelversatz β von 60°; einem Gelenkwirkradius R von 27,5mm und einer Wellenlänge l von 280,8mm

Der berechnete Ausgangswinkel deckt sich nahezu identisch mit dem Ausgangswinkel des MKS-Modells. Die Abweichungen rühren nicht aus der Spline-Interpolation der Daten. Anomalien im Bewegungsverhalten zeigen sich erst bei extremen Abweichungen, wie sie im Versuch gefahren werden. Trotzdem deckt sich die von *Duditza* und *Diaconescu* 1975 gefundene Gleichung extrem gut.

Im nächsten Schritt wird der Taumelwinkel der Pendelachse untersucht (siehe Abbildung 2-57). Dieser wird im Koordinatensystem der Pendelwelle gemessen, jedoch unter Unabhängigkeit des Winkelfehler $\Delta\varphi$. Dabei ist eine ideale Beschreibung des Winkels v_y mit dem analytischen Modell gegeben. Der Winkel liegt in einer Ebene des Koordinatensystem Welt, welche nicht vom Winkelversatz β berührt wird, aber auf der Pendelachse liegt. Im Gegensatz dazu unterliegt der Winkel v_x, welcher senkrecht in der Ebene, in welcher der Winkelversatz β wirkt, einer Abweichung durch Modulation und einem Offset. Dieser Effekt hängt auf irgendeine Art und Weise damit zusammen, dass sich die Achse der unter dem Schrägungswinkel β stehenden Welle mit einer der drei Podenachsen in einer Ebene trifft. In den Videos der MKS-Analyse ist ein regelrechtes Flüchten der unter dem Winkelversatz stehenden Welle zu beobachten.

$$v_x = v \cdot \cos(3 \cdot \varphi_e) \qquad v_y = -v \cdot \sin(3 \cdot \varphi_e)$$

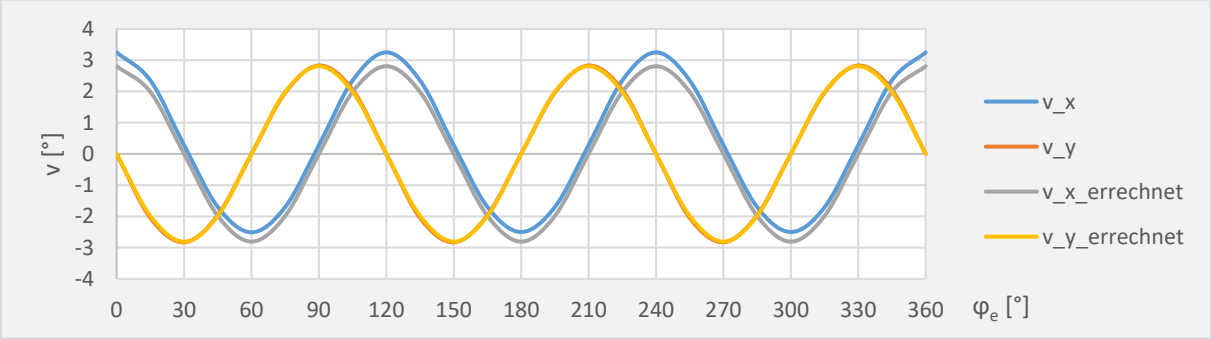


Abbildung 2-57: Tripodengelenk – Vergleich des realen Pendelwinkels mit dem analytischen Modell

Der folgende Ansatz ist rein empirischer Natur. Er wurde nur innerhalb der Variation des Schrägungswinkel β getestet, jedoch nicht unter Variation des Gelenkwirkradius R und der Pendelwellenlänge l. Bei perspektivischen Korrekturrechnung zur Überlagerung von Schrägungswinkel und Wellenwinkel ist aufgefallen, dass eine Modulierung die Steigung des Cosinus annähernd synchronisiert. Es ist aufgefallen, dass das relative; fehlende Offset sich exponentiell zum Schrägungswinkel β verhält. Der Zusammenhang funktioniert bis Schrägungswinkel von 60° sehr gut.

$$v_{x\leftrightarrow} = \left((v_x + \beta) \cdot \cos\left(\frac{v_y}{\cos(\beta + v_x)}\right)\right) - \beta \qquad v_{x\uparrow} = v_{x\leftrightarrow} + \left(v^2 \cdot \frac{R}{2 \cdot l}\right)$$

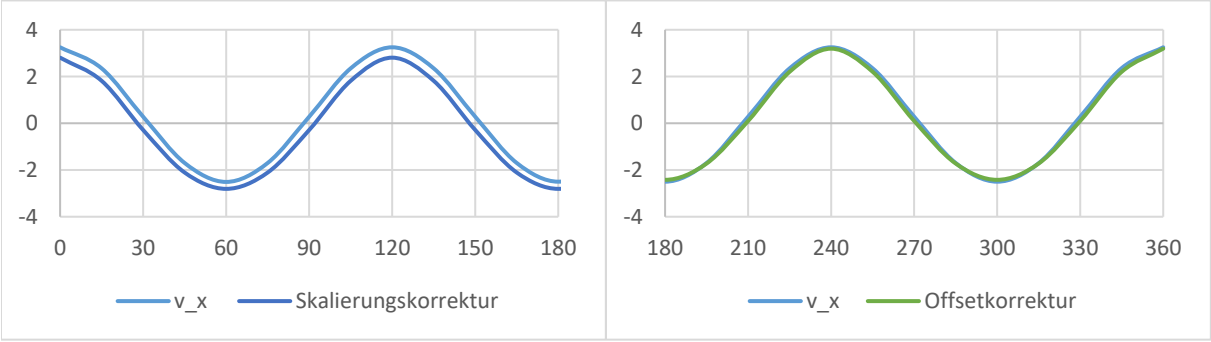


Abbildung 2-58: Tripodengelenk – empirischer Versuch der Winkelkorrektur

Die Winkel können über eine Perspektivkorrektur vom stehenden Koordinatensystem Welle in das Koordinatensystem Welt transformiert werden. Der Winkel γ_x liegt in der gleichen Ebene wie der Schrägungswinkel β. Er beruht auf dem Winkel v_x des Wellen-Koordinatensystems und unterliegt damit einer Projektions-Verzerrung durch den Winkel v_y. Um den Fehler herausrechnen zu können muss beachtet werden, dass der Winkel v_x den Schrägungswinkel β überlagert. Von der Verzerrung werden nur Koordinaten betroffen die in der Ebene der Winkelverstellung beschrieben werden können. Um einen Winkel perspektivisch zu verzerren wird er in seine Sinus- und Cosinus-Beträge zerlegt. Der entsprechende Betrag kann mit dem Cosinus des Perspektivwinkels verkleinert und der verzerrte Winkel mithilfe des Arkustangens aus seinen Komponenten zurückgewonnen werden. Im Fall des Winkels der Verstellung γ_y fällt die Rechnung einfacher aus, beruht aber auf demselben Ansatz. Damit sind sämtliche für die weitere Berechnung erforderlichen Winkel bekannt.

$$\gamma_x = \tan_{Deg}{}^{-1}\left(\frac{\sin(\beta + v_x)\cdot l}{\cos(v_y)\cdot\cos(\beta + v_x)\cdot l}\right) - \beta \qquad \gamma_y = \tan_{Deg}{}^{-1}\left(\frac{\sin(v_y)\cdot l}{\cos(\beta + v_x)\cdot l}\right)$$

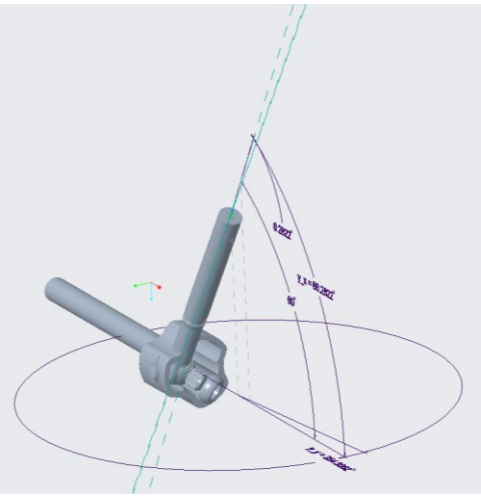


Abbildung 2-59: Winkel im MKS-Modell. Gestrichelte Achsen geben Hinweis auf die im Wellenkoordinatenbezogenen Winkel v_x und v_y.

ANALYTISCHE REKONSTRUKTION DER WELLENTRAJEKTORIE AUS DEN WINKELBEZIEHUNGEN

Die Taumelbewegung der Welle führt zu einer Trajektorie des Podensterns. Sie ist der Schlüssel zur weiteren Ermittlung von Radialbewegungen der Lager im Koordinatensystem Welle und Axialbewegungen der Lager im Koordinatensystem Welt. Es gibt verschiedene Philosophien zur Nutzung der Koordinatensysteme. Beschreibungen im Koordinatensystem Welle sind hervorragend zur Ermittlung der am Abtriebsmoment beteiligten Kräfte und Zusatzkräfte, welche in Lagerrreaktionen münden. Es wird sich jedoch dafür entschieden die Beschreibung im Koordinatensystem Welt vorzunehmen. Im 3D-CAD wird parallel ein Vektorenmodell erstellt, welches durch sämtliche Freiheitsgrade gesteuert wird. Damit Ungenauigkeiten nicht zu geometrischen Widersprüchen führen, wird im System der Winkel von 120° zwischen den Poden nicht gesperrt. Die mathematische Modellierung der Vektoren erfolgt in derselben Reihenfolge wie die CAD-Modell-Erstellung. Allerdings werden nicht die Winkel im Wellenkoordinatensystem zur Parametrierung genutzt, sondern die Winkel aus dem Weltkoordinatensystem.

Die Winkel der körperfesten Stellung der Zapfenachsen errechnet sich durch $\alpha_i = 90° + (i-1)\frac{360°}{n}$. Dabei ist n die Anzahl der Poden und i die Identnummer der jeweiligen

Podenachse [62, S. 72]. Das Koordinatensystem wird in die Kontaktebene der Wälzkörper des ungebeugten Gelenks gelegt. Im Stillstand lassen sich so die Koordinaten der Lagerlaufbahnen im Stillstand beschreiben.

$$\begin{pmatrix} x_{e,i} \\ y_{e,i} \\ z_{e,i} \end{pmatrix}_0 = \begin{pmatrix} \cos(\alpha_i) \cdot R \\ \sin(\alpha_i) \cdot R \\ 0 \end{pmatrix}$$

Die Koordinaten drehen sich mit der Antriebsdrehbewegung φ_e. Die Drehung wird über die Multiplikation mit der Rotationsmatrix um z erreicht $\overline{\overline{D}}_z$.

$$\begin{pmatrix} x_{e,i}{}' \\ y_{e,i}{}' \\ z_{e,i}{}' \end{pmatrix}_{\varphi_e} = \begin{pmatrix} x_{e,i} \\ y_{e,i} \\ z_{e,i} \end{pmatrix}_0 \cdot \begin{pmatrix} \cos(\varphi_e) & -\sin(\varphi_e) & 0 \\ \sin(\varphi_e) & \cos(\varphi_e) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_{e,i}{}' \\ y_{e,i}{}' \\ z_{e,i}{}' \end{pmatrix}_{\varphi_e} = \begin{pmatrix} x_{e,i} \cdot \cos(\varphi_e) - y_{e,i} \cdot \sin(\varphi_e) \\ x_{e,i} \cdot \sin(\varphi_e) + y_{e,i} \cdot \cos(\varphi_e) \\ z_{e,i} \end{pmatrix}$$

Damit kann die Lage der Führungsbahnen über einen Vektor im Koordinatensystem Welt beschrieben werden. Die Richtung der Führungsbahnen ist stets in z-Richtung, da die Tulpe im vorliegenden Ansatz durch die Lagerung zwangsgeführt ist[131].

$$\overrightarrow{Führungsbahn_i} = \begin{pmatrix} x_{e,i}{}' \\ y_{e,i}{}' \\ z_{e,i}{}' \end{pmatrix}_{\varphi_e} + a_i \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Die Podenwelle liegt im Koordinatenursprung mit der Länge l in z-Achse ausgerichtet. Durch die konstante Schrägstellung um β in der Ebene xz wird der Lagerungspunkt angehoben. Dieser bleibt während der gesamten Kinematik eine Konstante.

$$\overrightarrow{Welle} = l \cdot \begin{pmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{pmatrix}_{\dots} + \begin{pmatrix} \sin(\beta) \cdot l \\ 0 \\ \cos(\beta) \cdot l \end{pmatrix}$$

Das Einsetzen des richtungsbestimmende Einheitsvektors führt dazu, dass die Welle im Koordinatenursprung endet. Folgende Transformationen werden am Richtungsvektor vorgenommen. Aus Sicht der Lagerung der Welle wirkt der Schrägungswinkel negativ.

$$\begin{pmatrix} x_a{}' \\ y_a{}' \\ z_a{}' \end{pmatrix}_{\beta} = \begin{pmatrix} -\sin(\beta) \\ 0 \\ -\cos(\beta) \end{pmatrix}$$

[131] Für die Rechnung ist es schlussendlich nicht entscheidend, ob Tulpe oder Podenwelle zwangsgeführt sind. Im vorliegenden Ansatz wird die Podenwelle zur Pendelwelle mit der Länge l erklärt

Im Betrieb verstellt sich der Achsenwinkel im Koordinatensystem Welt um den Winkel $\gamma_x = v_x$ in der Ebene xz. Die Transformation erfolgt mithilfe der Skalierung durch die Drehmatrix um die y-Achse $\overline{\overline{D}}_y$ des Winkels v_x.

$$\begin{pmatrix} x_a'' \\ y_a'' \\ z_a'' \end{pmatrix}_{\beta,v_x} = \begin{pmatrix} x_a' \\ y_a' \\ z_a' \end{pmatrix}_{\beta} \cdot \begin{pmatrix} \cos(v_x) & 0 & \sin(v_x) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(v_x) & 0 & \cos(v_x) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_a'' \\ y_a'' \\ z_a'' \end{pmatrix}_{\beta,v_x} = \begin{pmatrix} x_a' \cdot \cos\left(v_{x(\varphi_e)}\right) + z_a' \cdot \sin\left(v_{x(\varphi_e)}\right) \\ y_a' \\ -x_a' \cdot \sin\left(v_{x(\varphi_e)}\right) + z_a' \cdot \cos\left(v_{x(\varphi_e)}\right) \end{pmatrix}$$

Durch die Pendelbewegung verstellt sich außerdem der Achsenwinkel im Koordinatensystem Welt um den Winkel γ_y in der Ebene yz. In der Ebene des Wellenkoordinatensystems erfolgt die Verstellung mit v_y. Die Transformation erfolgt mithilfe der Skalierung durch eine modifizierte Drehmatrix[132] um die schiefgestellte Achse der Pendelwelle $\overline{\overline{D}}_{x/y}$.

$$\begin{pmatrix} x_a''' \\ y_a''' \\ z_a''' \end{pmatrix}_{\beta,v_x,v_y} = \begin{pmatrix} x_a'' \\ y_a'' \\ z_a'' \end{pmatrix}_{\beta,v_x} \cdot \begin{pmatrix} \cos\left(v_y\right) & 0 & 0 \\ 0 & \cos\left(\gamma_y\right) & -\sin\left(\gamma_y\right) \\ 0 & \sin\left(v_y\right) & \cos\left(v_y\right) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_a''' \\ y_a''' \\ z_a''' \end{pmatrix}_{\beta,v_x,v_y} = \begin{pmatrix} x_a'' \cdot \cos\left(v_y\right) \\ y_a'' \cdot \cos\left(\gamma_{y(\varphi_e)}\right) - z_a'' \cdot \sin\left(\gamma_{y(\varphi_e)}\right) \\ y_a'' \cdot \sin\left(v_{y(\varphi_e)}\right) + z_a'' \cdot \cos\left(v_{y(\varphi_e)}\right) \end{pmatrix}$$

Damit ist der Einheitsvektor der Pendelwelle erhalten im Koordinatensystem Welt erhalten. Mit der Geradengleichung der Welle ist es nun möglich die Trajektorie des Podensterns nachzuzeichnen.

$$\overrightarrow{Welle} = l \cdot \begin{pmatrix} x_a''' \\ y_a''' \\ z_a''' \end{pmatrix}_{\beta,\gamma_x,\gamma_y} + \begin{pmatrix} \sin(\beta) \cdot l \\ 0 \\ \cos(\beta) \cdot l \end{pmatrix}$$

[132] Die Drehmatrix um die Achse x des Koordinatensystem Welt für den Winkel γ_y beachtet nicht, dass die Drehung der durch den Schrägungswinkel schiefen Pendelachse die Koordinate x mit verzerrt. Die 1 wurde durch $\cos\left(v_y\right)$ ersetzt: ein Zusammenhang der bereits im empirischen Ansatz in Abbildung 2-58 entdeckt wurde. Die y-Koordinate kann mit der Drehmatrix von γ_y einwandfrei beschrieben werden, da eine Perspektivkorrektur in Abbildung 2-59 bereits erfolgt ist. Die z-Koordinate wird mit dem Anteil der Verdrehung im Wellenkoordinatensystem v_y beschrieben.
Hinweis: das Wellenkoordinatensystem wurde bisher nicht in Drehung versetzt

ANALYTISCHE REKONSTRUKTION DER LAGERBEWEGUNGEN

Da der Aufbau des Vektormodells auf Annäherung des MKS-Modells beruht und die Eingangswinkel des Vektorsystems zur Steuerung geringfügig abweichen, wird dem System ein Freiheitsgrad gelassen, damit es lösbar wird. Die drei Zapfen der Podenwelle haben jeweils einen Winkelabstand von exakt 120° zueinander. Im Vektormodell wird dieser Zwang aufgehoben[133]. Es wird davon ausgegangen, dass die Schwankung des Ausgangswinkels eine Reaktion des Systems ist sich selbst, unter dem Weg des geringsten Widerstands, zu lösen.

Um die Kontaktpunkte der Zapfenachsen mit den Achsen der Lagerführung zu ermitteln, wird im Bereich der Tulpe eine Ebene rechtwinklig zur Podenwelle aufgespannt. Die Durchstoßpunkte der Lagerführung durch die Ebene stellt den Kontaktmittelpunkt der Poden, bzw. Tonnen dar. Die Ebene wird in Koordinatenform aufgestellt. Dafür wird der Normalvektor mit dem Richtungsvektor der Podenwelle gleichgesetzt.

$$\vec{\perp} = \begin{pmatrix} x_{a\perp} \\ y_{a\perp} \\ z_{a\perp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_a''' \\ y_a''' \\ z_a''' \end{pmatrix}_{\beta,\gamma_x,\gamma_y}$$

Der Normalenvektor $\vec{\perp}$ und der Stützvektor $\overrightarrow{Welle}$ werden in die Ebenengleichung eingesetzt.

$$e = [x_{a\perp} \cdot x_{\overrightarrow{Welle}}] + [y_{a\perp} \cdot y_{\overrightarrow{Welle}}] + [z_{a\perp} \cdot z_{\overrightarrow{Welle}}]$$

$$e = [x_{a\perp} \cdot l \cdot (x_a''' + \sin(\beta))] + [y_{a\perp} \cdot l \cdot y_a'''] + [z_{a\perp} \cdot l \cdot (z_a''' + \cos(\beta))]$$

In die Ebenengleichung werden nun die Komponenten des Vektors der Führungsbahn der sphärischen Lagerschienen in der Tulpe eingefügt.

$$\overrightarrow{Führungsbahn_i} = \begin{pmatrix} x_{e,i}' \\ y_{e,i}' \\ z_{e,i}' \end{pmatrix}_{\varphi_e} + a_i \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{e,i}' \\ y_{e,i}' \\ z_{e,i}' + a_i \end{pmatrix}$$

$$e = [x_{a\perp} \cdot \vec{x}_{Führungsbahn,i}] + [y_{a\perp} \cdot \vec{y}_{Führungsbahn,i}] + [z_{a\perp} \cdot \vec{z}_{Führungsbahn,i}]$$

$$e = [x_{a\perp} \cdot x_{e,i}'] + [y_{a\perp} \cdot y_{e,i}'] + [z_{a\perp} \cdot (z_{e,i}' + a_i)]$$

Der Durchstoßpunkt der Ebenen für die Führungsbahnen Alpha der Tulpe ergeben die Axialbewegung

$$a_i = \frac{e - [x_{a\perp} \cdot x_{e,i}'] - [y_{a\perp} \cdot y_{e,i}']}{z_{a\perp}} - z_{e,i}'$$

Die Berechnung der Radialverschiebung erfolgt durch die Bildung des Betrages aus der Differenz aus Wellenmittelpunktkoordinaten und den Kontaktkoordinaten auf den Gleitbahnen.

$$r_i = \sqrt[2]{\left(x_{e,i}' - x_{\overrightarrow{Welle}}\right)^2 + \left(y_{e,i}' - y_{\overrightarrow{Welle}}\right)^2 + \left(a_i - z_{\overrightarrow{Welle}}\right)^2}$$

[133] Über eine Kontrollrechnung kann ermittelt werden wie der tatsächliche Winkel zwischen den Zapfen ist und damit eine Abschätzung des Modellfehlers erfolgen.

Damit sind die Axial- und Radialbewegung des Systems bekannt (siehe Abbildung 2-60 und Abbildung 2-61). Die Berechnungen nutzen den empirischen Ansatz der Korrektur der v_x-Bewegung (siehe Abbildung 2-58), welcher bis Winkel um die 60° ausreichend gut funktioniert[134].

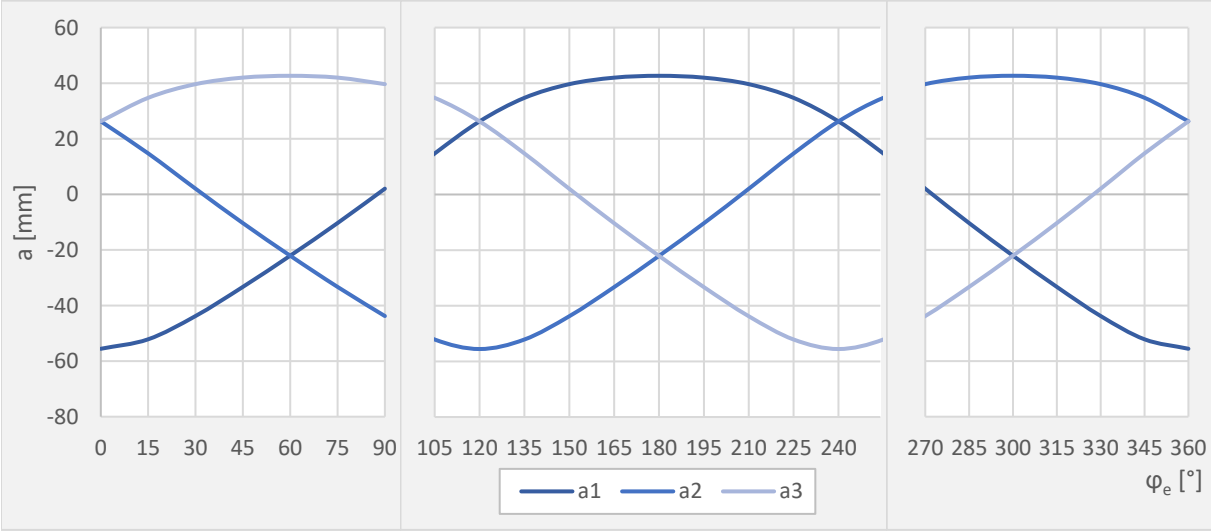


Abbildung 2-60: Verlauf der Axialverschiebung der Poden bei Schrägungswinkel β = 60°, einem wirksamen Gelenkradius von R = 27,5mm und einer Wellenlänge von l = 280,8mm. Demonstriert an den Ergebnissen des ausgemessenen CAD-Vektormodell (links), den Analyseergebnissen und kontrollgemessenen Werten der kinematischen Analyse des MKS-Modells (rechts) und Ergebnisse der daraus abgeleiteten Vektorrechnung (Mitte).

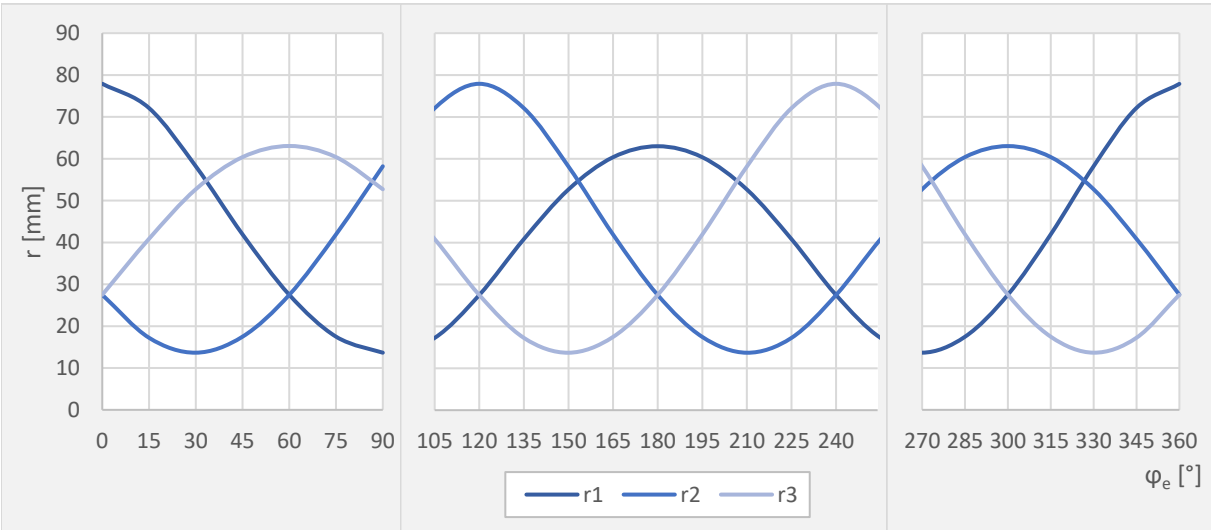


Abbildung 2-61: Verlauf der Radialverschiebung der Poden bei Schrägungswinkel β = 60°, einem wirksamen Gelenkradius von R = 27,5mm und einer Wellenlänge von l = 280,8mm. Demonstriert an den Ergebnissen des ausgemessenen CAD-Vektormodell (links), den Analyseergebnissen und kontrollgemessenen Werten der kinematischen Analyse des MKS-Modells (rechts) und Ergebnisse der daraus abgeleiteten Vektorrechnung (Mitte).

[134] Diese Winkel übersteigen tatsächlich die geometrische Kollisionsfreiheit. Über die Kontrollrechnung der Winkel α_i könnte tatsächlich eine automatisierte informatische Prüfung der Korrektur für das gesamte R-L-β-Feld erfolgen. Diese kann in Form eines Look-Up-Arrays in Verbindung eines Optimierungsproblems zur idealen Berechnung genutzt werden, oder es wird der Ansatz einer Funktionskombination im Kennfeld gewählt. Im β-Raum ist aufgefallen, dass die e-Funktion sehr gute Offsetkorrekturen liefert. Dieser Ansatz ist nicht gewählt worden, da die Generalisierbarkeit für abweichende R-L-Bereiche ohne weitere Prüfungen von in den R/L-Bereichen angepassten MKS-Modellen nicht sichergestellt werden kann. Es wurde sich entschieden die bereits systembestimmenden Faktoren zur Korrektur heranzuziehen. Mit ein wenig Aufwand ist es damit möglich ein Bewegungsmodell des Systems zu erklären, welches ohne die Nutzung von Gleichungssystemen auskommt.

Die Axialverschiebung in Abbildung 2-60 erfolgt durch eine Rollbewegung der Tonnen. Dieser Umstand charakterisiert das Tripodengelenk als mit den geringsten Reibungsverlusten innerhalb der Gelenke. Aus der Axialverschiebung kann numerisch die Drehzahl ermittelt werden. Dafür wird der Abrollweg auf den Lagerdurchmesser D bezogen, während die Geschwindigkeit durch Differenzbildung innerhalb der Schrittweite auf die Schrittweite selbst bezogen werden kann.

$$v_{a,i} = \frac{a_{i(\varphi_e)}}{dt} \approx \frac{\Delta a_{i(\varphi_e)}}{t}$$

$$n_{Lager,i} = v_a \cdot \frac{1}{\pi \cdot D} \cdot \left[\frac{60s}{min}\right]$$

Die Radialverschiebung auf den Podenzapfen in Abbildung 2-61 wird ermöglicht durch die Gleitlager oder Nadellager in den Tonnen. Die Gleitgeschwindigkeit kann ebenfalls über numerische Differenzierung erfolgen.

$$v_{r,i} = \frac{r_{i(\varphi_e)}}{dt} \approx \frac{\Delta r_{i(\varphi_e)}}{t}$$

Beide Geschwindigkeiten können bis übliche maximale Schrägungswinkel auch analytisch sehr treffend angenähert werden, da beide Bewegungen mit Nullphase wirken. Die Axialgeschwindigkeit verhält sich ab dem Nullwinkel mit Zeigerrichtung in den Winkelversatz an der ersten Tonne wie ein Sinus, während sich die Radialgeschwindigkeit 180° phasenversetzt dazu verhält. Die analytische Ableitung einer Weggröße ruft die Multiplikation mit der Amplitude und der Systemdrehzahl ω_e hervor. Die Amplitude muss für beide Größen aus den Vektorgleichungen ermittelt werden:

$$v_{a,i} \approx \left(\frac{a_{1(180°)} - a_{1(0°)}}{2}\right) \cdot \omega_e \cdot \sin(\varphi_e + \alpha_i) \qquad v_{r,i} \approx -\left(\frac{r_{1(0°)} - r_{1(90°)}}{2}\right) \cdot \omega_e \cdot \sin(\varphi_e + \alpha_i)$$

Aus der relativen Winkelverstellung der Pendelwelle zum Koordinatensystem der Zapfen entstehen zusätzliche Bewegungen an den Tonnen. Die Winkelverstellung lässt sich im Zapfenkoordinatensystem mit drei Winkeln beschreiben. Die Ermittlung der Winkel wird im nächsten Absatz erläutert.

Die dynamische axiale Verstellung der Wellen bewirkt eine Bohrbewegung der auf den Zapfen gelagerten Tonnen auf den Laufbahnen der Tulpe. Die Bohrbewegung stellt in erster Näherung einen makroskopischen Linienkontakt dar, in denen der Tonnenradius auf dem Laufbahnradius ähnlich einer im Schnitt-befindlichen Bohrerschneide mit dem Winkel $\delta_{a,i}$ rotiert.

Die dynamische tangentiale Verstellung dagegen bewirkt die Verdrehung um die Zapfenachse. Die Verdrehung wird mit dem Winkel $\delta_{t,i}$ beschrieben und bewirkt ein Abrollen der Tonnen über die Nadellagerung, bzw. ein Gleiten über die entsprechende Gleitlagerung.

Die dynamische radiale Verstellung der sphärischen Tonnen in dem Rundprofil der Führungsbahnen stellt eine Gleitbewegung um den Winkel $\delta_{r,i}$ dar.

Die entsprechenden Winkelgeschwindigkeiten lassen sich durch numerische Differenzierung bilden:

$$\omega_{Bohr,i} \approx \frac{\Delta\delta_{a,i(\varphi_e)}}{t} \qquad n_{Dreh,i} \approx \frac{\Delta\delta_{t,i(\varphi_e)}}{t} \cdot \left[\frac{60s}{min}\right] \qquad \omega_{Gleit,i} \approx \frac{\Delta\delta_{r,i(\varphi_e)}}{t}$$

ANALYTISCHE REKONSTRUKTION DER WINKEL DER KOORDINATENSYSTEME

Die Rekonstruktion der Relativwinkel zwischen den Koordinatensystemen der Poden der Pendelwelle und ihren Kontaktpunkten auf der Tulpenwelle wird mittels normierter virtueller Richtungsvektoren erreicht. Die Berechnung kann nicht nur für die Winkelberechnung, sondern auch zur Transformierung von Kräften zwischen den Koordinatensystemen genutzt werden. Die virtuellen Richtungsvektoren dürfen jeweils nur in einer Richtung aufgespannt sein, damit der Betrag des Vektors ausschließlich in die gewünschte Richtung zeigt. Im Beispiel einer Krafttransformation muss beachtet werden, dass die antreibende Welle lediglich Tangentialkräfte überträgt, welche aus dem Antriebsmoment und dem (variablen) Hebelarm errechnet werden.

Die folgende Rechnung wird aus Richtung der Tulpenwellenkoordinatensysteme in Richtung der Pendelwellenkoordinatensysteme aufgestellt. Die Koordinatensysteme sind in den Poden verankert und werden mit der Tangentialrichtung; der Radialrichtung und Axialrichtung beschrieben. Die Festlegung der Positionen der Richtungen im Vektor entspringt der Drehtransformation der ersten Pode aus dem Koordinatensystem Welt im Nullwinkel. Dort entspricht die Tangentialrichtung der Koordinate y; die Radialrichtung der Koordinate x; sowie die Axialrichtung der Koordinate z.

Ermittlung Radialwinkel

$$\bar{\uparrow}_{e,i} = \begin{pmatrix} r \\ t \\ a \end{pmatrix}_{e,i} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{e,i}$$

Ermittlung Tangentialwinkel

$$\bar{\uparrow}_{e,i} = \begin{pmatrix} r \\ t \\ a \end{pmatrix}_{e,i} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}_{e,i}$$

Ermittlung Axialwinkel

$$\bar{\uparrow}_{e,i} = \begin{pmatrix} r \\ t \\ a \end{pmatrix}_{e,i} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{e,i}$$

WIRKPUNKT UND BETRAGSPUNKT DER RICHTUNGSVEKTOREN IM EINGANG

Um die virtuellen Richtungsvektoren in das Koordinatensystem Welt zu überführen, wird eine Drehtransformation mit $\bar{\bar{D}}_z$ um die Achse z durchgeführt:

$$\bar{\uparrow}_{e,i,\varphi_e} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{e,i,\varphi_e} = \begin{pmatrix} r \\ t \\ a \end{pmatrix}_{e,i} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\varphi_e + \alpha_i) & -\sin(\varphi_e + \alpha_i) & 0 \\ \sin(\varphi_e + \alpha_i) & \cos(\varphi_e + \alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\bar{\uparrow}_{e,i,\varphi_e} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{e,i,\varphi_e} = \begin{pmatrix} r \cdot \cos(\varphi_e + \alpha_i) - t \cdot \sin(\varphi_e + \alpha_i) \\ r \cdot \sin(\varphi_e + \alpha_i) + t \cdot \cos(\varphi_e + \alpha_i) \\ a \end{pmatrix}$$

Mit den Richtungsvektoren der Koordinatensysteme $\bar{\uparrow}_{e,i,\varphi_e}$ und den Ortsvektoren der Poden (Wirkpunkt) $\bar{p}_{eO,i}$, kann der Endpunkt der virtuellen Richtungsvektoren ermittelt werden. Dieser ist für eine Projektion in das Koordinatensystem der Pendelwelle erforderlich.

$$\bar{p}_{eO,i} = \begin{pmatrix} {x_{e,i}}' \\ {y_{e,i}}' \\ a_i \end{pmatrix}$$

$$\bar{p}_{e,i} = \bar{p}_{eO,i} + |F| \cdot \bar{F}_{e,i,\varphi_e}$$

$$\bar{p}_{e,i} = \begin{pmatrix} {x_{e,i}}' \\ {y_{e,i}}' \\ a_i \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} r \cdot \cos(\varphi_e + \alpha_i) - t \cdot \sin(\varphi_e + \alpha_i) \\ r \cdot \sin(\varphi_e + \alpha_i) + t \cdot \cos(\varphi_e + \alpha_i) \\ a \end{pmatrix}$$

EBENEN DER PODEN-KOORDINATENSYSTEME AUF DER PENDELWELLE

Für die Ermittlung der Reaktionsrichtungen auf der Pendelwelle wird sich entschieden zwei Ebenen zu benutzen, deren Normalvektoren direkt ermittelt werden können. Die Ebene RT wurde bereits genutzt, um die Durchstoßpunkte der Poden auf den Laufbahnen der Tulpenwelle zu ermitteln. Der Vektor, welcher normal zur Ebene steht ist der Vektor der Pendelwelle selber. Die Ebene stößt sowohl durch den Wellenpunkt, der mit Vektor $\overrightarrow{Welle}$ erreicht wird, als auch durch alle Kontaktpunkte der Poden $\bar{p}_{eO,i}$.

Die Ebene TA verläuft senkrecht zur Translationsachse der Poden. Dieser Vektor stellt die Verbindung zwischen dem Wellenpunkt, der mit Vektor $\overrightarrow{Welle}$ erreicht wird, und den jeweiligen Kontaktpunkt der Poden $\bar{p}_{eO,i}$ dar.

Schließlich lässt sich die letzte Ebene des Koordinatensystems aus den anderen beiden ableiten. Sie verläuft ebenfalls durch den Koordinatenursprung der Poden $\bar{p}_{eO,i}$. Der Normalvektor spannt sich orthogonal aus der Fläche zwischen den beiden Normalvektoren der Ebene RTi und TAi auf und wird mit dem Kreuzprodukt ermittelt.

$$\bar{a} \times \bar{b} = \begin{pmatrix} a_2 \cdot b_3 - b_2 \cdot a_3 \\ a_3 \cdot b_1 - b_3 \cdot a_1 \\ a_1 \cdot b_2 - b_1 \cdot a_2 \end{pmatrix}$$

Tabelle 18: Parameter der Ebenen der Koordinatensysteme auf der Pendelwelle[135]

	Ebene RT_i	Ebene TA_i	Ebene RA_i
Normalvektor	$\bar{n}_{aRT\perp,i} = \frac{\begin{pmatrix} x_a''' \\ y_a''' \\ z_a''' \end{pmatrix}_{\beta,\gamma_X,\gamma_Y}}{max\left(\begin{pmatrix} \lvert x_a''' \rvert \\ \lvert y_a''' \rvert \\ \lvert z_a''' \rvert \end{pmatrix}_{\beta,\gamma_X,\gamma_Y}\right)}$	$\bar{n}_{aTA\perp,i} = \frac{\overrightarrow{Welle} - \bar{p}_{eO,i}}{max\begin{pmatrix} \left\lvert\left[\overrightarrow{Welle} - \bar{p}_{eO,i}\right]_x\right\rvert \\ \left\lvert\left[\overrightarrow{Welle} - \bar{p}_{eO,i}\right]_y\right\rvert \\ \left\lvert\left[\overrightarrow{Welle} - \bar{p}_{eO,i}\right]_z\right\rvert \end{pmatrix}}$	$\bar{n}_{aRA\perp,i} = \bar{n}_{aTA\perp,i} \times \bar{n}_{aRT\perp,i}$
Punktanker	$\bar{p}_{aRT\times,123} = \overrightarrow{Welle}$ $\bar{p}_{aRT\times,123} = \bar{p}_{eO,1}$ $\bar{p}_{aRT\times,123} = \bar{p}_{eO,2}$ $\bar{p}_{aRT\times,123} = \bar{p}_{eO,3}$	$\bar{p}_{aTA\times,i} = \bar{p}_{eO,i}$	$\bar{p}_{aTA\times,i} = \bar{p}_{eO,i}$
Eigenwert	$e_{aRT,i} = \left(n_{aRT\perp,i,x} \cdot p_{aRT\times,i,x}\right) + \left(n_{aRT\perp,i,y} \cdot p_{aRT\times,i,y}\right) + \left(n_{aRT\perp,i,z} \cdot p_{aRT\times,i,z}\right)$	$e_{aRT,i} = \left(n_{aTA\perp,i,x} \cdot p_{aTA\times,i,x}\right) + \left(n_{aTA\perp,i,y} \cdot p_{aTA\times,i,y}\right) + \left(n_{aTA\perp,i,z} \cdot p_{aTA\times,i,z}\right)$	$e_{aRT,i} = \left(n_{aRA\perp,i,x} \cdot p_{aRA\times,i,x}\right) + \left(n_{aRA\perp,i,y} \cdot p_{aRA\times,i,y}\right) + \left(n_{aRA\perp,i,z} \cdot p_{aRA\times,i,z}\right)$

[135] Die Nutzung der Beträge dient der Normierung, da ein absoluter Maximalwert innerhalb des Matrizenfeldes auch ein Minimum sein kann. Der Betrag ist nicht zu verwechseln mit dem Betrag des gesamten Vektors. Aus diesem Grund ist die komplizierte Schreibweise hier angewendet worden.

PROJIZIERUNG DER RICHTUNGSSPUNKTE AUF DEN AUSGANG

Die Projektion von Punkten auf eine Ebene wird durch eine Funktion vereinfacht. Die Funktion benötigt neben dem frei im Raum liegenden zu projizierenden Punkt $\bar{p}$, den Normalenvektor $\bar{n}_{\perp}$ – und dem skalaren Eigenwert e der Ebene. Sie liefert als Ergebnis in einen Punkt $\bar{p}_{proj}$, welcher auf die Ebene projiziert wurde. Die Projektion geschieht senkrecht mithilfe des Normalenvektors der Ebene. Das Vorgehen ist damit deckungsgleich mit dem parallelen Vorgehen im CAD.

$$\bar{p}_{proj} = f_{Schattenpunktprojektion}(e, \bar{n}_{\perp}, \bar{p}\,) = \frac{e - (n_{\perp x} \cdot p_x) - (n_{\perp y} \cdot p_y) - (n_{\perp z} \cdot p_z)}{{n_{\perp x}}^2 + {n_{\perp y}}^2 + {n_{\perp z}}^2}$$

Zunächst werden jeweils zwei Punkte mittels Projektion ermittelt. Das Vorgehen ist systematisch. Es werden jeweils der skalare Eigenwert e_i und der Normalenvektor $\bar{n}_{\perp,i}$ der Ebene aus Tabelle 18 benötigt. Für die Projektion des jeweiligen Eingangsvektors aus den Tulpenkoordinatensystemen (Radialvektor; Tangentialvektor oder Axialvektor) auf eine Hilfsdiagonale wird der Endpunkt $\bar{p}_{e,i} = \bar{p}_{eO,i} + \bar{\uparrow}_{e,i}$ aus dem Tulpenkoordinatensystem benötigt:

$$\bar{p}_{proj,\boxminus,i} = f_{Schattenpunktprojektion}(e_{a\boxminus,i}, \bar{n}_{a\boxminus\perp,i}, \bar{p}_{e,i})$$

Der ermittelte Projektionspunkt kann dann genutzt werden, um eine erneute Projektion durchzuführen.

$$\bar{p}_{proj,\boxdot,i} = f_{Schattenpunktprojektion}(e_{a\boxdot,i}, \bar{n}_{a\boxdot\perp,i}, \bar{p}_{proj,\boxminus(Diagonale),i})$$

Die nötigen Indizes sind in Tabelle 19 aufgelistet. Mit den Indizes aus Spalte 1 lässt sich beispielsweise die (normierte) Radialkraft aus dem Koordinatensystem der Eingangswelle als Punkt in das Koordinatensystem der Ausgangswelle projizieren. Mithilfe des Ortsvektors $\bar{p}_{eO,i}$, welcher in beiden Koordinatensystemen gleich ist, lässt sich die Wirklänge des Vektors ermitteln.

Tabelle 19: Indizes zur Berechnung der Projektion der Wirkpunkte der normierten Radial-; - Tangential- und - Axialkraft

	Projizierte Radialkraft	Projizierte Tangentialkraft	Projizierte Axialkraft
Eingangsvektor	$\bar{\uparrow}_{e,i} = \begin{pmatrix} r \\ t \\ a \end{pmatrix}_{e,i} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{e,i}$	$\bar{\uparrow}_{e,i} = \begin{pmatrix} r \\ t \\ a \end{pmatrix}_{e,i} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}_{e,i}$	$\bar{\uparrow}_{e,i} = \begin{pmatrix} r \\ t \\ a \end{pmatrix}_{e,i} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{e,i}$
Ebene Diagonale	$\boxminus = RA_i$	$\boxminus = RA_i$	$\boxminus = RT_i$
Ebene Punkt	$\boxdot = RT_i$	$\boxdot = RA_i$	$\boxdot = TA_i$

ERMITTLUNG DER TRANSFORMIERTEN BETRÄGE UND RICHTUNGEN

Mit den errechneten Punkten ist es möglich den Betrag (das heißt die absolute Wirklänge im Raum) sämtlicher aus der Transformation entstandenen Reaktionsvektoren zu ermitteln. Die Ermittlung unterscheidet sich jedoch je nachdem, welche Kraft projiziert wurde. Die Berechnungsvorschriften sind in Tabelle 26 zusammengefasst. Die Berechnungsvorschriften müssen mit den Indizes aus Tabelle 19 vervollständigt werden.

$$|\bar{a}| = \sqrt[2]{{a_x}^2 + {a_y}^2 + {a_z}^2} \qquad |\bar{b}| = \sqrt[2]{{b_x}^2 + {b_y}^2 + {b_z}^2} \qquad |\bar{c}| = \sqrt[2]{{c_x}^2 + {c_y}^2 + {c_z}^2}$$

Tabelle 20: Projektion der Wirkpunkte der normierten Radialkraft; - Tangentialkraft und - Axialkraft

	Projizierte Radialkraft	Projizierte Tangentialkraft	Projizierte Axialkraft
Eingangsvektor	$\bar{\uparrow}_{e,i} = \begin{pmatrix} r \\ t \\ a \end{pmatrix}_{e,i} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{e,i}$	$\bar{\uparrow}_{e,i} = \begin{pmatrix} r \\ t \\ a \end{pmatrix}_{e,i} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}_{e,i}$	$\bar{\uparrow}_{e,i} = \begin{pmatrix} r \\ t \\ a \end{pmatrix}_{e,i} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{e,i}$
Wirkvektor a	$\bar{a} = \bar{p}_{proj,\boxdot,i} - \bar{p}_{eO,i}$ $= Radialanteil$	$\bar{a} = \bar{p}_{proj,\boxdot,i} - \bar{p}_{eO,i}$ $= Tangentialanteil$	$\bar{a} = \bar{p}_{proj,\boxdot,i} - \bar{p}_{eO,i}$ $= Axialanteil$
Wirkvektor b	$\bar{b} = \bar{p}_{proj,\boxminus,i} - \bar{a}$ $= Axialanteil$	$\bar{b} = \bar{p}_{proj,\boxminus,i} - \bar{a}$ $= Radialanteil$	$\bar{b} = \bar{p}_{proj,\boxminus,i} - \bar{a}$ $= Tangentialanteil$
Wirkvektor c	$\bar{c} = \bar{p}_{proj,\boxminus,i} - (\bar{p}_{eO,i} + \bar{\uparrow}_{e,i})$ $= Tangentialanteil$	$\bar{c} = \bar{p}_{proj,\boxminus,i} - (\bar{p}_{eO,i} + \bar{\uparrow}_{e,i})$ $= Axialanteil$	$\bar{c} = \bar{p}_{proj,\boxminus,i} - (\bar{p}_{eO,i} + \bar{\uparrow}_{e,i})$ $= Radialanteil$

Die Beträge geben keine Auskunft über die Wirkrichtung. Die Beträge können jedoch als mathematische Kontrolle zur Prüfung der Ergebnisse der nächsten Methode dienen. Hierzu werden in Tabelle 21 die Wirkvektoren einheitlichen Indizes zugeordnet, um eine systematisierte Rechenvorschrift zur Transformation in den rta-Raum anzuwenden.

Tabelle 21: Richtungsvektoren zur Überführung der Wirkrichtungsanteile aus dem xyz-Raum des Koordinatensystem Welt in den rta-Raum der Koordinatensysteme der Poden auf der Ausgangswelle

	Projizierte Radialkraft	Projizierte Tangentialkraft	Projizierte Axialkraft
Eingangsvektor	$\bar{\uparrow}_{e,i} = \begin{pmatrix} r \\ t \\ a \end{pmatrix}_{e,i} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{e,i}$	$\bar{\uparrow}_{e,i} = \begin{pmatrix} r \\ t \\ a \end{pmatrix}_{e,i} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}_{e,i}$	$\bar{\uparrow}_{e,i} = \begin{pmatrix} r \\ t \\ a \end{pmatrix}_{e,i} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{e,i}$
Wirkrichtung r	$\bar{r}_{a,i} = \bar{a}$	$\bar{r}_{a,i} = \bar{b}$	$\bar{r}_a = \bar{c}$
Wirkrichtung t	$\bar{t}_{a,i} = \bar{c}$	$\bar{t}_{a,i} = \bar{a}$	$\bar{t}_a = \bar{b}$
Wirkrichtung a	$\bar{a}_{a,i} = \bar{b}$	$\bar{a}_{a,i} = \bar{c}$	$\bar{a}_a = \bar{a}$

Die Notationen der Mathematik sind an dieser Stelle ineffizient, es wird eine Hybridisierung mit den Notationen der Informatik eingesetzt, um Platz und unzählige unnötige Variablenindizes zu sparen. In der folgenden Rechenvorschrift werden die einzelnen Wirkrichtungsvektoren sukzessive mittels Drehtransformationsmatrizen in den Nullwinkelzustand der Ausgangswelle zurückgeführt. Anschließend werden ausschließlich die rta-Komponenten aufsummiert, welche durch den Kernvektor $\bar{r}_a$, $\bar{t}_a$ oder $\bar{a}_a$ eingespeist wurden. Eine Kontrolle des Vektors $\bar{\uparrow}_{a,i}$ mittels Betragsbildung ergibt über den gesamten Schrittbereich dieselbe Länge wie der Betrag des Vektors $\bar{\uparrow}_{e,i}$. Die Länge der Wirkanteile ist deckungsgleich mit den Betragswerten der Komponenten, nur dass die Vorzeicheninformation erhalten geblieben ist.

$$\bar{\uparrow}_{a,i} = f_{Transformation}(\bar{r}_a, \bar{t}_a, \bar{a}_a, i)$$

$$\bar{\uparrow}_{a,i} = \begin{pmatrix} r \\ t \\ a \end{pmatrix} = 0$$

$$\varphi_{a,i} = (\varphi_e + \alpha_i) - \left(\frac{R}{2 \cdot l} \cdot \left(\tan\left(\frac{\beta}{2}\right) \right)^2 \cdot \tan(\beta) \cdot \sin\left(3 \cdot (\varphi_e + \alpha_i)\right) \right)_{rad}$$

$$j = 1$$

Schleife drei Mal ausführen

$$\bar{M}_{Speicher} = \begin{cases} \bar{r}_a & wenn\ j = 1 \\ \bar{t}_a & wenn\ j = 2 \\ \bar{a}_a & wenn\ j = 3 \end{cases}$$

$$\bar{M}_{Speicher} = \bar{M}_{Speicher} \cdot \begin{pmatrix} \cos(-v_y) & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-\gamma_y) & -\sin(-\gamma_y) \\ 0 & \sin(-v_y) & \cos(-v_y) \end{pmatrix}$$

$$\bar{M}_{Speicher} = \bar{M}_{Speicher} \cdot \begin{pmatrix} \cos(-v_x) & 0 & \sin(-v_x) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(-v_x) & 0 & \cos(-v_x) \end{pmatrix}$$

$$\bar{M}_{Speicher} = \bar{M}_{Speicher} \cdot \begin{pmatrix} \cos(-\beta) & 0 & \sin(-\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(-\beta) & 0 & \cos(-\beta) \end{pmatrix}$$

$$\bar{M}_{Speicher} = \bar{M}_{Speicher} \cdot \begin{pmatrix} \cos(-\varphi_{a,i}) & -\sin(-\varphi_{a,i}) & 0 \\ \sin(-\varphi_{a,i}) & \cos(-\varphi_{a,i}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\bar{\uparrow}_{a,i} = \bar{\uparrow}_{a,i} + \bar{M}_{Speicher}$$

$$\begin{cases} \uparrow_{a,i,r} = M_{Speicher,r} & wenn\ j = 1 \\ \uparrow_{a,i,t} = M_{Speicher,t} & wenn\ j = 2 \\ \uparrow_{a,i,a} = M_{Speicher,a} & wenn\ j = 3 \end{cases}$$

$$j = j + 1$$

ERMITTLUNG DER RELATIVEN WINKELBEWEGUNGEN DER KOORDINATENSYSTEME

Abschließend können die Winkel zwischen den projizierten Eingangswirkrichtungen und den projizierten Ausgangswirkrichtungen ermittelt werden. Dies entspricht den Verdrehwinkeln innerhalb der Koordinatensysteme der Poden, womit die relative rotatorische Bewegung der Poden über ihre Koordinatensysteme beschrieben werden kann.

Die Errechnung der Winkel erfolgt über die Rechenvorschriften in Tabelle 28. Dabei wird eine Vorzeichenkorrektur der Winkel über das Vorzeichen der projizierten Kräfte $\bar{\uparrow}_{a,i}$ vorgenommen. Das Vorgehen funktioniert, ist jedoch empirischer Natur und kann nicht näher erklärt werden.

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = (a_r \cdot b_r) + (a_t \cdot b_t) + (a_a \cdot b_a) \qquad |\bar{a}| = \sqrt[2]{{a_r}^2 + {a_t}^2 + {a_a}^2} \qquad |\bar{b}| = \sqrt[2]{{b_r}^2 + {b_t}^2 + {b_a}^2}$$

Tabelle 22: Richtungsvektoren zur Überführung der Wirkrichtungsanteile aus dem xyz-Raum des Koordinatensystem Welt in den rta-Raum der Koordinatensysteme der Poden auf der Ausgangswelle

	Projizierte Radialkraft	Projizierte Tangentialkraft	Projizierte Axialkraft
Eingangsvektor	$\bar{\uparrow}_{e,i}=\begin{pmatrix} r \\ t \\ a \end{pmatrix}_{e,i}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{e,i}$	$\bar{\uparrow}_{e,i}=\begin{pmatrix} r \\ t \\ a \end{pmatrix}_{e,i}=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}_{e,i}$	$\bar{\uparrow}_{e,i}=\begin{pmatrix} r \\ t \\ a \end{pmatrix}_{e,i}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{e,i}$
Wirkvektor	$\bar{R}_{e\mapsto a,i}=\bar{p}_{proj,\boxminus,i}-\bar{p}_{eO,i}$	$\bar{T}_{e\mapsto a,i}=\bar{p}_{proj,\boxminus,i}-\bar{p}_{eO,i}$	$\bar{A}_{e\mapsto a,i}=\bar{p}_{proj,\boxminus,i}-\bar{p}_{eO,i}$
	$\bar{R}_{a,i}=\bar{p}_{proj,\boxdot,i}-\bar{p}_{eO,i}$	$\bar{T}_{a,i}=\bar{p}_{proj,\boxdot,i}-\bar{p}_{eO,i}$	$\bar{A}_{a,i}=\bar{p}_{proj,\boxdot,i}-\bar{p}_{eO,i}$
Wirkebene	$\boxplus= TA_i$	$\boxplus= RA_i$	$\boxplus= RT_i$
Wirkachse	$\mid= R_i$	$\mid= T_i$	$\mid= A_i$
Winkelbetrag	$\lvert\varrho_i\rvert=\cos^{-1}\left(\frac{\bar{R}_{e\mapsto a,i}\cdot\bar{R}_{a,i}}{\lvert\bar{R}_{e\mapsto a,i}\rvert\cdot\lvert\bar{R}_{a,i}\rvert}\right)$	$\lvert\vartheta_i\rvert=\cos^{-1}\left(\frac{\bar{T}_{e\mapsto a,i}\cdot\bar{T}_{a,i}}{\lvert\bar{T}_{e\mapsto a,i}\rvert\cdot\lvert\bar{T}_{a,i}\rvert}\right)$	$\lvert\alpha_i\rvert=\cos^{-1}\left(\frac{\bar{A}_{e\mapsto a,i}\cdot\bar{A}_{a,i}}{\lvert\bar{A}_{e\mapsto a,i}\rvert\cdot\lvert\bar{A}_{a,i}\rvert}\right)$
Winkel	$\varrho_i=sgn\left(\uparrow_{a,i,a}\right)\cdot\lvert\varrho_i\rvert$	$\vartheta_i=sgn\left(\uparrow_{a,i,r}\right)\cdot\lvert\vartheta_i\rvert$	$\alpha_i=sgn\left(\uparrow_{a,i,t}\right)\cdot\lvert\alpha_i\rvert$

Die relativen Oszillationen der Koordinatensysteme der Poden zwischen Ausgang und Eingang sind in Abbildung 2-62 dargestellt. Das Beispiel stellt die Winkel für die erste Pode dar. Exakt dieselben Verläufe gelten für die zweite Pode um 120° phasenversetzt und für die dritte Pode um 240° phasenversetzt. Die Amplitude steigt mit der Auslenkung des Gelenkes.

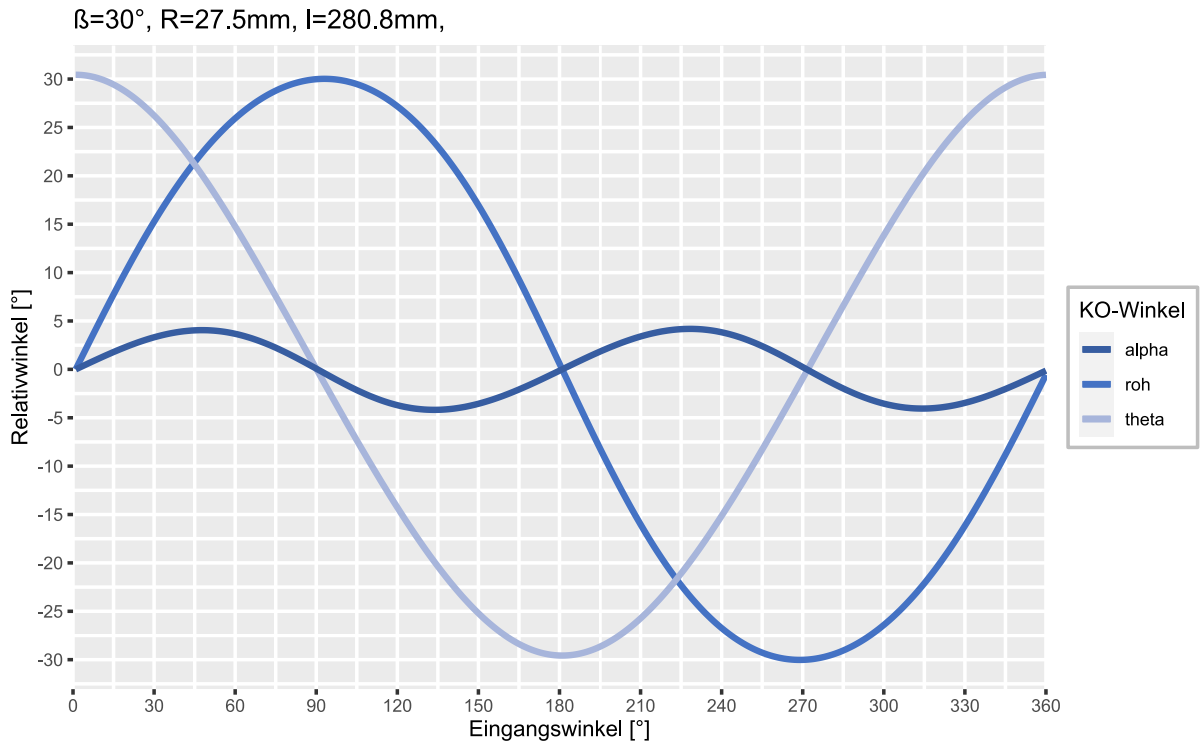


Abbildung 2-62: Relativwinkeloszillationen der Ausgangskoordinatensysteme des Podenkontaktes der Pode 1 gegenüber dem Eingang. Die Pode 1 ist mit dem Eingangswinkel in Phase

REAKTIONSKRÄFTE UND MOMENTE

Zur Berechnung der Reaktionskräfte werden zunächst Eingangskräfte benötigt. An dieser Stelle muss festgelegt werden, ob der Momenteintrag über die Pendelwelle (punktgelagert) oder die winkelfest gelagerte (z.B.: Fest-Los-Lagerung) Welle erfolgen soll. Der Momenteintrag über die Pendelwelle wird mit den bereits errechneten oszillierenden Hebelarmen r_i (siehe Abbildung 2-61) bewerkstelligt. Bei Momenteintrag über die winkelfest gelagerte Welle erfolgt der Momenteintrag über den konstanten Hebelarm des wirksamen Gelenkradius R des Gelenkes.

Momenteintrag an Pendelwelle

$$M_e \cdot \left[\frac{1000mm}{1m}\right] = \left(F_{t,e1} \cdot r_1\right) + \left(F_{t,e2} \cdot r_2\right) + \left(F_{t,e3} \cdot r_3\right)$$

Momenteintrag an Festwelle

$$\bar{F}_{e,i} = \begin{pmatrix} F_r \\ F_t \\ F_a \end{pmatrix}_{e,i} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{M_e}{3 \cdot R} \cdot \left[\frac{1000mm}{1m}\right] \\ 0 \end{pmatrix}$$

Die Aufteilung des Momentes über die Pendelwelle ist ohne weiteres nicht möglich. Es kann festgelegt werden, dass die Rechnung wie bisher wie folgt abläuft. Die Eingangswelle ist winkelfest gelagert, sie entspricht der Tulpenwelle. Die Ausgangswelle ist punktgelagert und entspricht der Pendelwelle. Um die Berechnung umzukehren, müssen lediglich die Indizes für den Eingang „e“ und den Ausgang „a“ vertauscht werden und eine Momentkorrektur[136] vorgenommen werden (vergleiche Tabelle 23). Das Vorgehen resultiert darin, dass die variablen Kräfte immer am Ort der variablen Hebelarme vorliegen. Außerdem führt das Vorgehen dazu, dass Axial- und Radialkräfte stets an der Podenwelle wirken, unabhängig von welcher Seite das Gelenk angetrieben wird.

Tabelle 23: Rechnungsvorschrift zur Berechnung der Reaktionskräfte und dem Reaktionsmoment

Universelle Rechnung Antrieb an Festwelle:

$$M_e$$

$$\bar{F}_{e,i} = \begin{pmatrix} F_r \\ F_t \\ F_a \end{pmatrix}_{e,i} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{M_e}{3 \cdot R} \cdot \left[\frac{1000mm}{1m}\right] \\ 0 \end{pmatrix} \Longrightarrow Kräfteprojektion \Longrightarrow \bar{F}_{a,i} = \begin{pmatrix} F_r \\ F_t \\ F_a \end{pmatrix}_{a,i}$$

$$M_a = \left(F_{t,a1} \cdot r_1\right) + \left(F_{t,a2} \cdot r_2\right) + \left(F_{t,a3} \cdot r_3\right) \cdot \left[\frac{1m}{1000mm}\right]$$

Option Antrieb an Pendelwelle:

$$M_{e\bowtie} = M_e$$

$$\bar{F}_{e\bowtie,i} = \begin{pmatrix} F_{r\bowtie} \\ F_{t\bowtie} \\ F_{a\bowtie} \end{pmatrix}_{e\bowtie,i} = \begin{pmatrix} F_r \\ F_t \\ F_a \end{pmatrix}_{a,i} \cdot \frac{M_e}{M_a} \qquad \bar{F}_{a\bowtie,i} = \begin{pmatrix} F_{r\bowtie} \\ F_{t\bowtie} \\ F_{a\bowtie} \end{pmatrix}_{a\bowtie,i} = \begin{pmatrix} F_r \\ F_t \\ F_a \end{pmatrix}_{e,i} \cdot \frac{M_a}{M_e}$$

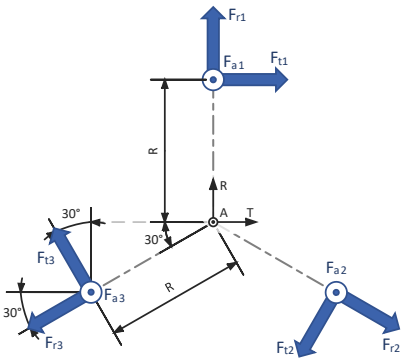
$$M_{a\bowtie} = M_a$$

[136] Das Moment am Eingang entspricht M_e, da dieses eine Vorgabe der Berechnung ist

An dieser Stelle wird nach informatischer Notation festgelegt, dass die Variablen $\overline{Pode}_{Pendelwelle,i}$ mit den Variablen $\bar{F}_{a,i}$ oder $\bar{F}_{e\bowtie,i}$ beschrieben werden. Analog dazu werden die Variablen $\overline{Pode}_{Festwelle,i}$ mit den Variablen $\bar{F}_{e,i}$, bzw. $\bar{F}_{a\bowtie,i}$ beschrieben. Auf diese Weise muss der folgende Absatz nicht doppelt dokumentiert werden, um der mathematischen Notation zu genügen.

Die Momente in Achsrichtung werden auf der Festwelle mit dem Hebelarm des wirksamen Gelenkradius R und auf der Pendelwelle mit den variablen Hebelarmen r_i berechnet. Die quer liegenden Momente werden auf der Pendelwelle mit dem Hebelarm der Pendelwellenlänge l berechnet. Da die Axial- und Radialkräfte in den Podenkontakten der Festwelle Null sind, wird keine Einführung der Festwellenlänge benötigt. Die Berechnung der Reaktionen erfolgt mithilfe der Rechenvorschriften in Tabelle 24.

Tabelle 24: Generische Lösung der Errechnung der Lagermomente unter Nutzung eines variablen Hebelarms R_i und eines festen Hebelarms l in der Tiefe der Abbildung



$$\sum M_{AT} = -R_1 \cdot \cos(90°) \cdot F_{a1} + \cos(30°) \cdot R_2 \cdot F_{a2} - \cos(30°) \cdot R_3 \cdot F_{a3} + l \cdot \cos(90°) \cdot F_{r1} \quad + l \cdot \cos(30°) \cdot F_{r2} \quad - l \cdot \cos(30°) \cdot F_{r3} + l \cdot \sin(90°) \cdot F_{t1} \quad - l \cdot \sin(30°) \cdot F_{t2} \quad - l \cdot \sin(30°) \cdot F_{t3}$$

$$\sum M_{AR} = +R_1 \cdot \sin(90°) \cdot F_{a1} - \sin(30°) \cdot R_2 \cdot F_{a2} - \sin(30°) \cdot R_3 \cdot F_{a3} + l \cdot \sin(90°) \cdot F_{r1} \quad - l \cdot \sin(30°) \cdot F_{r2} \quad - l \cdot \sin(30°) \cdot F_{r3} - l \cdot \cos(90°) \cdot F_{t1} \quad - l \cdot \cos(30°) \cdot F_{t2} \quad + l \cdot \cos(30°) \cdot F_{t3}$$

$$\sum M_{RT} = \quad +R_1 \cdot F_{t1} \quad +R_2 \cdot F_{t2} \quad +R_3 \cdot F_{t3}$$

$$\overline{Lagermomente}_{Pendelwelle} = \begin{pmatrix} M_\varrho \\ M_\theta \\ M_\alpha \end{pmatrix} = \frac{\begin{pmatrix} \sum M_{AT} = f\left(\overline{Pode}_1, \overline{Pode}_2, \overline{Pode}_3, r_1, r_2, r_3, l\right) \\ \sum M_{AR} = f\left(\overline{Pode}_1, \overline{Pode}_2, \overline{Pode}_3, r_1, r_2, r_3, l\right) \\ \sum M_{RT} = f\left(\overline{Pode}_1, \overline{Pode}_2, \overline{Pode}_3, r_1, r_2, r_3, l\right) \end{pmatrix}_{Pendelwelle}}{\left[\frac{1000m}{1m}\right]}$$

$$\overline{Lagermomente}_{Festwelle} = \begin{pmatrix} M_\varrho \\ M_\theta \\ M_\alpha \end{pmatrix} = \frac{\begin{pmatrix} \sum M_{AT} = f\left(\overline{Pode}_1, \overline{Pode}_2, \overline{Pode}_3, R, R, R, 0\right) \\ \sum M_{AR} = f\left(\overline{Pode}_1, \overline{Pode}_2, \overline{Pode}_3, R, R, R, 0\right) \\ \sum M_{RT} = f\left(\overline{Pode}_1, \overline{Pode}_2, \overline{Pode}_3, R, R, R, 0\right) \end{pmatrix}_{Festwelle}}{\left[\frac{1000m}{1m}\right]}$$

Um die Lagermomente vom Koordinatensystem der Welle zu lösen und ins ortsfeste Koordinatensystem Welt der Lagerung zu übertragen, muss eine Drehtransformation mit dem Winkel der Festwelle φ_e und dem Winkel der Pendelwelle φ_a erfolgen. Auf diese Weise können die umlaufenden Momente ermittelt werden:

$$\overline{Lagermomente}_{Pendelwelle} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\varphi_a) & -\sin(\varphi_a) & 0 \\ \sin(\varphi_a) & \cos(\varphi_a) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \overline{Lagermomente}_{Festwelle} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\varphi_e) & -\sin(\varphi_e) & 0 \\ \sin(\varphi_e) & \cos(\varphi_e) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

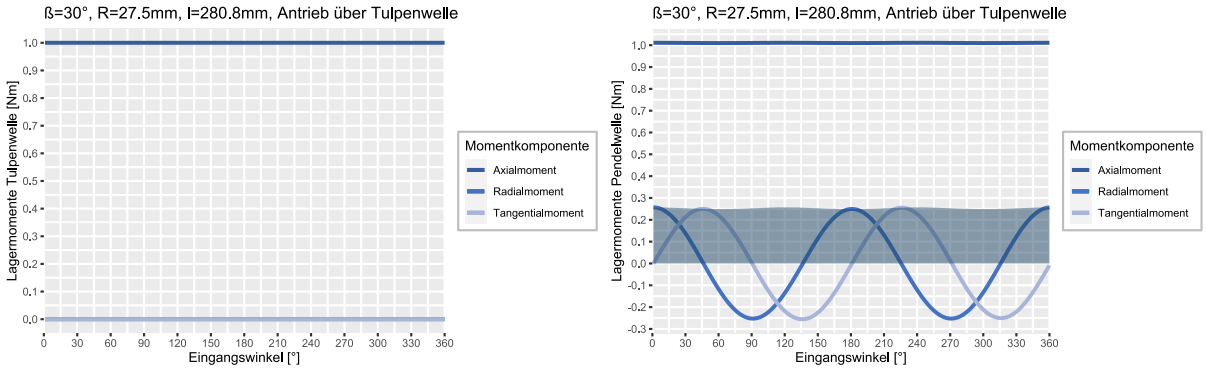


Abbildung 2-63: Verlauf der Momente in Wellenlagerung, hier feste Welle (links) und Pendelwelle (rechts). Schraffierte Fläche resultierendes Moment

In Abbildung 2-63 sind die Reaktionsmomente bei einem festen Auslenkungswinkel von 30° aufgezeigt. Das Ausgangsmoment entspricht nahezu dem Eingangsmoment, was (ausschließlich) auf numerische Ungenauigkeiten zurückgeführt werden könnte[137]. Eine leichte Sinusmodulation liegt vor, welche auf die Schwankung der Abtriebsdrehzahl zurückzuführen ist. Das resultierende umlaufende Lagermoment ist ebenfalls dieser Schwankung unterworfen. Interessanterweise kompensieren sich Tangentialkraftschwankung durch die wandernden Hebelarme (im Rahmen der Genauigkeit der Maschinenrechnung) nahezu vollständig.

Um die Lagerreaktionskräfte der Eingangs- und Ausgangswelle zu berechnen müssen die Kraftvektoren der Poden mithilfe einer Drehtransformation mit $\overline{\overline{D}}_z$ um die Achse z aus ihrem 120° Phasenversatz in ein gemeinsames Koordinatensystem überführt werden.

$$\overline{Pode}_{Pendewelle,\alpha_i,i} = \begin{pmatrix} F_r \\ F_t \\ F_a \end{pmatrix}_{Pendewelle,\alpha_i,i} = \overline{Pode}_{Pendelwelle,i} \cdot \begin{pmatrix} \cos(-\alpha_i) & -\sin(-\alpha_i) & 0 \\ \sin(-\alpha_i) & \cos(-\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\overline{Pode}_{Festwelle,\alpha_i,i} = \begin{pmatrix} F_r \\ F_t \\ F_a \end{pmatrix}_{Festwelle,\alpha_i,i} = \overline{Pode}_{Festwelle,i} \cdot \begin{pmatrix} \cos(-\alpha_i) & -\sin(-\alpha_i) & 0 \\ \sin(-\alpha_i) & \cos(-\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Die Lagerreaktionskräfte können aus den Einzelkräften der Poden aufsummiert werden:

$$\overline{Lagerkräfte}_{Pendelwelle} = \begin{pmatrix} F_r \\ F_t \\ F_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Pode_{\alpha_1,1,r} + Pode_{\alpha_2,2,r} + Pode_{\alpha_3,3,r} \\ Pode_{\alpha_1,1,t} + Pode_{\alpha_2,2,t} + Pode_{\alpha_3,3,t} \\ Pode_{\alpha_1,1,a} + Pode_{\alpha_2,2,a} + Pode_{\alpha_3,3,a} \end{pmatrix}_{Pendelwelle}$$

$$\overline{Lagerkräfte}_{Festwelle} = \begin{pmatrix} F_r \\ F_t \\ F_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Pode_{\alpha_1,1,r} + Pode_{\alpha_2,2,r} + Pode_{\alpha_3,3,r} \\ Pode_{\alpha_1,1,t} + Pode_{\alpha_2,2,t} + Pode_{\alpha_3,3,t} \\ Pode_{\alpha_1,1,a} + Pode_{\alpha_2,2,a} + Pode_{\alpha_3,3,a} \end{pmatrix}_{Festwelle}$$

[137] Das Modell zeigt jedoch bei geometrisch unmöglichen Auslenkungswinkeln wie 60° bereits eine Momentüberhöhung um den Faktor 1,3 auf

Abschließend müssen auch diese Vektoren in das ortsfeste Koordinatensystem Welt der Lager überführt werden. So können die umlaufenden Kraftkomponenten abgebildet werden.

$$\overline{Lagerkräfte}_{Pendelwelle} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\varphi_a) & -\sin(\varphi_a) & 0 \\ \sin(\varphi_a) & \cos(\varphi_a) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \overline{Lagerkräfte}_{Festwelle} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\varphi_e) & -\sin(\varphi_e) & 0 \\ \sin(\varphi_e) & \cos(\varphi_e) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

In Abbildung 2-64 sind die Lagereaktionskräfte aufgezeigt. Die Tangentialkräfte heben sich in der Tulpenwelle auf, während die Abweichungen der Tangentialkräfte untereinander zu einer oszillierenden Reaktion in der Pendelwelle führen. Da die Radialkräfte in den Koordinatensystemen der Poden jeweils im 90°-Winkel zu den Tangentialkräften stehen, ist die entsprechende Reaktionskurve zur Tangentialkurve um 90° phasenverschoben.

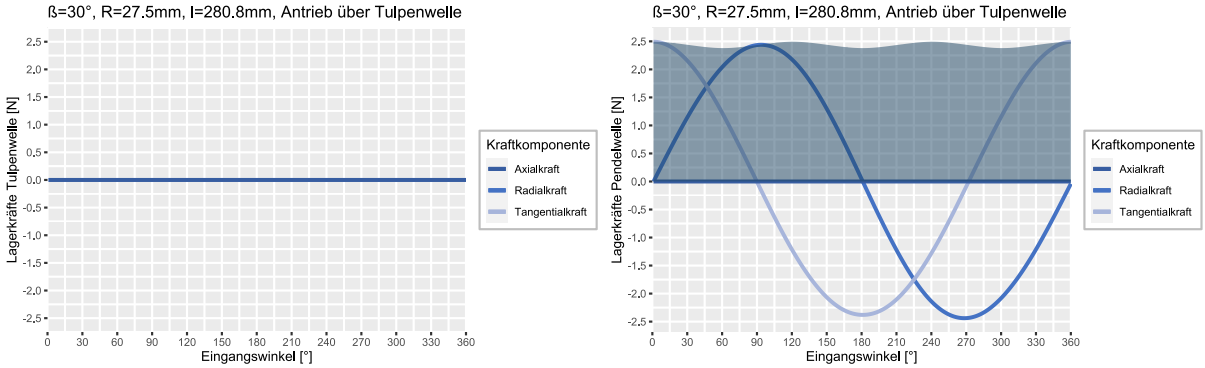


Abbildung 2-64: Verlauf der Kräfte in Wellenlagerung, hier feste Welle (links) und Pendelwelle (rechts). Schraffierte Fläche resultierende Kraft

REIBUNG

Reibkräfte dürfen Lagerreaktionskräfte und Antriebskräfte nur schmälern, nicht verstärken. Die auftretenden Reibeffekte spielen sich zwischen Gleitreibung, Bohrreibung und Rollreibung ab. Für die Berechnung der Reibung muss wenigstens ein Gleitreibwert μ_{Gleit} und ein Rollreibwert μ_{Roll} für einen permanenten Anlaufzustand vereinbart werden. Außerdem werden die relativen Winkelgeschwindigkeiten der Poden-Koordinatensysteme und die Translationsgeschwindigkeiten der Poden auf der Radialachse der Führungszapfen und der Poden auf der Axialachse der Tulpenwelle benötigt. Die Geschwindigkeiten können numerisch ermittelt werden.

Die auftretenden Reibeffekte können in Reaktionen aus der Translationsbewegung und der Rotationsbewegung gruppiert werden (siehe Abbildung 2-65 und Abbildung 2-66). Die Ansätze werden nur angerissen, da es nicht gelungen ist innerhalb einer angemessenen Zeit veritable Ergebnisse zu generieren. Da jedoch die angreifenden Kräfte bekannt und die Geschwindigkeiten zuverlässig ermittelt worden sind, ist eine korrekte Lösung des Problems nicht weit entfernt.

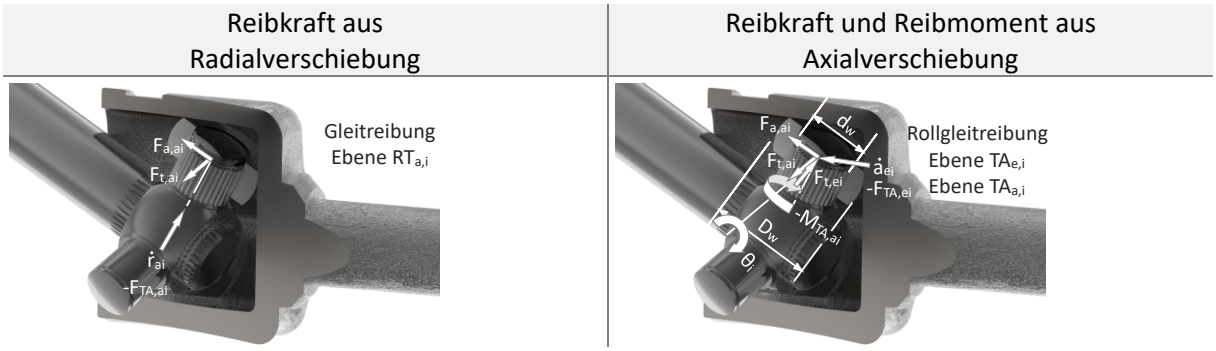


Abbildung 2-65: Tripodengelenk – Reibungsreaktionen aus Translationsbewegungen

Die Reibkraft aus der Radialverschiebung (siehe Abbildung 2-65 links) entsteht durch den Gleitvorgang zwischen den Podenrollen und dem Zylinderlagerring. Die anliegende Normalkraft ist eine resultierende in tangential-radialen Podenebene:

$$F_{N,ai} = \sqrt[2]{{F_{a,ai}}^2 + {F_{t,ai}}^2}$$

Es wird vermutet, dass die Reibkraft der Ableitung der Radialverschiebung entgegenwirken muss. Sie würde die Lagereaktionsmomente beeinflussen, jedoch das Abtriebsmoment unberührt lassen.

$$F_{TA,ai(radial)} \stackrel{?}{=} -sgn(\dot{r}_{ai}) \cdot \left|F_{N,ai} \cdot \mu_{Gleit}\right|$$

Die Reaktionen aus der Axialverschiebung (siehe Abbildung 2-65 rechts) münden in eine Reibkraftkomponente und eine Rollreibungsmoment. Würde das Gelenk nicht angewinkelt sein, würde eine Axialverschiebung zu einer reinen Rollbewegung führen. Dabei würde ein Reibmoment durch das Abrollen des Nadellagerrings auf den Podenzapfen und ein Reibmoment durch das Abrollen der Podenrollen auf der Tulpe und über den Nadellagerring erfolgen. Damit ist das Rollreibmoment sowohl vom Rolleninnendurchmesser $d_{W,}$ als auch den Rollenaußendurchmesser D_W abhängig.

Durch die dynamische tangentiale Anwinkelung des Gelenks im Koordinatensystem der Poden, entsteht jedoch zusätzlich eine Überlagerung durch Gleitreibung der Podenrollen in der Tulpe, da die Ausrichtung der Rotationsachse der Rollen nicht senkrecht zur Bewegungsrichtung steht.

Grundsätzlich kann aus diesem Zusammenhang bereits abgeleitet werden, dass der Rollreibungsanteil umso größer wird, je kleiner der Auslenkungswinkel des Gelenks ist. Damit sinkt auch die Reibung, da der Rollreibungskoeffizient um den Faktor 40 geringer ist als ein Gleitreibungskoeffizient (siehe Kapitel 1.4.3). Dies wird überlagert von dem Umstand, dass die Axialbewegung durch Verringerung des Auslenkungswinkel sinkt. Damit ist ein nichtlinearer (vielleicht exponentieller) Anstieg der Reibung durch die Erhöhung des Auslenkungswinkels zu erwarten. Das Reibmoment wirkt auf die Tangentialkraft (Abtriebsmoment-bildend) und die Axialkraft der Podenwelle, während die Reibkraft als Axialkomponente im Koordinatensystem der Tulpe wirkt und über Krafttransformation wieder in die Podenwelle eingespeist werden muss (vergleiche bereits ausgeführte Rechnungen).

Beide Reaktionen steigen mit der anliegenden Normalkraft, welche sich analog zur Reaktion aus der Radialverschiebung durch die anliegende Axial- und Radialbelastung zusammensetzt:

$$F_{N,ai} = \sqrt[2]{{F_{a,ai}}^2 + {F_{t,ai}}^2}$$

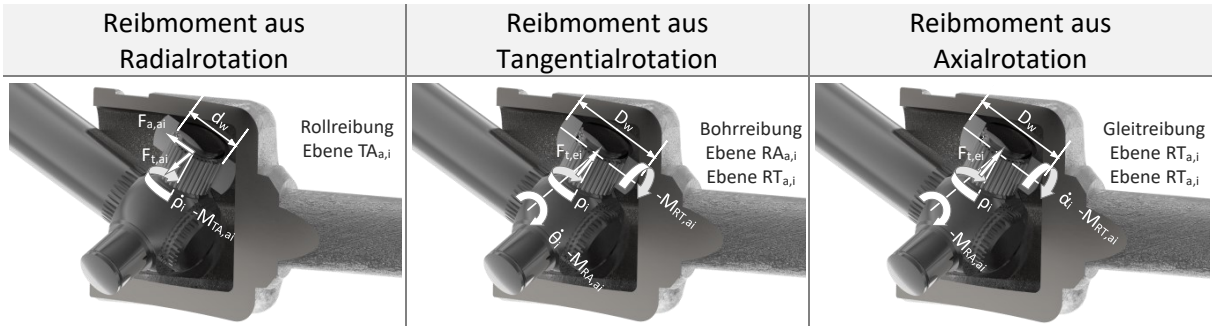


Abbildung 2-66: Tripodengelenk – Reibungsreaktionen aus Rotationsbewegungen

Die Radialrotation (siehe Abbildung 2-66 links) bewirkt eine Relativrotation zwischen Zylinderrollenlagerring und Podenzapfen, wobei die Rollen stillstehen. Die Relativbewegung hat ein Rollreibmoment zur Folge, welches über den Rolleninnendurchmesser d_W wirkt und durch die Normalkraft bestärkt wirkt:

$$F_{N,ai} = \sqrt[2]{{F_{a,ai}}^2 + {F_{t,ai}}^2}$$

Es wird vermutet, dass das Reibmoment der Ableitung der Radialrotation entgegenwirken muss. Da die Rollen beidseitig einen Rollkontakt ausführen, ist das Reibmoment doppelt so groß. Das Reibmoment wirkt auf die Tangentialkraft (Abtriebsmoment-bildend) und die Axialkraft der Podenwelle.

$$M_{TA,ai(radial)} \stackrel{?}{=} -sgn(\dot{\rho}_i) \cdot 2 \cdot \left|F_{N,ai} \cdot \mu_{Gleit}\right| \cdot \frac{d_w}{2}$$

Die Tangentialrotation (siehe Abbildung 2-66 mittig) bewirkt eine Bohrbewegung unter dem Druck der größeren Tangentialkraft der Tulpenwelle, welche zu zwei Reibmomenten führt. Es wird angenommen, dass der Lagerring einen Flächenkontakt aufbaut, in dessen Schwerpunkt eine exzentrische Reibkraft wirkt: $F_{N,ei} = F_{t,ei}$

$$F_{Bohr,exzentrisch} \stackrel{?}{=} -sgn(\dot{\theta}_i) \cdot \left|F_{N,ei} \cdot \mu_{Gleit}\right|$$

Dabei ändern sich die Hebelarme der Kraft, da die Tangentialachse der Pode nicht durch den Kontaktpunkt stößt. Es wird angenommen, dass die Hebelarme mit dem Radialwinkel der Pode entstehen. Die Richtung des Momentes würde durch die Sinus- und Cosinusanteile gesteuert werden. Die Richtung der Reibkraft würde durch die Richtung der Ableitung des Tangentialwinkels gesteuert werden. Die Momente wirken auf die Lagerreaktionen und das Abtriebsmoment.

$$M_{RA,ai(tangential)} \stackrel{?}{=} F_{Bohr,exzentrisch} \cdot \left(\frac{D_w}{2} \cdot \sin(\rho_i)\right)$$

$$M_{RT,ai(axial)} \stackrel{?}{=} -F_{Bohr,exzentrisch} \cdot \left(\frac{D_w}{2} \cdot \cos(\rho_i)\right)$$

Die Axialrotation (siehe Abbildung 2-66 rechts) führt direkt zu einer Reduktion des Abtriebsmoment. Sie bewirkt Reibmomente unter dem Druck der größeren Tangentialkraft der Tulpenwelle: $F_{N,ei} = F_{t,ei}$
Es wird angenommen, dass die Richtung der Reibkraft der Ableitung der Ausgangswinkeldifferenz entgegengerichtet ist.

$$R_{r,a} \stackrel{?}{=} -sgn(\dot{\varphi}_a - \dot{\varphi}_e) \cdot \left|F_{N,ei} \cdot \mu_{Gleit}\right|$$

$$M_{RA,ai(tangential)} \stackrel{?}{=} R_{r,ai} \cdot \left(\frac{D_w}{2} \cdot \sin(\rho_i)\right)$$

$$M_{RT,ai(axial)} \stackrel{?}{=} R_{r,ai} \cdot \left(\frac{D_w}{2} \cdot \cos(\rho_i)\right)$$

Alternativ zur komplexen vektoriellen Ermittlung des Reibmomentes bietet die französische Literatur einen Ansatz zu Berechnung des Wirkungsgrades [65, S. 294]. Dieser hängt von einem empirisch zu ermittelnden Reibbeiwert μ ; dem Auslenkungswinkel β und dem Verhältnis zwischen dem Rollenaußenradius $D_W/2$ der Poden zum dreifachen wirksamen Gelenkradius R ab

$$\eta = 1 - 6 \cdot \mu \cdot \left(\frac{1 - \cos(\beta)}{\pi \cdot \cos(\beta)} + \frac{\xi \cdot (1 - \cos(\beta))}{\pi \cdot (1 + \cos(\beta))} \right)$$

$$mit\ \xi = \frac{D_w/2}{3 \cdot R}$$

$$mit\ \mu \approx 0{,}07 \ldots 0{,}13$$

In Abbildung 2-67 sind die für eine Umdrehung gemittelten relativen Reibverluste unter Einheits-Eingangsmoment $M_e = 1$ und Einheits-Reibbeiwert $\mu = 1$ aufgetragen. Durch Skalierung mit dem anliegenden Reibwert μ kann mit der Verstärkung des Betriebspunktes $V_{(\beta,\mu)}$ der Wirkungsgrad durch $\eta = 1 - V_{(\beta,\mu)}$ berechnet werden. Der Wirkungsgrad sinkt progressiv mit der Winkelauslenkung.

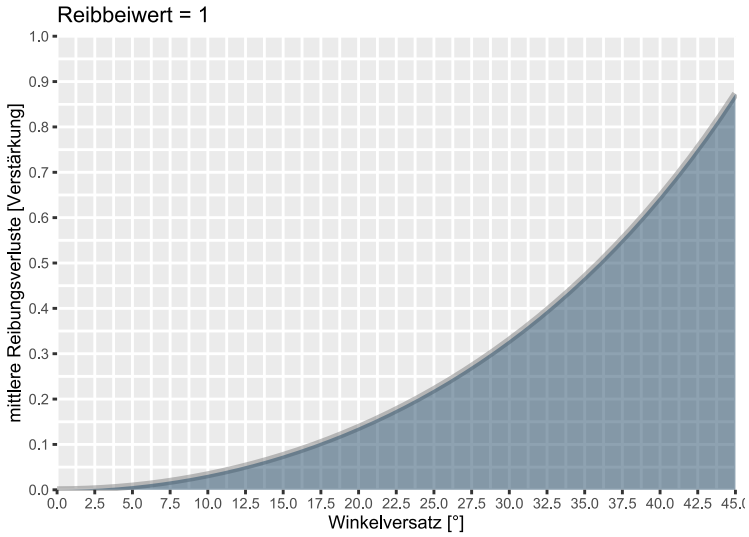


Abbildung 2-67: Kreuzgelenk – mittlere relative Reibungsverluste 1-η über den Winkelversatz β. Die Verluste können direkt mit dem Reibbeiwert μ und dem Eingangsmoment M_e skaliert werden. Übliche Reibbeiwerte μ sind zwischen 0,07 und 0,13 anzusetzen. Reibungsmodell aus [65, S. 294]

Abschließend wird festgestellt, dass die zunehmende Auslenkung des Gelenks zu einer zunehmenden Axial-Lagerreaktionskraft führt. Diese Axialkraft tritt ausschließlich auf der Podenwelle auf, da die Tulpenwelle keine Axialkräfte aufnehmen kann. Es liegt in der Hand des Konstrukteurs zu entscheiden, welche der beiden Wellen, Tulpenwelle oder Podenwelle, zur Pendelwelle erklärt wird. Wenn die Podenwelle pendelt werden geringere Abmaße für eine Hülle (Gehäuse) benötigt[138]. Auf der anderen Seite bedeutet diese Festlegung, dass ein Pendellager mit Axialkräften beaufschlagt wird, welche ihm die Pendelbewegung zusätzlich erschweren. Da eine Pendelbewegung eine Gleitbewegung im Lager[139] darstellt, ist es sinnvoller eine Fest-Los-Lagerung der fixen Welle mit einer Axialkraft zu beaufschlagen, da an dieser Stelle Rollreibung wirkt.

[138] Wenn das Gelenk beispielsweise im Zentralrahmenrohr des Fahrzeuges verschwinden soll.

[139] Unter Umständen kann auch eine Kupplung statt eines Pendellagers die Bewegung freigeben.

2.5 Verzahnungs-Getriebe

Getriebe mit Verzahnungen werden dort eingesetzt, wo hohe Momente oder/und Drehzahlen schlupffrei in kompakter Bauweise bei geringen Reibungsverlusten übertragen werden sollen. Verzahnungsgetriebe sind Gebilde, welche mit Wälzlagern; Radialen Dichtungen und in der Regel einer Ölschmierung betrieben werden. Im Bereich der Fahrradgetriebe werden seltener Stirnradgetriebe in Form der Mittelgetriebe eingesetzt. Häufig ist der Einsatz von Planetengetrieben vorzufinden. Im Bereich der Mittelgetriebe werden sie ausschließlich in Form von Overdrive-Getrieben eingesetzt. Im niederen bis mittleren Preissegment der Getriebenaben sind Planetengetriebe mit einer Lebensdauerfettschmierung vorzufinden. Sämtliche Getriebenaben verfügen über Freiläufe, welche eine Sonderform der Verzahnung darstellen. Sie erlauben die relative Rotation von Achselementen nur in eine Richtung und können geschaltet werden. Relativ exotisch ist der Einsatz von Differentialen, welche in Form von Doppelfreiläufen oder Kegelradverzahnungen umgesetzt wird. Letztere wird im Radbereich mit einer Lebensdauerfettschmierung betrieben.

Bewegung

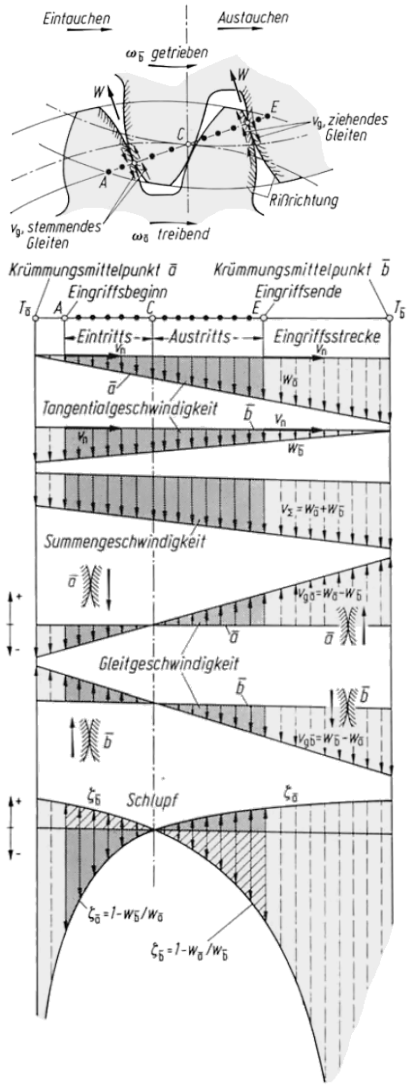


Abbildung 2-68: Geschwindigkeiten der Flankenberührungspunkte über der Eingriffslinie [66, S. 38]

Die Bewegungsverhältnisse von Verzahnungen sind relativ komplex (siehe Abbildung 2-68). Sie ändern sich laufend über die Eingriffslinie. Während im Wälzpunkt C ein Rollkontakt vorliegt, liegt vor und nach dem Wälzpunkt eine Gleitbewegung vor, welche zu Schlupf führt.

Die Berechnung der Summengeschwindigkeiten [66, S. 39] von Verzahnungen v_Σ stellt sich als äußerst kompliziert dar. Innerhalb einzelner Punkte auf der Eingriffslinie gibt es Berechnungsvorschriften. So ist die Summengeschwindigkeit im Wälzpunkt C nach [67, S. 201, 389] berechenbar:

$$v_{\Sigma C} = 2 \cdot v_w \cdot \sin(\alpha_{wt})$$

In der Berechnung der Summengeschwindigkeit steckt die Wälzgeschwindigkeit v_w. Sie wird an anderer Stelle mit der mittleren Fördergeschwindigkeit des Schmierstoffs $v_w = 0{,}5 \cdot v_\Sigma$ gleichgesetzt [66, S. 39]. Die Summengeschwindigkeit Im Wälzpunkt C offenbart die Wälzgeschwindigkeit, welche im Wälzpunkt eine Konstante darstellen dürfte:

$$v_w = \frac{\omega_1 \cdot a}{1 + \frac{z_1}{z_2}}$$

Gleitgeschwindigkeiten von Verzahnungen v_g können nach [66, S. 39] berechnet werden.

Reibung

Verzahnungspaarungen weisen zwei Arten von Verlusten auf. Zum einen liegen Reibungsverluste M_{V0} im Leerlauf vor; zum anderen treten lastabhängige Reibungsverluste M_V auf. Während erstere abhängig sind von der Art der Schmierung, hängen zweitere im Wesentlichen von der Verzahnungsgeometrie und der Oberflächen der Zahnflanken ab [67, S. 388]. Bei niedrigen Umfangsgeschwindigkeiten überwiegen die lastabhängigen Reibungsverluste [66, S. 219], welche durch die Gleit-Wälz-Bewegung (vergleiche Abbildung 2-68) der Zahnflanken entstehen. Die Leerlaufverluste charakterisieren sich anhand der Schmierung wie folgt:

Bei Fettschmierung erfolgt eine wesentliche initiale Verdrängungsarbeit, ähnlich der Reibung in fettgeschmierten Kugellagern. Der Einsatz von Fließfetten erhöht den Anteil an Verdrängungsarbeit, welche bei niedrigen Umfangsgeschwindigkeiten durch das Rückfließvermögen ausgelöst wird.

Im Fall einer Ölbadschmierung treten Planschverluste auf. Diese Planschverluste nehmen mit der Eintauchtiefe der Zahnräder genauso zu, wie mit der Anzahl an Zahnrädern, welche ins Ölbad eingetaucht sind. Weitere Einflüsse erfolgen aus der Spritzrichtung der eintauchenden Zahnräder. Massiv ist der Einfluss der Umfangsgeschwindigkeit. Planschverluste dominieren die Absenkung des Wirkungsgrades mit zunehmender Drehzahl.

Im Falle von Fahrradgetrieben sind aktive Einspritzschmierungen zu schwer und aufwendig. Der Einsatz einer solchen Schmierung reduziert die Verluste, durch das Einstellen einer Minimalschmierung. Charakterisierend sind Quetschverluste durch Verdrängen des Öls zwischen den Zahnflanken; Verluste aus Beschleunigung und Umlenkung von Öl und Ventilationsverluste, wobei diese bei hohen Umfangsgeschwindigkeiten dominieren.

Lastabhängige Reibverluste

Die Berechnung der Verluste unter Last M_V können mit der Berechnung eines mittleren Reibungsbeiwertes[140] μ_m und eines konstanten Geometriefaktors H_v angenähert werden [67, S. 389] [66, S. 220]. Tatsächlich variiert der Reibungsbeiwert über die Eingriffstrecke, was vor allem durch den Übergang von Gleitreibung zu Rollreibung im Wälzpunkt C (vergleiche Abbildung 2-68 mit Abbildung 2-69) zu erklären ist.

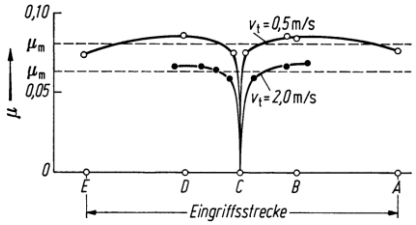


Abbildung 2-69: Verlauf der Reibbeiwertes $\mu_{(s)}$ über den Wälz-Gleitkontakt in der Eingriffsstrecke [66, S. 223]

[140] Aus Versuchen in Verzahnungsprüfständen wurde festgestellt [67, S. 389], dass verschiedene Mineralöle der Viskositätsklassen VG100 bis VG220 einen mittleren Reibwert von $\mu_m \approx 0{,}04$ auslösen. Synthetische und teilsynthetische Öle mit 70 … 80% Mineralöl-Anteil der Viskositätsklassen VG68 bis VG220 lösten einen mittleren Reibbeiwert von $\mu_m \approx 0{,}028 \ldots 0{,}037$ aus

Starke Erhöhungen des Reibbeiwertes gehen mit niedrigviskosen Schmiermitteln einher. Die mittlere Reibungszahl[141] μ_m hängt in einem degressiven Zusammenhang mit dem Verhältnis aus der mit dem Anwendungsfaktor K_A überhöhten Linienpressung $F_{bt}/b = [N/mm]$ bezogen auf die mittlere Summengeschwindigkeit über dem Eingriff $v_{\Sigma m} = [m/s]$ skaliert mit dem mittleren Ersatzkrümmungsradius im Normalschnitt $\varrho_m = [mm]$ zusammen. Ein relativ schwacher abklingender Zusammenhang liegt skalierend durch die Ölviskosität bei Betriebstemperatur und vorliegenden Druck, der sogenannten Massenviskosität $\eta_M = [mm^2/s]$ vor. Die auf den Wälzkreisdurchmesser des Ritzels $d_{w1} = [mm]$ bezogene mittlere Oberflächenqualität beider Verzahnungen $Ra_m = [\mu m]$ geht mit einem degressiven Einfluss skalierend ein. Zuletzt skaliert ein linearer Schmierstofffaktor X_L.

$$\mu_m = 0{,}045 \cdot \left(\frac{K_A \cdot min\left(\frac{F_{bt}}{b}; 150\left[\frac{N}{mm}\right]\right)}{min\left(v_{\Sigma m}; 50\left[\frac{m}{s}\right]\right) \cdot \varrho_m} \right)^{0{,}2} \cdot {\eta_M}^{-0{,}05} \cdot \left(3{,}8 \cdot \left(\frac{Ra_m}{d_{w1}}\right)^{0{,}25}\right) \cdot X_L \leq 2$$

$$\varrho_m \approx 0{,}5 \cdot d_{w1} \cdot \sin(\alpha_{wt}) \cdot \frac{u}{u+1} \cdot \frac{1}{\cos(\beta_b)}$$

$$\eta_M \approx \nu_{\ddot{O}l(T)} \cdot \left(\rho_{20°C} - \frac{T_{\ddot{O}lbad[°C]} - 20}{1750}\right)$$

$$v_{\Sigma m} \approx 2 \cdot v_w \cdot \sin(\alpha_{wt})$$

$$Ra_m = \frac{Ra_1 + Ra_2}{2}$$

$$b = min(b_1, b_2)$$

Tabelle 25: Schmierstofffaktor X_L in Abhängigkeit des Schmiermittels zur Bestimmung des Reibbeiwertes zwischen Verzahnungen [67, S. 365]

Traktionsfluide	$X_L = 1{,}5$
Phosphorsäureester	$X_L = 1{,}3$
Mineralöl	$X_L = 1{,}0$
Polyalfaolefine	$X_L = 0{,}8$
Ester	$X_L = 0{,}8$
Nichtwasserlösliche Polyglykole	$X_L = 0{,}7$
Wasserlösliche Polyglykole	$X_L = 0{,}6$

Tabelle 26: Dichte bei Raumtemperatur unterschiedlicher ISO-VG-Klassen [67, S. 390]

ISO VG 68	$\rho_{20°C} = 0{,}870 kg/l$
ISO VG 100	$\rho_{20°C} = 0{,}877 kg/l$
ISO VG 150	$\rho_{20°C} = 0{,}882 kg/l$
ISO VG 220	$\rho_{20°C} = 0{,}889 kg/l$
ISO VG 320	$\rho_{20°C} = 0{,}895 kg/l$
ISO VG 460	$\rho_{20°C} = 0{,}900 kg/l$

Tabelle 27: Orientierungswerte für Mittenrauheitswerte R_a von Zahnflanken in Abhängigkeit des gewählten Fertigungsverfahren und des Moduls m [67, S. 390]

Fertigungsverfahren	$1mm \geq m \leq 8mm$	$m > 8mm$
geschliffen	$R_a = 0{,}4 \mu m$	$R_a = 0{,}8 \mu m$
geschabt	$R_a = 0{,}8 \mu m$	$R_a = 1{,}6 \mu m$
gefräst	$R_a = 1{,}6 \mu m$	$R_a = 3{,}2 \mu m$
gestoßen	$R_a = 3{,}2 \mu m$	$R_a = 3{,}2 \mu m$

[141] Es werden die alten Ansätze der empirischen Formel aus [66, S. 223] gewählt, welche nicht nur die mittlere Umfangsgeschwindigkeit, sondern auch den Reibwert und die Linienpressung begrenzt. Die aktuelle Literatur [67, S. 67] fußt mit dem Segen des Autors von [66] auf dessen Entwicklungen. Die empirische Formel baut auf Versuchen bei Hertz'schen Pressungen größer 600N/mm² und Umfangsgeschwindigkeiten kleiner 30m/s auf. Bei Umfangsgeschwindigkeiten kleiner 1m/s sind tendenziell höhere Reibwerte zu erwarten

In Abbildung 2-70 ist der Einfluss ausgewählter Parameterpaarungen zu sehen. Durch Herabsetzung des Moduls bei konstanter Belastung erhöht sich die Linienpressung. Erhöhte Linienpressungen am Zahn erhöhen den Reibbeiwert (siehe Abbildung 2-70 links). Überraschenderweise führt die Erhöhung des Schrägungswinkels nach diesem Modell zu einer Verringerung des Reibbeiwertes. Bei erster Betrachtung der Formeln würde erwartet werden, dass die Reibung steigt. Der Schrägungswinkel muss in Wechselwirkung der geometrischen Parameter[142], die er beeinflusst zu diesem Verhalten führen. Ab der Überschreitung einer bestimmten Antriebsmoment-induzierten Linienpressung und einer Antriebsdrehzahl-induzierten mittleren Summengeschwindigkeit wird ein sättigender Einfluss in der Reibung im Modell vorhergesagt (siehe Abbildung 2-70 rechts). Dies kann im Drehzahlbereich und der Schmierstoffviskosität (siehe Abbildung 2-71) auf den Aufbau eines hydrodynamischen Schmierfilms (siehe Kapitel 1.4.4) zurückgeführt werden. Geringe Rauheiten reduzieren erwartungsgemäß die Reibverluste.

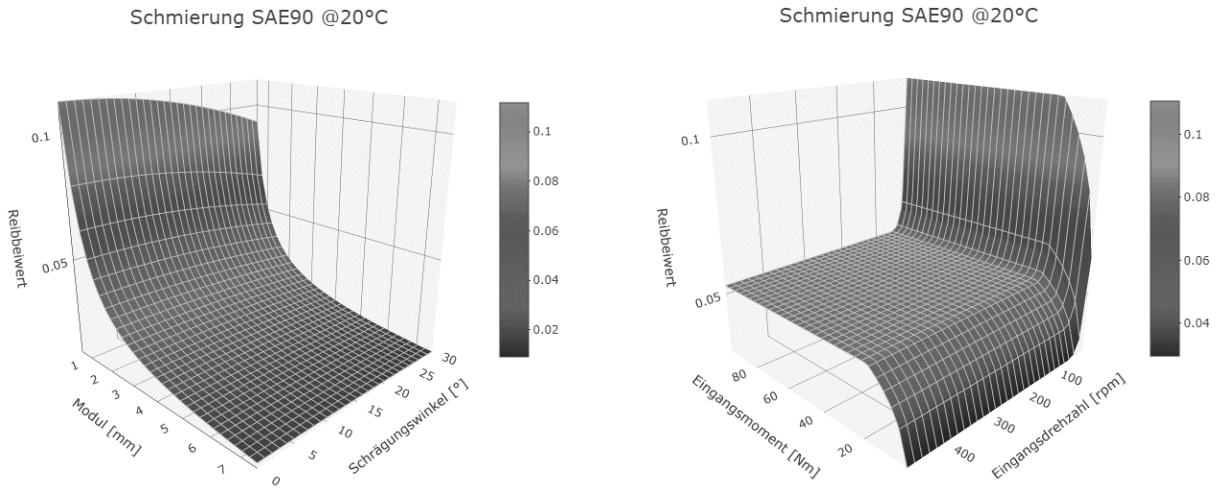


Abbildung 2-70: Rechnungsmodell zum mittleren Reibbeiwert μ im Stirnradgetriebe. Abhängigkeit vom Modul und vom Schrägungswinkel bei konstanter Belastung und Drehzahl (links). Abhängigkeit von Eingangsmoment und Drehzahl bei konstantem Modul und Nullschrägungswinkel (rechts).

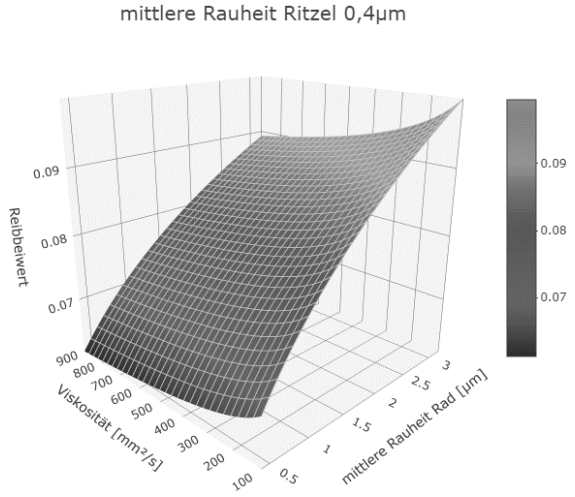


Abbildung 2-71: Rechnungsmodell zum mittleren Reibbeiwert μ im Stirnradgetriebe in Abhängigkeit von Schmierstoffviskosität und der Paarung eines Ritzels mit der mittleren Rauheit 0,4µm mit variierender Rauheit des Rades. Werte bei konstanter Drehzahl; Eingangsmoment und Verzahnungsgeometrie.

[142] Die geometrischen Parameter sind nach allergrößter Sorgfalt debuggt worden (siehe Erläuterungen im Anhang). Die Ergebnisse sind sehr überraschend, werden jedoch nach einer Prüfung bis auf Weiteres hingenommen.

Der Geometriefaktor H_V fußt auf der Annahme, dass der Kontakt alleinig stets im Bereich des Wälzpunktes C liegt. Bei Doppeleingriff wird angenommen, dass die Zahnkraft an diesem Punkt nur noch 50% beträgt. Die Summe der Kehrwerte der Zähnezahlen z wirken skalierend in den Faktor ein. Der Schrägungswinkel im Stirnschnitt β_b wirkt leicht progressiv skalierend ein. Abschließend erfolgt eine abschließende Skalierung durch die Summen der Quadrate aus den Teilüberdeckungen ε_1 und ε_2 unter linear korrigierendem Abzug der Gesamtüberdeckung ε_a [67, S. 390] [66, S. 220].

$$H_V = \pi \cdot \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}\right) \cdot \frac{1}{\cos(\beta_b)} \cdot (1 + {\varepsilon_1}^2 + {\varepsilon_2}^2 - \varepsilon_a)$$

In Abbildung 2-72 ist zu erkennen, dass die Reibung durch die Erhöhung der Zähnezahl des Rades bei einer konstanten Ritzelzähnezahl sinkt. Dies ist wohl darauf zurückzuführen, dass eine geringe Erhöhung der Gesamtüberdeckung nach sich gezogen wird und der reziproke Wert der Zähnezahl sinkt.

Bei Betrachtung der Formel wäre zu erwarten, dass die Reibung durch die Erhöhung des Schrägungswinkel steigen müsste, da der Cosinus des Schrägungswinkels im Nenner steht. Die Erhöhung des Schrägungswinkels führt außerdem zu einer Verringerung der Gesamtüberdeckung, was eine Erhöhung der Reibung erwarten lassen würde. Dementsprechend muss in den quadratischen Einflüssen der Einzelüberdeckungen[142] ein gegenläufiger Effekt wirken.

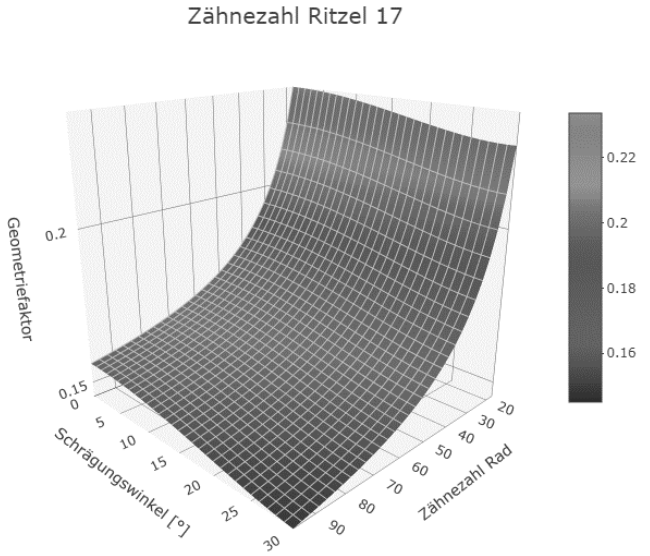


Abbildung 2-72: Rechnungsmodell zum Geometriefaktor H_V im Stirnradgetriebe. Darstellung der Abhängigkeit von der Erhöhung der Zähnezahl des Rades bei konstanter Zähnezahl des Ritzels und der Variation des Schrägungswinkels.

Die Ergebnisse aus Reibbeiwert und Geometriefaktor lassen sich nun im Lastreibmoment M_V zusammenfassen.

$$|M_V| \approx M_e \cdot \mu_m \cdot H_v$$

Im Lastmoment geht der charakteristische Einfluss des Eingangsmoments aus dem mittleren Reibungswert unter. Die Verluste steigen näherungsweise linear mit dem Eingangsmoment (siehe Abbildung 2-73 links). Der markante Einfluss geringer Drehzahlen auf den Aufbau des Schmierfilms setzt sich jedoch durch. Dieses Verhalten lässt auf Anlaufmomente in Schaltvorgängen schließen.

In Abbildung 2-73 rechts setzen sich der Einfluss des reibungsreduzierenden Schrägungswinkel und der Zähnezahl durch. Der Vorteil durch hohe Zähnezahlen überwiegt dabei den Einfluss des Schrägungswinkels.

In Abbildung 2-74 ist der unveränderte Einfluss des Reibbeiwertes in Abhängigkeit der Viskosität und der mittleren Rauheit zu erkennen. Die Viskosität hat einen im Vergleich ziemlich schwachen Einfluss auf die Reibverluste. Im Bereich der Getriebe bedeutet somit ein dünneres Öl nicht einen leichteren Lauf, wenn die Schmierung minimal erfolgt. Der Einfluss der Oberflächenrauheit ist erwartungsgemäß relativ hoch und im Gegensatz zu hohen Zähnezahlen und geringen Momenten leicht einzustellen.

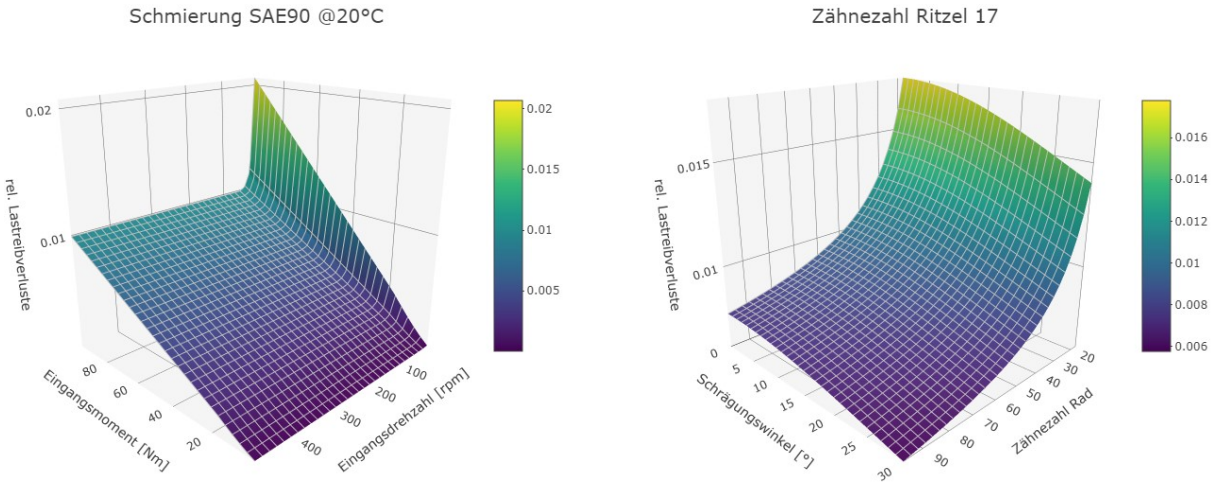


Abbildung 2-73: Rechnungsmodell zu den lastabhängigen Reibungsverlusten im Stirnradgetriebe. Abhängigkeit von Eingangsmoment und Eingangsdrehzahl bei fester Geometrie (links) und Variation der Radzähnezahl bei konstanter Ritzelzähnezahl unter Variation des Schrägungswinkels (rechts).

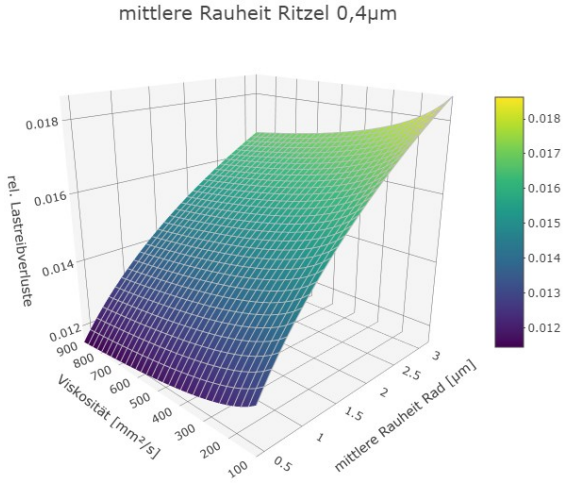


Abbildung 2-74: Rechnungsmodell zu den lastabhängigen Reibungsverlusten im Stirnradgetriebe. Abhängigkeit von der Schmierstoffviskosität und der mittleren Rauheit des Rades bei geringer mittlerer Rauheit des Ritzels.

Lastunabhängige Reibverluste bei Tauchschmierung

Die lastunabhängigen Planschverlustmomente werden für jedes Verzahnungspaar in M_{V0} aufsummiert [67, S. 393]. Sie ergeben sich aus den Planschwiderstandsmomenten M_H

$$M_{V0} = \sum_{i=1}^{Anzahl\ Verzahnungspaare} M_{H,i}$$

Die einzelnen Lastmomente M_H werden durch den Spritzölfaktor C_{sp}, welcher bei einer Ölzufuhr des Ritzels durch die Schleuderungen des Großrades geringer ausfällt, skaliert. Eine weitere Skalierung erfolgt durch die normierte Summe der Eintauchtiefen e der Verzahnungen und der schwach progressiven normierten Ritzelbreite b . Der Wert steigt exponentiell mit der normierten Tangentialgeschwindigkeit v_t skaliert durch einen leichten Einfluss der normierten Eintauchtiefen der Verzahnungspartner [67, S. 393]. Die Planschverluste werden auf das größere Rad bezogen:

$$M_H = C_{sp} \cdot C_1 \cdot e^{C_2 \cdot \left(\frac{v_t}{10\left[\frac{m}{s}\right]}\right)} = [Nm]$$

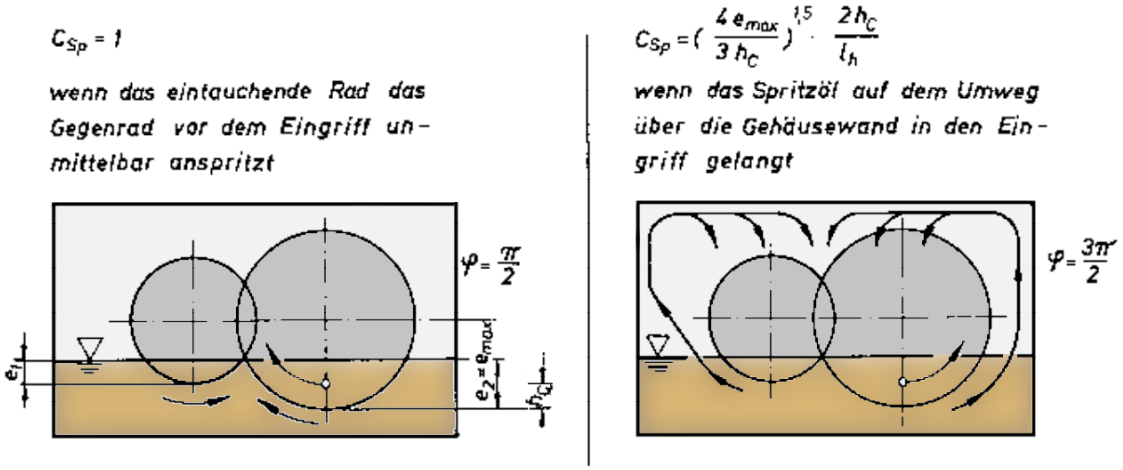
$$v_t = \max\left(v_{t1}, v_{t2}\right)$$

$$C_1 = 0{,}063 \cdot \left(\frac{e_1 + e_2}{10[mm]}\right) + 0{,}0128 \left(\frac{b}{10[mm]}\right)^3$$

$$b = \begin{cases} b_2 & wenn\ v_{t2} \geq v_{t1} \\ b_1 & wenn\ v_{t2} < v_{t1} \end{cases}$$

$$C_2 = \frac{e_1 + e_2}{800[mm]} + 0{,}2$$

$$C_{sp} = \begin{cases} 1 & wenn\ aktive\ Ölzufuhr\ am\ Ritzel\ durch\ Großrad \\ \left(\frac{4 \cdot e_{max}}{3 \cdot h_C}\right)^{1{,}5} \cdot \frac{2 \cdot h_C}{l_h} & wenn\ passive\ Ölzufuhr\ am\ Ritzel\ durch\ Gehäusewand \end{cases}$$



e_1 = Ritzeleintauchtiefe
e_2 = Radeintauchtiefe
h_C = Höhe des Wälzpunktes über dem tiefsten Punkt des eintauchenden Rades
l_h = hydraulische Länge des Getriebegehäuses längs der Strömungsrichtung des Öles
$= \frac{4 A_G}{U}$

Abbildung 2-75: Bestimmung des Spritzölfaktors C_{sp} für Tauchschmierung [67, S. 392]. h_C in Skizze korrigiert

In Abbildung 2-76 sind die Einflüsse der Drehrichtung von Zahnradpaaren dargestellt. In Abbildung 2-76 links ist der Fall aus Abbildung 2-75 links modelliert. Die Bespritzung des Ritzels durch das eintauchende Großrad scheint bei konstanter Drehzahl von der Eintauchtiefe linear-abhängige Planschverluste hervorzurufen. Im Gegensatz dazu scheinen die Planschverluste in üblichen Eintauchtiefen bedeutend geringer zu sein, wenn die Schmierung des Ritzels durch abtropfendes Öl von der Gehäusewand erfolgt (vergleiche Abbildung 2-76 rechts mit links). In jedem Fall ist der Einfluss der Zahnradbreite auf die Planschverluste exponentiell.

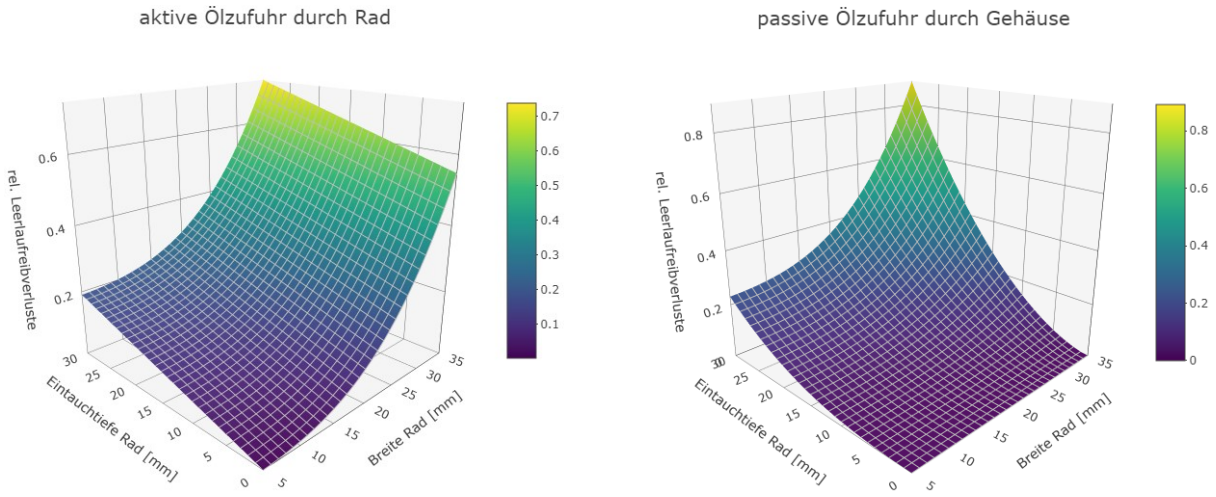


Abbildung 2-76: Rechnungsmodell zu den lastunabhängigen Reibungsverlusten im Stirnradgetriebe.

In Abbildung 2-77 ist der Einfluss der Drehzahl und des Moduls auf die Planschverluste dargestellt. Es ist offensichtlich, dass beiden Einflüsse einen linearen Einfluss auf die Erhöhung der Planschverluste haben[143].

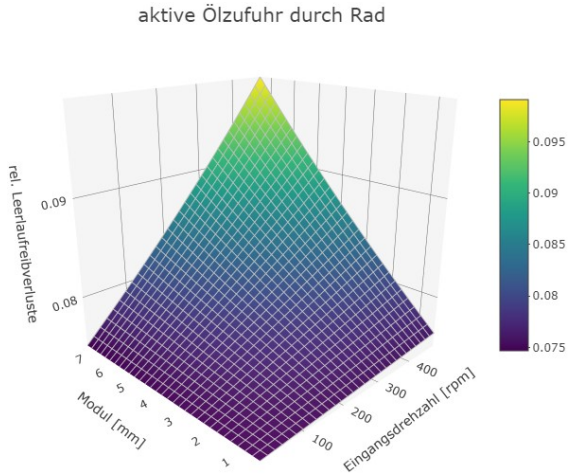


Abbildung 2-77: Rechnungsmodell zu den lastunabhängigen Reibungsverlusten im Stirnradgetriebe.

Planschverluste in einem Getriebe können durch Achspositionierung wirkungsvoll minimiert werden, wenn nur ein Zahnrad des Getriebes in das Ölbad eintaucht und gegen die Gehäusewand spritzt. Die Eintauchtiefe ist dabei derart zu wählen, dass eine Minimalschmierung aller Zahnräder gewährleistet werden kann.

[143] Die restliche Geometrie der Zahnräder ist genauso konstant, wie die Eintauchtiefe

Lastunabhängige Reibverluste bei Einspritzschmierung

Die Formeln sind nicht dimensionsrichtig. Es darf keine Einheiten-korrigierende Skalierung erfolgen. Das Ergebnis der Formeln liegt in $M_H = [Nm]$ vor. Die Werte sind auf eine Referenzöleinspritzmenge $Q_{Öl,Referenz}$ von 2 l/min bezogen [67, S. 393].

Spritzen in den Eingriff:

$$M_H = \left(1{,}67 \cdot 10^{-6} \cdot \rho_{Öl(T)} \cdot 2\left[\frac{l}{min}\right] \cdot d_w \cdot \left(v_t + v_{Öl(T)}\right)\right) + \left(32 \cdot 10^{-9} \cdot \rho_{Öl(T)} \cdot {d_w}^{1{,}5} \cdot {v_{Öl(T)}}^{0{,}065} \cdot m^{0{,}18} \cdot b^{0{,}5} \cdot {v_t}^{1{,}5 \cdot \left(\frac{Q_{Öl}}{2\left[\frac{l}{min}\right]}\right)^{0{,}1}}\right) + 0{,}1$$

Spritzen in den Ausgriff:

$$M_H = 8{,}33 \cdot 10^{-6} \cdot \rho_{Öl(T)} \cdot 2\left[\frac{l}{min}\right] \cdot d_w \cdot \left(v_t + v_{Öl(T)}\right)$$

Der Wirkungsgrad kann durch kleine Moduln; große Zähnezahlen; Flankenrücknahme; niedrige Flankenrauheit; niedrige Ölviskosität bei hohen Umfangsgeschwindigkeiten und synthetische Schmierstoffe verbessert werden. Bei Tauschmierung verbessert das Eintauchen nur eines Rades mit geringer Eintauchtiefe den Wirkungsgrad. Bei Einspritzschmierung muss der Volumenstrom minimal gehalten werden.

Der Wirkungsgrad eines Zahnradgetriebes errechnet sich aus dem Bezug der Reibungsverluste auf das Eingangsmoment [67, S. 394], wenn nicht bereits in Leistungen gerechnet worden ist.

$$\eta = 1 - \left(\frac{M_V + M_{V0}}{M_e}\right)$$

Tabelle 28: Gültigkeitsbereich der Verzahnungsleerlauf-Verlustberechnung nach ISO/TR 14179-2 [67, S. 394]

Einflussgröße	Formelzeichen	Variationsbereich			
Reynolds-Zahl	$Re = v_t \cdot d_a / v_{Öl}$	4125	...	531428	
Relative Eintauchtiefe	$2 \cdot e / d_a$	0,04	...	2,0	
Relativer Wandabstand	s_r / d_a	0,03	...	3,15	
Kopfkreisdurchmesser	d_a	132	...	248	mm
Zahnbreite	b	10	...	60	mm
Eintauchtiefe	e	5	...	135	mm
Modul	m	3	...	6	mm
Umfangsgeschwindigkeit	v_t	10	...	60	m/s
Kinematische Viskosität	$v_{Öl}$	15	...	240	mm^2/s
Dichte des Öls	$\rho_{Öl,15°C}$	0,855	...	0,881	kg/l

Es wird vermutet, dass die Überdeckung von Zahnrädern zu einer reibungsinduzierten Momentmodulation führen könnte. In Richtung ganzzahliger Überdeckungen könnten gleichmäßigere Momentübertragungen auftreten. Dies wird aus zeitlichen Gründen nicht weiterverfolgt. Im Anhang befinden sich grundlegende Formeln für die Zahnradgeometrie und einstufige Planetengetriebe.

Detaillierte Berechnungen für Kegelräder sind in [68, S. 185-190] dargestellt. Aufgrund der zeitlichen Begrenzung durch den Projektplan ist die Einarbeitung in Kegelräder nicht möglich. Die Literatur [69, S. 41] schlägt vor die Berechnung des Wirkungsgrades anhand der virtuellen Ersatzzahnräder durchzuführen. Dafür wird der folgende Formelsatz benötigt [69, S. 33].

$$u_{virtuell} = u^2 \qquad z_{virtuell,12} = \frac{z_{12}}{\cos(\delta_{12})}$$

$$b_{virtuell,12} = b_{12} \qquad n_{virtuell} = n\left(\frac{d_{m,12}}{d_{virtuell,12}}\right)$$

$$d_{b,virtuell,12} = \frac{d_{virtuell,12}}{\cos(\alpha_{t,virtuell})} \qquad d_{w,virtuell,12} \approx d_{virtuell,1} = \frac{d_{m,12}}{\cos(\delta_{12})}$$

$$d_{a,virtuell,12} = d_{virtuell,12} + 2 \cdot h_{a12}$$

$$\alpha_{wt,virtuell} \approx \alpha_{t,virtuell} = \tan^{-1}\left(\frac{\tan(\alpha_n)}{\cos(\beta_m)}\right) \qquad \beta_{b,virtuell} = \sin^{-1}(\sin(\beta_m) \cdot \cos(\alpha_n))$$

Um den Wirkungsgrad eines Getriebes mit dem Zahnradmodell abschätzen zu können sind folgende Parameter aller verwendeten Zahnräder zu ermitteln oder zu schätzen:

- Zähnezahlen; Moduln; Schrägungswinkel; Rauheiten
- Art des Öls; Ölviskosität; Eintauchtiefe; Gehäusequerschnittsfläche und Gehäuseumfang
- Drehzahlen; Momente

Zur Ermittlung der eventuellen Dichtungsverluste aus Kapitel 2.2 werden folgende Parameter benötigt

- Drehzahl an Dichtflächen und Innendurchmesser der Dichtflächen

Zur Ermittlung der Lagerverluste aus Kapitel 2.3 werden folgende Parameter benötigt

- Lagerart; Lageraußendurchmesser; Lagerinnendurchmesser; Lagerbreite
- Nachsetzzeichen bezüglich Dichtung
- Lagerabstand und zur Verteilung der Zahnradkräfte

Zur eventuellen Ermittlung von Freilaufverlusten genügt eine Schätzung der Reibung über die Normalkraft und einen konstanten Reibbeiwert.

Die Modellierung von Doppelfreiläufen und Differentialgetrieben ist nur sinnvoll, wenn ein System auf Kurvenfahrt untersucht wird. Dabei stellen sich Differenzdrehzahlen an den beiden Abtriebswellen ein. Bei regulärer Geradeausfahrt müssen diese Einheiten nicht simuliert werden. Sie haben lediglich einen Einfluss auf die Massenträgheit und Torsionsfedersteifigkeit des Antriebsstrangs, die in dieser Arbeit nicht untersucht werden.

Die Systemgrenze eines solchen Modells stellt die Eingangsdrehzahl und Ausgangsdrehzahl, sowie das Eingangs- und Ausgangsmoment dar.

2.5.1 Mittelgetriebe

Mittelgetriebe im Antriebsstrang von Velomobilen und Liegerädern sind unmittelbar mit dem Tretlager verbunden, bzw. stellen eine Einheit mit integriertem Tretlager dar. Die Mittelgetriebe der Firma *Effigear*[144] und *Pinion GmbH* verfolgen das Konzept unter relativ hohen Masseeinsatz das Moment direkt an der Kurbel durch Drehzahlerhöhung zu reduzieren. Mit derartigen Getrieben können extreme Spreizungen erreicht werden, wenn ein weiteres Getriebe nachgeschaltet wird.

Weitere Mittelgetriebe stellen die Overdrive-Getriebe der Firma *Haberstock Engineering GmbH*; *ATS*[145] und *Kappstein GmbH & Co. KG* dar. Diese Getriebe weisen zwei Gänge auf und können zur Übersetzung oder Untersetzung des gesamten Antriebsstrangs dienen. So können die Getriebe einen Umwerfer ersetzen oder eine Antriebsstrangkonfiguration auch für extreme Steigung im Gelände tauglich machen.

2.5.2 Mittelgetriebe: Pinion [146]

Die Mittelgetriebe der *Pinion GmbH* kommen bis auf eine Stufe mit Geradverzahnung aus, welche nach eigenen Angaben Automobilstandards genügt. Das Getriebe verfügt über eine Eingangswelle, in welcher die Abtriebswelle gelagert ist. Die Übersetzung erfolgt über eine Zwischenwelle mit zwei Stufen. Die erste Stufe ist von den Zähnezahlen und den Moduln her so ausgelegt, dass sie bei wenig Platzverbrauch eine gleichmäßige Stufung der Gänge aufweisen. Die erste Stufe variiert in der Anzahl von Stirnradpaaren in den Varianten der angebotenen Getriebe. Im Gegensatz dazu ist die zweite Stufe in jedem Getriebe mit drei Zahnradpaaren vorhanden. Das jeweils letzte Zahnradpaar ist dabei schrägverzahnt, vermutlich um eine gleichmäßige Momentübertragung zu erreichen. Weiterhin weist jedes Getriebe zwei Planetengetriebe auf, welche im Betrieb über ihre Hohlräder verstellt werden können. Die Planetengetriebe dienen somit als Phasenversteller zur Bedienung der Schaltnockenwelle.

Die Getriebe werden in zwei Serien angeboten. Die *P-Serie* kommt mit einem gefrästen eloxierten Aluminiumgehäuse (*EN AW-7075*) daher, während die C-Linie mit einem etwas leichterem gegossenem Magnesiumgehäuse geliefert wird. Die Gehäuse sind gekapselt gegen Sand; Matsch; Regen; Schnee; feinen Staub; Salz; Spritzwasser; leichten Wasserdrücken und gegen Schläge unempfindlich. Beide Getriebetypen sind mit einer Tauchschmierung mittels Getriebeöl [147] versehen (alle 10000km Ölwechsel), während die Planetenräder vom Getriebeöl abgekapselt und gefettet sind.

Beide Getriebetypen können bis 250Nm belastet werden. Es wird empfohlen die Getriebe mit einem Kettenspanner zu betreiben, welcher über die *Pinion GmbH* bezogen werden kann. Der Kettenspanner wird am Leertrum befestigt und verfügt über 2 Umlenkrollen, ähnlich eines Umwerfers.

Die Kurbeln der Pinion-Getriebe folgen einem eigenen Standard (nicht *JIS* oder *ISO*). Es sind verschiedene Kurbelarme aus Aluminium (*EN-AW 6061* oder *EN-AW 7075*) lieferbar. Dazu gibt es Abweichungen zu den Angaben auf der Internetseite und den aktuellen Bestellkatalogen. Die Längen der Kurbeln können nach der Internetseite zwischen 155; 160; 165; 170; 175 und 180mm gewählt werden. Die Masse einer Kurbel beträgt circa 210g pro Stück.

---

[144] Die Getriebe von *Effigear* werden nicht behandelt. Sie passen in den Pinion-Standard. Das 9-Gang-Getriebe nutzt für jede Getriebestufe den gleichen Modul. Lediglich die erste Stufe weist einen höheren Modul auf https://www.effigear.com/en/

[145] ATS produziert das Schlumpf Speed-Drive unter Lizenz von *Haberstock Engineering GmbH* http://www.ats-speeddrive.com/tpl/body_about.html

[146] https://pinion.eu

[147] Das Getriebeöl kann nicht mit Sicherheit ermittelt werden. Es wird von einem synthetischen Getriebeöl ausgegangen mit einer Viskosität zwischen ISO VG 68 und ISO VG 220

Die Übersetzungssprünge der *Pinion-Getriebe* sind relativ konstant (siehe Tabelle 29 und Abbildung 2-78). Das Magnesiumgehäuse der *C-Linie* verhilft zu einer Massenersparnis von schätzungsweise 200g gegenüber der *P-Linie*. In Abbildung 2-78 ist zu erkennen, dass die Getriebe *P1.12* und *C1.12* identisch zu sein scheinen. Das Getriebe *P1.9CR* scheint einen Auszug der Übersetzungsbandbreite der beiden Getriebe darzustellen. Die Getriebe *P1.9XR*; *C1.9* und *C1.6* scheinen alle auf dem Muttergetriebe *P1.18* aufzubauen.

Tabelle 29: Ausgewählte technische Daten der Getriebevarianten der *Pinion GmbH*

	Anzahl Gänge	Spreizung	Mittlere Abstufung	Gänge Getriebestufe 1	Gänge Getriebestufe 2	Masse
P1.18	18	636%	11,4%	6	3	2700g
P1.12	12	600%	17,8%	4	3	2350g
P1.9XR	9	568%	24,3%	3	3	2200g
P1.9CR	9	364%	17,4%	3	3	2200g
C1.12	12	600%	17,8%	4	3	2100g
C1.9XR	9	568%	24,3%	3	3	2000g
C1.6	6	295%	24,3%	2	3	1800g

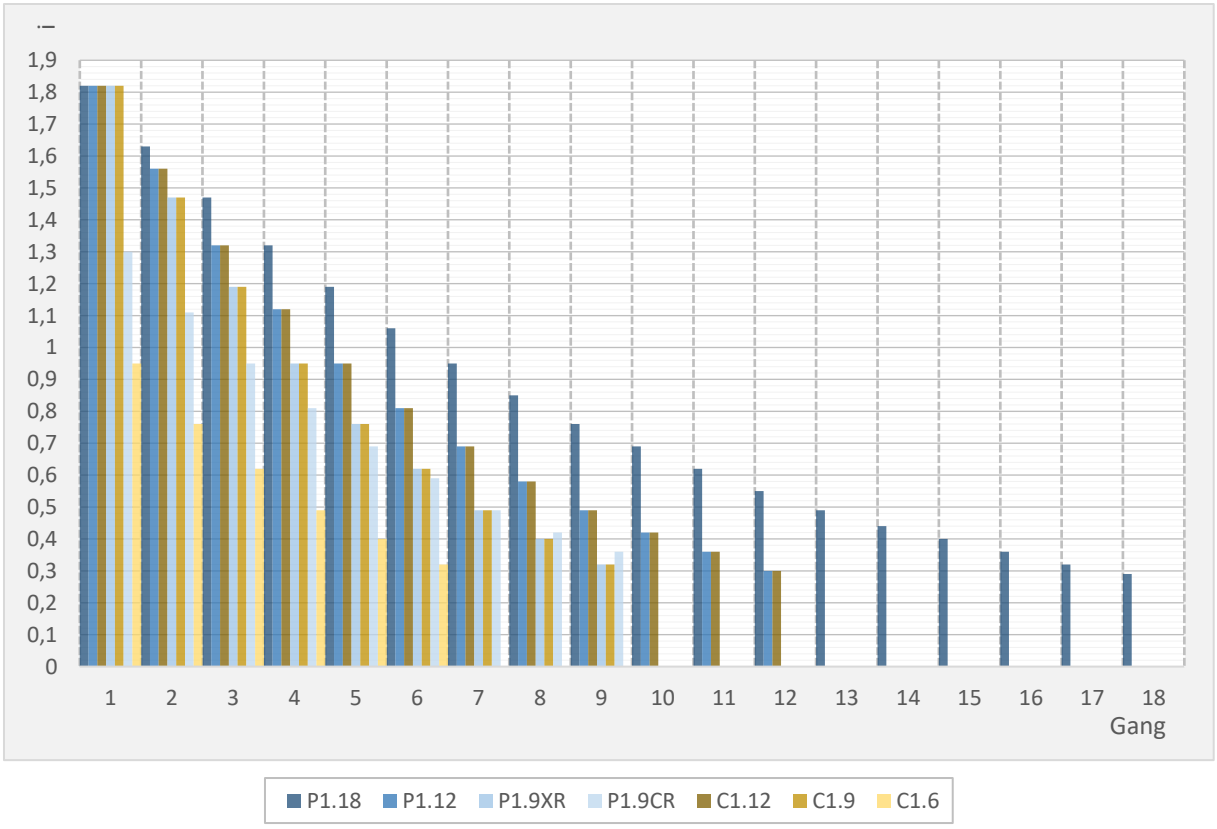


Abbildung 2-78: Übersetzungen der Gangstufen der Getriebevarianten der *Pinion GmbH*. Der Übersetzungssprung ist jeweils relativ konstant

Mittels Bildanalyse werden die Moduln und Zähnezahlen der Getriebevarianten herausgearbeitet. Grundlage ist ein Explosionsbild der *P-Serie* (siehe Abbildung 2-79). Mit dem Wissen, dass das Getriebegehäuserohr 64mm breit können nachfolgende Informationen rückwärts entwickelt werden:

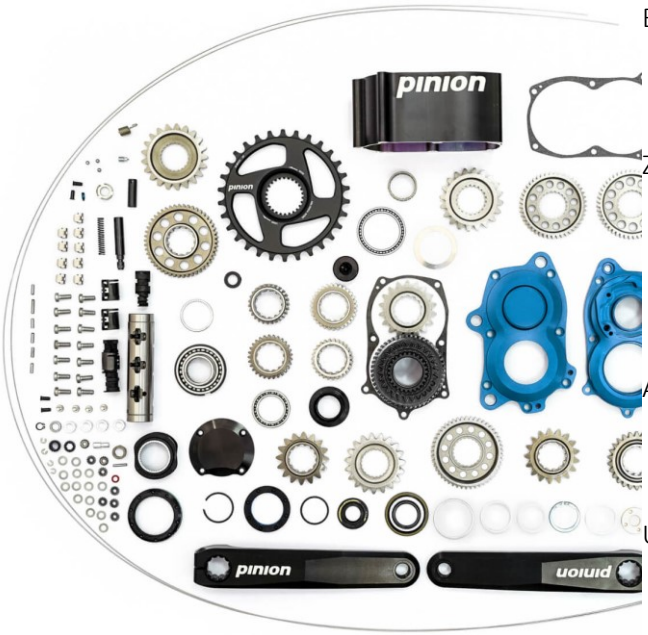


Abbildung 2-79: Auszug der Einzelteile eines *Pinion P1.18*

Eingangswelle
- 1x RWDR d37
- 1x Radialrillenkugellager D80 d37 B13,5
  Lagerabstand in etwa 64mm

Zwischenwelle
- 1x RWDR d11
- 8x Gleitlager der Planeten
- 1x Radialrillenkugellager D52 d40 B11
- 1x Radialrillenkugellager D60 d40 B9
- 1x RWDR d46

Abtriebswelle (in Eingangswelle gelagert)
- 2x Nadelkranz D23
- 1x RWDR d30
- 1x Radialrillenkugellager D… d30+ B…

Unklar:
- 1x Dünnringlager D36 d24
- 1x Dünnringlager D46 d34
- 1x Radial-Rillenkugellager D48 d24

Aus dem Bausatz der Zahnräder lassen sich problemlos die Übersetzungen der Getriebe *P1.18*; *P1.9XR*; *C1.9* und *C1.6* ableiten. Die Übersetzungen der Getriebe *P1.2* und *C1.2* lassen sich erreichen, indem vom Zulieferer ein zusätzliches Zahnrad mit der Zähnezahl 42 mit in den Lagerbestand aufgenommen wird. Mit der gleichen Logik kann das Übersetzungsspektrum des Getriebes *P1.9CR* konstruiert werden, wenn man bereit ist die letzte schrägverzahnte Stufe komplett neu mit 21 zu 29 Zähnen zu bestücken.

Tabelle 30: Rückwärtsentwicklung der Zahnradstufen. Leichte Unsicherheit im Getriebe *P1.9CR*

		P1.18 | P1.9XR | C1.9 | C1.6		P1.2 | C1.2		P1.9CR	
		Zähnezahlen	Modul	Zähnezahlen	Modul	Zähnezahlen	Modul
Stufe 1	Gang 1	19:18	2,75	19:18	2,75	19:18	2,75
	Gang 2	20:17	2,75	21:17	2,75	21:17	2,75
	Gang 3	21:16	2,75	42:29	1,375	42:29	1,375
	Gang 4	45:31	1,375	46:27	1,375		
	Gang 5	46:29	1,375				
	Gang 6	49:27	1,375				
Stufe 2	Gang 1	50:26	1,25	50:26	1,25	50:26	1,25
	Gang 2	26:26	2	26:26	2	28:24	2
	Gang 3	26:50	1,25 (β≈11,5°)	26:50	1,25 (β≈11,5°)	21:29	2 (β≈11,5°)
Schaltstufe 1		21:16:-57	0,5	21:16:-57	0,5	21:16:-57	0,5
Schaltstufe 2		21:16:-57	0,5	21:16:-57	0,5	21:16:-57	0,5

2.5.3 Mittelgetriebe: Schlumpf [148]

Das sogenannte *Schlumpf-Getriebe* wurde 2012 an den neuen Patentinhaber *Haberstock Mobility GmbH* übertragen. Es handelt sich um eine integrierte Tretlagerschaltung, die mittels Planetengetriebe realisiert wird. Das Getriebe kommt als Einheit von Tretlager; Planetengetriebe; Kettenblatt und Kurbel daher. Die Baugruppe passt serienmäßig in sämtliche BSA-Tretlagerrohre mit Breiten zwischen 68 und 72mm. Weitere Breiten können auf Anfrage geliefert werden. Zur Integration der Einheit in den Rahmen ist das Anfräsen einer Fase am Tretlagerrohr erforderlich (Gewinde wird nicht genutzt). Diese Fase dient als Reibfläche. Der nötige Fräser kann beim Hersteller gemietet oder gekauft werden. Alternativ gibt es als Zubehör eine Drehmomentstütze, bei der der Rahmen unversehrt bleiben kann.

Die Kettenblätter können aus Stahl oder Aluminium (*EN AW-7075 T6*) bezogen werden. Die Zähnezahlen erschließen ein breit aufgestelltes Sortiment. Ebenso breit aufgestellt sind die Kurbeln, welche auf der Internetseite mit Maßen zwischen 155 und 175mm, im Handbuch unter gekröpfte Kurbeln mit den Längen 102; 114; 127; 140; 152; 160; 165; 170; 172,5 und 175mm angeboten werden.

Das Getriebe ist schaltbar über einen Knopf, welcher in einer Stellung aus der Tretlagerwellen-seitig links herausschaut und in der zweiten Stellung aus der Tretlagerwellen-seitig rechts herausschaut. Für beide Pedalen ist eine Kunststofffläche verfügbar, welche das Schalten bei, in die Pedalen eingeklickten Schuhe, vereinfacht.

Geschaltet wird eine sogenannte Cargo-Kupplung, welche den Planetenträger je nach Modell mit dem Sonnenrad – oder dem Hohlrad des Getriebes fest verbindet (1:1 – Übersetzung). Das Planetengetriebe ist 10mm tief und verfügt über 4 Planeten, welche ein Moment von 250Nm übertragen dürfen. Die Schmierung der Einheit erfolgt über ein Tieftemperatur-Fließfett mit Molubdänsulfid [149]. Es wird empfohlen dem Fließfett bei niedrigen Temperaturen einige Tropfen Fahrradöl in Intervallen von 2000…3000km hinzuzugeben, um die Reibung zu reduzieren. Die Abdichtung der Getriebeeinheit erfolgt mittels O-Ringe. Es wird damit geworben, dass diese einen geringeren Anpressdruck als übliche Radiale Dichtungen aufweisen und somit weniger Reibungsverluste hervorrufen. Die Rillenkugellager des Tretlagers sind jeweils mit einer (unklar: doppelseitigen) Berührungsdichtung (Nachsetzzeichen *RS*) versehen. Damit ist das Getriebe staub- und wasserdicht gekapselt. Die Rückhaltefunktion der O-Ringe gegenüber dem Grundöl des Fließfettes soll von minimalen Leckagen begleitet werden können.

Tabelle 31: Ausgewählte technische Daten der Getriebevarianten der *Haberstock Mobility GmbH*

	Entfaltung	Übersetzungen		Kettenblätter		Masse[150]
	$max(i)$	$i_{Gang\,1}$	$i_{Gang\,2}$	$z_{1(Stahl)}$	$z_{1(Aluminium)}$	m
Speed Drive	165%	1:1	1 :1,65	27; 28; 30; 32; 34; 36; 38; 40	38; 40; 42; 44; 46; 48; 50; 52; 53; 54; 56; 60; 65; 70; 75	795g
High Speed Drive	250%	1:1	1 :2,5	27; 30; 34		900g
Mountain Drive	250%	1:1	2,5:1	27; 34; 36; 38; 40		790g
Reha Drive	250%	1:1	2,5:1	34; 36; 38; 40		790g

[148] http://www.schlumpfdrive.com/

[149] Der Einsatz von MoS_2 verbessert die Schmiereigenschaften im Grenzbereich (siehe Kapitel 1.4.4).
Es wird darauf hingewiesen nie normales Lagerfett zu nehmen, welches in der Regel einer NLGI-Klasse 2 entspricht. Die niedrige Viskosität würde zu hohen Reibungsverlusten führen. Niedrige Viskositäten führen eindeutig zu höheren Reibungsverlusten, insbesondere bei schlecht ausgebildeten hydrodynamischen Schmierfilmen. Dies ist in den Modellen aus Kapitel 2.3 und 2.5 bestätigend hervorgegangen. Jedoch wird diesen Angaben auf den folgenden Seiten des Handbuches widersprochen, auf denen gefordert wird kein dickes Lagerfett zu verwenden, sondern Fließfett. Fließfett hat NLGI-Klassen zwischen 000 und 0.

[150] Inklusive Tretlager und Kettenblattstern. Exklusive Kettenblatt zzgl. Schrauben (z.B. z_1=46 105g) und Tretkurbel

Es wird mehrfach ausdrücklich darauf hingewiesen, dass Kombinationen mit Nabengetrieben gelegentlich von Resonanzen in Nabengetriebeschwingungen begleitet werden. Für die Rückwärtsentwicklung der Getriebe werden die Montageanleitungen der Handbücher untersucht. Dabei wird angegeben, dass der Kugeldurchmesser der Axiallager $d_{Kugeln} = 4mm$ beträgt.

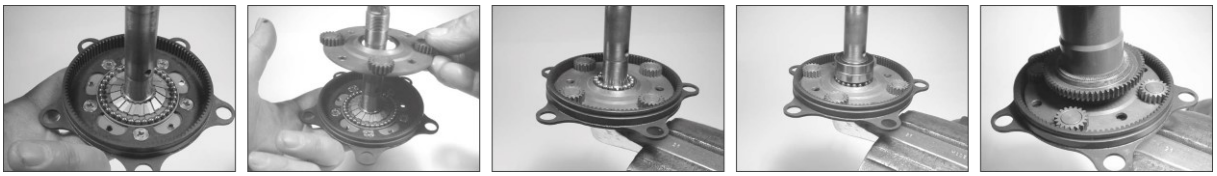


Abbildung 2-80: Zerlegung des *Schlumpf-Getriebe Speed Drive.* Durchmesser der Kugeln 4mm

Die Axiallager werden durch ein vorgeschriebenes Moment vorgespannt. Die Lagerung der Planeten ist nicht zu erkennen. Es wird jedoch davon ausgegangen, dass sich durch Sicherungsringe fixierte Mini-Rillenkugellager in den Planeten befinden. Mittels auszählen wird bestimmt, dass die Planeten eine Zähnezahl von $z_P = 18$ aufweisen. Der Modul wird aus dem Kopfdurchmesser des Planetenrades mit 1mm abgeleitet. Im Verlauf der späteren CAD-Konstruktion stellt sich jedoch heraus, dass er 0,8mm ist.

$$D_a \lesssim d_{Kugeln} \cdot 5{,}1\overline{3} \qquad m \lesssim \frac{D_a}{z_P + 2}$$

$$(0{,}8 \lll m \lesssim 1{,}02\overline{6} \lll 1{,}2)[mm] \wedge (0{,}9 \lll m \lesssim 1{,}02\overline{6} \lll 1{,}1\ )[mm]$$

Mit den gegebenen Übersetzungen in Tabelle 31 und der Annahme, dass möglichst gleiche Bauteile über die Getriebevarianten hinweg verwendet werden, lassen sich die Zähnezahl der Sonne und des Hohlrades ableiten:

Mountain Drive	High Speed Drive	Speed Drive	Mountain Drive
$z_H \stackrel{?}{=} 99 = 5{,}5 \cdot z_P$ $mit\ z_P = 18$	$z_S = 66 = \frac{z_H}{2{,}5 - 1}$	$z_H \approx 101{,}53 = \frac{z_S}{1{,}65 - 1}$	$z_S \approx 66 = \frac{z_H}{2{,}5 - 1}$

$$\Rightarrow z_H = 99$$
$$\Rightarrow z_S = 66$$

Die Drehrichtung ist bei beiden Gängen am Eingang und Ausgang gleich. Damit ist der Planetenträger nie fest. Er wird aber im ersten Gang zusammengeschaltet (Direktantrieb):

Tabelle 32: Schaltplan der Varianten der *Schlumpfgetriebe*

	Hohlrad z_H		Planetenträger z_P		Sonnenrad z_S		Übersetzung i	
Gang	1	2	1	2	1	2	1	2
Speed Drive	Abtrieb		Antrieb	frei	fest		$i = 1$	$i = \frac{1}{1 + \frac{z_S}{\lvert z_H \rvert}}$
High Speed Drive	fest		Antrieb	frei	Abtrieb			$i = \frac{1}{1 + \frac{\lvert z_H \rvert}{z_S}}$
Mountain Drive / Reha Drive	fest		Abtrieb	frei	Antrieb			$i = 1 + \frac{\lvert z_H \rvert}{z_S}$

2.5.4 Mittelgetriebe: Kappstein [151]

Das Tretlagergetriebe *Doppio CX* des Herstellers *Kappstein GmbH & Co. KG* ist kompatibel mit BSA/BSC-Tretlagerrohren mit 68/73mm Breite. Der Vorteil dieses Modells besteht in der patentierten Nutzung der Tretlagerrohr-innenliegenden Gewinde, sodass keine Bearbeitung des Rahmens für die Montage erforderlich ist.

Auch dieses Tretlagergetriebe vereint Tretlager; Kettenblatt und Pedalen. Die Pedale sind in Standardausführung 175mm lang und können durch Pedalen, welche eine Vierkantaufnahme nach dem JIS-Standard aufweisen ersetzt werden. Das Kettenblatt ist aus Stahl gefertigt und weist 32 Zähne auf. Die Schaltung des Getriebes erfolgt per Bowdenzug, wobei die sechs Planetenräder durch jeweils eine Sperrklinke mit dem Sonnenrad und dem Hohlrad verbunden werden müssen (siehe Abbildung 2-81). Der Planetenträger ist anscheinend fest mit dem Antrieb verschraubt, womit das Hohlrad der Abtrieb sein muss. Das Getriebe ist damit ähnlich zum *Schlumpf Speed Drive*.

Die Lagerung der CNC-gefrästen Planetenräder scheint per Gleitlagerung auf Schraubenschäften zu erfolgen. Beide Informationen sind Indikatoren für einen relativ schlechten Wirkungsrad. Informationen über Lagerung und Dichtung werden nicht bereitgestellt. Es wird nicht empfohlen das Getriebe unter Last zu schalten.

Tabelle 33: Ausgewählte technische Daten des *Kappstein Doppio CX*

	Entfaltung	Übersetzungen		Kettenblätter	Masse
	$max(i)$	$i_{Gang\,1}$	$i_{Gang\,2}$	$z_{1(Stahl)}$	m
Doppio CX	157%	1:1	1 :1,57	32	735g

Mit dem Wissen, dass das Getriebe über eine Vierkant-Aufnahme nach JIS-Standard verfügt (SW 12,73mm). Kann abgeleitet werden, dass die Planetenräder auf M4-Schäften gleiten. Die Zähnezahl der Planeten beträgt minimalistische $z_P = 9$. Damit lässt sich der Modul von 1,1mm aus dem Kopfdurchmesser ableiten.

$$m \lesssim \frac{D_a}{z_P + 2} \qquad (0{,}8 \lll m \lesssim 1{,}124 \lll 1{,}2)[mm] \wedge (0{,}9 \lll m \lesssim 1{,}124 \lll 1{,}1\,)[mm]$$

Die Zähnezahl der Sonne lässt sich aus der Übersetzung mit $z_S = 25 \vee 26$ herleiten:

$$mod\left(\frac{25}{0{,}57}; 1\right) < mod\left(\frac{26}{0{,}57}; 1\right) \qquad \Rightarrow z_S = 25 \qquad \Rightarrow |z_H| = \frac{z_S}{0{,}57} = 44$$



Abbildung 2-81: Herzstück des *Kappstein Doppio CX.* Vierkantaufnahme mit Schlüsselweite 12,73mm

[151] https://kappstein.de/

2.5.5 Nabengetriebe

Nabengetriebe bestehen ausschließlich aus kompakten Planetengetrieben. Planetengetriebe kommen mit einem relativ geringen Gewicht aus. Bis auf die Getriebe der *Rohloff AG*[152], werden Getriebenaben mit einer Fettschmierung versehen. Getriebenaben sind seit etlichen Jahrzehnten Bestandteil der Antriebsstränge vieler Fahrräder. *Fichtel & Sachs* nutzten die Möglichkeit An- und Abtriebswelle in Planetengetrieben zu vertauschen [70, S. 230]. Während anfangs einstufige Planetengetriebe mit einer Dreigangschaltung (z.B.: *Sachs Torpedo*) weit verbreitet waren, tauchten nachfolgend auch Fünfgangschaltungen auf. In den Fünfgangschaltungen (z.B.: *SRAM Spectro P5*) werden durch die Vertauschung von An- und Abtrieb die fünf Übersetzungen eines einstufigen Planetengetriebe nutzbar gemacht, welche nicht zur Drehrichtungsumkehr führen (insgesamt sieben Übersetzungen, siehe Anhang). Auch bei den späteren Siebengang-Naben (z.B.: *SRAM S7*) wird der Effekt genutzt. In ihnen werden zwei identische Planetengetriebe spiegelbildlich hintereinandergeschaltet, wobei eine Verbindung durch den Planetenträger stattfindet. Der Einsatz von Stufenplaneten ermöglicht das Einstellen von konstanten Abstufungen der Gänge. Dieses Konzept wurde durch die *Roloff AG* einen Schritt weitergeführt, indem eine Overdrive-Stufe in Form eines Planetengetriebes nachgeschaltet wurde. Dies führt zu einer Verdoppelung der Gänge auf 14.

2.5.6 Nabengetriebe: Rohloff [153]

Die *Rohloff AG* bietet eine ölbadgeschmierte Getriebenabe mit 14 Gängen an. Die Nabe ist in einer Reihe Varianten erhältlich, die den Einbau in unterschiedlichste Rahmenbreiten unter Einsatz einer Scheibenbremse oder Rücktritt erlaubt. Neben verschiedenen Achsen werden auch verschiedene Schaltansteuerungen angeboten (siehe Abbildung 2-82).

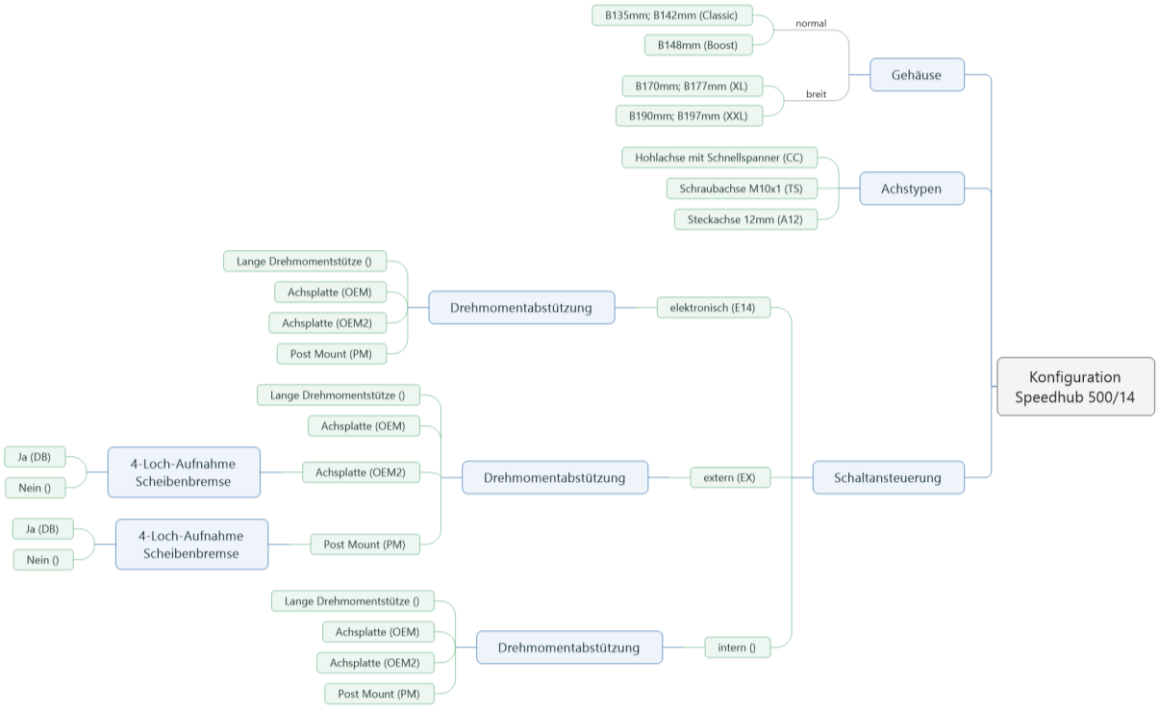


Abbildung 2-82: Variantenspektrum der *Rohloff Speedhub 500/14*

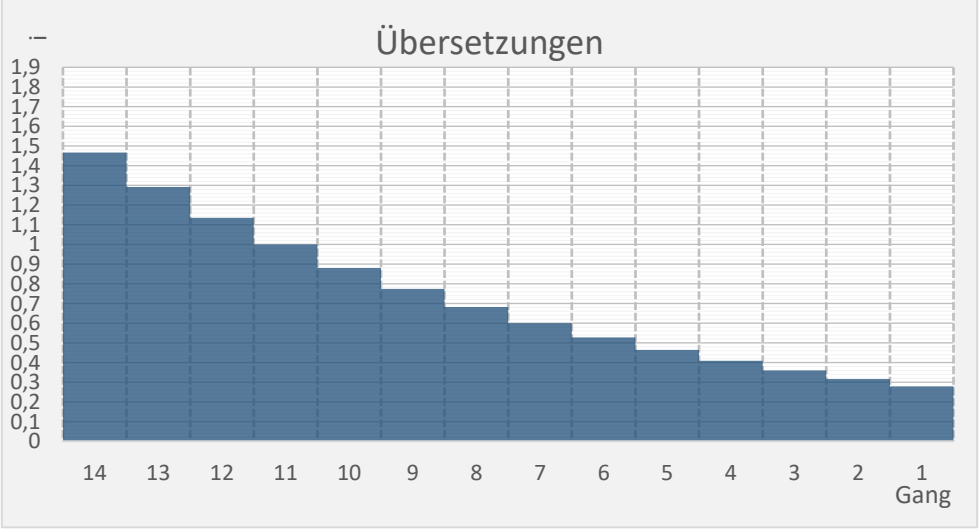
[152] Und die nicht betrachtete *Shimano Inter 8*
[153] https://www.rohloff.de/de/

Allen Naben gemein ist ein erlaubtes Antriebsmoment von 130Nm. Der Betrieb mit Elektromotoren ist in jedem Fall bis zu einer Nennleistung von 250W zulässig[154]. Optional ist ein Kettenspanner erhältlich, welcher im Leertrum angebracht wird und 2 Rollen, ähnlich einem Umwerfer, aufweist. Die Nabe darf mit Laufrädern kleiner 26“ nur einfach gekreuzt eingespeicht werden. Die kleinste empfohlene Felgengröße ist 18“.

Die Nabe weist eine konstante Abstufung zwischen den Gängen auf (vergleiche Tabelle 34), was durch den Einsatz von Stufenplaneten erreicht wird. Sie verfügt über zwei spiegelbildlich angeordnete Planetengetriebe mit je zwei Sonnen; einem Hohlrad und drei Stufenplaneten. Sie sind über einen gemeinsamen Planetenträger verbunden. Der Antrieb am ersten Planetengetriebe erfolgt über das Hohlrad. Der Abtrieb am zweiten Planetengetriebe erfolgt über das entsprechende Hohlrad. Ein weiteres Planetengetriebe, bestehend aus einer Sonne; 3 Stufenplanten und einem Hohlrad ist nachgeschaltet. Es wird über die Sonne angetrieben, welche mit dem zweiten Hohlrad verbunden ist und schaltet zwei Übersetzungen. Damit ergeben sich $\left(\left(3 \cdot (3-1)\right)+1\right) \cdot 2$ Gänge.

Tabelle 34: Ausgewählte technische Daten und Übersetzungsspektrum der *Rohloff Speedhub 500/14*

	Anzahl Gänge	Spreizung	Mittlere Abstufung	Gänge Getriebestufe 1	2	3	Masse
CC	14	526%	13,6%	3	3	2	1700g
CC EX	14	526%	13,6%	3	3	2	1800g
CC DB	14	526%	13,6%	3	3	2	1825g
CC DB	14	526%	13,6%	3	3	2	1980g
CC DB OEM2	14	526%	13,6%	3	3	2	1995g



In Tabelle 35; Tabelle 36 und Tabelle 37 sind die Verschaltungen der Planetenstufen hergeleitet. Die Zähnezahlen wurden aus Abbildung 2-83 ermittelt. Die Formeln für die Übersetzung der jeweils zweiten Zeile in Tabelle 35 und Tabelle 36 konnten aufgrund der komplizierten Kinematik nicht in einer angemessenen Zeit dechiffriert werden. Dies ist im Gegensatz dazu in der letzten Getriebestufe gelungen, da ihre Stufenplaneten isoliert von den anderen Getriebestufen sind.

[154] Maximalleistung bis 800W bei Fahrergewicht über 100kg zulässig, darunter auch höhere Leistungen zulässig

Tabelle 35: Verschaltung der ersten Planetengetriebestufe. Antriebsdrehzahl ist Ritzeldrehzahl[155]

Gang	Hohlrad	Planetenträger	Sonnenrad 1	Sonnenrad 2	Übersetzung
① ③ ⑧ ⑩	Antrieb ↻	Abtrieb ↻	fest ↔	frei ↺	$i = 1 + \frac{z_{S1a}}{\lvert z_{H1a} \rvert}$
② ⑤ ⑨ ⑫	Antrieb ↻	Abtrieb ↻	frei ↺	fest ↔	$i = \frac{1}{0{,}774}$
④ ⑥ ⑦ ⑪ ⑬ ⑭	Antrieb ↻	Abtrieb ↻	fest ↔	fest ↔	$i = 1$

$z_{P1b} = 32$
$z_{S1b} = 35$

$z_{H1a} = 90$
$z_{P1a} = 24$
$z_{S1a} = 42$

Tabelle 36: Verschaltung der zweiten Planetengetriebestufe. Antriebsdrehzahl ist Planetenträgerdrehzahl von Stufe 1[155]

Gang	Hohlrad	Planetenträger	Sonnenrad 1	Sonnenrad 2	Übersetzung	Drehzahlen
⑤ ⑦ ⑫ ⑭	Abtrieb ↻	Antrieb ↻	fest ↔	frei ↺	$i = \frac{1}{1 + \frac{z_{S2a}}{\lvert z_{H2a} \rvert}}$	
③ ⑥ ⑩ ⑬	Abtrieb ↻	Antrieb ↻	frei ↺	fest ↔	$i = \frac{1}{0{,}774}$	
① ② ④ ⑧ ⑨ ⑪	Abtrieb ↻	Antrieb ↻	fest ↔	fest ↔	$i = 1$	

$z_{H2a} = 90$
$z_{P1a} = 24$
$z_{S1a} = 42$

$z_{P2b} = 32$
$z_{S2b} = 35$

Tabelle 37: Verschaltung der dritten Planetengetriebestufe. Antriebsdrehzahl ist Hohlraddrehzahl von Stufe 2[155]

Gang	Hohlrad	Planetenträger	Sonnenrad 2	Übersetzung	Drehzahlen
① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦	frei ↺	Abtrieb ↻	Antrieb ↻	$i = \left(1 + \frac{\lvert z_{H3b} \rvert}{z_{S3b(virtuell)}}\right) \cdot \left(\frac{z_{P3a}}{z_{P3b}}\right)$	
⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭	Antrieb ↻	Abtrieb ↻	Antrieb ↻	$i = 1$	

$z_{H3b} = 96$
$z_{P3b} = 26$
$z_{S3b(virtuell)} = z_{H3b} - z_{P3b} - z_{P3b} = 44$

$z_{P3a} = 20$
$z_{S3a} = 52$

[155] fest ↔ heißt verbunden mit Radachse

Neben den Zähnezahlen lassen sich folgende weitere Daten der Bauteile aus dem Bauteilkonvolut der Nabe (siehe Abbildung 2-83) herleiten.

Verzahnung

- Alle Zahnräder weisen den Modul 0,8mm auf
- Weitere Verzahnung zur Verstellung der Nockenwelle und Nadellager vorhanden. Diese sind fettgeschmiert. Bewegung und Reibung erfolgt nur bei Schaltvorgang. Schaltleistung wird per Hand eingebracht

Lagerung

- 2x Rillenkugellager Nabengehäuse ölbadgeschmiert D58 d36 B16,5
  Achsabstand ist ungefähr Nabenbreite des Modells
- 2x Rillenkugellager 2RS Welle (ritzelseitig) lebensdauergeschmiert D26 d12,5 B15
  Ritzellagerung auf der stillstehenden Achse
- 1x Rillenkugellager 2RS Welle (Schaltseitig) lebensdauergeschmiert D20 d9 B12
  Stillstehend: dreht nur bei Verdrehung der Schalteinheit während Montage
- 9x Rollenlager Planeten Dm10,5
- 3x Gleitlagerung der Sonnen d27

Dichtung

- 2x radiale Wellendichtringe mit dem Dichtdurchmesser 36mm

Freilauf

- 4x Freilauf mit Wirkdurchmesser 26mm
  - zwischen Sonne 1 und Ritzel
  - zwischen Sonne 2 und Sonne 3
  - zwischen Sonne 3 und Hohlrad 3
  - zwischen Hohlrad 3 und Schaltung

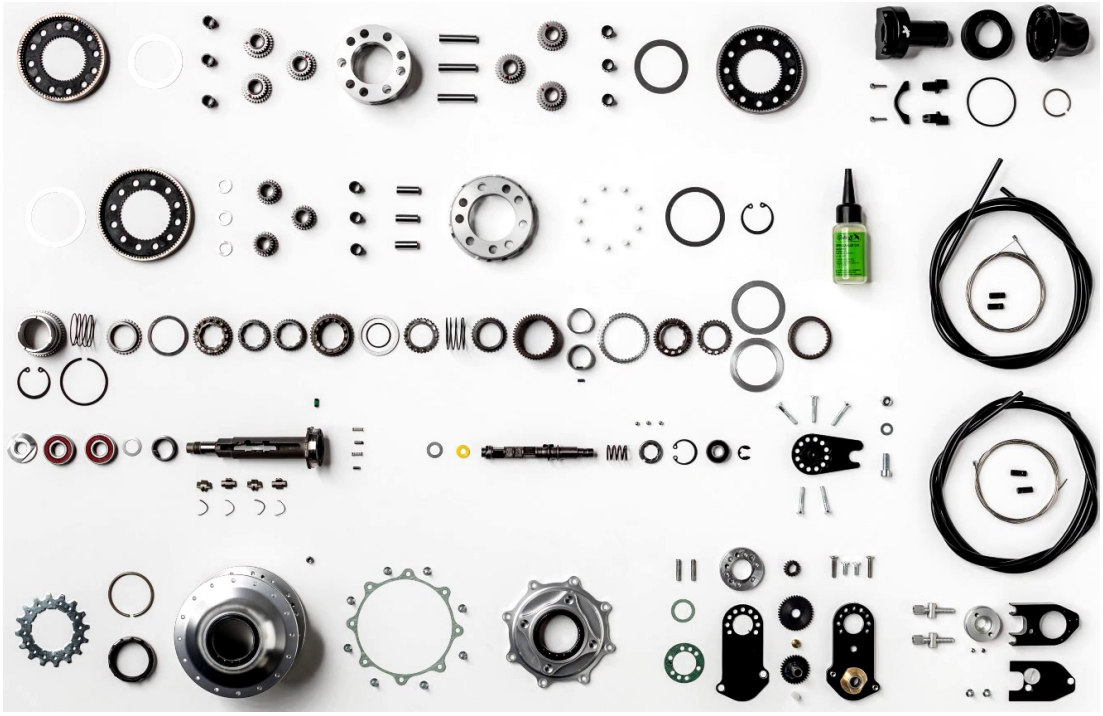


Abbildung 2-83: Einzelteile der *Rohloff Speedhub 500/14*

2.5.7 Nabengetriebe: Sturmey-Archer [156]

Die Firma *Sturmey-Archer* bietet eine Dreigang-Getriebenabe an, welche mit einer 8-fach, bzw. 9-fach Kassette versehen ist. Die Getriebenabe kann den Antriebsstrang komplett untersetzen oder übersetzen, was der Funktion eines 3-fach Kettenblattes mit Umwerfer ähnelt. Die Getriebenaben werden vorrangig in Velomobilen eingesetzt um eine extreme Spreizung zu erreichen. Die Getriebenabe ist mit einem Gehäuse aus Aluminium (*EN AW-6061*) und einer Fettschmierung versehen. Sie ist mit Freilauf (*CS-RF3*) oder Scheibenbremsaufnahme (*CS-RK3*) verfügbar (siehe Tabelle 38).

Tabelle 38: Ausgewählte technische Daten *Sturmey-Archer CS-Serie*

	Anzahl Gänge	Spreizung	Abstufung	Gang			Masse
				1	2	3	
CS-RK3	3	177%	33,3%	0,75	1,00	1,33	1155g
CS-RF3	3	177%	33,3%	0,75	1,00	1,33	1090g

Aus der Explosionsdarstellung lassen sich einige Informationen herleiten, da bekannt ist, dass die Kugeln in Position 2 einen Durchmesser von 6,4mm aufweisen und die Achse in Position 20 179mm lang ist.

Die Lagerring in Position 12 weißt die ungefähren Maße D51 und d39 auf, während der Lagerring in Position 2 die Maße D30 und d17 aufweist. Der Lagerabstand beträgt circa 68mm.

Es ist nur ein einstufiges Planetengetriebe vorhanden. Der Modul der Zahnräder beträgt 1mm. Die Zähnezahl des Hohlrades beträgt 60, während die Zähnezahlen der Planeten und der Sonnenwelle 20 betragen. Passend zum Gesamtkontext der Baugruppe, muss davon ausgegangen werden, dass die Planeten gleitgelagert werden.

Die Abdichtung des Systems scheint lediglich mit Staubkappen vonstatten zu gehen.

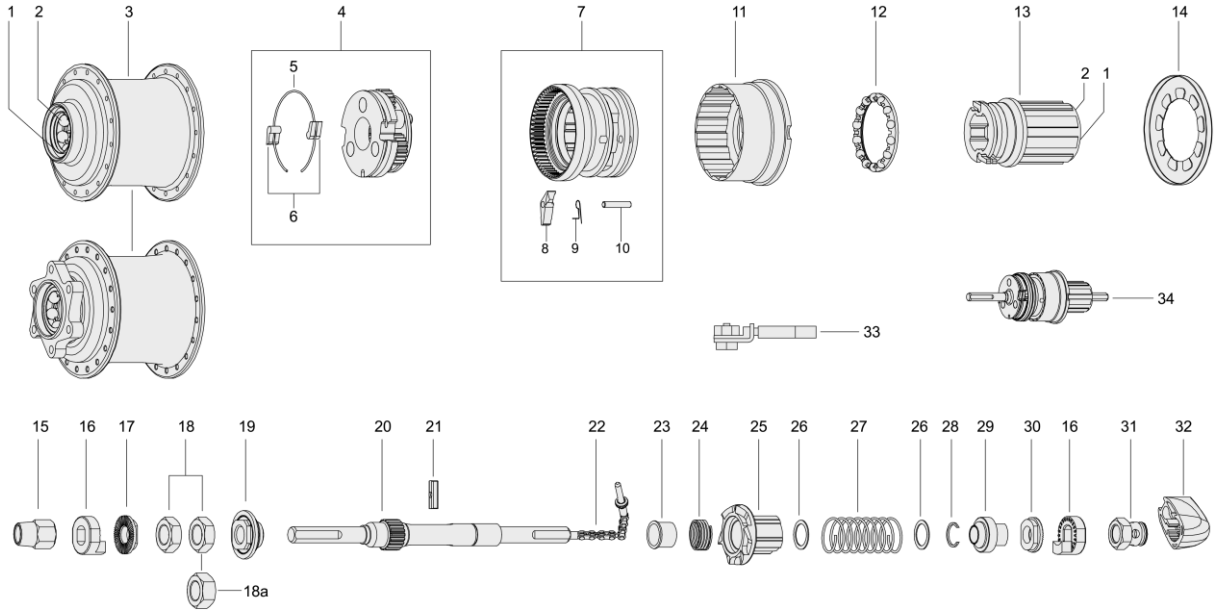


Abbildung 2-84: Explosion *Sturmey-Archer CS-RK3, bzw. CS-RF3*. Länge der Achse 179mm. Kugeldurchmesser Pos. 2: 6,4mm

[156] https://www.sturmey-archer.com/

2.5.8 Nabengetriebe: Shimano [157]

Shimano bietet ein tiefes Angebot mit den Nabenserien *Alfine* und *Nexus*. Das tiefe Angebot äußert sich jedoch nicht in der Variation der Übersetzungsstufen (siehe Abbildung 2-85). Die zur Verfügung gestellten Informationen sind äußerst begrenzt, sodass keine Auswertung erfolgen kann.

Tabelle 39: Ausgewählte technische Daten der *Shimano Alfine*

	Anzahl Gänge	Spreizung	Mittlere Abstufung	Masse
SG-S7001-11	11	409%	14%	1665g
SG-S7001-8	8	307%	17%	1670g
SG-S700	11	409%	14%	1665g
SG-S7000-8	8	306%	17%	1680g

Tabelle 40: Ausgewählte technische Daten der *Shimano Nexus*

	Anzahl Gänge	Spreizung	Mittlere Abstufung	Masse
SG-C6011-8V	8	307%	17%	1685g
SG-C6011-8R	8	307%	17%	1660g
SG-C6001-8V	8	307%	17%	1735g
SG-C6001-8R	8	307%	17%	1710g
SG-C6001-8C	8	307%	17%	2040g
SG-C6001-8D	8	307%	17%	1730g
SG-C6001-8CD	8	307%	17%	2090g
SG-C6000-8R	8	307%	17%	1750g
SG-C6000-8C	8	307%	17%	2040g
SG-C6000-8D	8	307%	17%	#
SG-6061-8V	8	307%	17%	1685g
SG-6061-8R	8	307%	17%	1660g
SG-6061-8D	8	307%	17%	1680g
SG-6061-8C	8	307%	17%	2040g
SG-6061-8CD	8	307%	17%	2080g
SG-6060-8C	#	#	#	#
SG-6060-8CD	#	#	#	#

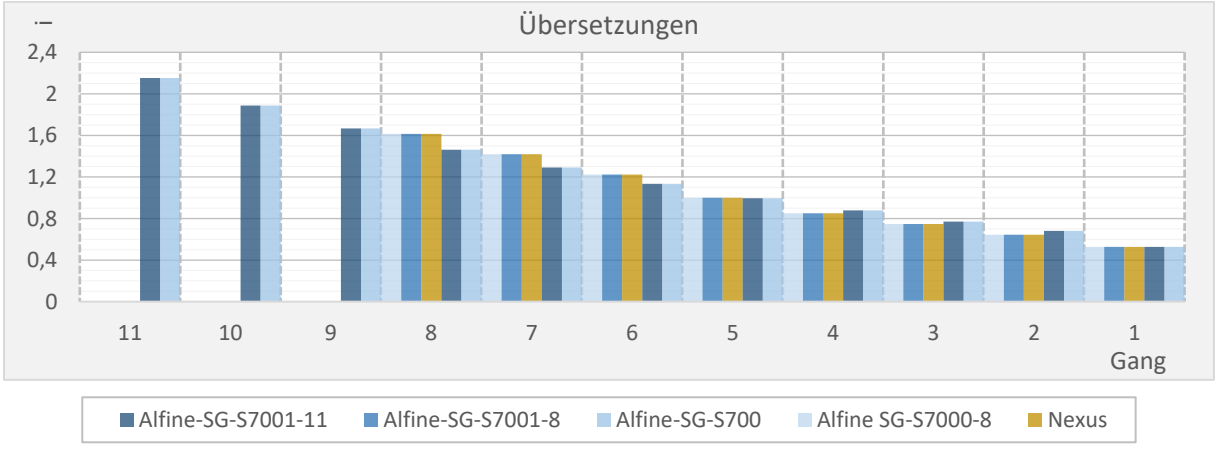


Abbildung 2-85: Übersetzungsspektren der Serien *Alfine* und *Nexus*

[157] https://bike.shimano.com/

2.5.9 Nabengetriebe: SRAM

Die Nabengetriebe der ehemaligen Firma *Fichtel & Sachs* werden nicht mehr produziert. 2017 verkündete *SRAM* den Rückzug aus der Nabenproduktion. *Fichtel & Sachs* hat um 1900 bereits die erste Nabenschaltung auf den Markt gebracht.

https://radmarkt.de/nachrichten/sram-verabschiedet-nabenschaltungs-geschaeft

Neben den historischen Naben wie der *Torpedo-Linie* oder den Klassikern der *Spectro-Serie*, hatte *SRAM* zuletzt die *G-Serie* und *i-Motion 9* vertrieben. Die Dual-Drive-3-Nabe stellte eine Getriebenabe mit 7-fach, bzw. 8-fach oder auch 9-fach Kassette mit Scheibenbremsaufnahme dar.

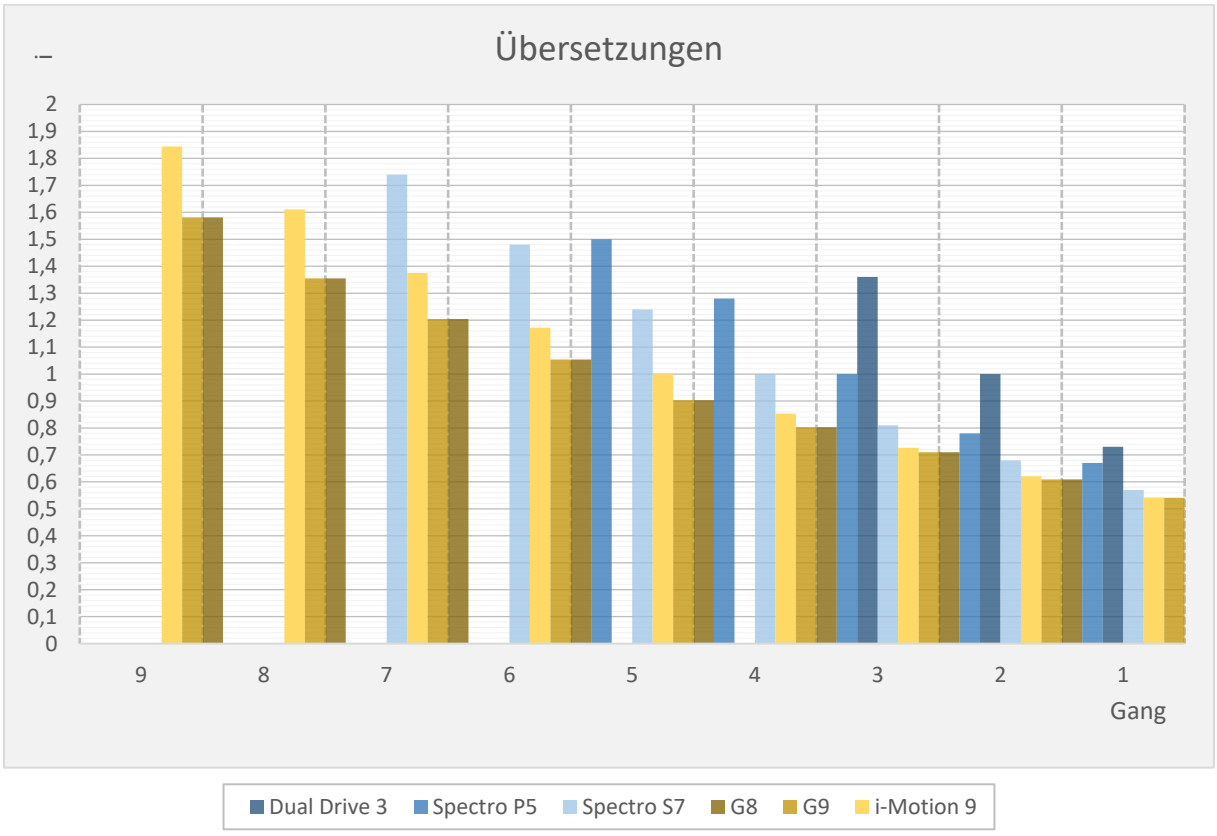


Abbildung 2-86: Übersetzungsspektren ausgewählter (ausgelaufener) Serien des Herstellers *SRAM*

2.5.10 Freiläufe

Freiläufe sind bereits in Nabengetrieben zum Einsatz gekommen. Sie ermöglichen die einseitige Momentübertragungsfähigkeit von Wellen. Neben dem Einsatz zur Entkopplung von Raddrehzahl von Tretlagerdrehzahl, können Freiläufe in Form eines Doppelfreilaufs dafür eingesetzt werden die Funktion eines Differentials nachzuahmen. Ein derartiger Doppelfreilauf führt in Kurvenfahrten zur einseitigen Momentübertragung auf eines der Antriebsräder. Im Bereich der Doppelfreiläufe treten Reibungsverluste nur während Kurvenfahrten auf. Diese sind extrem gering und rühren aus Federvorspannung-induzierten Gleitbewegungen und Lagerreibung aus der Relativdrehzahl zwischen den Antriebswellen.

2.5.11 Freilaufsperre: Hase Bikes [158]

Der Hersteller *Hase Bikes* bietet in Verbindung mit einer *Shimano Nexus*-Nabe eine im Stillstand schaltbare Freilaufsperre an. Die Schaltung der Freilaufsperre umgeht den internen Freilauf der *Nexus*-Nabe, sodass die Raddrehzahl ständig mit der Tretlagerdrehzahl gekoppelt ist. Diese Funktion wird im Rahmen von Fahrzeugen für körperlich eingeschränkte Personen angeboten, um während der Fahrt Hilfe zur Überwindung der Totpunkte zu erlangen. Über den technischen Aufbau sind keine weiteren Informationen vorhanden.

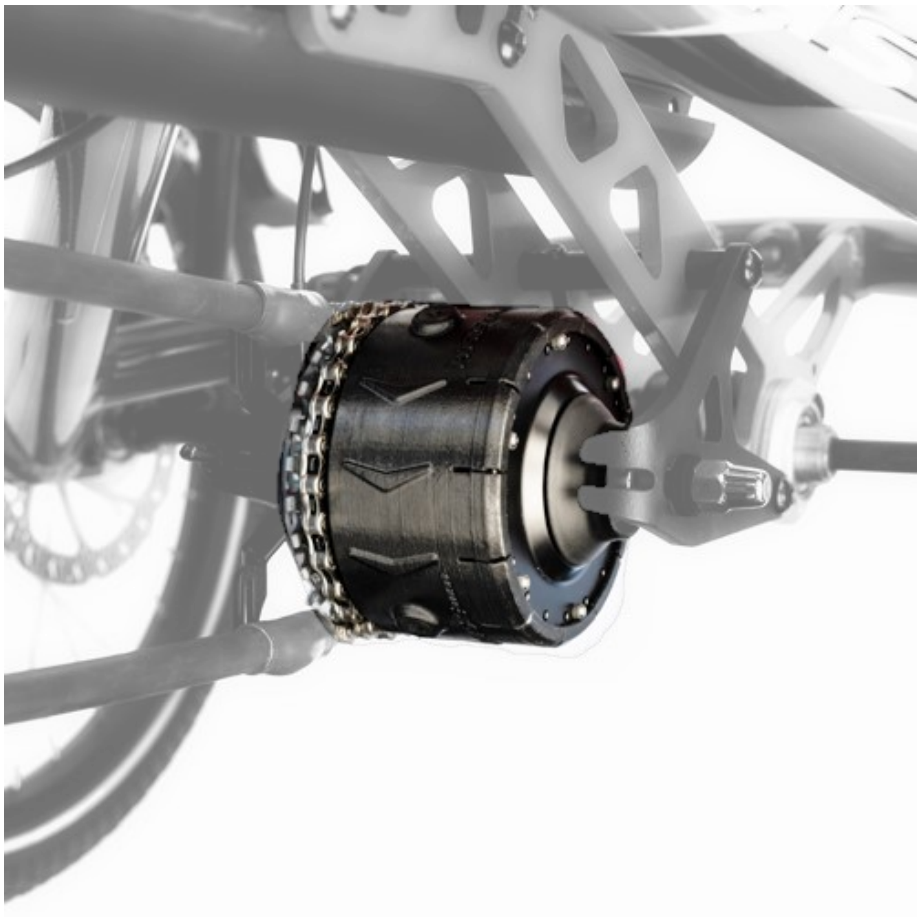


Abbildung 2-87: schaltbare Freilaufsperre in Verbindung mit einer *Shimano Nexus*-Getriebenabe des Herstellers *Hase Bikes*

[158] https://hasebikes.com/de/

2.5.12 Doppelfreilauf: Trykit [159]

Der Doppelfreilauf *Trykit 2WD* weist zwei lebensdauergeschmierte Lager mit doppelter Abdichtung (2RS) auf. Der Freilauf wird mit zwei federvorgespannten Sperrklinken-Triplets erzeugt



Abbildung 2-88: Doppelfreilauf *Trykit 2WD*

2.5.13 Doppelfreilauf: Station Inc. [160]

Der Doppelfreilauf des Herstellers *Station Inc.* verfügt über zwei 18x1/8“ Zähne Freilaufräder. Deren Außenverzahnung wird im Gehäuse eingerastet. Das Gehäuse besteht aus Aluminium (EN AW-6061 T6). Es ist 3,82“ breit, bei einem Durchmesser von 3,48“. Der Doppelfreilauf eignet sich für 2/8“ Wellen mit 3/16“ Passstifte. Es sind zwei lebensdauergeschmierte Lager (2RS) mit den Maßen D1,375“ x d5/8“ verbaut.



Abbildung 2-89: Doppelfreilauf des Herstellers Station Inc.

[159] http://www.trykit.com/
[160] https://www.staton-inc.com/

2.5.14 Doppelfreilauf: UTCustom [161]

Der Doppelfreilauf des Herstellers Utah Trikes verfügt über zwei 16x1/8“ Zähne Freilaufräder. Diese werden in der Verzahnung des Gehäuses arretiert. Mithilfe eines Adapters können Achsen mit 35mm Durchmesser anstatt 15mm Durchmesser eingespannt werden. Der Doppelfreilauf sieht 4 Gewinde zur Aufnahme eines 88mm BCD-Kettenblattes vor.



Abbildung 2-90: Doppelfreilauf der Marke *UTCustom*

2.5.15 Doppelfreilauf: Ostfalia

Das Institut für Konstruktion und Angewandten Maschinenbau in Wolfenbüttel hat einen Doppelfreilauf mit axialen Freilaufscheiben entworfen. Diese sind in der Abbildung 2-91 als „Freilaufkomponenten“ beschriftet. In der Konstruktion sind wahrscheinlich in der Gehäusemitte Tellerfeder-ähnliche Elemente oder Spiralfedern vorgesehen, damit die Axialfreiläufe Kontakt erhalten.

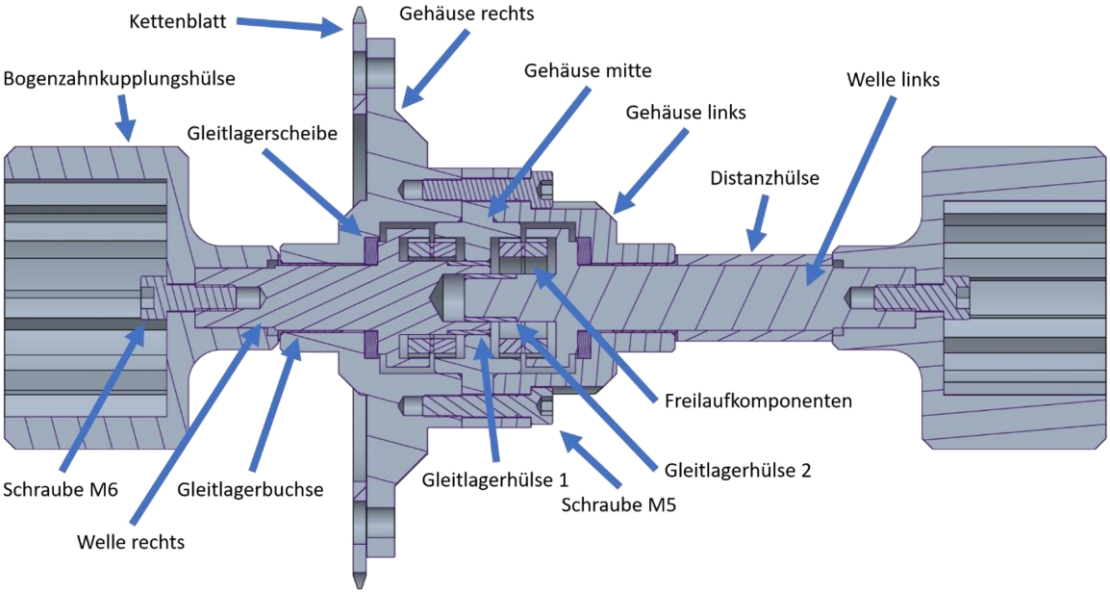


Abbildung 2-91: Doppelfreilauf des *Instituts für Konstruktion und Angewandten Maschinenbau, Wolfenbüttel*

[161] https://www.utahtrikes.com/PROD-11619751.html

2.5.16 Differentialgetriebe

Differentialgetriebe haben die Aufgabe relative Drehzahlen zwischen den Antriebswellen in Kurvenfahrten zu ermöglichen und dabei die Antriebsmomentübertragung sicherzustellen. Differentialgetriebe sind neben den Kugeldifferentialen im Modellbau in der Regel durch Kegelverzahnung umgesetzt. Reibungsverluste treten am Differential erst während der Kurvenfahrt auf, wenn sich eine Relativdrehzahl zwischen den Antriebswellen einstellt. Dies sind zum geringen Teil Lagerreibungsverluste, aber auch Dichtungsverluste. Dominierend sind die Reibungsverluste der Verzahnung. Während im Automobil–; Landmaschinen– und Baumaschinenbereich ausschließlich Ölbadschmierung zum Einsatz kommt, werden die folgenden Differentiale des Fahrradbereiches mit einer Fettschmierung betrieben. In diesem Bereich sind relativ geringfügige Erwärmungen zu erwarten.

2.5.17 Differentialgetriebe: Hase-Bikes [162]

Der Hersteller *Hase Bikes* bietet ein Differential als Option für sein Modell *Trigo* an. Über einen Sechskantadapter wird auf das Differential eine Kassette montiert. Weitere Details gibt der Hersteller nicht preis, weswegen eine Analyse nicht stattfinden kann.



Abbildung 2-92: Differential des Herstellers *Hase Bikes*. Einsatz im Modell *Trigo*

[162] https://hasebikes.com/de/

2.5.18 Differentialgetriebe: Samagaga [163]

Die Differentialgetriebe von *Samagaga* bestehen aus Stahl. Die Kegelradverzahnung weist einen Schrägungswinkel auf und scheint gehärtet zu sein (siehe Abbildung 2-93). Sie wird durch ein sehr zähes Fett dauergeschmiert (vermutlich NLGI2). Die Differentiale sind in 4 verschiedenen Typen verfügbar (siehe Tabelle 41), wobei eine Reihe an Teilen wie Wellen und Gelenke zur Verfügung gestellt wird.

Tabelle 41: Ausgewählte technische Daten der *Samagaga-Differential-Linie*

	Kerbzahnwelle	Lochkreis	Anschluss	Außenmaße	Masse
DG72N	Da12,8 x Df11,8 x 23z	6x M5 x D44	Feingewinde BC-1,37“x24TPI	D66 x L101,5	542g
DG72NJT			Integriertes Ritzel für Zwischengetriebe		595g
DG72NCS			Kasettenaufnahme	D66 x L130,7	629g
DG72 CHD PLUS	Da19,0 x Df17,0 x 23z		Feingewinde BC-1,37“x24TPI	D66 x L101,5	735g

Mit dem Wissen, dass das Gehäuse einen Außendurchmesser von 66mm aufweist, kann eine Bauteilanalyse über Abbildung 2-93 stattfinden. Die Getriebe verfügen über jeweils einen Radialen Wellendichtring, welcher einen Dichtdurchmesser von 20mm in der Standardausführung und 25mm in der schweren Ausführung aufweist. Darüber hinaus wird ein doppelt gedichtetes (*2RS*) lebensdauergeschmiertes Rillenkugellager eingesetzt. In der Standardausführung weist dieses vermutlich die Maße Da29 x Di18 auf, während in der schweren Ausführung ein Lager Da29 x Di25 zum Einsatz kommt. Das Getriebe mit der Kassette verfügt über ein weiteres Lager und einen Freilauf. Es wird weiterhin geschätzt, dass ein Nadellager nahe des Radialen Wellendichtrings eingesetzt wird, welches einen Innendurchmesser von 17mm in den Standardreihen und 22mm in der schweren Reihe aufweisen könnte. Die Lagerung der Kegelradwelle scheint gleitend zu erfolgen. Die kleinen Kegelräder haben vermutlich 14 Zähne bei einem Modul [164] von 1,5mm und einem Schrägungswinkel von schätzungsweise 9°. Die großen Kegelräder weisen 28 Zähne auf.



Abbildung 2-93: zerlegtes *Samagaga*-Differential. Durchmesser des Gehäuses 66mm

[163] http://www.samagaga.com/

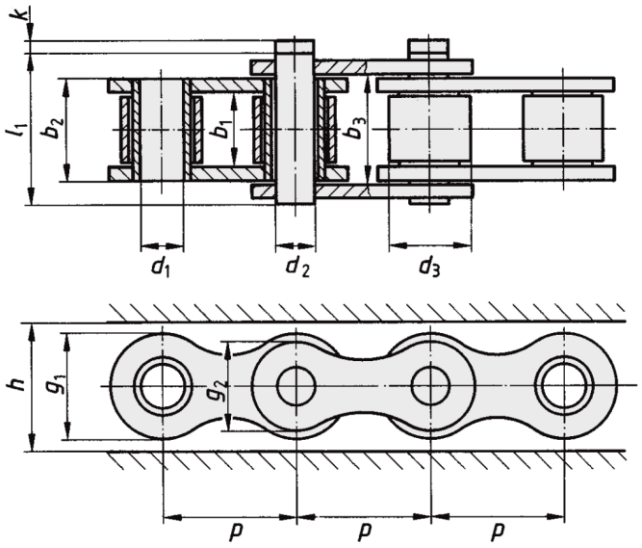
[164] $m_e = \frac{d_{ae}}{z+(2\cdot\cos(\delta))}$

2.6 Ketten-Getriebe

Kettentriebe haben den Vorteil große Entfernungen mit geringem Masseeinsatz zu überbrücken. Darüber hinaus weisen Kettentriebe einen hervorragenden Wirkungsgrad auf. Im Fahrradbereich werden einheitlich einfache Rollenketten eingesetzt. In ihnen sitzt ein fester Bolzen in einem Laschenpaar auf dem ein weiteres Laschenpaar gleitend sich anwinkeln kann. Die Kraftübertragung auf die Zähne geschieht mit auf den festen Bolzen gleitend gelagerten Rollen.

Die genutzten Ketten ähneln grundlegend der Bauform DIN 8188-1-08A-1. Die Ketten sind jedoch um den Faktor 62% leichter gebaut als in der Norm. Außerdem sind die Hülsen Teil der Laschen und nicht eingepresst wie in der Abbildung in Tabelle 42. Alle Ketten weisen die vereinheitlichte Teilung von ½“ auf. Die Breite der Innenlaschen ist in der Regel $^3/_{32}$“.

Tabelle 42: Maße der genormten Rollenkette amerikanischer Bauart nach DIN 8188-1 [71, S. 2] und Ableitung von Größenbeziehungen über die technischen Daten einer *Rohloff*-Standard-Kette[165]



Standard-Ketten				
p	$=$	$12,7$		mm
b_1	$=$	$2,38$		mm
b_2	$\approx$	$1,80$	b_1	
b_3	$\approx$	$2,60$	b_1	
l_1	$=$	$7,10$	$^{+0,10}_{-0,05}$	mm
g_1	$\approx$	$0,64$	p	
d_2	$\approx$	$0,28$	p	
d_3	$\approx$	$0,61$	p	

Schmalketten				
p	$=$	$12,7$		mm
b_1	$=$	$2,25$	$^{+0,05}_{-0,05}$	mm
l_1	$=$	$6,7$	$^{+0,10}_{-0,10}$	mm

Die spezifischen Massen und Bruchkraft am Beispiel der *Rohloff*-Ketten wird als repräsentativ für sämtliche mittel- und hochpreisige Standardketten angesehen. Die Bruchkraft der Ketten liegt bei $F_B \geq 11000N$. Allgemein kann für Rollenketten formuliert werden, dass die Kraft die nötig ist um die Kette um 100% zu dehnen dem 40-fachen der Bruchkraft entspricht [69, S. 118] $F_\varepsilon = 40 \cdot F_B$. Die spezifischen Massen variieren zwischen $q = 0{,}22 \ldots 0{,}23 \frac{kg}{m}$. Ein CAD-Modell der Kette wurde mit der spezifischen Masse rückwärtsentwickelt. Ein mittleres Kettenglied hat das polare Trägheitsmoment $J_{xx} \approx J_{yy} \approx 3{,}08 \cdot 10^{-8} kg \cdot m^2$.



Abbildung 2-94: Rekonstruktion der Kette im CAD. Spezifische Masse q = 0,225kg/m. Trägheitsmoment $J_{xx} \approx 3{,}08 \cdot 10^{-8}$ kg·m²

[165] Am 17.08.2022 online abgerufen unter: https://www.rohloff.de/fileadmin/_migrated/content_uploads/Technische_Info_zur_Kette.de.pdf

UNGLEICHFÖRMIGKEIT DER KETTENBEWEGUNG

Da die Kette nur eine stückweise Beugung an den Gelenken zulässt, wird eine Umschlingung durch eine Polygonfigur angenähert [69, S. 112]. Die Polygonfigur wird mit dem Teilungswinkel α beschrieben. Aus ihm lässt dich der Teilkreisdurchmesser ableiten [72, S. 303]. Die Polygonfigur ist der Auslöser für Schwankungen der mittleren Geschwindigkeit $v = \omega \cdot p$ in Richtung der Kettenlinie.

$$\tau = \frac{360°}{z} \qquad d = \frac{p}{\sin_{Deg}\left(\frac{\tau}{2}\right)} \qquad \delta = \frac{v_{max} - v_{min}}{v_{max}} = 1 - \cos_{Deg}\left(\frac{\tau}{2}\right)$$

Die Bewegungen der Kette sind abhängig vom Drehwinkel φ (Definitionsbereich -180°/z … +180°/z) [69, S. 112]. Sie sind einer Ungleichförmigkeit aus der Polygonumschließung des Kettenblattes unterworfen.

Bewegungskomponenten in x	Bewegungskomponenten in y
$s_{(\varphi)} = \frac{p \cdot \sin(\varphi)}{2 \cdot \sin_{Deg}\left(\frac{\tau}{2}\right)} \cdot \left[\frac{1mm}{1000m}\right]$	$s_{(\varphi)} = \frac{p \cdot \cos(\varphi)}{2 \cdot \sin_{Deg}\left(\frac{\tau}{2}\right)} \cdot \left[\frac{1mm}{1000m}\right]$
$v_{(\varphi)} = \frac{\omega \cdot p \cdot \cos(\varphi)}{2 \cdot \sin_{Deg}\left(\frac{\tau}{2}\right)} \cdot \left[\frac{1mm}{1000m}\right]$	$v_{(\varphi)} = -\frac{\omega \cdot p \cdot \sin(\varphi)}{2 \cdot \sin_{Deg}\left(\frac{\tau}{2}\right)} \cdot \left[\frac{1mm}{1000m}\right]$
$a_{(\varphi)} = -\frac{\omega^2 \cdot p \cdot \sin(\varphi)}{2 \cdot \sin_{Deg}\left(\frac{\tau}{2}\right)} \cdot \left[\frac{1mm}{1000m}\right]$	$a_{(\varphi)} = -\frac{\omega^2 \cdot p \cdot \cos(\varphi)}{2 \cdot \sin_{Deg}\left(\frac{\tau}{2}\right)} \cdot \left[\frac{1mm}{1000m}\right]$

Wie die folgende Graphik zeigt, nehmen die relativen Geschwindigkeitsschwankungen degressiv mit steigender Zähnezahl ab [72, S. 304]. Bei Zähnezahlen größer 19 spielt die Ungleichförmigkeit δ in der Kettengeschwindigkeit keine Rolle mehr. Bei Zähnezahlen zwischen 11 und 13 Zähnen sollten Kettengeschwindigkeiten $v = 4\frac{m}{s}$ nicht überschritten werden. Bei Zähnezahlen zwischen 14 bis 16 Zähnen gilt eine Maximalgeschwindigkeit von $v = 7\frac{m}{s}$ [66, S. 115]. Diese Geschwindigkeiten werden im Fahrradbereich nicht erreicht. Selbst geringste Zähnezahlen an Umlenkrollen dürften unproblematisch sein.

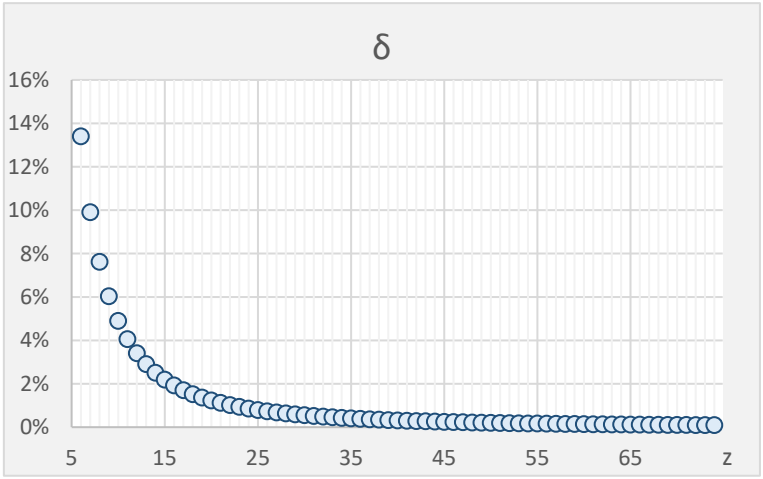


Abbildung 2-95: Ungleichförmigkeitsgrad der Kettengeschwindigkeit während der Umschlingung von Kettenblättern mit der Zähnezahl z

KRÄFTE IM KETTENTRIEB [69, S. 116-119]

Die Umfangskraft F_t wird abschnittsweise von der Kette auf das Rad übertragen. Dabei nimmt die Kettenlängskraft F_L sukzessive ab. Dadurch nimmt die Teilung im Betrieb p_b über den Umschlingungswinkel ebenfalls ab, da die Zugkraft der Kette F_L sukzessive bis zu einer überbleibenden Restkraft abgebaut wird.

$$F_t = \frac{P}{z \cdot p_b \cdot n} \cdot \left[\frac{1000mm}{1m}\right] \cdot \left[\frac{60s}{1min}\right]$$

$$F_t \approx \frac{P}{z \cdot p \cdot n} \cdot \left[\frac{1000mm}{1m}\right] \cdot \left[\frac{60s}{1min}\right]$$

$$mit\ d = \frac{z \cdot p_b}{\pi} \approx \frac{z \cdot p}{\pi}$$

Die Restkraft F_V bleibt nach der Umschlingung in der Kette im Leertrum über. Die Restkraft ist umso größer, je kleiner der Umschlingungswinkel β ist und desto weniger Zähne durch den Umschlingungsbogen z_b im Eingriff sind. und umso größer der Flankenwinkel γ ist. Der Flankenwinkel leitet sich aus dem Teilungswinkel τ ab [73, S. 2].

$$F_V = F_t \cdot \left(\frac{\sin_{Deg}(\gamma)}{\sin_{Deg}\left(\frac{360°}{z} + \gamma\right)}\right)^{z_b}$$

$$\gamma = \left(\frac{1}{\sin_{Deg}\left(\frac{\tau}{2}\right)}\right)_{Deg}$$

$$z_b = \frac{\beta}{360°} \cdot z$$

Die Restkraft F_V ist gleichzusetzen mit der erforderlichen Vorspannung. Meist ist die vorhandene Vorspannkraft größer, als die nötige. Überhöhte Vorspannkräfte begünstigen den Verschleiß. Die reale Vorspannkraft ist in der Praxis per Sichtprüfung messbar [69, S. 117].

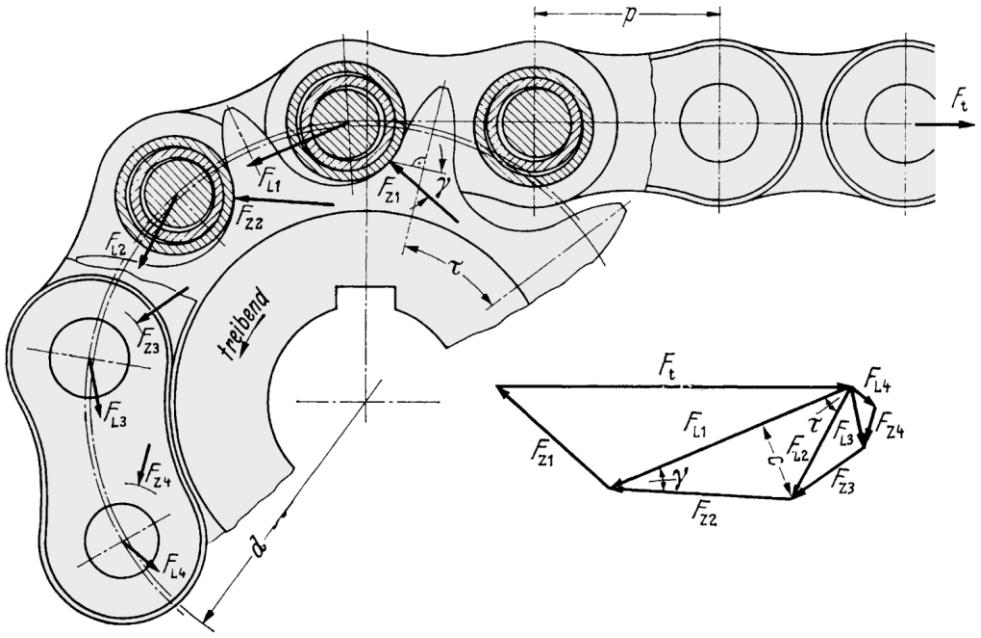
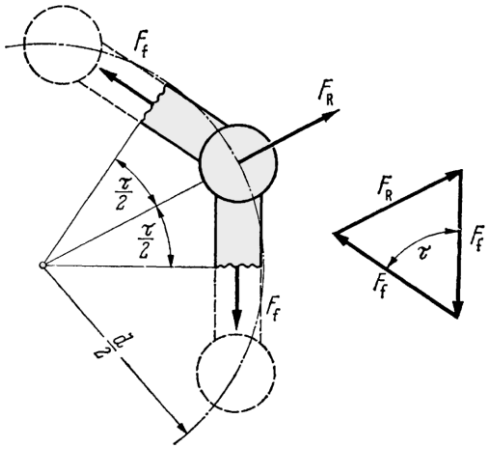


Abbildung 2-96: Abbau der Tangentialkraft F_t aus dem Lasttrum über die Umschlingung um ein Kettenblatt bis zur Restkraft F_{Li} [69, S. 116]

Während der Kettenumlenkung treten radiale Fliehkräfte F_R und induzierte Fliehzugkräfte F_f an den Gelenkpunkten der Kettenglieder auf. Sie lassen sich über die längenspezifische Masse q, die Kettengeschwindigkeit v und dem Teilungswinkel τ ermitteln.



$$F_R = F_f \cdot 2 \cdot \sin\left(\frac{\tau}{2}\right)$$

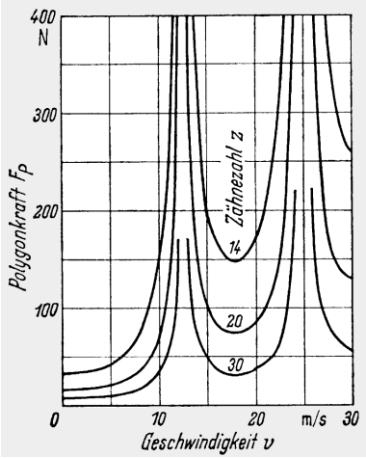
$$F_f = q \cdot v^2$$

Abbildung 2-97: Fliehkraftkomponenten an den Gelenkpunkten der Kettenglieder während der Kettenumlenkung [69, S. 118]

Die Kette bildet mit dem Durchhang im Leertrum und ihrer elastischen Dehnfähigkeit ein einseitig schwingungsfähiges System. Da die Kette keine Druckkräfte aufnehmen kann, bricht die Schwingung entsprechend nach Aufhebung der Zugkraft ab und muss immer wieder neu aufgebaut werden. Dadurch ist ein Aufschaukeln über die Zugkraft hinaus ausgeschlossen.

Polygonkräfte sind Reaktionen auf die Geschwindigkeitsveränderungen in der Kette. Daraus ergeben sich Zusatzkräfte F_P in Längsrichtung. Die Polygonkräfte sind außerhalb der Resonanzbereiche relativ klein. Im Gebiet der Resonanz kann die Größe der Kraft auf die Größe der Zugkraft ansteigen.

$$F_P = \frac{F_B \cdot v}{12{,}5 \cdot z^2 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot l \cdot v}{p} \cdot \sqrt[2]{\frac{q}{F_E}}\right)}$$



Die Resonanzen befinden sich auf den Vielfachen von k:

$$v_{Resonanz,k} = k \cdot \frac{500}{i_{Glieder}}$$

$$mit\ k = \{1; \dots;\} \in \mathbb{N}$$

$$mit\ i_{Glieder} = \frac{l_{Leertrum}}{p}$$

Abbildung 2-98: Resonanzüberhöhungen der Polygonkraft [69, S. 119]

Außerdem wirken Kräfte aus Dreh-, Quer- und Längsschwingungen. Diese brauchen nicht betrachtet werden, wenn die Resonanzgebiete vermieden werden.

Die Aufschlagkräfte F_A wirken auf die Rollen der Kette und die Zahnflanken. Sie werden für Festigkeitsbetrachtungen benötigt und nicht weiter betrachtet.

ANALYTISCHES REIBUNGSMODELL NACH *NIEMANN* [69, S. 120-122]

Die Gesamtverlustleistung P_V setzt sich aus den Reibverlusten in den Gelenken P_{RG} und der Stoßverlustleistung P_{VS} zusammen. Verluste aus Führungsschienen, Spannschuhen und Ähnlichem sind nicht modelliert, jedoch wesentlich. Darüber hinaus treten nicht weiter betrachtete Reibverluste zwischen Kette und Rad P_{RX} auf, welche unter Ausschluss des seitlichen Kontaktes auf Adhäsion beruhen und geringfügig sind. Ebenfalls geringfügig sind sonstige Reibverluste, wie die Reibung zur Umlenkung der Laschen Kettenglieder. Die Normalkräfte sind an dieser Stelle vom Hersteller möglichst geringgehalten, um den Wirkungsgrad der Kette zu erhöhen. Weitere unwesentliche Reibverluste sind Ventilationsverluste P_{vent}. Die darüber hinaus auftretenden Leerlaufverluste P_{V0} und lastabhängigen Lagerverluste P_{VL} werden durch das in Kapitel 2.3 beschriebene Modell hervorragend beschrieben. Niemann beschreibt die Verluste über den Leistungsansatz. Dieser wird in folgenden auf das Moment reduziert:

$$P_V = (M_{RG} + M_{VS}) \cdot \frac{v}{p} \cdot \left[\frac{1000mm}{1m}\right] \qquad M_V = M_{RG} + M_{VS}$$

Das Gelenkreibmoment entsteht beim Abknicken eines Kettengliedes unter dem Winkel τ unter der Zugkraft, bzw. Längskraft F_L. Diese besteht in lastfreien Rollen lediglich aus dem Fliehkraftanteil F_f. In lastbehafteten Rollen fügt sich die zu übertragende Längskraft der Kette $F_t \cdot f_B$ hinzu[166]. Mit dem Durchmesser des Bolzens d_B entsteht ein Reibmoment. Der Reibweg s errechnet sich unter Zuhilfenahme des Teilungswinkels τ. Der Reibbeiwert einer gut geschmierten Kette bewegt sich im Bereich $\mu \geq 0{,}15$.

$$F_L \approx \begin{cases} F_t \cdot f_B + F_f & im\ Lasttrum \\ F_f & im\ Leertrum \end{cases} \qquad s = \tau \cdot \frac{d_B}{2} = \frac{2 \cdot \pi}{z} \cdot \frac{d_2}{2}$$

$$M_{RG,Antriebsrolle} = \mu \cdot \left(F_{L,Last} + F_{L,Leer}\right) \cdot s \cdot \left[\frac{1mm}{1000m}\right]$$

$$M_{RG,Umlenkrolle} = \mu \cdot \left(F_{L,Leer} + F_{L,Leer}\right) \cdot s \cdot \left[\frac{1mm}{1000m}\right]$$

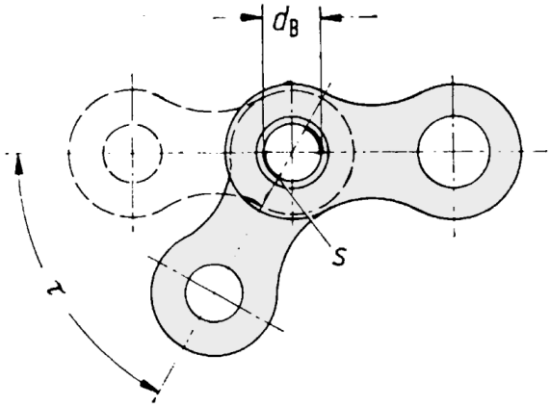
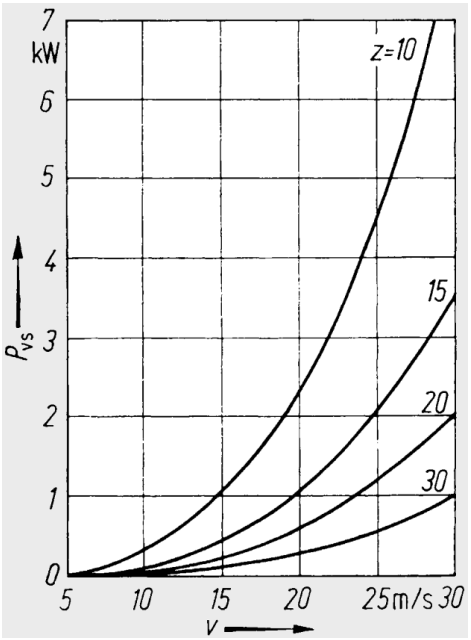


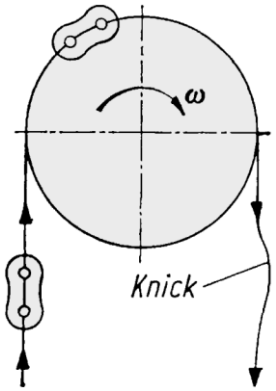
Abbildung 2-99: mit Bolzendurchmesser d_B als d_2 aus Tabelle 42 [69, S. 120]

[166] Der Betriebsfaktor f_B ähnelt dem Anwendungsfaktor K_A. Er wird in DIN 8195 definiert. Durch eine kontinuierliche Berechnung kann dieser auf den Mindestwert $f_B = 1$ gesetzt werden

Beim Eintritt und in die Kettenradverzahnung und beim Austritt überträgt die Kette in Umfangsrichtung jeweils einen Drehstoß (Der Verlust P_{VS} tritt einmal auf). Dieser Verlust ist der Trägheit der Kettenglieder J_α (siehe J_{xx} in Abbildung 2-94) geschuldet. Höhere Geschwindigkeiten lassen die Verlustleistung in dritter Potenz steigen. Kleine Zähnezahlen lassen die Verlustleistung quadratisch sinken.

$$M_{VS} = \frac{1}{2} \cdot J_\alpha \cdot \omega^2 \qquad M_{VS} = \frac{1}{2} \cdot \frac{J_\alpha}{p^2} \cdot \frac{v^2}{z^2} \cdot \left[\frac{1000mm}{1m}\right]^2$$





$$P_{VS} = \frac{1}{2} \cdot J_\alpha \cdot \omega^2$$

$$P_{VS} = \frac{1}{2} \cdot \frac{J_\alpha}{p^3} \cdot \frac{v^3}{z^2} \cdot \left[\frac{1000mm}{1m}\right]^3$$

Abbildung 2-100:Verlustleistung durch Kettenstöße in Abhängigkeit der Kettengeschwindigkeit und Zähnezahl [69, S. 121]

Die Lagerkräfte ergeben sich lediglich aus der maßgebenden[166] Umfangskraft $F_t \cdot f_B$ (siehe Kettenzugkraft in Abbildung 2-101), welche scheinbar als radial wirkend betrachtet werden kann. Im Leertrum wirkt demnach abzüglich die Restkraft F_V. Sie kann vernachlässigt werden, insofern lastseitig ausreichende Umschlingungswinkel β eingestellt worden sind (siehe Abbau der Kettenzugkraft in Abbildung 2-101).

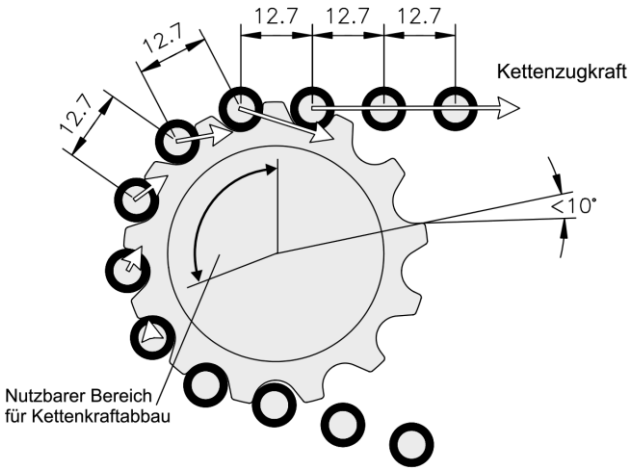


Abbildung 2-101:Darstellung des Abbaus der Kettenzugkraft F_t unter einem Umschlingungswinkel β. Teilung p mit 12,7mm und Flankenwinkel γ von 10°. Der Flankenwinkel ermöglicht den sukzessiven Abbau der Umfangskraft. Quelle: [165]

EMPIRISCHES REIBUNGSMODELL NACH *HINZEN* [74, S. 140-144]

Hinzen geht den Ansatz die Reibung über einen Prüfstand zu ermitteln und dabei Leerlaufreibung und Lastreibung über theoretische Überlegungen zu trennen. Darüber hinaus ist er mit dem Prüfstand in der Lage den Einfluss des Schräglaufwinkels der Kette in den Verlusten zu isolieren. Die Ermittlung von Reibbeiwerten unterschiedlicher Schmier- und Verschmutzungssituationen lässt sich ebenfalls ermitteln. Der ermittelte Reibbeiwert fast in sich jedoch sämtliche auftretenden Verluste neben der aus den theoretischen Leerlaufverlusten ausgeklammerten Größen zusammen. Er ist damit kein echter Reibbeiwert im Sinne der bisher durchgeführten Erläuterungen, sondern ein „empirischer" Reibbeiwert $\mu_{virtuell}$.

Die Gesamtverlustleistung setzt sich aus den Reibungsverlusten am Kettenblatt (Index 1); dem Ritzel (Index 2) und den vorhandenen Umlenkrollen (Index i) zusammen. Die einzelnen Reibungsverluste bestehen wiederum aus den Reibmomenten, welche mit der anliegenden Winkelgeschwindigkeit ω_i multipliziert werden. Da Lastmomente nur im Lasttrum auftreten, sind diese am Kettenblatt und Ritzel einfach zu finden. Leerlaufverluste aus der Umlenkung entstehen grundsätzlich im Ketteneinlauf und Kettenauslauf der Umschlingung: deswegen gehen sie stets doppelt in die Berechnung ein. Die Formel wird noch weiter dahingehend modifiziert, dass der Schräglauf mit η einbezogen wird:

$$P_V = \Big((M_{L,1} + 2 \cdot M_{0,1}) \cdot \omega_1\Big) + \Big((M_{L,2} + 2 \cdot M_{0,2}) \cdot \omega_2\Big) + \sum_{i=3}^{3 + n_{Umlenkrollen}} \big(2 \cdot M_{0,i} \cdot \omega_i\big) + \big((M_e \cdot \omega_1) \cdot (1 - \eta)\big)$$

Das Leerlaufreibmoment entsteht durch die Umlenkung von Kettengliedern ohne Last. Es ist kaum geschwindigkeitsabhängig, steigt jedoch deutlich bei Verschmutzung an. Mit $L = b_2$ und $d_B = d_2$.

$$M_0 = \frac{{d_B}^2 \cdot \pi \cdot L}{2} \cdot \tau_{Gleit}$$

$$\tau_{Gleit(gute\ Schmierung)} = 0{,}0661 \frac{N}{mm^2}$$

Das Lastreibmoment entsteht durch die Umlenkung von Kettengliedern mit Last. Der Ansatz ist aus Messung entstanden und umfasst sämtliche Verluste. Der Reibwert steigt bei Verschmutzung deutlich an. Mit $d_B = d_2$ (siehe Tabelle 42).

$$M_L = F_{Kette} \cdot \mu_B \cdot \frac{d_B}{2}$$

$$\mu_{B(gute\ Schmierung)} = 0{,}2026$$

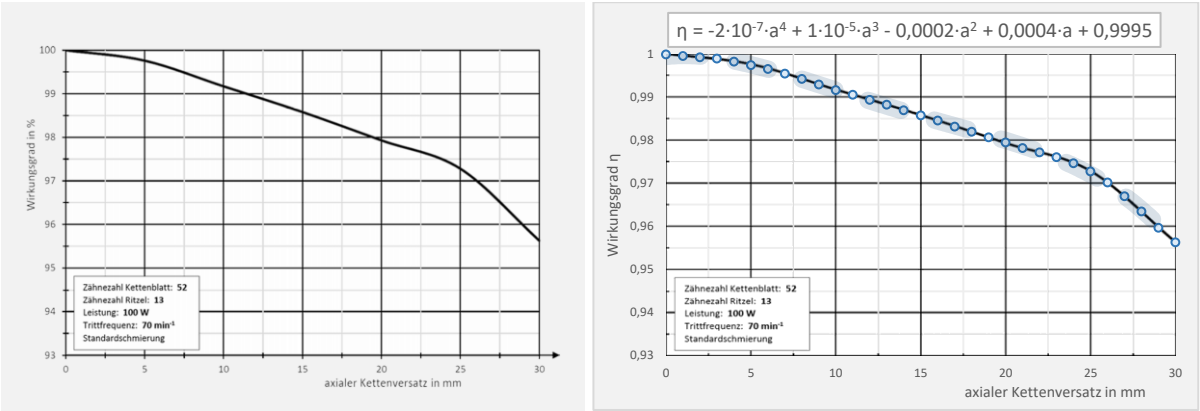


Abbildung 2-102:Isolierter Reibungsverluste als Funktion des Axialversatzes unter Missachtung des Achsabstands [74, S. 144]

2.6.1 Kettenblätter, Ritzel und Kassetten

Die Teilung aller Kettenblätter und Ritzel beträgt 12,7mm. Trotzdem variieren die Hersteller das Profil der Zähne. Durch die Nutzung schmalerer Ketten ist es möglich Ritzel auf Kassetten noch enger nebeneinander zu setzen und so die Gangzahl zu erhöhen.

In der Marktanalyse in Kapitel 2.1 wurde aufgrund der teilweisen schlechten Datenlage und Zeitgründen die Katalogisierung von Ritzeln oder Kassettenstufungen und Kettenblättern oder Kettenblattstufungen nicht durchgeführt. Diese Linie wird an dieser Stelle weiterverfolgt. Das Angebot an Kettenblättern und Ritzeln ist massiv. Ritzel und Kettenblätter stellen jedoch für den Simulationsprozess, die Konstruktion oder den Einkauf keine Wissenschaft dar. In der Simulation werden die Bauteile schlicht über die Zähnezahl beschrieben. Im Einkauf sollten Komplettlösungen eines Herstellers beschafft werden, da das Schaltwerk mit den Ritzeln der dazugehörigen Kassette mit der für die Verzahnung dazugehörigen Kette genauso zusammengehören, wie das Kettenblatt, bzw. die Kettenblätter mit dem Umwerfer zur dazugehörigen Kette.

Am Rand werden elliptische Kettenblätter erwähnt, welche die Cosinusbetrag-förmige Momenteinleitung des Kurbeltriebs (siehe Kapitel 2.8.2) glätten. Sie werden bei niedrigen Drehzahlen und hohen Momenten im Mountainbike-Bereich interessant. Anfang des Jahrtausends hat *Shimano* noch das *Biopace*-Kettenblatt vertrieben, welches eine ineinandergreifende zweifache Eiform aufgewiesen hat [13, S. 193-194].

2.6.2 Umlenkrollen und Spannrollen

Umlenkrollen und Spannrollen können durch die Zähnezahl beschrieben werden. Für sie werden keine Untersuchungen des Marktes vorgenommen. Eine Spannrolle erzeugt Kettenkraft-bedingt größere Verluste, als die rein durch Leerlaufverluste behaftete Umlenkrolle. Theoretische Überlegungen haben gezeigt, dass Umlenkrollen den Wirkungsgrad um vielleicht nur 2% herabsetzen [51, S. 3]. Der Durchmesser von Rollen sollte möglichst groß sein um Verluste zu reduzieren [51, S. 3]. Dies kann mit dem geringeren Beugeweg (siehe Abbildung 2-99) der Kettenglieder erklärt werden.

2.6.3 Umwerfer und Schaltwerke

Umwerfer erzeugen keine Verluste, da sie die Kette nicht berühren. Sie erzeugen erst Verluste im Schaltvorgang, welche innerhalb der Kette erhöhte Reibung während der Umlenkung aus Verspannungen, bzw. erhöhten Kantenbelastungen hervorruft.

Schaltwerke hingegen weisen permanente Leerlaufverluste auf. Es kann sicher davon ausgegangen werden, dass die Kettenkraft komplett in den Ritzeln abgebaut wird und das Schaltwerk sich im Leertrum befindet. Schaltwerke kosten ungefähr 1% des Wirkungsgrades [74, S. 143]. Zur Modellierung sind die Zähnezahlen der Umlenkrollen entscheidend. Es wurde eine Produktanalyse sämtlicher in Abbildung 2-13 isolierten Hersteller durchgeführt. Dabei wurde sich auf das Auszählen der Zähnezahlen der Umlenkrollen der Umwerfer beschränkt. Dabei tritt zutage, dass Hersteller in ihren Modellen, mit einigen Ausnahmen von *SRAM*, fast immer 2 identische Leerlaufrollen und damit identische Zähnezahlen nutzen. Die Ergebnisse sind aufgrund des Listencharakters im Anhang aufgeführt.

2.7 Kugel-Getriebe

Die Exoten in Antriebssträngen von Fahrrädern nutzen statt Zahnrädern, Ketten oder Riemen Kugeln zur Kraftübertragung. Die Verwendung von Kugeln suggeriert das Ersetzen von Gleitreibung durch Rollreibung, welche wesentlich geringer ist. Gleichzeitig bedeutet eine Rollbewegung fehlenden Formschluss und die Möglichkeit des Schlupfes. Das *NuVinci*-Nabengetriebe, nach eigenen Angaben des Herstellers über eine Million Mal verkauft, geht den Weg der Kraftübertragung über ein Fluid zwischen den Kugeln. Eine konzeptionelle Antriebswelle geht den Weg der Kraftübertragung über die Außenringe von Kugellagern.

2.7.1 NuVinci-Getriebe [167]

Das *NuVinci*-Getriebe basiert auf Entwürfen von *Leonardo Da Vinci*. Es wurde von der *Fallbrook Technology Inc.* entwickelt und 2007 erstmals vorgestellt. Eingesetzt im Fahrradbereich wurde auf die Skalierbarkeit des relativ einfachen und herstellungstechnisch günstigen Aufbaus verwiesen. Es sollte auf kleine Elektrofahrzeuge; leichte Zugmaschinen; landwirtschaftliches Gerät, Automobile und Windturbinen zugeschnitten werden können. Die Patente sind 2017 in den Investor *Enviolo* übergegangen, welcher die Nabe weiterhin vertreibt und weiterentwickelt. Die Getriebenabe überzeugt nicht mit ihrem Wirkungsgrad, erfreut sich jedoch durch eine stufenlose Verstellbarkeit der Übersetzung großer Beliebtheit. Die Vorteile spielen sich insbesondere bei Lastenfahrrädern aus, welche mit unterschiedlichsten Steigungen und Beladungen zu kämpfen haben, da die Nabe unter Last geschaltet werden kann und sich für den Einsatz elektrischer Unterstützung eignet.

Bei dem *NuVinci*-Getriebe handelt es sich um ein CVT-Ball-Reibgetriebe, welches im Aufbau einem Planetengetriebe ähnelt. Die stufenlose Verstellung funktioniert über den mit der frei rotatorisch gelagerten Sonne gekoppelten achsfesten Planetenträger. Die Sonne kann translatorisch per Bowdenzug verschoben werden, wodurch der Rotationswinkel der Planeten aus der Parallele mit der Getriebeachse geneigt werden. Die Planeten werden von einem antreibenden Hohlrad und einem gleich großen Hohlrad für den Abtrieb tangential kontaktiert. Die Drehmomentübertragung geschieht über die Kugelradien mithilfe eines stark gestressten Traktionsfluids [168] . Die Übertragung ist dadurch schlupfbehaftet. Die Schlupfverluste stehen vor anderen Dissipationen maßgeblich im Vordergrund für den drehmomentabhängigen Wirkungsgrad (siehe Abbildung 2-104). Die Naben sind kompatibel mit Rollenbremse; Scheibenbremse und Ritzel mit Freilauf (verfügbar mit 16; 17; 18; 19; 20; 21 und 22 Zähnen).

Tabelle 43: Ausgewählte technische Daten der *NuVinci*-Getriebe

	Spreizung	Max. Drehmoment	Max. Zul. Gesamtgewicht	Masse
Urban	256% (0,625-1,6)	50Nm	140kg	2180g
City	310% (0,55-1,7)	55Nm	160kg	2450g
Trekking	380% (0,5-1,9)	85Nm	180kg	2450g
Heavy Duty	380% (0,5 – 1,9)	85Nm | 100Nm	250kg | 160kg	2450g
Extreme	380% (0,5 – 1,9)	85Nm | 100Nm	300kg | 250kg	2430g
Extreme Gearbox	380% (0,5 – 1,9)	85Nm	500kg	2340g

[167] https://enviolo.com/de/

[168] Traktionsöle müssen hohen Drücken standhalten; wenig Verschließ erzeugen und das Drehmoment unter geringen Scherverlusten übertragen (hohe Reibungszahl zwischen Kontaktpartnern). Dies gelingt durch die Verfestigung des Öls unter hohem Druck (siehe dilatantes Fluid in Kapitel 1.4.6). *Fallbrook Technology Inc.* hat bekannt gegeben, dass *Valvoline Invaritorc 638* genutzt wird. Hierzu kann kein Datenblatt gefunden werden. Die Marke ist eingetragen, jedoch unter der Seite des Herstellers nicht mehr verlinkt

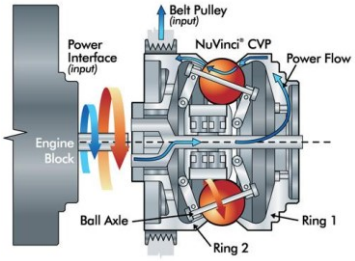


Abbildung 2-103: Wirkprinzip des *NuVinci*-Getriebes

Die Hebelarme der Hohlräder lassen sich durch die Kontaktpunkte beschreiben. In Abbildung 2-103 ist abzulesen, dass sich die Kontaktpunkte mit dem symmetrischen Winkel α beschreiben lassen, der die Kontaktpunkte tangential des Planetendurchmessers und dem Radius des Planetenträger r positioniert:

$$p_{Kontakt,e,rot(z)} = \begin{pmatrix} r_{Kugel} \cdot \sin(\alpha) \\ r \end{pmatrix} \qquad p_{Kontakt,a,rot(z)} = \begin{pmatrix} r_{Kugel} \cdot \sin(-\alpha) \\ r \end{pmatrix}$$

Wie in Abbildung 2-103 zu erkennen ist, bewirkt die Verschiebung der auf der Achse gelagerten Sonne die Schiefstellung der Rotationsachsen der Planeten um den Winkel γ. Dadurch sinkt auf der einen Seite der orthogonale Kontakthebel zur Planetenachse, auf der anderen Seite nimmt dieser unverhältnismäßig zu[169].

$$\text{mit } \Delta r_e = \begin{pmatrix} 0 \\ r_{Kugel} \cdot \cos(-\alpha - \gamma) \end{pmatrix} \qquad \text{mit } \Delta r_a = \begin{pmatrix} 0 \\ r_{Kugel} \cdot \cos(-\alpha + \gamma) \end{pmatrix}$$

In erster Näherung einer schlupffreien Betrachtung, kann festgehalten werden, dass das Prinzip darauf beruht, dass die Tangentialgeschwindigkeit der Kugeln $v_t = \omega \cdot r$ ist. Wenn über das Antriebshohlrad eine Tangentialgeschwindigkeit vorgegeben und über einen Tangentialkontakt auf der Kugel eingeleitet wird, wird diese auf den identisch dimensionierten Hohlradabtrieb den Weg rückwärtsgehen.

$$\omega_e \qquad v_{t,e} = \omega_e \cdot r_{Hohlrad} \qquad \omega_{Kugel} = \frac{v_{t,e}}{(r + \Delta r_e)} \qquad v_{t,a} = \omega_{Kugel} \cdot (r + \Delta r_a) \qquad \omega_a = \frac{v_{t,a}}{r_{Hohlrad}}$$

Lagerung und Abdichtung können mangels Informationen nicht untersucht werden. Die Berechnung des Prinzips und des Wirkungsgrades übersteigt die zur Verfügung stehende Zeit, weswegen alternativ auf Messungen Dritter zurückgegriffen wird. In Abbildung 2-104 wurde der Wirkungsgrad der Nabe isoliert.

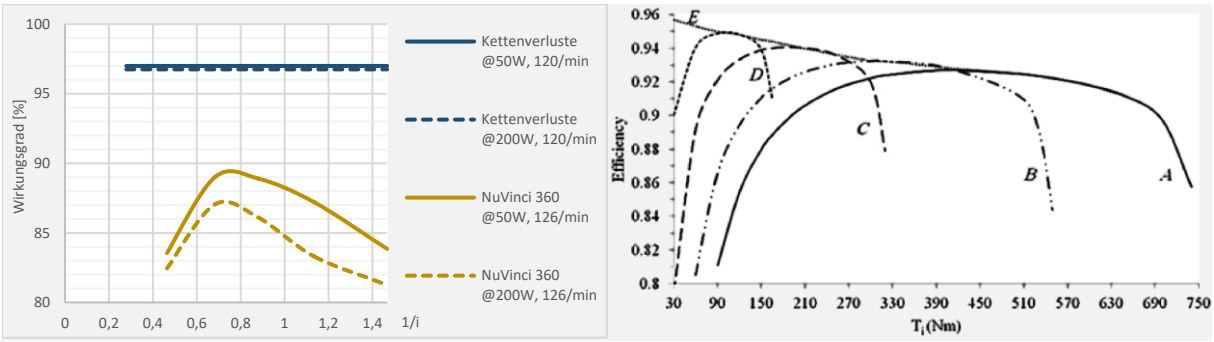


Abbildung 2-104: Links: Rekonstruktion des isolierten Wirkungsgrades der *NuVinci 360* – CVT-Getriebenabe aus der Messung von Öhler unter Abzug der lastabhängigen Grundverluste bei einer Eingang-Kettenschaltung [75, S. 6]. Rechts: Wirkungsgrad aus einem Modell zu einem Ball-CVT-Getriebe in Abhängigkeit des Eingangsmomentes unter Variation der im System eingestellten Normalkraft [76, S. 555]. A = 31,5kN; B = 23kN; C = 13,3kN; D = 6,8kN; E = variable Einstellmöglichkeit der Normalkraft

[169] Der zur Rotationsachse der einzelnen Planeten senkrecht stehende Hebel erscheint wichtig, weil über diesen Hebel das Moment und die Drehzahl auf den Planeten eingeleitet wird. Aus den Winkelbeziehungen geht hervor, dass die Änderungen asymmetrisch erfolgen

2.7.2 DrivEn-Tangentialgetriebe

Der Ableger eines dänischen Herstellers von Hybridkugellagern *CeramicSpeed Sport A/S* stellte 2018 den Prototypen eines Hybrid-Kugellager-Tangentialgetriebes vor. Das Getriebe nutzt Hybridlager aus dem eigenen Haus und schafft nach eigenen Angaben den Wirkungsgrad der modernsten Kettenschaltungen zu überbieten. Für das Konzept wurden mehrfach Gebrauchsmuster und Patente ab 2018 angemeldet, welche Antriebswelle und Verzahnung [170], sowie eine Lösung für die Schaltung [171] und eine Gehäusekapselung beinhalten.

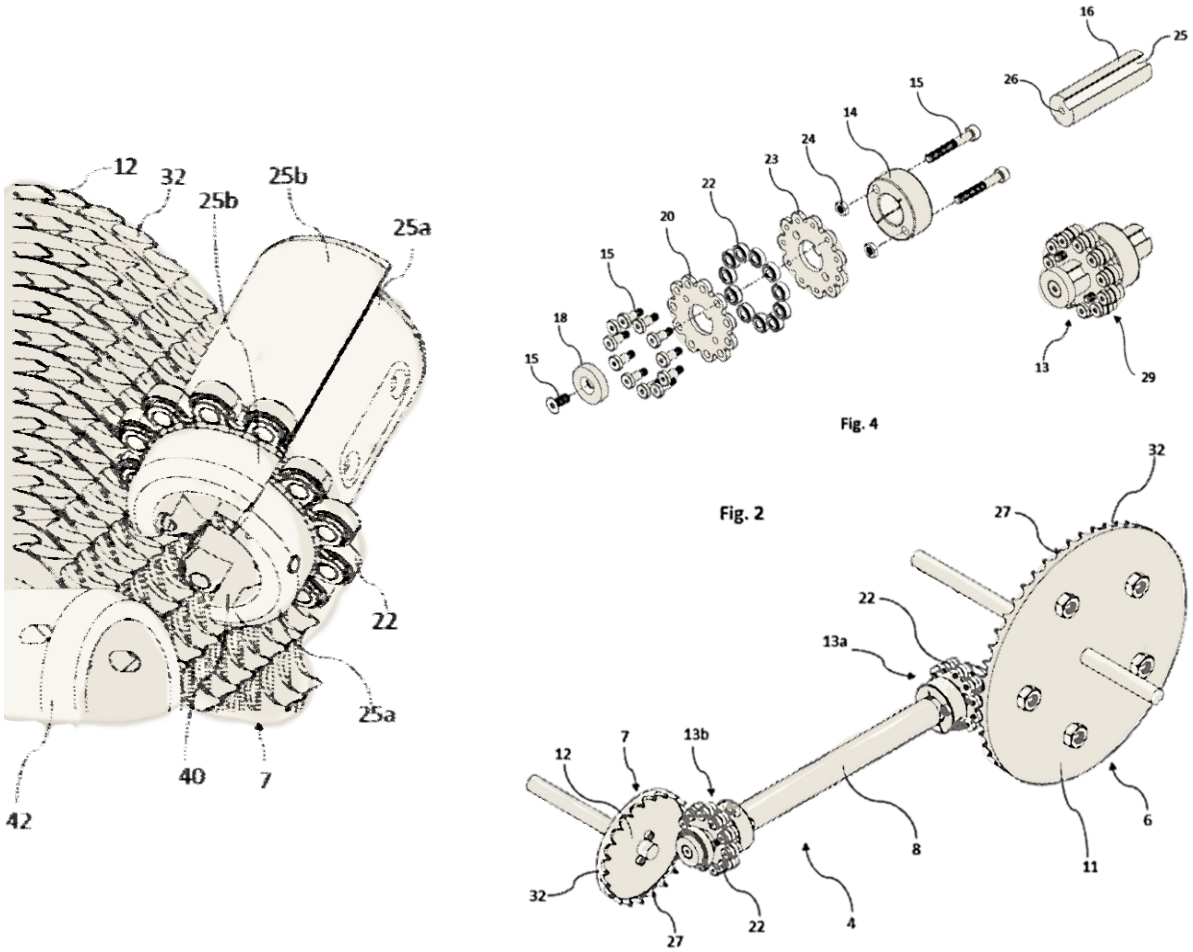


Abbildung 2-105: Patentskizzen zum statischen Tangentialgetriebe (rechts) und der Schrittschaltung (links) des *DrivEn*-Getriebe

Das Getriebe (siehe Abbildung 2-105) weist ein außerordentliches Potential für den Liegerad- und Velomobilbereich auf, in welchem extrem lange Ketten und mehrere Umlenkrollen eingesetzt werden. Ein äußerst niedriger Wirkungsgrad ist zu erwarten, da sich die Reibung im System neben den Ventilationsverlusten im Leerlauf und geringfügigen Adhäsionsverlusten[172] der Kugellager-Außenringe (Position 22 in Abbildung 2-105) mit der Verzahnung ausschließlich auf Mechanismen der Rollreibung an Kugellagern (siehe Kapitel 2.3) begrenzen.

---

[170] Patent 20,894,577 (19.01.2021) „Bicycle Drive System“, am 19.08.2022 online verfügbar auf: https://uspto.report/patent/grant/10,894,577#D00003

[171] Patent US2020/0331559 A1 (22.10.2020) „Gear Shifting System“, am 19.08.2022 online verfügbar auf: https://patentimages.storage.googleapis.com/a7/c6/df/29567c04a089c2/US20200331559A1.pdf

[172] Ein Teil der Adhäsionskomponenten, der wie ein Permanentmagnet wirkt, wird durch den Tangentialkontakt sogar zurückgeführt. Während des Zahneingriffbeginns wirkt eine anziehende Komponente, welche eine minimalste Erhöhung des Moments nach sich zieht, während im Zahneingriffende ein minimal erhöhtes Moment zum Ablösen erforderlich ist. Nach Kapitel 1.4.3 Abschnitt „Haftreibung“ ist diese jedoch einer Zeitabhängigkeit unterworfen, sodass auf jeden Fall Adhäsionsverluste auftreten müssen.

Konventionelle Rollreibungsverluste treten an den Lagerstellen der verzahnten Räder, sowie der Antriebswelle auf. Die Rollreibungsverluste an den radial positionierten Hybridlagern unterliegen der Wirkung eines periodisch auftretendem Anlaufmoment, sodass die Vorteile eines hydrodynamischen Schmierfilms (siehe Kapitel 1.4.4) nicht wirksam werden können. Der Eingriff der Kugellager in die Verzahnung erfordert die Beschleunigung des Außenrings und des Kugeln-fassenden Käfigs. Diese Beschleunigung arbeitet entgegen des inne liegenden Massenträgheitsmomentes. Die Massenträgheitsmomente wurden in der vorliegenden Ausarbeitung bisher nicht betrachtet, weil sie einen Speicher in einem relativ gleichlaufenden System darstellen, der nach Auffüllung nur leicht dämpfende Eigenschaften auf Drehzahländerungen ausübt. In dem Tangentialgetriebe spielt die Trägheitsenergie jedoch eine Rolle, da die Kugellager nach Austritt aus dem Zahneingriff aufgrund der Leerlaufreibungsverluste an Umfangsgeschwindigkeit verlieren oder gar zum Stillstand kommen.

BEWEGUNG

Die Drehzahlverhältnisse aus Profilrad und Antriebswelle lassen sich analog zu anderen Übersetzungen formulieren, wenn Index 1 treibend ist und Index 2 angetrieben wird:

$$i = \frac{z_2}{z_1} \qquad \omega_2 = \frac{1}{i} \cdot \omega_1$$

Die Sprungdrehgeschwindigkeit $\omega_{Lager,max}$ der Außenringe der Lager kann mit der Umfangsgeschwindigkeit des Wälzkreises der Antriebswelle beschrieben werden. Der Wälzkreisdurchmesser der Welle ist der zweifache radiale Lagerabstand $r_{Lagerkreis}$ zuzüglich des Außendurchmesser D_{Lager} der Wälzlager. Die Tangentialgeschwindigkeit v_t wird durch Multiplikation mit der Drehzahl ω_{Welle} errechnet. Die Tangentialgeschwindigkeit treibt die Lageraußenringe mit dem Außendurchmesser an.

$$d_w = \left(2 \cdot r_{Lagerkreis}\right) + D_{Lager} \qquad v_t = \omega_{Welle} \cdot \frac{d_w}{2} \qquad \omega_{Lager,max} = \frac{2 \cdot v_t}{D_{Lager}}$$

REIBUNG

In der Integrationseinheit einer Umdrehung konstanter Antriebsdrehzahl sind die Verluste aus der Differenz aus Sprungdrehgeschwindigkeit $\omega_{Lager,max}$ und Restgeschwindigkeit $\omega_{Lager,min}$ zu bilden, wenn angenommen wird, dass die zur nötigen Beschleunigung Trägheitsenergien durch Rollreibungsmechanismen verloren gegangen sind. Für die Errechnung wird ein komplexes reduziertes Trägheitsmoment $J_{zz,Getriebesystem\ Lager}$ benötigt, welches sich aus den kinematischen Bedingungen der Rotation des Außenrings; der Kugeln und des Lagerkäfigs zusammensetzt.

$$E_{Verluste} = J_{zz,Getriebesystem\ Lager} \cdot \frac{\omega_{Lager,max} - \omega_{Lager,min}}{\Delta t_{Schrittweite}}$$

Die Reibung an den Lagern im Zahneingriff errechnet sich über die Die Sprungdrehgeschwindigkeit $\omega_{Lager,max}$ mithilfe des Reibungsmodells aus Kapitel 2.3. Hierbei ist zu beachten, dass das Berechnungsmodell für den Fall der Anlaufreibung konfiguriert werden muss. Die Lagerbelastung ergibt sich in erster Näherung über die Aufteilung des Momentes M_{Welle} mit dem Hebelarm des halben Wälzkreisdurchmessers d_w auf die im Eingriff befindlichen Kugellager. Die Aufteilung der Kräfte auf die Lager kann mit dem Ansatz nach Abbildung 2-24 geschehen, wobei die Integrationsgrenzen des Cosinus von $\pm r_w$ auf die Länge der Eingriffsstrecke der Lager angepasst werden muss.

$$P = \frac{M_{Welle}}{d_w}$$

2.8 Kurbel-Getriebe

Der primäre Antrieb eines Liegerads, bzw. Velomobils ist die Tretbewegung des Menschen. Der Mensch als Bediener des Fahrzeuges, stellt eine über alle Maße hinaus komplexe Maschine dar, welche wiederum durch den Geist bedient wird. Aufgrund dessen, dass die Tretbewegung den Trittdruck um den Körperschwerpunkt darstellt, ist sie naturgemäß nicht gleichförmig wie die bei Maschinen übliche rotierende Bewegung eines Elektromotors. Das sich einstellende Momenten-Drehzahl-Kennfeld in der Kurbelachse ist von allerhöchster Bedeutung zur Einstellung der Übersetzung eines Antriebstranges.

Bisherige Untersuchungen des Kurbelverhalten, auch im eigenen Institut [77], konzentrieren sich auf den aufrechtsitzenden Menschen, welcher im Bereich des größten Trethebels mit der Schwerkraft arbeitet. Es soll ein mathematisches Modell erstellt werden, mit welchem die wirkenden Komponenten isoliert werden können, sodass die Tretbewegung des Menschen in Schwerelosigkeit beschrieben werden und die Schwerkraft unter einem beliebigen Wirkwinkel aufmoduliert werden kann. Hierzu wird ein kleiner Exkurs in den Bewegungsapparat eingeschlagen

2.8.1 Anatomie der unteren Extremität

> *„Der aktive Bewegungsapparat besteht aus den Skelettmuskeln und ihren Hilfseinrichtungen, wie z. B. Sehnen und Sehnenscheiden, Bild 1-2. Muskeln können aktiv ihre Länge und Gestalt ändern und über Sehnen, die die Verbindung zwischen den Muskeln und den Knochen darstellen, Kräfte auf den passiven Bewegungsapparat ausüben. Muskeln dienen der aktiven Bewegung, aber auch der Sicherung der Haltung bzw. Statik des gesamten Körpers […] Da sich Muskeln aktiv nur verkürzen aber nicht verlängern können, sind für die Ausführungen der möglichen Bewegungen und der Sicherung eines jeden Gelenks mehrere Muskeln erforderlich. Wird ein Muskel für die Bewegung eines Gelenks eingesetzt, bewegt er nicht nur das Gelenk[,] sondern dehnt auch den für die Gegenbewegung verantwortlichen Muskel.“ [78, S. 3]*

In Abbildung 2-106 ist die sukzessive Einblendung der Komponenten des Hüftgelenks (*Articulatio cubiti*) dargestellt. Es besteht aus einer Kugel am Oberschenkelknochen (*Femur*), welches in einer Kugelpfanne im Hüftbein (*Os coxae*) gelagert ist [78, S. 2]. Die Kugel wird dabei bis etwa zur Hälfte umfasst. Die Lagerung erfolgt unter Einsatz eines auf beiden Gelenkpartner aufgebrachten Knorpelgewebes (siehe weiße Masse in erster Abbildung von links). Es bildet die Gleitflächen des Gelenkes aus, welche durch die Gelenkflüssigkeit[173] (Synovialflüssigkeit) mit einem dünnen Spalt voneinander getrennt werden.

[173] Die Schmierfilmdicke wird mit 0,5 … 1,0µm angegeben. Der arithmetische Mittenrauheit des Gelenk-Knorpelgewebes Ra liegt zwischen 1,0 … 6,0µm. Der Gleitreibungsbeiwert μ_G wird zwischen 0,005 … 0,0025 angegeben. Derartig gute Werte sind nur mit Flüssigkeitsreibung zu erreichen (siehe Abbildung 1-27). Solche Werte sind nur mit einem tragenden Flüssigkeitsfilm erklärt werden [79, S. 49]. Die Quelle schlägt vor, dass Knorpelrauheitshügel elastisch ausweichen, was auch die geringe Verschleißrate miterklären würde. Es wird der Hinweis auf die Viskosität der Flüssigkeit gegeben.
Die vorliegenden niedrigen Gleitgeschwindigkeiten sind nicht mit denen in der Technik vergleichbar, bei denen sich hydrodynamische Schmierfilme aufbauen. In Kapitel 1.4.6 sind in der Bearbeitung der Nichtlinearitäten des Verhalten von Fluiden Eigenschaften aufgetaucht, die die Aufrechterhaltung des Schmierfilms erklären können. So weisen Lösungen mit hohem Proteinanteil rheopexe Fließeigenschaften auf. Damit würde die Viskosität mit steigender Beanspruchungsdauer in degressiver Weise steigen und zäher werden. Als Gegenspieler wirkt in jedem Fall die in der Gelenkflüssigkeit vorkommende Hyaluronsäure, welche thixotrope Eigenschaften aufweist. Dies führt zu einer mit der Beanspruchungsdauer sinkenden Viskosität (Aufwärmübungen). Eine derartige Mischung entspricht im Ansatz der Zusammensetzung eines Schmierfettes mit relativ niederviskosem Grundöl. Außerdem könnten proteinknäuelinduzierte Strukturänderungen einen dilatanten Einfluss haben, welcher die Viskosität bei hohen und schnellen Belastungen hochschnellen lässt.

Im zweiten Bild von links ist das Gelenk in einer kräftigen Gelenkkapsel umschlossen, welche von kräftigen schraubenförmig gewickelten Bändern überspannt ist. Die Gelenkkapsel schließt das Gelenk dicht ab. Auf der Innenseite der Kapsel befinden sich Zellen, die die Gelenkflüssigkeit herstellen und damit für eine aktive Schmierung sorgen. Die Nährstoff- und Energieversorgung der Zellen erfolgt über eingebettete Blutgefäße[174]. Außerdem befinden sich an dieser Stelle sensorische Nervenzellen, welche die Gelenkposition melden und Schmerzreize übertragen können. Die Bänder geben dem Gelenk Halt. Beim Beugen der Hüfte entspannen sie sich und geben dem Gelenk mehr Bewegungsspielraum. [175]

Im dritten und vierten Bild von links sind die Muskeln dargestellt. An der Bewegung des Hüftgelenks sind über 20 Muskeln beteiligt. Das Zusammenspiel der Muskelgruppen ist äußerst komplex und erfordert Kombinationen unterschiedlicher Muskeln je nach Bewegung [175]. Für die Tretbewegung in der dargestellten Ebene soll angenommen werden, dass die dargestellte Muskelgruppe im dritten Bild zur als Extensoren zur Streckung des Oberschenkels diene. Im Vierten Bild wird angenommen, dass die von unten rechts hochlaufende Muskelgruppe als Flexoren zur Beugung des Oberschenkels dient.

Die Fasern der Skelettmuskeln gehen in Ursprung und Ansatz in einen Sehnenfaden über. Die Sehnenenden sind fest mit dem Körper verwachsen [24, S. 198]. Es kann festgehalten werden, dass die Gelenkbewegung analog zu einer Steuerung mit Seilzügen stattfindet, welche in Form von Muskeln und ihren Sehnenenden stattfindet. Die Steuerung kann nur auf Zug umgesetzt werden. Hierzu benötigt eine Bewegung demnach immer zwei antagonistischen Muskelgruppen. Das Hüftgelenk kann durch ein Kugelgelenk modelliert werden. Da das Zusammenspiel der Muskeln zu komplex und die Kraftverläufe der Muskeln und deren Wirkhebelarme unbekannt ist, genügt eine versuchstechnische Beschreibung des zeitlichen Winkelverlaufs des Oberschenkels relativ zum Becken.



Abbildung 2-106:CAD-Modell des menschlichen Hüftgelenkes mit freundlicher Genehmigung von *CAT-Production GmbH*

[174] Das Knorpelgewebe auf den Knochenoberflächen wird durch die Gelenkflüssigkeit mit Nährstoffen und Energie versorgt. Die Versorgung scheint über osmotischen Druck hinaus durch den Kompressionsdruck in der Gelenkflüssigkeit zu erfolgen, wobei der Abtransport von Abfallprodukten aus dem Knorpelgewebe in die Gelenkflüssigkeit durch eine Sogwirkung bei Entlastung zustande kommen muss. Die Zellen des Knorpelgewebes können sich nur schlecht erneuern. Entstandene Schäden bleiben demnach größtenteils bestehen. [175]

[175] Am 21.08.2022 online abgerufen unter: https://www.gesundheitsinformation.de/wie-funktioniert-das-hueftgelenk.html#:~:text=Die%20H%C3%BCftgelenke%20verbinden%20das%20Becken,H%C3%BCftbein%20(Os%20coxae)%20zusammen.

In Abbildung 2-107 ist die sukzessive Einblendung der Komponenten des Kniegelenks (*Articulatio genu*) dargestellt. Die Lagerung erfolgt in erster Linie zwischen dem Oberschenkelknochen und dem Schienbein (*Tibia*). In dem ersten Bild von links ist der Überzug der Gelenkkontaktflächen mit dem Knorpelgewebe[174] in Form einer weißen Masse dargestellt. Außerdem sind auch die Kontaktflächen zwischen dem Kopf des Schienbeins mit dem Wadenbein (*Fibula*) und die Kniescheibe (*Patella*) mit dem Gewebe überzogen. Das Gelenk wirkt durch einen eingeschränkten rotatorischen Freiheitsgrad nach innen wie ein Drehscharniergelenk[176].

Im zweiten Bild von links sind zwischen den Gelenkflächen des Oberschenkelknochens und des Schienbeins die Kreuzbänder platziert. Zwischen den Gelenkflächen liegen die beiden *Menisken*. Sie wirken jeweils wie eine in Grenzen frei gelagerte doppelseitige Kegelpfanne für die aufeinanderstoßenden Gelenkflächen. Die *Menisken* sind zentral mit den Kreuzbändern und peripher mit der Gelenkkapsel verwachsen. In der Gelenkkapsel wird die Gelenkflüssigkeit[173] zurückgehalten, die als trennender Schmierfilm wirkt.

Im dritten Bild von links sind die umliegenden Muskelgruppen angedeutet. Von der Rückseite wirkt der zweiköpfige Oberschenkelmuskel (*Biceps femoris*) als Flexor und auf der Vorderseite der vierköpfige Oberschenkelmuskel (*Quadriceps femoris*) als Extensor[176].

Im letzten Bild ist die Beugung des Knies dargestellt. Dort ist zu sehen, dass die Kniescheibe als Umlenkrolle für ein Zugseil (*Extensor*) genutzt zu werden scheint. Der Freiheitsgrad reicht von 0 … 150°. Die Einwärtsdrehung (hier nicht dargestellt) reicht im gebeugten Zustand bis etwa 10°. Auswärts geht der Freiheitsgrad bis etwa 30°. Möchte man eine exakte Beschreibung der Kurbelbewegung erreichen wird in erster Linie nur ein MKS-Modell [79] zum gewünschten Erfolg führen, da das Knie während der Kurbelbewegung nicht nur eine translatorische Bewegung vollführt, sondern quer dazu eine rotatorische Bewegung vollführt. Da gewünscht ist mit dem Modell mathematische Simulationen zu vollführen und rechnungsgestützte Optimierungsprobleme zu lösen ist im Rahmen der zur Verfügung stehenden Zeit ein schnelles analytisches Modell gewünscht. Aus diesem Grund wird das Modell des Knies auf ein Scharniergelenk reduziert.



Abbildung 2-107:CAD-Modell des menschlichen Kniegelenkes mit freundlicher Genehmigung von *CAT-Production GmbH*

[176] Am 21.08.2022 online abgerufen unter: https://www.gesundheitsinformation.de/wie-funktioniert-das-knie.html#:~:text=Beim%20Beugen%20des%20Knies%20erschlaffen,Fu%C3%9Fballspielen%2C%20k%C3%B6nnen%20die%20B%C3%A4nder%20rei%C3%9Fen.

In Abbildung 2-108 ist die sukzessive Einblendung der Komponenten des Sprunggelenks (*Articulatio talocrualis*) dargestellt. In dem ersten Bild von links ist ein großer Satz an (26) beweglichen Komponenten zu erkennen. Klammert man die etlichen Gelenke der Zehen und des Mittelfußes aus, so bleibt die Verbindung zwischen Schienbein (*Tibia*), Wadenbein (*Fibula*) und dem Sprungbein (*Talus*) über[177].

In dem zweiten Bild von links sind die Kontaktflächen sämtlicher Knochen mit Knorpelgewebe[174] überzogen. Im Bild nicht dargestellt ist eine trennende Knorpelscheibe, welche als Pfanne für die Gelenkflächen des Schien- und Wadenbeins wirkt[177]. Es wird angenommen, dass die Knorpelscheibe gekapselt wird, um einen Schmierstoff zurückzuhalten[173].

Im dritten Bild von links sind die Sehnenverbindungen zwischen den Knochen der Fußwurzel und Schien- sowie Wadenbein dargestellt. Die 7 Wurzelknochen der Fußwurzel sind sehr starr miteinander verkoppelt. Das Schienbein-anteilige Sprunggelenk weist einen Kugelgelenk-Charakter auf. In Verbindung mit dem Wadenbein-anteiligen Sprunggelenk wird die Bewegung jedoch eingeschränkt. Die Rotationsfähigkeit des Gelenks nimmt in folgender Reihenfolge ab:

Rotation in Ansichtsrichtung;
Rotation in Unterschenkelachse;
Rotation in Fußlängsachse.

Außerdem sind in Bild 3 und 4 die Muskulatur mit den entsprechenden Sehnen angedeutet. Die Bewegungen des Fußes werden durch über 30 Muskeln gesteuert, welche bis in den Unterschenkel hineinreichen. Die Vorgänge erscheinen für einen Beschreibungsversuch zu kompliziert. Die Modellierung des Fußes kann durch ein Kugelgelenk erfolgen, wessen Wirkbögen eingegrenzt werden können. Der Fuß ist als Ganzes, das heißt starr, anzusehen, sodass die Beschreibung mit einem Kugelgelenk hinreichend ist.



Abbildung 2-108: CAD-Modell des menschlichen Sprunggelenkes mit freundlicher Genehmigung von *CAT-Production GmbH*. Zweites Bild aus erstem Bild mit Bildbearbeitungssoftware unter Zusatz des Knorpelgewebes erzeugt. Knorpelgewebe in Bild 3 und Bild 4 übertragen. Das Gewebe müsste sich schätzungsweise auch an sämtlichen weiteren Kontakt-, sowie Gelenkstellen des Fußes befinden

Die für eine dynamische Beschreibung der Fußelemente nötigen Parameter sind in Tabelle 85 aufgelistet. Es wird lediglich ein Bewegungsprofil der Gelenke benötigt, welches die Trittbewegung beschreibt.

---

[177] Am 21.08.2022 online abgerufen unter: https://www.gesundheitsinformation.de/wie-funktioniert-der-fuss.html#:~:text=Jeder%20Fu%C3%9F%20hat%20sowohl%20ein,das%20Fu%C3%9Fgew%C3%B6lbe%20das%20K%C3%B6rpergewicht%20abfedern.

Tabelle 44: Modellgrößen der unteren Extremität zur Beschreibung der Kurbelbewegung am Fahrrad. Ausgegraute Größen entspringen Veröffentlichungen von Individuen oder sind aus Normgrößen errechnet (Kennzeichnung mit *) und markieren damit die Datenqualität. Sonstige Größen sind repräsentative Normwerte. Werte sind soweit Informationen verfügbar auf die Gesamthöhe H und die Gesamtmasse m der jeweiligen Veröffentlichungen relativiert worden. Falls nicht explizit angegeben, Deutung der Werte als 50%-Perzentil von Männern.

				Männer Perzentile			Frauen Perzentile		
		Quelle	Alter	5%	50%	95%	5%	50%	95%
Masse [kg]	Körper m	[80]	18-65	63,5	78,0	100,0	52,0	66,0	87,0
			18-25	59,5	72,5	95,0	49,0	60,0	78,5
			26-40	63,5	78,5	101,0	50,5	63,5	86,5
			41-60	65,0	82,0	102,5	54,0	69,5	90,5
			61-65	64,0	81,0	97,5	54,5	70,5	89,0
	Oberkörper	[78, S. 7]	-	-	0,43·m	-	-	-	-
	Oberschenkel	[81]	-	-	7,36	-	-	-	-
		[13, S. 543]	-	-	0,129·m	-	-	-	-
		[78, S. 7]	-	-	0,114·m	-	-	-	-
	Unterschenkel	[81]	-	-	3,27	-	-	-	-
		[13, S. 543]	-	-	0,047·m	-	-	-	-
		[78, S. 7]	-	-	0,053·m	-	-	-	-
	Fuß	[81]	-	-	1,05	-	-	-	-
		[13, S. 543]	-	-	0,013·m	-	-	-	-
		[78, S. 7]	-	-	0,018·m	-	-	-	-
rel. Schwerpunkt ↓/↑ [%]	Oberkörper	[78, S. 7]	-	-	60/40	-	-	-	-
	Oberschenkel		-	-	43/57	-	-	-	-
	Unterschenkel		-	-	43/57	-	-	-	-
	Fuß		-	-	43/57	-	-	-	-
Dichte [kg/l]	Oberschenkel	[13, S. 543]	-	-	1,17	-	-	-	-
	Unterschenkel		-	-	1,2	-	-	-	-
	Fuß		-	-	1,67	-	-	-	-
Trägheits-moment [kg·m²]	Oberschenkel	[81]	-	-	0,06013	-	-	-	-
	Unterschenkel		-	-	0,04469	-	-	-	-
	Fuß		-	-	0,00556	-	-	-	-
Höhe [mm]	Körper H	[80]	18-65	1650	1750	1855	1535	1625	1720
			18-25	1685	1790	1910	1560	1660	1760
			26-40	1665	1765	1870	1545	1635	1725
			41-60	1630	1735	1835	1525	1615	1705
			61-65	1605	1710	1805	1510	1595	1685
		[82]	-	1550	1730	1905	-	-	-
	Fuß*	[80]	18-65	0,051·H	0,051·H	0,050·H	0,051·H	0,051·H	0,051·H
			18-25	0,051·H	0,051·H	0,051·H	0,050·H	0,050·H	0,051·H
			26-40	0,051·H	0,051·H	0,050·H	0,050·H	0,051·H	0,051·H
			41-60	0,051·H	0,051·H	0,050·H	0,050·H	0,051·H	0,051·H
			61-65	0,051·H	0,051·H	0,051·H	0,051·H	0,051·H	0,050·H
	Fuß	[82]	-	0,063·H	0,062·H	0,063·H	-	-	-
		[13, S. 10]	-	-	0,039·H	-	-	-	-
Länge [mm]	Oberschenkel*	[80]	0,273	0,256·H	0,269·H	0,289·H	0,258·H	0,274·H	0,280·H
			0,276	0,258·H	0,273·H	0,279·H	0,258·H	0,272·H	0,277·H
			0,273	0,254·H	0,270·H	0,287·H	0,257·H	0,272·H	0,279·H
			0,273	0,255·H	0,271·H	0,291·H	0,263·H	0,275·H	0,282·H
			0,274	0,259·H	0,272·H	0,293·H	0,262·H	0,275·H	0,288·H
	Oberschenkel	[82]	-	0,240·H	0,246·H	0,249·H	-	-	-
		[13, S. 10]	-	-	0,245·H	-	-	-	-
	Unterschenkel*	[80]	18-65	0,210·H	0,212·H	0,208·H	0,210·H	0,211·H	0,211·H
			18-25	0,210·H	0,209·H	0,211·H	0,209·H	0,209·H	0,211·H
			26-40	0,210·H	0,210·H	0,209·H	0,209·H	0,209·H	0,210·H
			41-60	0,210·H	0,211·H	0,209·H	0,209·H	0,209·H	0,210·H
			61-65	0,211·H	0,212·H	0,210·H	0,211·H	0,212·H	0,208·H
	Unterschenkel	[82]	-	0,237·H	0,234·H	0,236·H	-	-	-
		[13, S. 10]	-	-	0,246·H	-	-	-	-
	Fuß	[80]	18-65	0,148·H	0,151·H	0,154·H	0,147·H	0,151·H	0,151·H
			18-25	0,145·H	0,151·H	0,152·H	0,144·H	0,151·H	0,151·H
			26-40	0,147·H	0,150·H	0,152·H	0,146·H	0,150·H	0,154·H
			41-60	0,150·H	0,153·H	0,155·H	0,148·H	0,152·H	0,152·H
			61-65	0,153·H	0,155·H	0,158·H	0,149·H	0,154·H	0,154·H
		[82]	-	0,161·H	0,160·H	0,163·H	-	-	-
		[13, S. 10]	-	-	0,152·H	-	-	-	-
	Fußgelenk bis Ballen	[82]	-	0,080·H	0,080·H	0,080·H	-	-	-

2.8.2 Bewegungen der Gelenke und Schwerpunkte

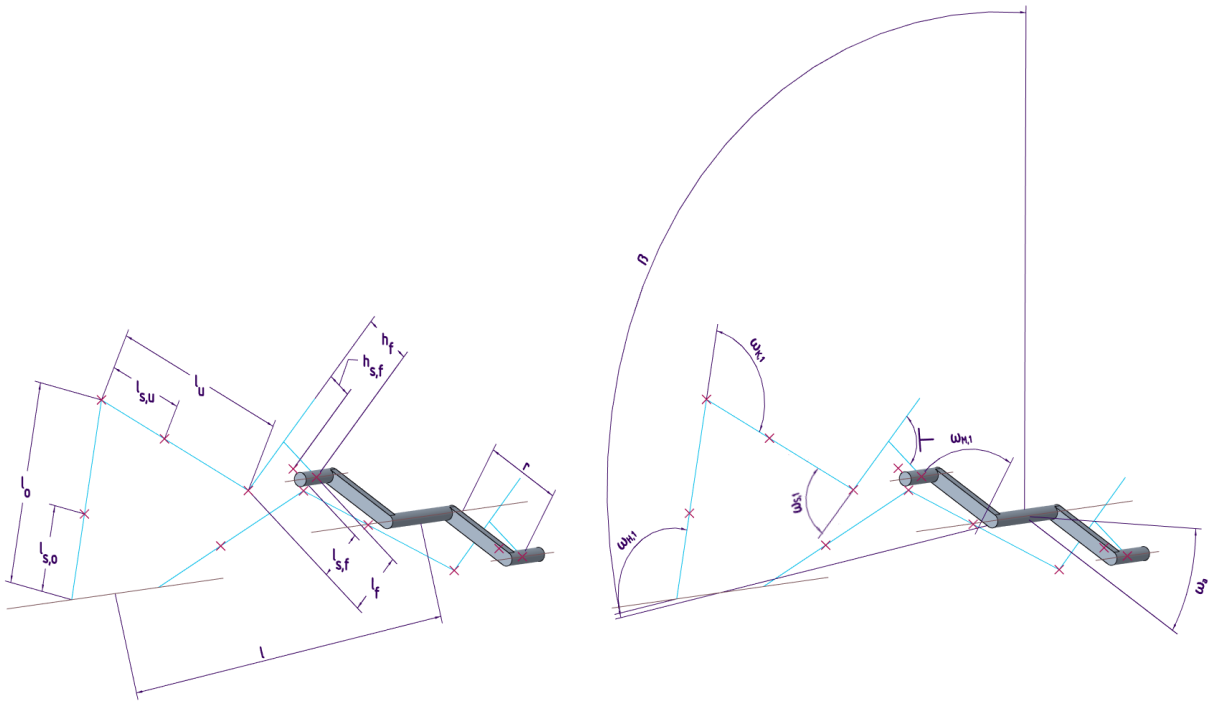


Abbildung 2-109: Systemkonstante Maße des MKS-Modells (links) zuzüglich Sitzwinkel β (rechts) und variable Winkel; Winkelgeschwindigkeiten und Winkelbeschleunigungen des MKS-Modells (rechts) – hier dargestellt über ω. Die Haltungsposition des Oberkörpers ist in diesem Modell offen gelassen, sodass die von ihm in einem niederwinkligen Sitzwinkel nutzbare Schwerkraft nicht berücksichtigt wird

Mit den Vereinfachungen aus Kapitel 2.8.1 und den 50%-Perzentilwerten der Männer aus Tabelle 44 wird in der CAD-Software *Creo Parametric* ein MKS-Modell mit 4 Gelenken in jeweils 2 Ebenen um die Tretkurbel erzeugt (siehe Abbildung 2-109). Die Rahmenbedingungen sind in Tabelle 45 aufgelistet.

Tabelle 45: Körperhöhen-relative Parametrierung des MKS-Modells aus Abbildung 2-109. Die ab dem Oberschenkel relativ referenzierten Gelenkwinkel werden begrenzt. Die Sitzposition wird reduziert auf die Entfernung l von der Tretlagerachse. Das Koordinatensystem Welt zur einfachen Implementierung der Schwerkraft oder Übergabekräften zur nächsten Systemgrenze wird mit dem Sitzwinkel β gedreht.

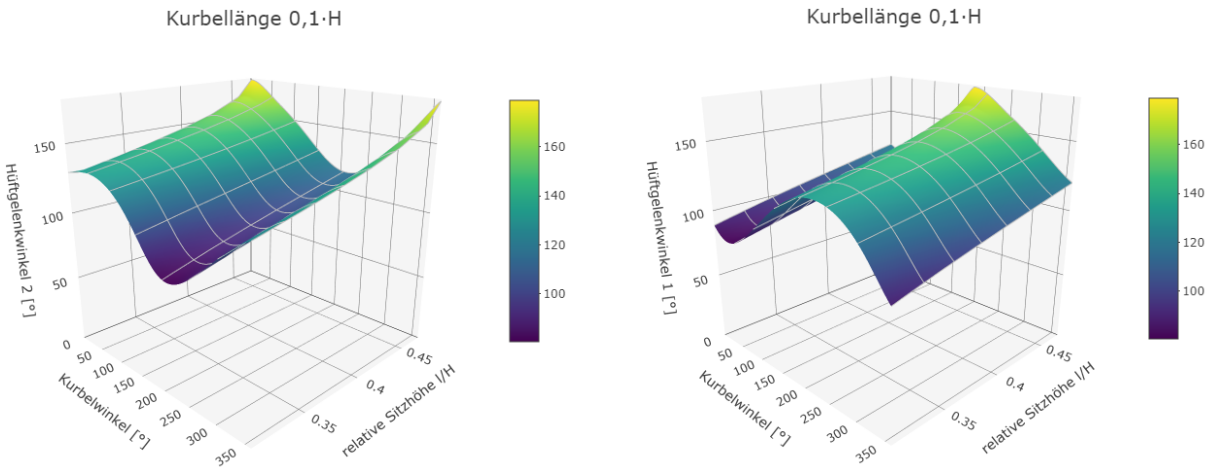
Sitzwinkel	β	$=$			$90\ °$
Kurbelwinkel	φ_a	$=$			$\{0 \dots \infty\}\ °$
Hüftwinkel	$\varphi_{H,i}$	$=$			$\{0 \dots 360\}\ °$
Kniegelenkwinkel	$\varphi_{K,i}$	$=$			$\{0 \dots 150\}\ °$
Fußgelenkwinkel (ergonomisch)	$\varphi_{S,i}$	$=$			$\{95 \dots 65\}\ °$
Körperhöhe	H	$=$		$=$	$1750\ mm$
Entfernung Hüftgelenk Kurbelachse	l	$=$	$\{0{,}31 \dots 0{,}47 \cdot H\}$	$=$	$\{537 \dots 824\}\ mm$
Kurbelradius	r	$=$	$0{,}1 \cdot H$	$=$	$1750\ mm$
Länge Oberschenkel	l_o	$=$	$0{,}246 \cdot H$	$=$	$431\ mm$
Länge Unterschenkel	l_u	$=$	$0{,}234 \cdot H$	$=$	$410\ mm$
Länge Gelenk bis Fußballen	l_f	$=$	$0{,}080 \cdot H$	$=$	$140\ mm$
Höhe Fuß	h_f	$=$	$0{,}062 \cdot H$	$=$	$109\ mm$
rel. Schwerpunkt Oberschenkel	$l_{s,o}$	$=$	$0{,}43 \cdot l_o$	$=$	$185\ mm$
rel. Schwerpunkt Unterschenkel	$l_{s,u}$	$=$	$0{,}43 \cdot l_u$	$=$	$176\ mm$
rel. Schwerpunkt Fuß	$l_{s,f}$	$\leq$	$0{,}43 \cdot 0{,}151 \cdot H$	$=$	$113\ mm$
	$h_{s,f}$	$\leq$	$0{,}5 \cdot h_f$	$=$	$54{,}5\ mm$

In dem Modell wird das Kniegelenk in einer zum Oberschenkel relativen Winkelbegrenzung von 0° bis 150° gehalten. Das Fußgelenk wird auf die zum Unterschenkel relativen ergonomischen Grenzen von 65° bis 95° begrenzt. Der Fuß berücksichtigt die Höhe durch Schuhwerk bis zum Fußgelenkpunkt durch die Angabe einer Höhe. Der Aufstandspunkt des Fußes wird fix auf den Fußballen gesetzt, für welche Strecke Daten existieren.

Sämtliche Maße sind relativ zur Höhe des Oberkörpers gewählt. Um die Parameter zu reduzieren wurde hierzu festgelegt, dass die Kurbellänge voll variabel ist und nicht gestuft wird. Eine Stufung ist möglich, würde den Datensatz jedoch um eine zusätzliche Dimension erhöhen. In vorliegender Form liegen *Look-Up-Arrays* mit einer Auflösung von einem Grad in Abhängigkeit des Kurbelwinkels und der relativen Sitzhöhe in einer Auflösung von einem Sechstel vor. Die Sitzhöhe wurde empirisch zwischen dem 0,31-fachen und dem 0,47-fachen der Körperhöhe ermittelt.

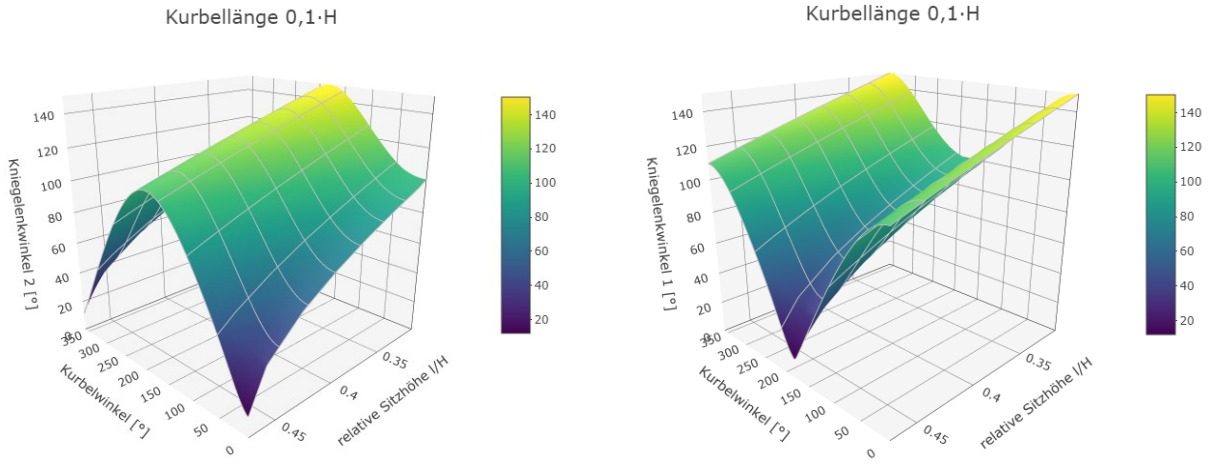
In Abbildung 2-110 ist der Hüftgelenkwinkel beider Beine aufgetragen (vergleiche $\omega_{H,i}$ in Abbildung 2-109). Bei der maximalen Sitzhöhe läuft die Streckung der Oberschenkel gegen 180° in Richtung der Kurbelachse. Die Bewegung verläuft im letzten Zwölftel der möglichen Sitzentfernung im unteren Totpunkt zunehmend ungleichförmiger.

Abbildung 2-110:Hüftgelenkwinkel über dem Kurbelwinkel. Fahrerseitig linkes Bein $\varphi_{H,2}$ (links) und rechtes Bein $\varphi_{H,1}$ (rechts)



In Abbildung 2-111 ist der Winkel der Kniegelenke aufgetragen (vergleiche $\omega_{K,i}$ in Abbildung 2-109). Der Winkel der Kniegelenke läuft mit zunehmend niedriger Sitzhöhe gegen die maximale Beugung von 150°, während große Sitzentfernungen fast zur totalen Streckung des Gelenkes führen.

Abbildung 2-111:Kniegelenkwinkel über dem Kurbelwinkel. Fahrerseitig linkes Bein $\varphi_{K,2}$ (links) und rechtes Bein $\varphi_{K,1}$ (rechts)

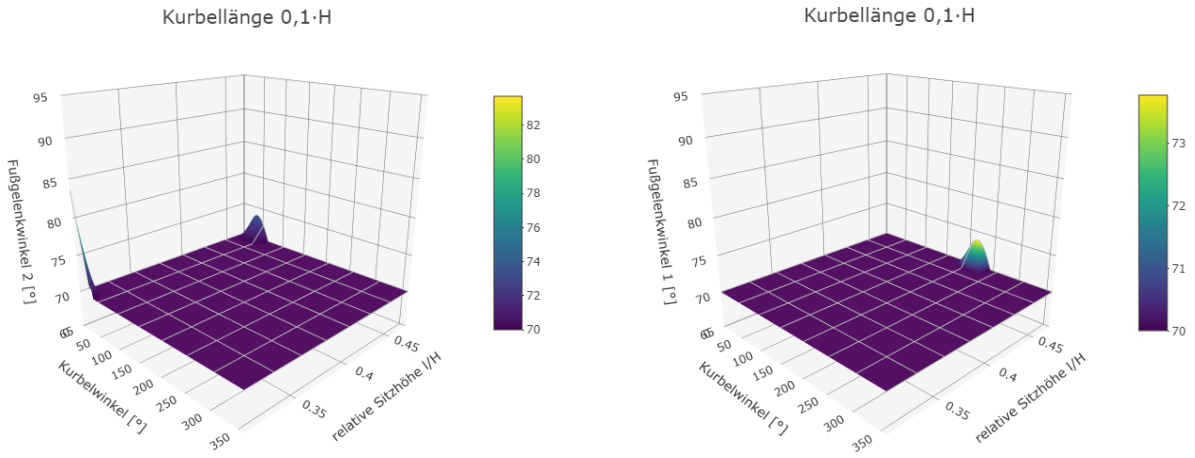


Für die Lösung des MKS-Modells gibt es unter Einbeziehung des Sprunggelenkwinkels unendlich viele Lösungen. Das MKS-Modell hat die einfachste Lösung gefunden. Über Daten aus Messungen kann das Modell des *Look-Up-Arrays* angepasst werden. Hierfür muss über einen Antrieb oder ein Bahnführungsgelenk auf der jeweiligen Tretkurbelebene im MKS-Modell die Bewegung der Fußgelenke vorgegeben werden (sogenannter „runder Tritt“).

In Abbildung 2-112 links ist eine Initialüberhöhung des Fußgelenkwinkels zu erkennen. Diese tritt nur zu Simulationsbeginn auf. Wird der Simulationsbereich von 0 bis 360° Kurbelwinkel auf 0 bis 720° Kurbelwinkel erhöht, verschwindet die Initialüberhöhung in der zweiten Periode. Die MKS-Simulation wird auf zwei Kurbelumdrehungen erhöht. Nur die zweite Periode wird als Datensatzgrundlage gewählt.

Darüber hinaus ist eine leichte Überhöhung bei hohen grenzwertigen Sitzhöhen zu erkennen. In diesem Bereich scheint es für die Kurbelbewegung nicht mehr unendlich viele Lösungen zu geben, sodass der Sprunggelenkwinkel mit in die Bewegung einbezogen wird.

Abbildung 2-112:Sprunggelenkwinkel über dem Kurbelwinkel. Fahrerseitig linkes Bein $\varphi_{G,2}$ (links) und rechtes Bein $\varphi_{G,1}$ (rechts)



Das MKS-Modell bietet die Möglichkeit weitere *Look-Up-Arrays* für die Ableitungen der Winkel zu exportieren. Aus den Winkeln der Gelenke aus Abbildung 2-110 bis Abbildung 2-112 lassen sich allerdings direkt numerisch Geschwindigkeiten und Beschleunigungen ableiten. Das MKS-Modell scheint die Berechnung ebenfalls auf numerische Weise bereitzustellen[178].

Unter Einführung des Phasenwinkels der Tretkurbeln δ_i lassen sich die Punkte aus dem MKS-Modell in Abbildung 2-109 beschreiben. Die Beschreibung der Punkte erfolgt im Koordinatensystem Welt. Im Koordinatensystem Welt wirkt nicht nur die Gravitationskraft aus einer fixen Richtung[179], auch die Anbindung des Tretlagers wird in diesem Koordinatensystem fest beschrieben.

$$\delta_1 = 0° \qquad \delta_2 = 180°$$

Die Punkte der Pedalen $p_{P,i}$ und der Hüftgelenke $p_{H,i}$ im Koordinatensystem Welt, wobei das Tretlager den Ursprungs des Koordinatensystems darstellt, berechnet sich nach:

$$\bar{p}_{P,i} = r \cdot \begin{pmatrix} -\cos_{Deg}(\varphi_a + \delta_i + 90° - \beta) \\ \sin_{Deg}(\varphi_a + \delta_i + 90° - \beta) \end{pmatrix} \qquad \bar{p}_{H,i} = l \cdot \begin{pmatrix} -\sin_{Deg}(\beta) \\ \cos_{Deg}(\beta) \end{pmatrix} \qquad \bar{a}_{H,i} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

[178] Aufgrund von Problemen der Spline-Interpolation von unstetigen MKS-Ableitungen, wird sich entschieden Spline-interpolierte Winkelverläufe selbst numerisch abzuleiten.

[179] Aus Zeitgründen wurde das Modell auf die 2,5D-Ebene reduziert. Die Wirkung der Gravitationskraft im Falle der schiefen Ebene kann durch einfache Anwinkelung im Koordinatensystem abgeändert werden. Eine dreidimensionale Betrachtung ist mit diesem Modell jedoch nicht sinnvoll.

Die Winkel des Hüftgelenks sind referenziert im Koordinatensystem Welt auf der Verbindungsebene zwischen Gelenkachse und Tretlagerachse, bzw. auf der Länge l. 180° bedeutet einen ausgestreckten Oberschenkel. Damit lassen sich die Punkte der Kniegelenke $p_{K,i}$ berechnen. Der Schwerpunkt des Oberschenkels $s_{O,i}$ liegt auf demselben Vektor.

$$\bar{p}_{sO,i} = \bar{p}_{H,i} + l_{s,o} \cdot \begin{pmatrix} \sin_{Deg}(\varphi_{H,i} - \beta) \\ \cos_{Deg}(\varphi_{H,i} - \beta) \end{pmatrix} \qquad \bar{p}_{K,i} = \bar{p}_{H,i} + l_o \cdot \begin{pmatrix} \sin_{Deg}(\varphi_{H,i} - \beta) \\ \cos_{Deg}(\varphi_{H,i} - \beta) \end{pmatrix}$$

$$\bar{a}_{K,i} \stackrel{?}{=} \bar{a}_{H,i} - l_o \cdot \begin{pmatrix} \sin_{Deg}(\varphi_{H,i} - \beta) \\ \cos_{Deg}(\varphi_{H,i} - \beta) \end{pmatrix} \cdot (\omega_{H,i})^2 \cdot \left[\frac{1m}{1000mm}\right]^{180}$$

$$\bar{a}_{sO,i} \stackrel{?}{=} \bar{a}_{H,i} - l_{s,o} \cdot \begin{pmatrix} \sin_{Deg}(\varphi_{H,i} - \beta) \\ \cos_{Deg}(\varphi_{H,i} - \beta) \end{pmatrix} \cdot (\omega_{H,i})^2 \cdot \left[\frac{1m}{1000mm}\right]^{180}$$

Die Winkel des Kniegelenks sind relativ ausgerichtet an den Oberschenkeln. 0° bedeutet voll gestreckt. Damit lassen sich die Punkte des Sprunggelenks $p_{S,i}$ berechnen. Die Schwerpunkte des Unterschenkels $s_{U,i}$ liegen auf demselben Vektor.

$$\bar{p}_{sU,i} = \bar{p}_{K,i} + l_{s,u} \cdot \begin{pmatrix} \sin_{Deg}(\varphi_{H,i} + \varphi_{K,i} - \beta) \\ \cos_{Deg}(\varphi_{H,i} + \varphi_{K,i} - \beta) \end{pmatrix} \qquad \bar{p}_{S,i} = \bar{p}_{K,i} + l_u \cdot \begin{pmatrix} \sin_{Deg}(\varphi_{H,i} + \varphi_{K,i} - \beta) \\ \cos_{Deg}(\varphi_{H,i} + \varphi_{K,i} - \beta) \end{pmatrix}$$

$$\bar{a}_{sU,i} \stackrel{?}{=} \bar{a}_{K,i} - l_{s,u} \cdot \begin{pmatrix} \sin_{Deg}(\varphi_{H,i} + \varphi_{K,i} - \beta) \\ \cos_{Deg}(\varphi_{H,i} + \varphi_{K,i} - \beta) \end{pmatrix} (\omega_{H,i} + \omega_{K,i})^2 \cdot \left[\frac{1m}{1000mm}\right]^{180}$$

$$\bar{a}_{S,i} \stackrel{?}{=} \bar{a}_{K,i} - l_u \cdot \begin{pmatrix} \sin_{Deg}(\varphi_{H,i} + \varphi_{K,i} - \beta) \\ \cos_{Deg}(\varphi_{H,i} + \varphi_{K,i} - \beta) \end{pmatrix} \cdot (\omega_{H,i} + \omega_{K,i})^2 \cdot \left[\frac{1m}{1000mm}\right]^{180}$$

Die Winkel des Sprunggelenks sind relativ ausgerichtet an den Unterschenkeln. 0° bedeutet voll gestreckt, wie bei einer Balarina. Der Kontaktpunkt der Füße $p_{P,i}$ ist durch die Fuß- und Schuhhöhe um 90° nach unten versetzt. Die Schwerpunkte $s_{f,i}$ werden auf halber Höhe angetragen.

$$\bar{p}_{P,i} = \bar{p}_{S,i} + l_f \cdot \begin{pmatrix} \sin_{Deg}(\varphi_{H,i} + \varphi_{K,i} - \varphi_{S,i} - \beta) \\ \cos_{Deg}(\varphi_{H,i} + \varphi_{K,i} - \varphi_{S,i} - \beta) \end{pmatrix} + h_f \cdot \begin{pmatrix} \sin_{Deg}(\varphi_{H,i} + \varphi_{K,i} - \varphi_{S,i} + 90° - \beta) \\ \cos_{Deg}(\varphi_{H,i} + \varphi_{K,i} - \varphi_{S,i} + 90° - \beta) \end{pmatrix}$$

$$\bar{p}_{sF,i} = \bar{p}_{S,i} + l_{s,f} \begin{pmatrix} \sin_{Deg}(\varphi_{H,i} + \varphi_{K,i} - \varphi_{S,i} - \beta) \\ \cos_{Deg}(\varphi_{H,i} + \varphi_{K,i} - \varphi_{S,i} - \beta) \end{pmatrix} + h_{s,f} \begin{pmatrix} \sin_{Deg}(\varphi_{H,i} + \varphi_{K,i} - \varphi_{S,i} + 90° - \beta) \\ \cos_{Deg}(\varphi_{H,i} + \varphi_{K,i} - \varphi_{S,i} + 90° - \beta) \end{pmatrix}$$

$$\bar{a}_{sf,i} \stackrel{?}{=} \bar{a}_{S,i} - \left(l_{s,f} \cdot \begin{pmatrix} \sin_{Deg}(\varphi_{H,i} + \varphi_{K,i} - \varphi_{S,i} - \beta) \\ \cos_{Deg}(\varphi_{H,i} + \varphi_{K,i} - \varphi_{S,i} - \beta) \end{pmatrix} + \frac{h_f}{2} \cdot \begin{pmatrix} \sin_{Deg}(\varphi_{H,i} + \varphi_{K,i} - \varphi_{S,i} - \beta) \\ \cos_{Deg}(\varphi_{H,i} + \varphi_{K,i} - \varphi_{S,i} - \beta) \end{pmatrix} \right)$$
$$\cdot (\omega_{H,i} + \omega_{K,i} - \omega_{S,i})^2 \cdot \left[\frac{1m}{1000mm}\right]^{180}$$

Abschließend wird der Winkel der Pedalkrafteinleitung $\varphi_{M,i}$ (siehe Abbildung 2-109) berechnet. Ein Winkel von 0°, bzw. 180° bedeutet einen tangentialen Kontakt der Fußhöhe. Ein Winkel von 90°, bzw. 270° bedeutet einen radialen Kontakt. Der Winkel ist entscheidend zur Berechnung des Ausgangsmoments – und die radiale Belastung der einzelnen Lager im Tretlager.

$$\varphi_{M,i} = \left(-\varphi_{H,i} - \varphi_{K,i} + (180° - \varphi_{S,i}) - 90° - (90° - \beta)\right) + (270° + \varphi_a + \delta_i)$$

$$\varphi_{M,i} = (\beta - \varphi_{H,i} - \varphi_{K,i} - \varphi_{S,i}) + (270° + \varphi_a + \delta_i)$$

[180] Da der analytische Ansatz nicht verifiziert werden konnte, wird die Beschleunigung numerisch errechnet.

2.8.3 Generalisierung des Modells

Nach etlichen Versuchen der Systembeschreibung des Modells im Koordinatensystem Welt und den Gliederkoordinatensystemen auf Grundlage der Winkelausrichtungen in Abbildung 2-109 wird festgestellt, dass eine fehlerfreie Berechnung nicht garantiert werden kann. Der erste Schritt zur Generalisierung des Modells besteht daher darin sämtliche Gelenkwinkel, -geschwindigkeiten und -beschleunigungen mathematisch positiv zu beschreiben. Außerdem sind die Nullpunkte der Winkel so zu wählen, dass die Gliedmaßen im Nullwinkel eine hängende Marionette bilden. Auf dieser Grundlage kann im späteren Verlauf ohne Prüfungen auf einfachste Weise mit Drehtransformationsmatrizen gearbeitet werden, um das Modell um den Sitzwinkel zu drehen, oder Kräfte in die Koordinatensysteme der Gelenke zu überführen[181].

Tabelle 46: Mindestmaß an Winkeldefinitionskorrekturen für eine verlässliche Berechnung des Kurbeltriebs

MKS-Modell	↻	↻	↻	↺	↻	↻	↺
	φ_a	φ_G	β_R	β	φ_H	φ_K	φ_S
	⇓						
Generalisiertes Modell	↻	↻	↻	↺	↺	↺	↺
	φ_a	φ_G	β_R	β	$\Phi_H = 180° - \varphi_H - \beta_R$	$\Phi_K = -\varphi_K$	$\Phi_S = \varphi_S$
	ω_a				$\Omega_H = -\omega_H$	$\Omega_K = -\omega_K$	$\Omega_S = \omega_S$
					$\lambda_H = -\alpha_H$	$\lambda_K = -\alpha_K$	$\lambda_S = \alpha_S$

Nachdem die Winkelausrichtungen angepasst sind wird eine Spline-Interpolierung durchgeführt, um Sitzhöhen in feiner Stufung einzustellen. Die Bewegungsexportdaten des MKS-Modells sind auf den Ausgangswinkel φ_a bezogen. Das ermöglicht sowohl eine manuelle Einrichtung einer Ungleichförmigkeit der Abtriebsdrehzahl ω_a, als auch die Skalierung der Gelenkgeschwindigkeiten durch diese. Die aus dem MKS-Modell in das *Look-Up-Array* exportierten Gelenkgeschwindigkeiten, bzw. die numerisch errechneten Ableitungen, sind bezogen auf eine gleichförmige Abtriebsdrehzahl ω_a von einem Grad pro Sekunde. Es ist üblich Winkelgeschwindigkeiten und Winkelbeschleunigungen im Radiantsystem zu beschreiben. Die Gelenkwinkel werden dem besseren Verständnis im Gradsystem beibehalten.

Tabelle 47: Skalierungen an den Winkeln zur Berechnung des Kurbeltriebs

MKS-Modell	°	°	°	°	°	°	°
	φ_a	φ_G	β_R	β	φ_H	φ_K	φ_S
	$°/s$				$°/s$	$°/s$	$°/s$
	ω_a				ω_H	ω_K	ω_S
					$°/s^2$	$°/s^2$	$°/s^2$
					α_H	α_K	α_S
	⇓						
Generalisiertes Modell	°	°	°	°	°	°	°
	φ_a	φ_G	β_R	β	$\Phi_H = 180° - \varphi_H - \beta_R$	$\Phi_K = -\varphi_K$	$\Phi_S = \varphi_S$
	$2\pi/s$				$2\pi/s$	$2\pi/s$	$2\pi/s$
	Ω_a				$\Omega_H = -\omega_H \cdot \omega_a$	$\Omega_K = -\omega_K \cdot \omega_a$	$\Omega_S = \omega_S \cdot \omega_a$
					$2\pi/s^2$	$2\pi/s^2$	$2\pi/s^2$
					$\lambda_H = -\alpha_H \cdot {\omega_a}^2$	$\lambda_K = -\alpha_K \cdot {\omega_a}^2$	$\lambda_S = \alpha_S \cdot {\omega_a}^2$

[181] Das kann genutzt werden, um richtungsabhängige Reibung zu implementieren und örtliche Gelenkbelastungen, sowie Biegemomentverläufe der Gliedmaßen zu erstellen.

Hinweis zu Tabelle 47: die Skalierung der Winkelgeschwindigkeiten und -beschleunigungen erfolgt im Gradsystem. Erst danach erfolgt die Überführung in das Radiantsystem:

$$\Omega_{\dots} = \left(\omega_{\dots} \cdot \frac{\omega_a}{1°/_s}\right) \cdot \left[\frac{2 \cdot \pi}{360°}\right] \qquad \lambda_{\dots} = \left(\alpha_{\dots} \cdot \frac{{\omega_a}^2}{1°/_{s^2}}\right) \cdot \left[\frac{2 \cdot \pi}{360°}\right]$$

Anschließend erfolgt die Berechnung der Punktkoordinaten und Punktbeschleunigungen im Koordinatensystem Welt. An dieser Stelle kann ein Vergleich der Ergebnisse mit den umgewandelten Winkeln zu den Ergebnissen des MKS-Modells erfolgen, um eine Fehlerkorrektur durchzuführen. Bei der Berechnung der Koordinaten und Beschleunigungen ist unbedingt zu beachten, dass im Export der MKS-Simulation mit einem Sitzwinkel β_{MKS} von 90° gearbeitet wurde. Da die Stellung der Pedale als Anfangsbedingung fest im Koordinatensystem verankert wurde muss auch dieser Umstand beachtet werden. Um Ungenauigkeiten der Spline-Interpolation zu offenbaren ist es erforderlich den Pedalpunkt durch die kinematische Gelenkkette zu berechnen, als auch über die Tretkurbel zu berechnen. Die Koordinaten und Beschleunigungen werden wie folgt neu berechnet, wobei dem MKS-Modell kein Rückenwinkel β_R zugrunde liegt, wodurch dieser wieder vom Hüftgelenkwinkel subtrahiert wird:

OBERSCHENKEL

$$\bar{p}_{H,i} = l \cdot \begin{pmatrix} -\sin_{Deg}(\beta_{MKS}) \\ \cos_{Deg}(\beta_{MKS}) \end{pmatrix}$$

$$\bar{a}_{H,i} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\bar{p}_{sO,i} = \bar{p}_{H,i} + l_{s,o} \cdot \begin{pmatrix} \sin_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right)\right) \\ -\cos_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right)\right) \end{pmatrix}$$

$$\bar{p}_{K,i} = \bar{p}_{H,i} + l_o \cdot \begin{pmatrix} \sin_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right)\right) \\ -\cos_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right)\right) \end{pmatrix}$$

$$\bar{a}_{K,i} \stackrel{?}{=} \bar{a}_{H,i} + l_o \cdot \begin{pmatrix} -\sin_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right)\right) \\ \cos_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right)\right) \end{pmatrix} \cdot \left(\Omega_{H,i}\right)^2 \cdot \left[\frac{1m}{1000mm}\right]^{180}$$

$$\bar{a}_{sO,i} \stackrel{?}{=} \bar{a}_{H,i} + l_{s,o} \cdot \begin{pmatrix} -\sin_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right)\right) \\ \cos_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right)\right) \end{pmatrix} \cdot \left(\Omega_{H,i}\right)^2 \cdot \left[\frac{1m}{1000mm}\right]^{180}$$

UNTERSCHENKEL

$$\bar{p}_{sU,i} = \bar{p}_{K,i} + l_{s,u} \cdot \begin{pmatrix} \sin_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right) + \Phi_{K,i}\right) \\ -\cos_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right) + \Phi_{K,i}\right) \end{pmatrix}$$

$$\bar{p}_{S,i} = \bar{p}_{K,i} + l_u \cdot \begin{pmatrix} \sin_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right) + \Phi_{K,i}\right) \\ -\cos_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right) + \Phi_{K,i}\right) \end{pmatrix}$$

$$\bar{a}_{sU,i} \stackrel{?}{=} \bar{a}_{K,i} + l_{s,u} \cdot \begin{pmatrix} -\sin_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right) + \Phi_{K,i}\right) \\ \cos_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right) + \Phi_{K,i}\right) \end{pmatrix} \left(\Omega_{H,i} + \Omega_{K,i}\right)^2 \cdot \left[\frac{1m}{1000mm}\right]^{180}$$

$$\bar{a}_{S,i} \stackrel{?}{=} \bar{a}_{K,i} + l_u \cdot \begin{pmatrix} -\sin_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right) + \Phi_{K,i}\right) \\ \cos_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right) + \Phi_{K,i}\right) \end{pmatrix} \cdot \left(\Omega_{H,i} + \Omega_{K,i}\right)^2 \cdot \left[\frac{1m}{1000mm}\right]^{180}$$

FUß

$$\bar{p}_{P,i} = \bar{p}_{S,i} + l_f \cdot \begin{pmatrix} \sin_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right) + \Phi_{K,i} + \Phi_{F,i}\right) \\ -\cos_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right) + \Phi_{K,i} + \Phi_{F,i}\right) \end{pmatrix} + h_f \cdot \begin{pmatrix} \sin_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right) + \Phi_{K,i} + \Phi_{F,i} - 90°\right) \\ -\cos_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right) + \Phi_{K,i} + \Phi_{F,i} - 90°\right) \end{pmatrix}$$

$$\bar{p}_{sF,i} = \bar{p}_{S,i} + l_{s,f} \cdot \begin{pmatrix} \sin_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right) + \Phi_{K,i} + \Phi_{F,i}\right) \\ -\cos_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right) + \Phi_{K,i} + \Phi_{F,i}\right) \end{pmatrix} + h_{s,f} \cdot \begin{pmatrix} \sin_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right) + \Phi_{K,i} + \Phi_{F,i} - 90°\right) \\ -\cos_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right) + \Phi_{K,i} + \Phi_{F,i} - 90°\right) \end{pmatrix}$$

$$\bar{a}_{sf,i} \stackrel{?}{=} \bar{a}_{S,i} + \left[\frac{1m}{1000mm}\right]\left(l_{s,f} \cdot \begin{pmatrix} -\sin_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right) + \Phi_{K,i} + \Phi_{F,i}\right) \\ \cos_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right) + \Phi_{K,i} + \Phi_{F,i}\right) \end{pmatrix} + \frac{h_f}{2} \cdot \begin{pmatrix} -\sin_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right) + \Phi_{K,i} + \Phi_{F,i} - 90°\right) \\ \cos_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \left(\Phi_{H,i} - \beta_R\right) + \Phi_{K,i} + \Phi_{F,i} - 90°\right) \end{pmatrix} \right) \cdot \left(\Omega_{H,i} + \Omega_{K,i} + \Omega_{S,i}\right)^{2}{}_{180}$$

PEDALE

$$\bar{p}_{P,i(Test)} = r \cdot \begin{pmatrix} -\cos_{Deg}(\varphi_a + \delta_i) \\ \sin_{Deg}(\varphi_a + \delta_i) \end{pmatrix} \qquad \begin{matrix} mit\ \delta_1 = 0° \\ mit\ \delta_2 = 180° \end{matrix}$$

TRANSFORMIERUNG DER PUNKTE UND BESCHLEUNIGUNGEN UM DEN SITZWINKEL

Nun können die Punktkoordinaten und -beschleunigungen auf den eingestellten Sitzwinkel β transformiert werden. Dies kann mit der Multiplikation jedes Vektors mit der Drehtransformationsmatrix um β geschehen. Hierbei wird berücksichtigt, dass im MKS-Modell mit einem Sitzwinkel β_{MKS} von 90° gearbeitet wurde. Dies wird an einem generischen Beispiel durchgeführt. Der Tretlagerausgangswinkel φ_a wird um den negativen Sitzwinkel β verschoben $\varphi_{a,\beta} = \varphi_a - \beta$. Eine Kontrolle der Richtigkeit der Ergebnisse wird an dem Hüftpunkt vorgenommen. Dieser ist in der MKS-Simulation auf der y-Koordinate null und auf der x-Koordinate negativ. Eine Rotation mit dem Sitzwinkel $\beta = 0°$ führt zu einer positiven y-Koordinate und einer x-Koordinate null.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{\beta,i} = \bar{\bar{D}}_\beta \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (x \cdot \cos(\beta - \beta_{MKS})) - (y \cdot \sin(\beta - \beta_{MKS})) \\ (x \cdot \sin(\beta - \beta_{MKS})) + (y \cdot \cos(\beta - \beta_{MKS})) \end{pmatrix}_{\beta,i}$$

$$mit\ \bar{\bar{D}}_\beta = \begin{pmatrix} \cos(\beta - \beta_{MKS}) & -\sin(\beta - \beta_{MKS}) \\ \sin(\beta - \beta_{MKS}) & \cos(\beta - \beta_{MKS}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\beta - 90°) & -\sin(\beta - 90°) \\ \sin(\beta - 90°) & \cos(\beta - 90°) \end{pmatrix}$$

Mathematisch unsauber, aber im Sinne der Informatik, wird für die Transformation der Punkte kein neuer Index erzeugt. Die Punkte und Beschleunigungen werden durch die Drehmatrizenoperation überschrieben. Sie wurden mit diesem Vorgang vom MKS-Modell in das Modell der realen Parameter transformiert, womit eine Generalisierung der Punkt- und Beschleunigungsvektoren erfolgt ist. Die MKS-Simulation spielt keine weitere Rolle mehr.

VERWORFENE GENERALISIERTE FREIKÖRPERBILDER

In Abbildung 2-113 ist ein Entwurf der Freikörperbilder des Kurbeltriebs angelehnt an das Globalkoordinatenkonzept aus [81] aufgezeigt. Das Statikmodell arbeitet mit globalen xy-Koordinaten, die zwischen den Teilsystemen der Gliedmaßen über die Gelenke übergeben werden. Das Modell wird in [81] genutzt, um aus gegebenen Pedalkräften die gesuchten Antriebsmomente der Gelenke zu ermitteln (Konzept der inversen Dynamik) und kann genutzt werden, um die eigens erstellten Gleichungen auf Übereinstimmung abzugleichen. Im Gegensatz zum Modell in [81] werden die Winkel der Gelenke nicht am globalen Koordinatensystem ausgerichtet, sondern relativ zwischen der Gelenkkette aufgespannt. Im Freikörperbild der Kurbel (unten rechts) wird signalisiert, dass der Tretlagerwinkel φ_a mit dem Winkel δ_i um 180° phasenverschoben werden kann. Die Berechnung über die Schritte soll jedoch mit einem Startwinkel geschehen, sodass unabhängig vom Sitzwinkel β der obere und untere Totpunkt der Pedalen stets an gleicher Stelle der Auswertungsdiagramme steht.

Bekannte Kräfte sind blau eingefärbt, unbekannte Kräfte weiß. In den Schwerpunkten der Gliedmaßen sind mathematisch positive Zusatzkräfte angedeutet. Diese können mit den bekannten Beschleunigungskomponenten der Gelenkpunkte bzw. den Beschleunigungskomponenten der über den Winkel φ_G global wirkenden Gravitation ermittelt werden. Die Reibung an den Gelenken entsteht erst jeweils am Gelenkausgang und ist mit einem dynamischen Reibbeiwert und – Wirkdurchmesser beschreibbar.

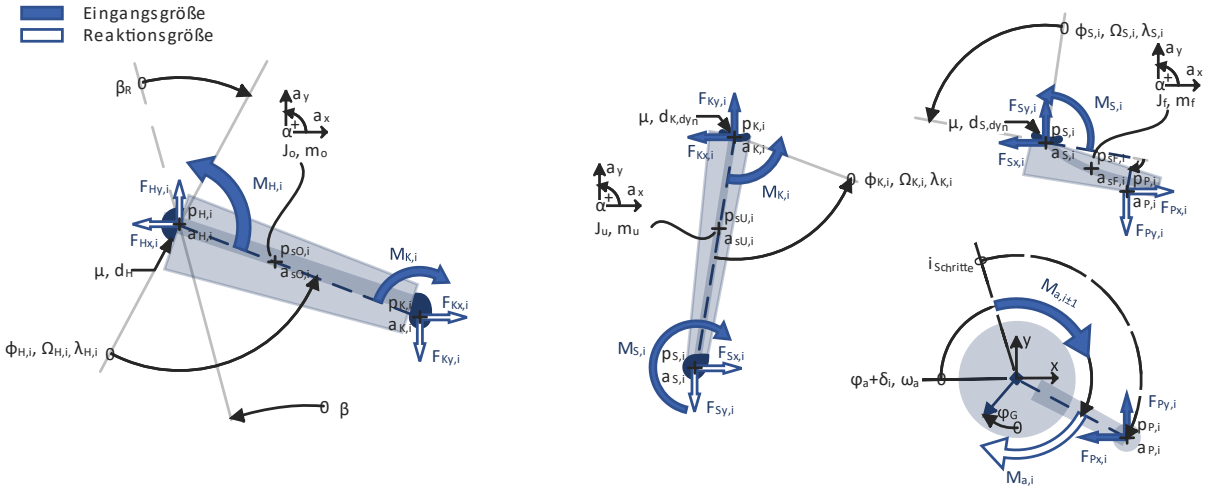


Abbildung 2-113:Entwurf: Generalisierte Freikörperbilder des Pedalkurbeltriebs im Koordinatensystem Welt (xy-Koordinaten)

Es stellt sich heraus, dass das Gleichungssystem aus den Gleichgewichtsbedingungen der Teilsysteme zu unendlich Lösungen führt, obwohl für 8 Unbekannte 9 Gleichungen zur Verfügung stehen. Eine geschickte Wahl der Momente durch die Überführung der Kräfte in die Koordinatensysteme der Gliedmaßen, ermöglicht Vertikalkräfte direkt auszurechnen. Jedoch können die Horizontalkomponenten nicht ohne eine zusätzliche Gleichung ermittelt werden. Das führt zu der Erkenntnis, dass die horizontale Eingangsgröße im System des Oberschenkels eine Randbedingungen sein muss.

Während im Eingangssystem des Oberschenkels eine Berechnung der Vertikalkräfte widerspruchsfrei verläuft, führt die Berechnung in Folgesystemen zu widersprüchlichen Ergebnissen. Die Vertikalkraft am Systemausgang muss unbedingt durch die Hebelwirkung des jeweiligen Antriebsmomentes wachsen.

In späteren Iterationsschleifen stellt sich sogar heraus, dass das Konzept der inversen Dynamik vollkommen falsch ist. Es berücksichtigt nicht, dass die Gliedmaßen im Gelenkeingang Stabkräfte darstellen. Eine simple Übergabe von Kraftkomponenten zwischen den Gelenken ist nicht möglich.

VERIFIZIERTE GENERALISIERTE FREIKÖRPERBILDER

In Abbildung 2-114 sind die Teilsysteme des Kurbelgetriebes unter Berücksichtigung der Stabkraftwirkung dargestellt. Das System kann mit den blau eingefärbten Größen vorwärts vom Oberschenkel bis zu den Pedalkräften und rückwärts von den Pedalkräften zum Oberschenkel gerechnet werden. Dabei stimmen die Ergebnisse nur überein, wenn in der Rückwärtsrechnung mit der Phantomkraft aus der Vorwärtsrechnung gerechnet wird. Die Rückwärtsrechnung ermöglicht neben der Fehlerkorrektur der Programmierung die Errechnung notwendiger Kompensationsmomente an den Gelenken, um einen Pedalkontakt aufrechtzuerhalten. Der Kontakt wird nur aufrechterhalten, wenn die Pedalkraftkomponente auf dem Vektor zwischen Hüftgelenk und Pedal in Richtung des Pedals zeigt.

Da für die Berechnung der Kompensationsmomente die Phantomkraft aus der Vorwärtsrechnung benötigt wird, konnte bisher leider keine Lösung gefunden werden ausschließlich Horizontalkraft oder Vertikalkraftkomponenten zu Null zu setzen, um positive Antriebsmomente oder die optionale Haftbedingung zu erzwingen [182]. Die Rückwärtsrechnung macht es erforderlich die horizontalen Zusatzkräfte einfließen zu lassen. Vertikale Zusatzkräfte sind bereits in den vertikalen Reaktionskräften R enthalten. Die errechneten Kompensationsmomente liefern damit die Momente die nötig sind, um nicht nur die Zusatzmomente, bzw. unterstellten Antriebsmomente auszugleichen, sondern auch die Momente[183], welche durch Zusatzkräfte entstehen.

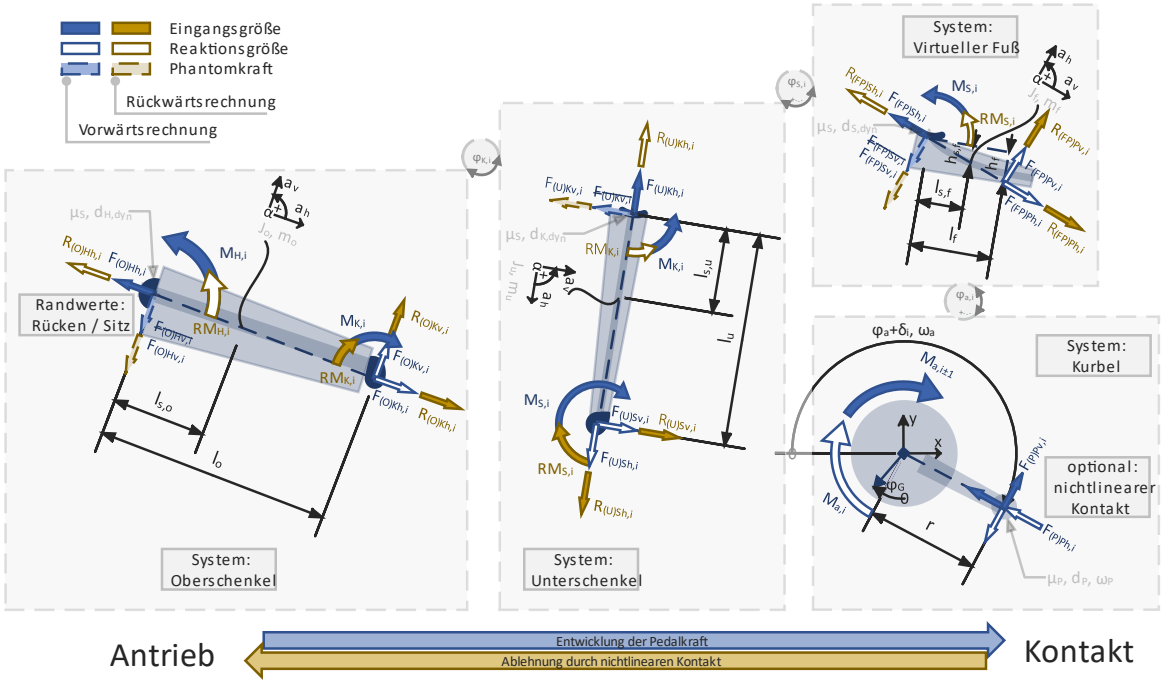


Abbildung 2-114:Freikörperbilder des Kurbeltriebs zur Ermittlung der Pedalkraft und Kompensationsmomenten

[182] Dadurch würde sich die Phantomkraftkomponente ändern, was zu einem Widerspruch in Vorwärts- und Rückwärtsrechnung führt. Die Möglichkeit die Kräfte zu manipulieren, ergibt die Möglichkeit das ideale (geforderte) Antriebsmoment zu errechnen. So wie es scheint lässt sich die Problematik nur durch einen Algorithmus lösen, welcher iterativ Antriebsmomente und die Reaktion testet. Aus Zeitgründen, insbesondere in der Rechenzeit, wird das Vorgehen nicht weiterverfolgt.

[183] Zusatzmomente sind in vorgenommenen Modellierungen Massenträgheitsmomente. Zusatzkräfte sind Massenträgheits- und Gravitationskräfte. Die Vertikalkraft letzterer kann durch weitere Zusatzmomente ersetzt werden. Der Horizontalanteil bleibt jedoch als Stabkraft erhalten. Reibungsmomente werden erst abschließend eingesetzt, wenn die Antriebsmomente festgelegt worden sind und keine Kompensationsrechnungen mehr durchgeführt werden.

Da die Berechnung der Statik in mehreren Layern (Trägheiten; Gravitation; (verfügbares) Antriebsmoment; Summe (inklusive Reibung)) erfolgen muss, wird eine generalisierte Berechnungsvorschrift für die Teilsysteme benötigt. Dieses Vorgehen hat einen extremen Vorteil in der Informatik, da die Berechnung an nur wenigen Systemen fehlerbereinigt werden muss und auf diese Weise Fehler in der extrem komplexen Rechnung zu 100% abgeschaltet werden können.

Für die Generalisierung wird festgelegt, dass die Eingangskräfte der Systeme (jeweils oben in Marionettenhaltung der Gliedmaßen) den Index „1“ erhalten, während die Ausgangskräfte den Index „2“ erhalten. Die Rechnungsergebnisse der Kompensationsrechnung erhalten den Index „Kompensationsrechnung“. Die Horizontalkräfte erhalten den Index „h“ und wirken in Stabrichtung der Gliedmaßen. Die Vertikalkräfte erhalten den Index „v“. Die Richtungen der Eingangs- und Ausgangsgrößen erfolgen in Übereinkunft mit Abbildung 2-113, da diese Darstellung entgegen einer mathematisch positiven Definition am Eingang in Skizzen vorteilhaft ist. Vektoriell ist unbedingt zu beachten, dass wider Erwarten die x-Komponente zur v-Komponente transmutiert, während die y-Komponente zur h-Komponente transmutiert. Dieser Umstand folgt der Festlegung, dass bei Einstellung sämtlicher Winkel zu 0 (siehe Tabelle 47) eine mit der Schwerkraft hängende Marionette vorliegt. Die Zusatzkräfte Z (Massenträgheiten, Gravitation) erhalten keinen Index, da sie immer am Schwerpunkt, mit dem Index „s“, angreifen. Die Lösungen der Teilsysteme lassen sich über die statischen Gleichgewichtsbedingungen in folgende einfache Gleichungen fassen:

Vorwärtsrechnung		
gegeben:		gesucht:
F_{1h}	Z_h	$F_{2h} = F_{1h} - Z_h$
F_{1v}	Z_v	$F_{2v} = \frac{M_2 - M_1 - (Z_v \cdot l_s)}{l}$
M_1	M_2	

Rückwärtsrechnung		
gegeben:		gesucht:
Z_h	$F_{2h,Kompensation}$	$F_{1h,Kompensation} = F_{2h,Kompensation} + Z_h$
F_{1v}	$F_{2v,Kompensation}$	$F_{1v,Kompensation} = F_{1v}$
	$M_{2,Kompensation}$	$M_{1,Kompensation} = M_{2,Kompensation} - \left(l \cdot F_{2v,Kompensation}\right)$

Am System der Kurbel wird über die Schaltvariable des Pedalklicksystems entschieden ob der nichtlineare Kontakt nur Vortriebkräfte akzeptiert oder vorab zunächst ein Pedalkontakt hergestellt sein muss. Eine Berücksichtigung der Haftreibung bei fehlendem Pedalklicksystem wird nicht vorgenommen, da Pedalen mit ausgeprägten Verzahnungen einen Formschluss bewerkstelligen können.

	Bedingung Pedalkontakt		Bedingung Vortrieb	
	$\begin{pmatrix} Schub \\ Druck \end{pmatrix}_i = \overline{\overline{D}}_{P\mapsto W-\beta,i} \cdot \begin{pmatrix} F_{(P)Pv,i} \\ F_{(P)Ph,i} \end{pmatrix}$		$\begin{pmatrix} Tangential \\ Radial \end{pmatrix}_i = \begin{pmatrix} -F_{(P)Pv,i} \\ F_{(P)Ph,i} \end{pmatrix}$	
	$Druck_i \overset{!}{\geq} 0$	$Druck_i < 0$	$Tangential_i \overset{!}{\geq} 0$	$Tangential_i < 0$
$F_{2h} =$	$+F_{1h}$	0	$+F_{1h}$	0
$F_{2v} =$	$-F_{1v}$	0	$-F_{1v}$	0
$F_{1h,Kompensation} =$	0	$+F_{1h}$	0	$+F_{1h}$
$F_{1v,Kompensation} =$	0	$-F_{1v}$	0	$-F_{1v}$
$M_{2,i} =$	$M_{2,i\pm1} + F_{2v} \cdot l$	$M_{2,i\pm1} + 0$	$M_{2,i\pm1} + F_{2v} \cdot l$	$M_{2,i\pm1} + 0$

Die beiden Systeme der Oberschenkel sind auf Randbedingungen angewiesen. Da die Vertikalkomponente des Oberschenkels eine Phantomkraft ist, wird streng genommen nur die Horizontalkomponente als Randbedingung benötigt. Die Randbedingung kann zu 0 gesetzt werden oder durch die Einführung eines weiteren Systems (siehe Abbildung 2-115 oben), dem Rücken, berechnet werden.

Aufgrund der Komplexität der Modellierung im Rahmen zur Verfügung stehender Zeit wird der Einfluss der Arme nicht betrachtet, da keine MKS-Daten zur Verfügung stehen. Ein Wippen des Rückens wird nicht berücksichtigt. Mit den verfügbaren Daten wird unter dem System des Rückens der Oberkörper mit dem Kopf zusammengefasst, die Arme jedoch ausgeschlossen. Damit unterliegt die Gesamtlänge des Systems der Beziehung $l_r = H - l_o - l_u - h_f$.

Der Rücken unterliegt der Trägheitswirkung bei Bremsung und Beschleunigung. Dabei ist das Becken im Falle des Velomobils, bzw. Liegerad in einem Sitz gelagert, welches in den mathematisch positiven Richtungen des Koordinatensystems Welt Druckkräfte aufnehmen kann. Der Sitz stellt damit einen in zwei Richtungen nicht linearen Kontakt dar. Über den Rücken werden außerdem Gravitationskräfte eingeleitet. Um den Einfluss des körpermasseninduzierten Pedalpumpens abzubilden, wird die Auflagerkraft des Sitzes in y um die Beträge Δy_1 und Δy_2 reduziert, welche von den Oberschenkeln als Druckkräfte aufgenommen werden können. Die Druckkräfte werden normiert durch die maximal möglichen Kräfte auf die Oberschenkel, welche erreicht werden, wenn der Fahrer steht. Die Normierung erfolgt mit dem Faktor 2, welcher sich aus der Summe von dem Cosinus von 0 Grad für den linken und dem rechten Oberschenkel in Bezug auf den Sitz theoretisch (jedoch nicht in den zugrundeliegenden MKS-Daten) einstellen könnte. Das System Rücken wird generisch gelöst.

$$\Delta y_i = \begin{cases} \Sigma F_{1h} \cdot \dfrac{\cos(W \mapsto O_i)}{\cos(0) + \cos(0)} & wenn\ signum(\Sigma F_{1h}) \cdot \cos(W \mapsto O_i) > 0 \\ 0 & wenn\ signum(\Sigma F_{1h}) \cdot \cos(W \mapsto O_i) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Delta x_i = \begin{cases} \Sigma F_{1h} \cdot \dfrac{\sin(W \mapsto O_i)}{\cos(0) + \cos(0)} & wenn\ signum(\Sigma F_{1h}) \cdot \cos(W \mapsto O_i) > 0 \\ 0 & wenn\ signum(\Sigma F_{1h}) \cdot \cos(W \mapsto O_i) \leq 0 \end{cases}$$

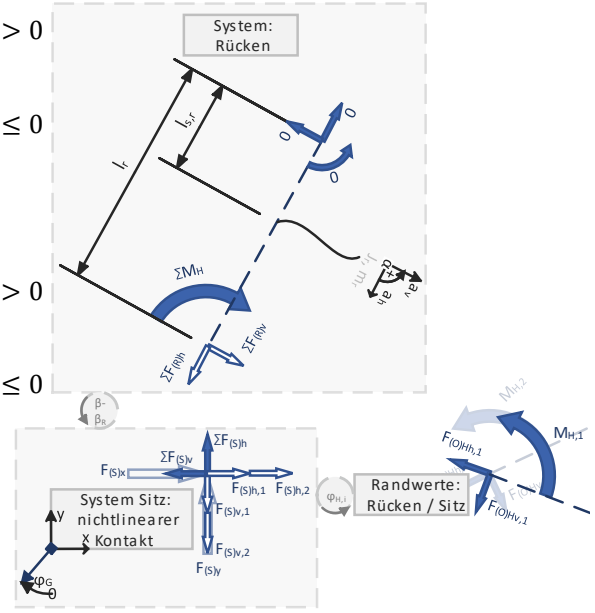


Abbildung 2-115:generalisiertes Freikörperbild der Randbedingungen von Rücken und Sitz

Vertikale Sitzkraft		Horizontale Sitzkraft	
$\Sigma F_{1h} \overset{!}{\geq} 0$	$\Sigma F_{1h} < 0$	$\Sigma F_{1v} \overset{!}{\leq} 0$	$\Sigma F_{1v} > 0$
$F_{2h,1} = +\Delta y_1$ $F_{2h,2} = +\Delta y_2$	$F_{2h,1} = \dfrac{\Sigma F_{1h}}{2}$ $F_{2h,2} = \dfrac{\Sigma F_{1h}}{2}$	$F_{2v,1} = +0$ $F_{2v,2} = +0$	$F_{2v,1} = F_{2v,1} + \dfrac{\Sigma F_{1v}}{2}$ $F_{2v,2} = F_{2v,2} + \dfrac{\Sigma F_{1v}}{2}$
$F_{(S)y} = -\lvert \Sigma F_{1y} - \Delta y_1 - \Delta y_2 \rvert$	$F_{(S)y} = 0$	$F_{(S)x} = -\lvert \Sigma F_{1x} \rvert$	$F_{(S)x} = 0$

Transformation von Kräften zwischen den Koordinatensystemen

In Abbildung 2-114 und Abbildung 2-115 sind zwischen den Teilsystemen Transformationswinkel aufgetragen. Die Transformationswinkel erlauben die Überführung eines Ausgangskräftepaar in ein Eingangskräftepaar und umgekehrt. Um die korrekten Transformationswinkel mit in die Generalisierung aufzunehmen, bedarf es einer 100%igen Verifikation. Der gescheiterte Ansatz in Abbildung 2-113 ist dabei eine Hilfe. Mithilfe der errechneten Koordinaten lassen sich auf zuverlässige Weise die Hebelarme der Kräfte und damit die Wirkung der Momente berechnen. In einem Systempunkt können genau ein Ersatzmoment und eine Ersatzkraft wirken, welche vektoriell wie folgt beschrieben werden können. Die Transformation von Richtungsvektoren erfolgt durch die Multiplikation mit einer Drehtransformationsmatrix D.

$$\bar{F}_p = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} \qquad \bar{M}_p = \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_y \cdot F_{Mx} \\ l_x \cdot F_{My} \end{pmatrix} \qquad \overline{\overline{D}}_\varphi = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix}$$

Sämtliche Winkel des Kurbelgetriebe-Systems wurden in ihrer Nulllage so festgelegt, dass sie eine in y hängende Marionette bilden. Das bedeutet, dass in Nullwinkellage sämtliche y-Komponenten[184], die der Höhe im Koordinatensystem Welt entsprechen, in den Koordinatensystemen der Gelenke die horizontale h-Komponente beschreiben. Da die Kraftrichtungen in Abbildung 2-114 und Abbildung 2-115 rotationsharmonisch zueinander festgelegt worden sind, stimmen die Vorzeichen überein. Es ist bekannt, dass die Hebelarme im Koordinatensystem der Gliedmaßen den entsprechenden Längen l entsprechen. Der richtige Drehwinkel $\varphi_{W\mapsto hv}$ ist gefunden, wenn die Momenttransformation diesen Hebelarm offenbart, während sein Gegenspieler maschinengenauigkeitsbedingt gegen Null läuft.

$$\bar{M}_p = \begin{pmatrix} M_v \\ M_h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_x \cdot \cos(\varphi_{W\mapsto hv}) - M_y \cdot \sin(\varphi_{W\mapsto hv}) \\ M_x \cdot \sin(\varphi_{W\mapsto hv}) + M_y \cdot \cos(\varphi_{W\mapsto hv}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l \cdot F_{Mv} \\ 0 \cdot F_{Mh} \end{pmatrix}$$

Um den Beweis abzuschließen muss eine Systematik eingeführt werden, die Länge von Hebelarmen und die Richtung der Momente im Koordinatensystem Welt zu errechnen. Das Vorgehen wird exemplarisch anhand des Hüftgelenkpunktes $\bar{p}_{H,i}$ für beliebige Punkte im Raum errechnet. Dabei ergeben sich ein generischer Fall, der für die Berechnung von Beschleunigungsreaktionen (mit $\bar{a}_{\dots,i}$ mathematisch positiv definierte Vektoren) genutzt werden kann, und ein Fall für die Berechnung der Reaktionsmomente um die Gelenke, bei denen der y-Anteil der peripheren Kräfte negativ definiert ist (siehe Abbildung 2-116).

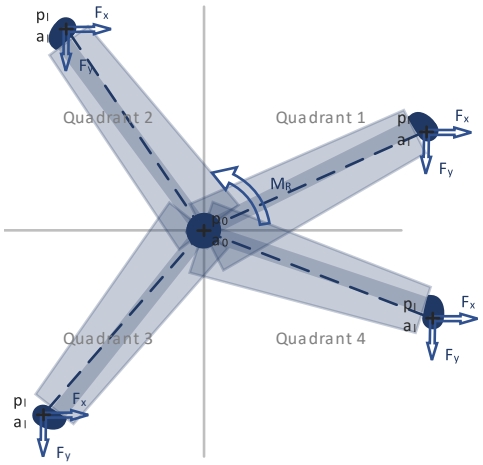


Abbildung 2-116:generische Ermittlung der Momente im Koordinatensystem Welt am Beispiel des Oberschenkelsystems

[184] Mit Ausnahme der zweiten Pedalkurbel, da diese um 180° phasenversetzt ist und dadurch die Vorzeichen umklappen

Für den generischen Fall einer mathematisch positiven Kraft in x-Richtung F_x und einer mathematisch positiven Kraft in y-Richtung F_y kann versichert werden, dass das mathematisch positive Ersatzmoment $M_R = +(\bar{p}_0 - \bar{p}_l) \cdot F_x - (\bar{p}_0 - \bar{p}_l) \cdot F_y$ ist.

Für den Fall der Momente um die Eingangsgelenke in den Freikörperbildern einer mathematisch positiven Kraft in x-Richtung F_x und einer mathematisch negativen Kraft in y-Richtung F_y kann versichert werden, dass das mathematisch positive Ersatzmoment $M_R = +(\bar{p}_0 - \bar{p}_l) \cdot F_x + (\bar{p}_0 - \bar{p}_l) \cdot F_y$ ist.

Mit den Erkenntnissen kann die Definition der Transformationswinkel geprüft werden. In Tabelle 48 sind die Winkel aufgelistet, welche benötigt werden, um aus dem Koordinatensystem Welt in die Koordinatensysteme der Teilsysteme zu gelangen und umgekehrt. Durch die Generalisierung der Gelenkwinkel erfolgt die Aufsummierung unter gleichem Vorzeichen, mit Ausnahme einer geometrischen Konstante[185].

Tabelle 48: Drehwinkel für die Transformation zwischen dem Koordinatensystem Welt zu den Teilsystemen und umgekehrt

	Transformation von Welt nach …	Transformation von … Nach Welt
Rücken	$\varphi_{W\mapsto R} = -(\beta - \beta_R)$	$\varphi_{R\mapsto W} = -\varphi_{W\mapsto R}$
Sitz	$\varphi_{W\mapsto S} = 0$	$\varphi_{S\mapsto W} = -\varphi_{W\mapsto S}$
Oberschenkel	$\varphi_{W\mapsto O} = -(\beta - \beta_R) - \Phi_H$	$\varphi_{O\mapsto W} = -\varphi_{W\mapsto O}$
Unterschenkel	$\varphi_{W\mapsto U} = -(\beta - \beta_R) - \Phi_H - \Phi_K$	$\varphi_{U\mapsto W} = -\varphi_{W\mapsto U}$
Fuß	$\varphi_{W\mapsto F} = -(\beta - \beta_R) - \Phi_H - \Phi_K - \Phi_S$	$\varphi_{F\mapsto W} = -\varphi_{W\mapsto F}$
Virtueller Fuß	$\varphi_{W\mapsto FP} = -(\beta - \beta_R) - \Phi_H - \Phi_K - \Phi_S + \tan^{-1}{}_{Deg}\left(\frac{h_f}{l_f}\right)$	$\varphi_{FP\mapsto W} = -\varphi_{W\mapsto FP}$
Pedale	$\varphi_{W\mapsto P} = +(\varphi_a + \delta_i)$	$\varphi_{P\mapsto W} = -\varphi_{W\mapsto P}$

Die Transformation von einem Koordinatensystem in das nächstfolgende entspricht dem Delta aus Tabelle 48. Der in einer späteren Iteration hinzugefügt Sitz wird auf das Koordinatensystem Welt gesetzt. Die Transformation vom virtuellen Fuß hin zu den Pedalen ist zu kompliziert. Ein Fehler wird nicht akzeptiert. Deswegen wird der Umweg über das Koordinatensystem Welt begangen (siehe letzte Zeile in Tabelle 49).

Tabelle 49: Drehwinkel für die Transformation zwischen den Koordinatensystemen der Teilsysteme

	Vorwärtstransformation		Rückwärtstransformation
Rücken zu Oberschenkel	$\varphi_{R\mapsto O} = -\Phi_H$	Oberschenkel zu Rücken	$\varphi_{O\mapsto R} = -\varphi_{R\mapsto O}$
Rücken zu Sitz	$\varphi_{R\mapsto S} = +\varphi_{R\mapsto W} + \varphi_{W\mapsto S}$	Sitz zu Rücken	$\varphi_{S\mapsto R} = -\varphi_{R\mapsto S}$
Sitz zu Oberschenkel	$\varphi_{S\mapsto O} = +\varphi_{W\mapsto O}$	Oberschenkel zu Sitz	$\varphi_{O\mapsto S} = -\varphi_{S\mapsto O}$
Oberschenkel zu Unterschenkel	$\varphi_{O\mapsto U} = -\Phi_K$	Unterschenkel zu Oberschenkel	$\varphi_{U\mapsto O} = -\varphi_{O\mapsto U}$
Unterschenkel zu Fuß	$\varphi_{U\mapsto F} = -\Phi_S$	Fuß zu Unterschenkel	$\varphi_{F\mapsto U} = -\varphi_{U\mapsto F}$
Fuß zu virtueller Fuß	$\varphi_{F\mapsto FP} = +\tan^{-1}{}_{Deg}\left(\frac{h_f}{l_f}\right)$	virtueller Fuß zu Fuß	$\varphi_{FP\mapsto F} = -\varphi_{F\mapsto FP}$
Virtueller Fuß zu Pedale	$\varphi_{FP\mapsto P} = +\varphi_{FP\mapsto W} + \varphi_{W\mapsto P}$	Pedale zu virtueller Fuß	$\varphi_{P\mapsto FP} = -\varphi_{FP\mapsto P}$

[185] Ausnahme bildet der Fuß, welcher eine weitere Rotation um den Winkel $-\tan\left(\frac{h_f}{l_f}\right)$ in ein virtuelles System bedarf

2.8.4 Trägheitsreaktionen

Bei einem Elektromotor, welcher kontinuierlich dreht, stellt das Trägheitsmoment einen Energiespeicher dar, welcher initial aufgeladen wird. Um dagegen eine kontinuierliche Kurbelbewegung mithilfe der Gelenke zu bewerkstelligen, sind ständige Hin- und Herbewegungen erforderlich. Die rotatorischen Trägheitsmomente stellen gegen die aus Muskeln (*Flexoren* und *Extensoren*) erzeugten Antriebsmomente einen kontinuierlichen Widerstand (negatives Vorzeichen) dar. Es lassen sich folgende Randbedingungen an den Gelenken formulieren:

$$M_{\circlearrowleft träg,R} = -J_r \cdot 0 \qquad M_{\circlearrowleft träg,H,i} = -J_o \cdot \lambda_{H,i} \qquad M_{\circlearrowleft träg,K,i} = -J_u \cdot \lambda_{K,i} \qquad M_{\circlearrowleft träg,S,i} = -J_f \cdot \lambda_{S,i}$$

Die translatorische Hin- und Herbewegung der Gliedmaßen erzeugt Kräfte, welche der Geschwindigkeitsänderung entgegenwirken (negatives Vorzeichen). Ihre Wirkung äußert sich in einem weiteren resultierenden translatorischen Trägheitsmoment und einer translatorischen Belastung der Gliedmaßen auf Zug und Druck. Sie können im Koordinatensystem Welt mithilfe der errechneten Punkt-Beschleunigungsvektoren errechnet werden:

$$\bar{F}_{\nearrow träg,R} = -m_r \cdot 0 \qquad \bar{F}_{\nearrow träg,O,i} = -m_o \cdot \bar{a}_{sO,i} \qquad \bar{F}_{\nearrow träg,U,i} = -m_u \cdot \bar{a}_{sU,i} \qquad \bar{F}_{\nearrow träg,F,i} = -m_f \cdot \bar{a}_{sF,i}$$

Das Fahrzeug (das Koordinatensystem Welt) ist Fahrtbeschleunigungen in x-Richtung und Fahrwerkschwingungen, bzw. dem freien Fall, in y-Richtung ausgesetzt. Der Beschleunigungsvektor $\bar{a}_{ges}$ wirkt auf alle Elemente des menschlichen Körpers. Die entsprechenden translatorischen Trägheitskräfte wirken der Richtung der Beschleunigung entgegengesetzt (negatives Vorzeichen).

$$\bar{F}_{\rightarrow träg,R} = -m_r \cdot \bar{a}_{ges} \qquad \bar{F}_{\rightarrow träg,O,i} = -m_o \cdot \bar{a}_{ges} \qquad \bar{F}_{\rightarrow träg,U,i} = -m_u \cdot \bar{a}_{ges} \qquad \bar{F}_{\rightarrow träg,F,i} = -m_f \cdot \bar{a}_{ges}$$

Die Belastungen werden rückwärts vom Fuß aus nach oben zum Rücken übertragen. Dieses Vorgehen unterstreicht die Wirkkette des Systems und ist aus informatischen Gesichtspunkten so gewählt worden. Auf diese Weise wird ein Teilsystem auf nachvollziehbare Weise parametriert, wobei die Rückwirkung auf verkettete Systeme automatisch vorgenommen wird.

Tabelle 50: Setzen der Trägheitslasten und Randbedingungen für die generalisierte Lösung des Kurbeltriebs

Dualsystem Virtueller Fuß$_{1,2}$	Dualsystem Oberschenkel$_{1,2}$
$M_1 = M_{\circlearrowleft träg,S,i}$ $Z = \begin{pmatrix} Z_v \\ Z_h \end{pmatrix} = \left(\bar{F}_{\nearrow träg,F,i} + \bar{F}_{\rightarrow träg,F,i}\right) \cdot \bar{\bar{D}}_{W \mapsto FP}$ $M_2 = 0$	$M_1 = M_{\circlearrowleft träg,H,i}$ $Z = \begin{pmatrix} Z_v \\ Z_h \end{pmatrix} = \left(\bar{F}_{\nearrow träg,U,i} + \bar{F}_{\rightarrow träg,U,i}\right) \cdot \bar{\bar{D}}_{W \mapsto O}$ $M_2 = M_{1,Unterschenkel,i}$
Dualsystem Unterschenkel$_{1,2}$	**Monosystem Rücken**
$M_1 = M_{\circlearrowleft träg,K,i}$ $Z = \begin{pmatrix} Z_v \\ Z_h \end{pmatrix} = \left(\bar{F}_{\nearrow träg,U,i} + \bar{F}_{\rightarrow träg,U,i}\right) \cdot \bar{\bar{D}}_{W \mapsto U}$ $M_2 = M_{1,Virtueller\ Fuß,i}$	$M_1 = M_{\circlearrowleft träg,R}$ $Z = \begin{pmatrix} Z_v \\ Z_h \end{pmatrix} = \left(\bar{F}_{\nearrow träg,r} + \bar{F}_{\rightarrow träg,r}\right) \cdot \bar{\bar{D}}_{W \mapsto R}$ $M_2 = M_{1,Oberschenkel,1} + M_{1,Oberschenkel,2}$ $F_1 = \begin{pmatrix} F_{1v} \\ F_{1h} \end{pmatrix} = 0$

Die Massen und Trägheitsmomente werden einheitlich aus [81] bezogen. Mit den Beziehungen aus [78, S. 7] kann über die Masse der Gliedmaßen ermittelt werden, dass es sich um eine zugrundliegende Person mit einer Körpermasse zwischen 58 und 64kg handeln muss. Bei einer mittleren Körpermasse von 61,4kg liegen der 18 bis 25-jährige 5%-Perzentil-Mann mit 58kg Körpermasse bei 1685mm Körperhöhe und die 18 bis 25-jährige 50%-Perzentil-Frau mit 60kg Körpermasse bei 1660mm Körperhöhe am nächsten. Es wird sich entschieden die Gliedermassen und ihre Trägheitsmassen anhand einer Referenzmasse von 60kg und einer Referenzhöhe von 1770mm zu generalisieren (siehe Tabelle 51).

Tabelle 51: Massen und Trägheitsmomente der Glieder. Generalisierung der Werte durch Beziehungen in Tabelle 44

Körperhöhe	H	$=$		1750	mm
Körpermasse	m	$=$		78	kg
Masse Oberkörper	m_r	$=$	$0{,}43 \cdot m$	$=\ 23{,}4$	kg
Masse Oberschenkel	m_o	$=$	$\frac{7{,}36}{60} \cdot m$	$=\ 9{,}568$	kg
Trägheitsmoment Oberschenkel	J_o	$=$	$0{,}06013 \cdot \frac{m}{60} \cdot \frac{H^2}{1700^2}$	$=\ 0{,}08283$	$kg \cdot m^2$
Masse Unterschenkel	m_u	$=$	$\frac{3{,}27}{60} \cdot m$	$=\ 4{,}251$	kg
Trägheitsmoment Unterschenkel	J_u	$=$	$0{,}04469 \cdot \frac{m}{60} \cdot \frac{H^2}{1700^2}$	$=\ 0{,}061565$	$kg \cdot m^2$
Masse Fuß	m_f	$=$	$\frac{1{,}05}{60} \cdot m$	$=\ 1{,}365$	kg
Trägheitsmoment Fuß	J_f	$=$	$0{,}00556 \cdot \frac{m}{60} \cdot \frac{H^2}{1700^2}$	$=\ 0{,}00766$	$kg \cdot m^2$

In Abbildung 2-117 ist die reaktionäre tangentiale Kurbelkraft aufgetragen. Es ist zu erkennen, dass bei einer hohen Sitzlage ein annähernd symmetrischer Verlauf zustande kommt. Überraschenderweise sind in beiden Graphen Anteile vorhanden, welche zu einem positiven Antriebsmoment führen.

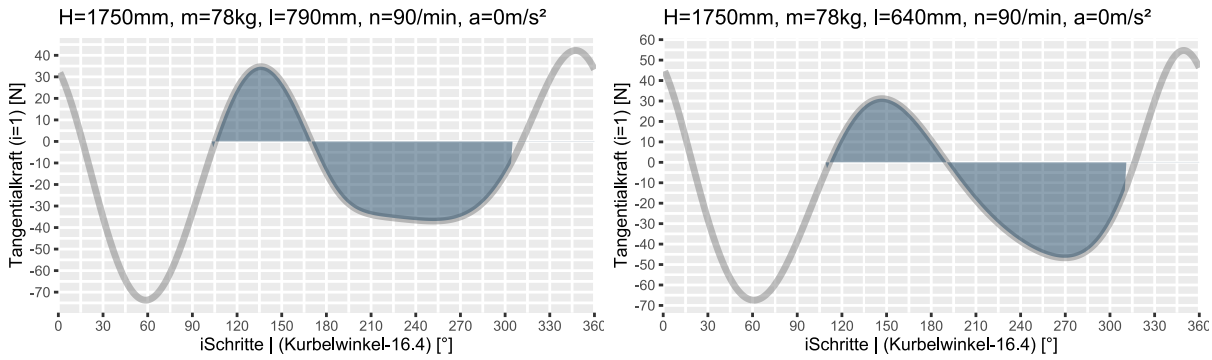


Abbildung 2-117: Tangentialeintrag der Trägheiten vom rechten Bein am Pedal. Die Kurve entspricht der negierten Eingangskraft $F_{(P)Pv,1}$ in Abbildung 2-114. Die blau gefüllten Integrale entsprechen der Kurbelleistung. Die restliche Leistung wandert zurück in die Kompensationsrechnung, da der Kontakt der Füße zu den Pedalen verloren wurde. Die negativen Integrale wandern ebenfalls in die Kompensationsrechnung. Werte für das rechte Bein. Schritt 0 entspricht Kurbelwinkel auf oberen Totpunkt. Berechnungsgrundlage 50%-Perzentil-Mann. Sitzposition links *american position* nach [24, S. 233], Sitzhöhe rechts nahezu geometrisches Minimum

2.8.5 Gravitationsreaktionen

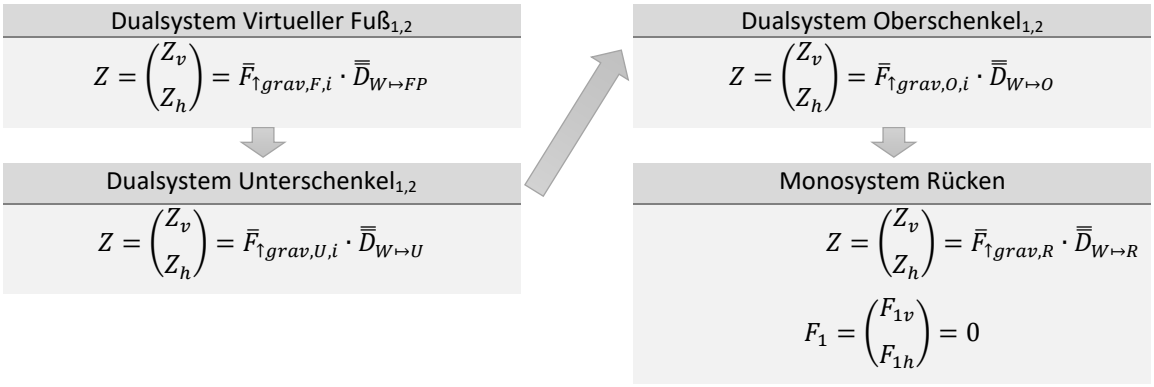
Die Gravitationskräfte bauen sich sukzessive mit der Gelenkkette auf. Sie bewirken Momente deren Hebelarme sich durch die Bewegung ändern. Die Wirkung der Gravitationskraft kann sich durch den Winkel φ_G im Koordinatensystem Welt umstellen. In der Regel wirkt die Gravitationskraft mit dem Winkel 0° ausschließlich in y-Richtung. Der Winkel der Gravitationskraft liegt nie unterhalb -90° oder oberhalb +90°, da das Fahrzeug andernfalls auf dem Kopf stehen würde. Schätzungsweise werden die Grenzen durch einen Haftreibungswinkel von circa 15° weiter eingegrenzt, da sonst das Fahrzeug beginnen würde von der Fahrbahn zu rutschen.

$$g_{ges} = -|g| \cdot \begin{pmatrix} \sin(\varphi_G) \\ \cos(\varphi_G) \end{pmatrix} \qquad mit\ \varphi_G = \{-75°; \dots; 75°\}$$
$$mit\ g \approx 9{,}806625\,\frac{m}{s^2}$$

Der Angriffspunkt der Gravitationskräfte liegt im Schwerpunkt der Gliedmaßen. Die Errechnung der Gravitationsmomente folgt auf analoge Weise der Berechnung der Momente aus den Trägheitskräften, nachdem die Gravitation in eine x und y-Komponente aufgeteilt worden ist. Die Rechnungen unterscheiden sich durch den Umstand, dass die Gravitationskräfte nicht den Bewegungen entgegengerichtet sind, sondern in jedem Fall eine negative vertikale Komponente im Koordinatensystem Welt aufweisen.

$$\bar{F}_{\uparrow grav,R} = +m_r \cdot \bar{g}_{ges} \qquad \bar{F}_{\uparrow grav,O,i} = +m_o \cdot \bar{g}_{ges} \qquad \bar{F}_{\uparrow grav,U,i} = +m_u \cdot \bar{g}_{ges} \qquad \bar{F}_{\uparrow grav,F,i} = +m_f \cdot \bar{g}_{ges}$$

Tabelle 52: Setzen der Gravitationslasten und Randbedingungen für die generalisierte Lösung des Kurbeltriebs



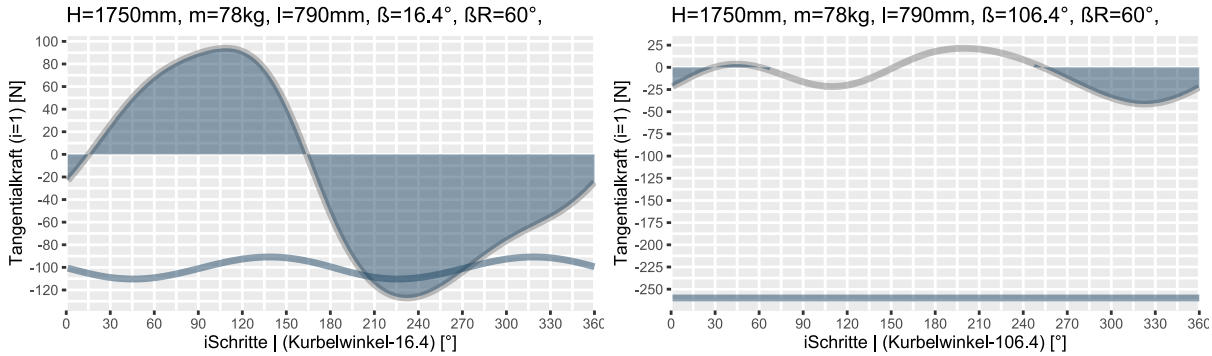


Abbildung 2-118: Tangentialeintrag Gravitation vom rechten Bein am Pedal. Die Kurve entspricht der negierten Eingangskraft $F_{(P)Pv,1}$ in Abbildung 2-114. Die blau gefüllten Integrale entsprechen der Kurbelleistung. Die restliche Leistung wandert zurück in die Kompensationsrechnung, da der Kontakt der Füße zu den Pedalen verloren wurde. Die negativen Integrale wandern ebenfalls in die Kompensationsrechnung. Werte für das rechte Bein. Schritt 0 entspricht Kurbelwinkel auf oberen Totpunkt. Berechnungsgrundlage 50%-Perzentil-Mann. Sitzposition links *american position* nach [24, S. 233], Sitzposition rechts liegend. Blaue Kurve Sitzauflagerkraft in y-Richtung (Koordinatensystem Welt)

2.8.6 Antriebsmomentpotential

Die Berechnung der Antriebsmomente wird klassischer Weise durch den Einsatz inverser Dynamik bewerkstelligt [13, S. 551] [81, S. 320], wobei gemessene Pedalkräfte in den Ausgang des Gelenkmodells gespeist werden. Die Sitzpositionen in Antriebssträngen von Liegerädern und Velomobilen unterscheiden sich jedoch maßgeblich von denen klassischer Fahrräder. Aus diesem Grund soll der Ansatz verfolgt werden die Antriebsmomente der Gelenke aus statischen Messungen in das Modell zu integrieren. Die Validierung des Modells kann zu einem späteren Zeitpunkt (siehe Kapitel 2.8.8 durch einen Vergleich mit gemessenen Pedalkräften erfolgen.

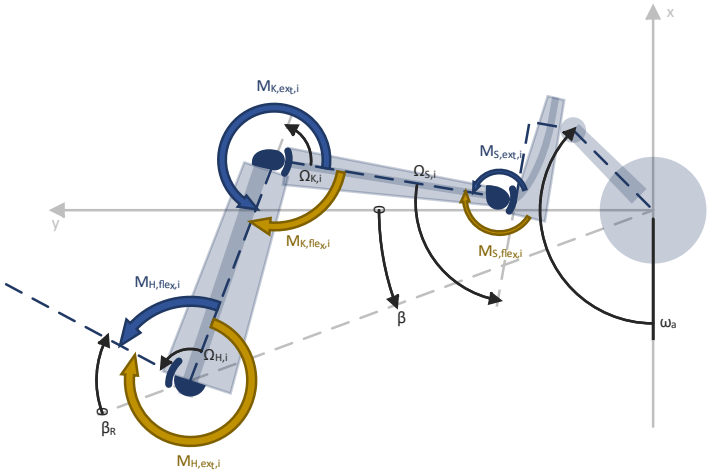


Abbildung 2-119:Freikörperbild Kurbeltrieb – Antriebsmomente. Unterscheidung zwischen Flexoren und Extensoren

Der Winkel β_R wird benötigt, um den mittleren Arbeitsbereich des Hüftgelenks einzustellen. Der Winkel hat maßgeblichen Einfluss[186] auf die Leistungsfähigkeit des Gesamtantriebs Mensch. Die Drehmoment-Winkel-Geschwindigkeit Kennfelder der Muskel-Antagonisten werden zunächst unterschieden nach weiblichen und männlichen Personen [83, S. 52]. Der Einfluss des Alters kann relativ gut mit einem linearen Modell beschrieben werden, welches den Muskelabbau im Alter zu beschreiben versucht [83, S. 17]. Die Kennfelder werden mit den Faktoren in Tabelle 53 skaliert.

$$f_A = \left(0{,}72 - (Alter - 49[y])\right) \cdot \frac{0{,}4 \cdot 0{,}72}{35[y]}$$

Tabelle 53: relative Leistungsfähigkeit der Gelenke in Unterscheidung des Geschlechts [83, S. 52] und des Alters [83, S. 17]

	Männer		Frauen	
Alter	25-48	49-80	25-54	55-80
Hüftgelenk	$f_A = 1$	$f_A = \left(1 - (Alter - 49[y])\right) \cdot \frac{0{,}4}{41[y]}$	$f_A = 0{,}63$	$f_A = \left(0{,}63 - (Alter - 55[y])\right) \cdot \frac{0{,}4 \cdot 0{,}63}{35[y]}$
Kniegelenk	$f_A = 1$	$f_A = \left(1 - (Alter - 49[y])\right) \cdot \frac{0{,}4}{41[y]}$	$f_A = 0{,}82$	$f_A = \left(0{,}82 - (Alter - 55[y])\right) \cdot \frac{0{,}4 \cdot 0{,}82}{35[y]}$
Sprunggelenk	$f_A = 1$	$f_A = \left(1 - (Alter - 49[y])\right) \cdot \frac{0{,}4}{41[y]}$	$f_A = 0{,}72$	$f_A = \left(0{,}72 - (Alter - 55[y])\right) \cdot \frac{0{,}4 \cdot 0{,}72}{35[y]}$

[186] Ferner beeinflusst der Neigungswinkel in Zusammenhang mit dem Sitzwinkel das frontale Sichtfeld und den Luftwiderstand

NORMIERTE MOMENTKENNFELDER DER MUSKELN

Nach dem Vorbild von [83] werden statische Kennfelder der Gelenkmomente in Abhängigkeit des Gelenkwinkels und Ausgangspositionen eines umliegenden Gelenks erstellt, welches die Arbeitsfähigkeit beeinträchtigt. Die Ursache kann darin liegen, dass entsprechende Muskeln nicht nur an der Bewegung eines Gelenkes beteiligt sind. In [83, S. 13] ist hierzu eine umfangreiche Quellenliste an Datensätzen für das Vorhaben aufgeführt. Da die statischen Gelenkmomente jeweils eine Funktion zweier Gelenkwinkel darstellen, kann eine Abbildung des Kennfeldes durch den Einsatz von polynomialer Regressionsfunktionen[187] erfolgen. Die Kennfelder werden abschließend normiert, um sie mit der späteren Faktorisierung durch ein Maximalmoment des Gelenkes einsatzfähig zu machen. Bei der Normierung ist streng darauf zu achten, dass diese nicht durch ein im Extrapolationsbereich liegenden Maximalwert erfolgt.

Das statische Kennfeld des Knieflexionsmomentes lässt sich nach einer Messung in [83, S. 55] mit folgender Regressionsfunktion[188] beschreiben.

$$M_{K,e(-)} = a_0 + \left(a_1 \cdot (-\Phi_K)\right) + (a_2 \cdot \Phi_H) + (a_3 \cdot (-\Phi_K)^2) + (a_4 \cdot (-\Phi_K) \cdot \Phi_H)$$

Der zur Normierung maximale Wertbetrag des Kennfeldes ergibt sich zu $M_{min} = -89{,}788375Nm$. Das Kennfeld darf keine negativen Werte aufweisen, da die Muskelgruppen nur auf Zug funktionieren. Deswegen werden alle Werte unterhalb 0 abgeschnitten. Dies ist ein entsprechender Indikator, dass das Kennfeld nicht ausreichend parametriert worden ist.

$$M_{K,e(-)\%} = -max\left(\frac{M_{K,e(-)}}{-89{,}788375Nm}; 0\right)$$

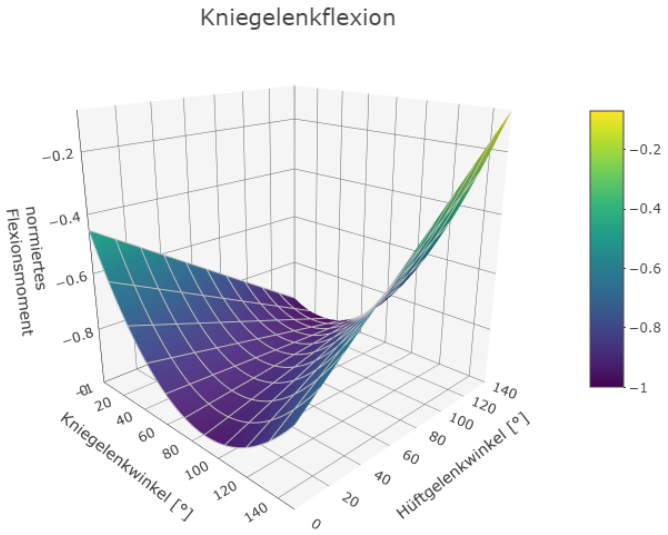


Abbildung 2-120: Normiertes statisches Momentkennfeld des Kniegelenkes für die Flexion. Der Winkel des Hüftgelenks ist abweichend zu [83, S. 32] bei einer vollen Streckung mit 180° definiert. Der Kniewinkel stimmt mit [83, S. 31] überein, wobei eine volle Streckung mit 0° definiert ist. Die Winkel in der Regressionsgleichung werden entsprechend angepasst.

---

[187] [83, S. 102] schlägt vor Polynome maximal zweiter Ordnung zu nutzen, da diese bei Extrapolation nicht zu Schwingungen neigen. Ein Modell zweiter Ordnung erfordert mindestens 3 Messwerte. Für die Regression wird die Plattform *R-Studio* unter der Nutzung der Funktion *glm()* genutzt. Es wird einheitlich die Methode *I(x)* anstatt der Methode *poly(x)* genutzt.

[188] a_0 = -99,53; a_1 = -0,06415; a_2 = +0,3272; a_3 = +0,005335; a_4 = -0,005077

Für die Modellierung des Knieextensionsmomentes werden zwei Datensätze genutzt. Der erste Datensatz weist Messwerte in Abhängigkeit des Kniewinkels und des Hüftwinkels auf. Die alleinige Nutzung des Datensatzes führt zu Nullmomenten im Extrapolationsbereich, weswegen ein weiterer Datensatz hinzugezogen wird, der den detaillierten Kurvenverlauf des Kniegelenks im Arbeitsbereich bei in einem Stuhl sitzendem Hüftgelenk beschreibt.

Der erste Datensatz [84] umfasst männliche Langstreckenläufer mit einer durchschnittlichen Körpermasse von 76,8kg und 1820mm Körperhöhe. Die Datensätze wurden je nach körperlicher Leistungsfähigkeit in 3 Gruppen getrennt. Die Kurvenverläufe und die Ausreißer der Gruppen decken sich im Boxplot, wobei mit der Leistungsfähigkeit eine Skalierung der Momente einhergeht. Für eine Extraktion werden die Daten der mittleren Leistungsfähigkeit gewählt. Die Winkelbeschreibung des Hüftgelenks deckt sich mit dem vorliegenden Modell, jedoch muss der Kniewinkel korrigiert werden. Der Kniewinkel in [84] wird analog zum Hüftgelenkwinkel bei einer vollen Streckung mit 180° beschrieben. Das entsprechende Diagramm wird in *Microsoft Excel* nachgezeichnet.

Der zweite Datensatz [85] umfasst männliche (vorwiegend) Soldaten im Alter von 26 Jahren mit einer mittleren Körpermasse von 73,5kg und einer mittleren Körperhöhe von 1746mm. Die Winkelausrichtung des Kniegelenks stimmt mit dem vorliegenden Modell überein, wobei eine volle Streckung mit 0° beschrieben wird. Da die Messwerte auf einem Stuhl aufgenommen worden sind, wird der Arbeitswinkel des Hüftgelenks grob geschätzt mit 100° festgelegt. Um die Daten ineinander greifen zu lassen wird zunächst eine Skalierungskorrektur um den Faktor +0,55 und anschließend eine Offsetkorrektur von +65Nm vorgenommen.

Nach [83, S. 102] wird folgender Regressionsansatz[189] für den Datensatz genutzt, wobei sich ein maximaler Momentwert von $M_{max} = 240{,}270270900183Nm$ außerhalb des Extrapolationsbereiches einstellt.

$$M_{K,e(+)} = a_0 + \left(a_1 \cdot (-\Phi_K)\right) + (a_2 \cdot \Phi_H) + (a_3 \cdot (-\Phi_K)^2) + (a_4 \cdot (-\Phi_K) \cdot \Phi_H) + \left(a_5 \cdot {\Phi_H}^2\right)$$

$$M_{K,e(-)\%} = max\left(\frac{M_{K,e(+)}}{240{,}270270900183Nm}; 0\right)$$

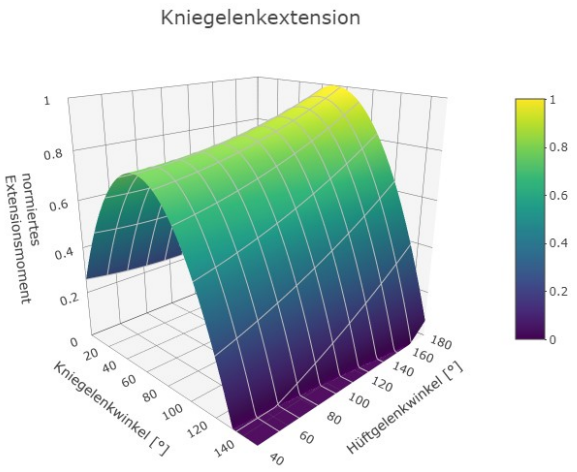


Abbildung 2-121: Normiertes statisches Momentkennfeld des Kniegelenkes für die Extension. Der Winkel des Hüftgelenks ist bei einer vollen Streckung mit 180° definiert. Der Kniewinkel ist bei einer vollen Streckung mit 0° definiert.

[189] a_0 = +75,5377213188094; a_1 = +3,99513157497382; a_2 = -0,4021558563973; a_3 = -0,0354824020556136; a_4 = +0,00563153995228104; a_5 = +0,00186302376796119

Der zuvor genutzte Datensatz für das Knieextensionsmoment [84], liefert ebenfalls hervorragende Messungen für das Sprunggelenkflexionsmoment. Die Werte sind unter Variation des Kniegelenkwinkels erfasst worden. Der Kniegelenkwinkel muss wie im vorherigen Beispiel korrigiert werden, da er bei einer vollen Streckung zu 180° definiert worden ist. Nach [83, S. 102] wird folgender Regressionsansatz[190] für den Datensatz genutzt, wobei sich ein maximaler Momentbetrag von $M_{min} = -124{,}937510291454Nm$ im Extrapolationsbereich einstellt, welchem angesichts des Flächenverlaufes Vertrauen eingeräumt wird.

$$M_{S,e(-)} = a_0 + (a_1 \cdot \Phi_S) + \left(a_2 \cdot (-\Phi_K)\right)$$

$$M_{S,e(-)\%} = -max\left(\frac{M_{S,e(-)}}{-124{,}937510291454Nm}; 0\right)$$

$$\Rightarrow M_{S,e(+)\%} = -M_{S,e(-)\%}$$

Aufgrund mangelnder Daten für das Knieflexionsmoment wird dasselbe Kennfeld für die relativen Momente angesetzt. Nach [83, S. 102] scheint die Abhängigkeit vom Kniewinkel ebenfalls eine plane Fläche zu bilden. Da die Kennfelder relative Momente beschreiben und der Arbeitsbereich des Sprunggelenkes im Tretkurbelbetrieb im oberen Winkelbereich liegt, verhält sich der Fehler unerwartet gering.

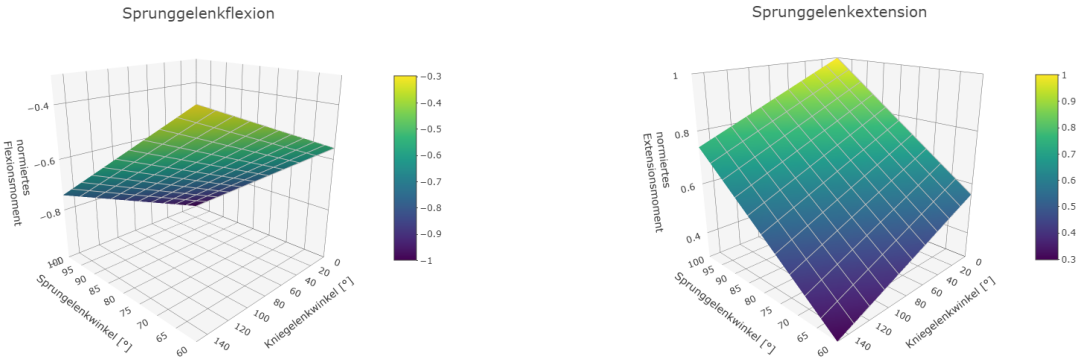


Abbildung 2-122: Normierte statische Momentkennfelder des Sprunggelenks in Abhängigkeit der Stellung des Kniegelenks. Aufgrund mangelnder Daten wird die Charakteristik des Extensionskennfeldes mit dem Flexionskennfeld gleichgesetzt. Die Skalierung zu den tatsächlichen Maximalmomente erfolgt in einem späteren Schritt.

Die verfügbaren Daten zum Hüftgelenk sind extrem dünn und in [83, S. 13] aufgeführten Quellen stets nur bei einem Kniewinkel von 90° ermittelt worden. Der ausgewählte Datensatz [86] ist ein Teildatensatz von Männern im Alter zwischen 60 und 69 mit einer mittleren Körpermasse von 78,4kg und einer mittleren Körperhöhe von 1730mm. Die Hüftmomente wurde im Liegen unter einer Zwangshaltung des Knies von 90° ermittelt. Dabei wurde jeweils das Flexions- und Extensionsmoment bei einer Auslenkung von 0; 30 und 45° gemessen. Die Winkel können entsprechend dem aktuellen Modell beibehalten werden, da in der Messung eine Streckung des Hüftgelenks mit 0° beschrieben wird.

Die Daten werden der Sauberkeit halber anhand des linearen Modells in Tabelle 53 mit einem mittleren Alter von 64,5 Jahren durch den Dividenden 0,84878 korrekturskaliert. Außerdem wird aufgrund der

[190] Flexion: a_0 = +13,2586036555247; a_1 = -1,38196113946979; a_2 = +0,216460837587134
Extension: a_0 = -13,2586036555247; a_1 = +1,38196113946979; a_2 = -0,216460837587134

extrem dünnen Datenlage eine Schätzung vorgenommen. Hierfür wird der Datensatz für die Hüftgelenkflexion über eine Randwertmanipulation wie folgt erweitert:

- Bei mit 140° voll angewinkeltem Hüftgelenk beträgt das Flexionsmoment 0Nm
- Alle Werte die für den Kniewinkel 90° gelten, gelten auch für den maximalen Kniewinkel 150°
- Unabhängig vom Kniewinkel (150°; 90°; 45° oder 0°) ist das Flexionsmoment bei voll gestrecktem Hüftgelenk maximal
- Bei einem Kniewinkel von 45° und einem Hüftwinkel von 110° ist das Flexionsmoment 0Nm
- Bei einem Kniewinkel von 0° und einem Hüftwinkel von 90° ist das Flexionsmoment 0Nm

Der in [83, S. 102] vorgeschlagene Regressionsansatz einer planen Fläche beschreibt die Verhältnisse der Flexion nicht ausreichend, sodass der Ansatz[191] empirisch erweitert wird (blau hervorgehoben). Dabei ergibt sich ein maximaler Momentwert $M_{max} = 154{,}813737709418Nm$ innerhalb der Extrapolationszone. Aufgrund der geringen Daten wird dieser Umstand hingenommen.

$$M_{H,e(+)} = a_0 + (a_1 \cdot \Phi_H) + \left(a_2 \cdot (-\Phi_K)\right) + \left(a_3 \cdot {\Phi_H}^2\right) + \left(a_4 \cdot \Phi_H \cdot (-\Phi_K)\right) + (a_5 \cdot (-\Phi_K)^2)$$

$$M_{H,e(+)\%} = max\left(\frac{M_{H,e(+)}}{154{,}813737709418Nm}; 0\right)$$

Der Datensatz für die Hüftgelenkextension wird auf ähnliche Weise erweitert:

- Die gegebenen Werte für den Kniewinkel von 90° werden bei einem Kniewinkel von 150° mit 1,5 skaliert und bei einem Kniewinkel von 0° (voll gestreckt) verdoppelt
- Bei einem mit 140° vollangewinkeltem Hüftgelenk und einem Kniewinkel von 0° wird ein Moment von -10Nm vorgeschlagen, bei voll gestrecktem Knie jedoch 0Nm

Der Ansatz[192] für das Hüftextensionsmoment aus [83, S. 102] wird erweitert. Es stellt sich ein maximaler Momentbetrag von $M_{min} = -225{,}728471211352$ ein. Dieser liegt deutlich über den bereitgestellten Daten. Im nächsten Absatz wird jedoch offengelegt, dass dieser Wert plausibel scheint.

$$M_{H,e(-)} = a_0 + (a_1 \cdot \Phi_H) + \left(a_2 \cdot (-\Phi_K)\right) + \left(a_3 \cdot {\Phi_H}^2\right) + \left(a_4 \cdot \Phi_H \cdot (-\Phi_K)\right) + (a_5 \cdot (-\Phi_K)^2)$$

$$M_{H,e(-)\%} = -max\left(\frac{M_{H,e(-)}}{-225{,}728471211352Nm}; 0\right)$$

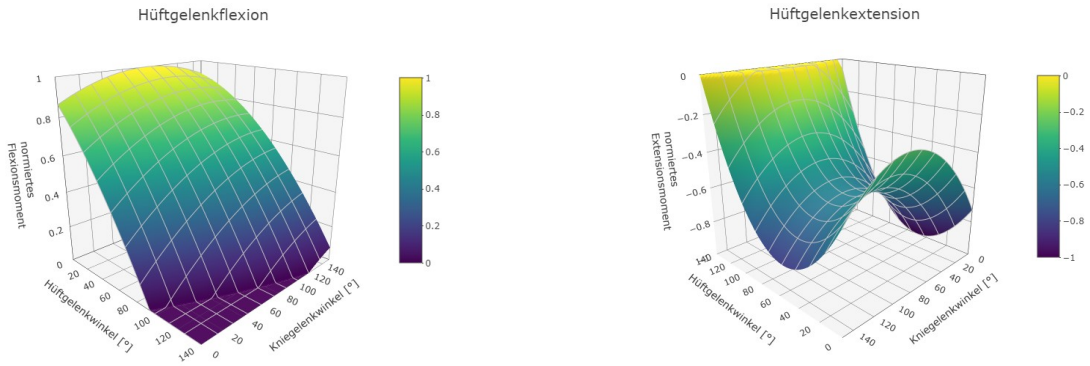


Abbildung 2-123:Normierte geschätzte statische Momentkennfelder des Hüftgelenks

[191] a_0 = +133,73654876414; a_1 = -0,99342999498054; a_2 = +0,493336515910955; a_3 = -0,0047732964052287; a_4 = +0,00482464119175361; a_5 = -0,00288670102521148

[192] a_0 = -164,652394054318; a_1 = -2,49729143777215; a_2 = +2,35179372191047; a_3 = +0,0255273649703465; a_4 = -0,00174752510468622; a_5 = -0,0132454190408316

GESCHWINDIGKEITSEINFLUSS AUF DIE ARBEITSMOMENTE

Das von den Muskeln maximal leistbare Moment wird durch die Skalierung der Kennfelder aus den vorherigen Seiten mit dem Altersfaktor aus Tabelle 53 mit den folgenden Moment-Geschwindigkeitsgraphen modelliert. Die Messwerte werden durch quadratische Polynomfunktionen interpoliert. Ihre Gültigkeit wird bis zur Nullstelle der ersten Ableitung angegeben. Bei höheren Geschwindigkeiten wird ein Sättigungswert eingeführt. Die genaue Angabe der Zahlen liegt darin begründet, dass derartige Rechnungen nur auf einem Computer sinnvoll sind. Rechnungen auf einem Computer werden mit exakten Zahlen durchgeführt, um keine ungewollten Sprünge in den Modellen hervorzurufen.

Die männliche Teilgruppe aus Datensatz [87] ist im Durchschnitt 28 Jahre alt; weist eine – Körpermasse von 73,5kg und eine – Körperhöhe von 1760mm auf. Laut Richtungsdefinition des Hüftgelenkwinkels in Abbildung 2-119, bedeutet eine positive Winkelgeschwindigkeit eine Extension und eine negative Winkelgeschwindigkeit eine Flexion des Hüftgelenks.

$$M_{H,e} = \begin{cases} wenn\ \omega_H > 0 \begin{cases} wenn\ |\omega_H| < \dfrac{6{,}12366275641797}{s} & M_{H,e(+)} \cdot f_A \cdot M_{H,v(+)} \\ wenn\ |\omega_H| \geq \dfrac{6{,}12366275641797}{s} & M_{H,e(+)} \cdot f_A \cdot 112{,}017759717595\text{Nm} \end{cases} \\ wenn\ \omega_H < 0 \begin{cases} wenn\ |\omega_H| < \dfrac{5{,}31921082385032}{s} & M_{H,e(-)} \cdot f_A \cdot M_{H,v(-)} \\ wenn\ |\omega_H| \geq \dfrac{5{,}31921082385032}{s} & M_{H,e(-)} \cdot f_A \cdot 81{,}9556349195158\text{Nm} \end{cases} \end{cases}$$

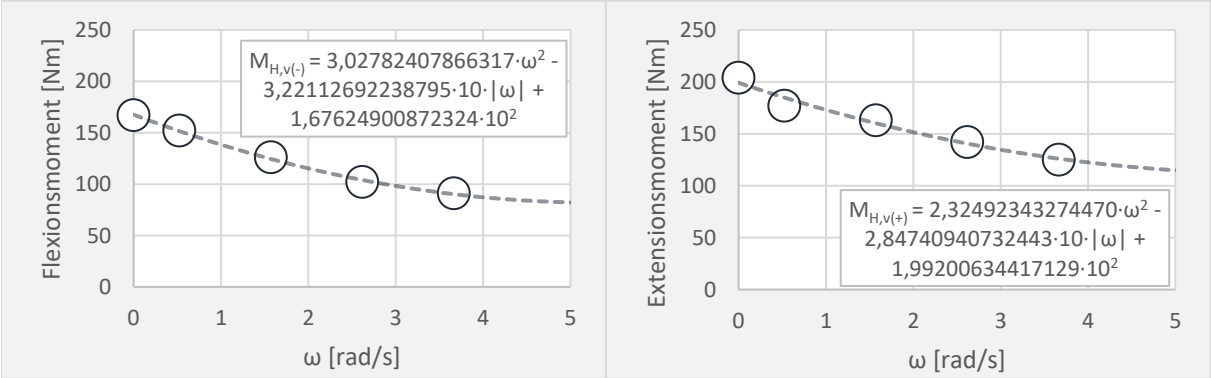


Abbildung 2-124: Interpolierte Polynomgleichungen zur Ermittlung des Maximalmomentes des Hüftgelenks in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit. Flexionsmomente (links); Extensionsmomente (rechts); Werte aus [87]

Die männliche Teilgruppe aus [88] weist ein Durchschnittsalter von 28 Jahren; eine – Körpermasse von 71kg und eine – Körperhöhe von 1722mm auf. Laut Richtungsdefinition des Kniegelenkwinkels in Abbildung 2-119, bedeutet eine positive Winkelgeschwindigkeit eine Flexion, während eine negative Winkelgeschwindigkeit eine Extension des Kniegelenks bedeutet.

$$M_{K,e} = \begin{cases} wenn\ \omega_K > 0 & \begin{cases} wenn\ |\omega_K| < \dfrac{4{,}19581409080058}{s} & M_{K,e(+)} \cdot f_A \cdot M_{K,v(+)} \\ wenn\ |\omega_K| \geq \dfrac{4{,}19581409080058}{s} & M_{K,e(+)} \cdot f_A \cdot 66{,}0613231707305\text{Nm} \end{cases} \\ wenn\ \omega_K < 0 & \begin{cases} wenn\ |\omega_K| < \dfrac{4{,}77018437742852}{s} & M_{K,e(-)} \cdot f_A \cdot M_{K,v(-)} \\ wenn\ |\omega_K| \geq \dfrac{4{,}77018437742852}{s} & M_{K,e(-)} \cdot f_A \cdot 99{,}6437237970065\text{Nm} \end{cases} \end{cases}$$

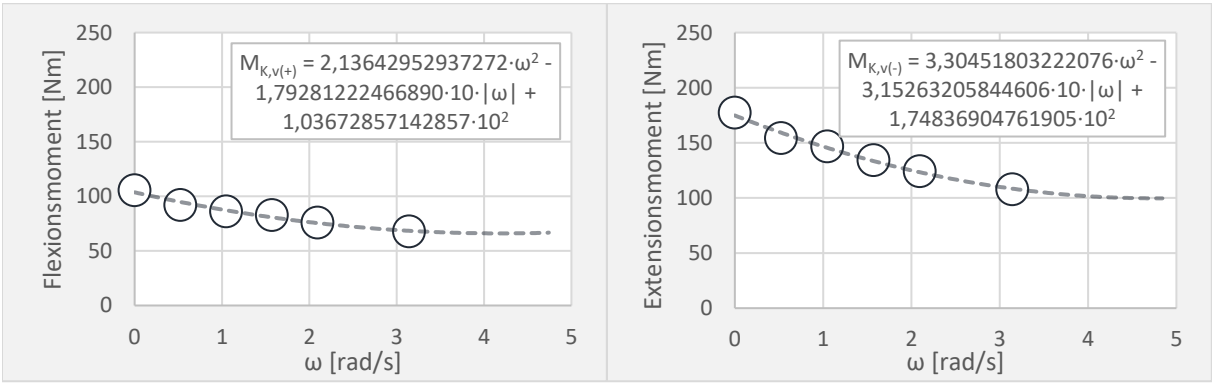


Abbildung 2-125: Interpolierte Polynomgleichungen zur Ermittlung des Maximalmomentes des Kniegelenks in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit. Flexionsmomente (links); Extensionsmomente (rechts); Werte aus [88]

Die männliche Teilgruppe aus [89] weist ein Durchschnittsalter von 26 Jahren; eine – Körpermasse von 80kg und eine – Körperhöhe von 1716mm auf. Laut Richtungsdefinition des Sprunggelenkwinkels in Abbildung 2-119, bedeutet eine positive Winkelgeschwindigkeit eine Extension, während eine negative Winkelgeschwindigkeit eine Flexion des Kniegelenks bedeutet.

$$M_{S,e} = \begin{cases} wenn\ \omega_S > 0 & \begin{cases} wenn\ |\omega_S| < \dfrac{3{,}21657018884289}{s} & M_{S,e(+)} \cdot f_A \cdot M_{S,v} \\ wenn\ |\omega_S| \geq \dfrac{3{,}21657018884289}{s} & M_{S,e(+)} \cdot f_A \cdot 17{,}6485491285493\text{Nm} \end{cases} \\ wenn\ \omega_S < 0 & \begin{cases} wenn\ |\omega_S| < \dfrac{3{,}21657018884289}{s} & M_{S,e(-)} \cdot f_A \cdot M_{S,v} \\ wenn\ |\omega_S| \geq \dfrac{3{,}21657018884289}{s} & M_{S,e(-)} \cdot f_A \cdot 17{,}6485491285493\text{Nm} \end{cases} \end{cases}$$

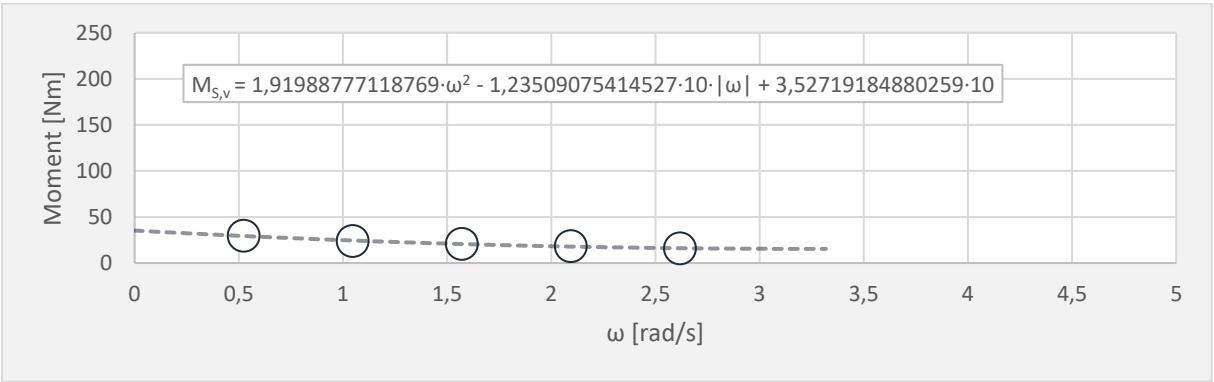


Abbildung 2-126: Interpolierte Polynomgleichung zur Ermittlung des Maximalmomentes des Sprunggelenks in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit. Flexionsmomente und Extensionsmomente identisch; Werte aus Leistungsdaten aus [89] ermittelt

STEUERUNGSKURVEN

Die auf den vorherigen Seiten geschätzten Kennfelder stellen das Arbeitspotential der Muskeln dar. Für den Regelfall, dass die Füße nicht fest mit den Pedalen verbunden sind, erfolgt eine zyklische Abforderung des Leistungspotentials der Muskeln. Die Tretleistung wird auf jeder Kurbel bevorzugt im Bereich zwischen dem oberen Totpunkt (OT) und dem unteren Totpunkt (UT) bereitgestellt. Zwischen dem unteren Totpunkt und dem oberen Totpunkt wird ohne eine feste Verbindung der Pedale nur eine geringe Leistung von den Muskeln abgefordert, die gerade reicht die Reib-; Gravitations- und Trägheitsmomente zu überwinden, falls die Arbeit nicht durch das um den Phasenwinkel $\delta_2 = 180°$ versetzte Bein erfolgt.

Mithilfe zweier Steuerungskurven $M_{STRG,1}$ und $M_{STRG,2}$, die der Mensch nutzt den Krafteinsatz zu steuern, kann die Muskelarbeit dosiert werden. Hierzu wird ein Anstrengungsfaktor $f_{\dagger}$ genutzt, mit welchem das Spitzenmoment skaliert wird. Der Symmetriefaktor $f_{\parallel}$ berücksichtigt den Einfluss eines schwächeren Sekundärbeins. Der Rechteckfaktor $f_{_\sqcap_}$ stellt Leistung nur bereit, wenn der Bereich zwischen OT und UT aktiv ist und der Rundheitsfaktor $f_{\cap}$ sorgt für einen fließenden Verlauf über den gesamten Bereich.

Anstrengungsfaktor	Symmetriefaktor	Rechtecksfaktor	Rundheitsfaktor
$f_{\dagger} = \{0 \dots 100\%\}$	$f_{\parallel} = \{0 \dots 100\%\}$	$f_{_\sqcap_} = \{0 \dots 100\%\}$	$f_{_\cap_} = \{0 \dots 100\%\}$

Zur Modellierung des überhöhten Leistungsanteils in Phasen zwischen dem oberen und dem unteren Totpunkt wird eine Hilfsfunktion ξ_i benötigt. Mit ihr kann eine normierte Rechteckmodulation $\sqcap_i$ vorgenommen werden (siehe Abbildung 2-127), welche über den Rechteckfaktor $f_{_\sqcap_}$ eingestellt werden kann.

$$\xi_i = \begin{cases} \tan^{-1}{}_{Deg}\left(\cos_{Deg}\left(90° \cdot \frac{f_{_\sqcap_}}{100\%}\right) \cdot \tan_{Deg}(\varphi_a + \beta + \delta_i)\right) & für \quad 0° \le mod(\varphi_a + \beta + \delta_i; 360) \le 90° \\ \tan^{-1}{}_{Deg}\left(\cos_{Deg}\left(90° \cdot \frac{f_{_\sqcap_}}{100\%}\right) \cdot \tan_{Deg}(\varphi_a + \beta + \delta_i)\right) + 180° & für \quad 90° < mod(\varphi_a + \beta + \delta_i; 360) \le 270° \\ \tan^{-1}{}_{Deg}\left(\cos_{Deg}\left(90° \cdot \frac{f_{_\sqcap_}}{100\%}\right) \cdot \tan_{Deg}(\varphi_a + \beta + \delta_i)\right) + 360° & für \; 270° < mod(\varphi_a + \beta + \delta_i; 360) < 360° \end{cases}$$

$$\sqcap_i = \frac{\cos^{-1}\left(\sin_{Deg}\left(90° \cdot \frac{f_{_\sqcap_}}{100\%}\right) \cdot cos_{Deg}(\xi_i)\right)}{\cos^{-1}\left(\sin_{Deg}\left(90° \cdot \frac{f_{_\sqcap_}}{100\%}\right) \cdot cos_{Deg}(180°)\right)}$$

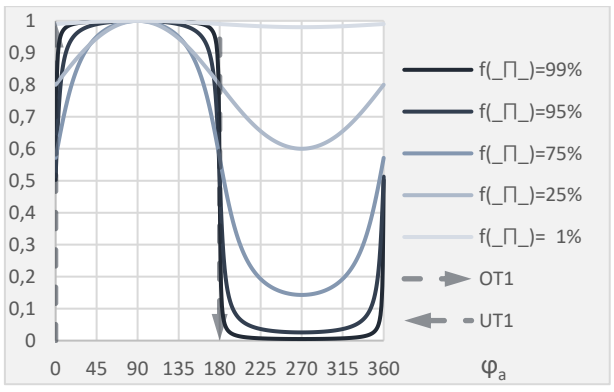


Abbildung 2-127: Einfluss des Rechteckfaktors auf die Steuerungskurve der Muskeln in Abhängigkeit des Kurbelwinkels φ_a mit den über dem Sitzwinkel β relativ dazu positioniertem oberen – (OT_i) und unteren Totpunkt (UT_i). Beispiel an der fahrerseitig rechten Kurbel mit Nullphasenversatz (Index i=1) und einem Sitzwinkel von β = 90°

Zusätzlich kann der Kraftverlauf während der Leistungsphasen zwischen oberen und unteren Totpunkt durch die normierte Rundfunktion $\cap_i$ symmetrisch[193] abgerundet werden. Die Rundfunktion wird durch den Rundheitsfaktor $f_{_\cap_}$ gesteuert.

$$\cap_1 = max\left(0; \frac{\tan^{-1}\left(\sin_{Deg}\left(\left(\frac{f_{_\cap_}}{100\%}\cdot mod(\varphi_a+\delta_1+\beta;360°)\right)+\left(\left(-180°\cdot\frac{f_{_\cap_}}{100\%}\right)+90°\right)\right)\right)}{\tan^{-1}(1)}\right)$$

$$\cap_2 = \begin{cases} max\left(0; \frac{\tan^{-1}\left(\sin_{Deg}\left(\left(\frac{f_{_\cap_}}{100\%}\cdot mod(\varphi_a+\delta_2+\beta;360°)\right)+\left(\left(-180°\cdot\frac{f_{_\cap_}}{100\%}\right)+90°\right)\right)\right)}{\tan^{-1}(1)}\right) & \text{für } mod(\varphi_a+\beta;720°)\le 180° \\ & \wedge \\ & \text{für } mod(\varphi_a+\beta;720°)>540° \\ max\left(0; \frac{\tan^{-1}\left(\sin_{Deg}\left(\left(\frac{f_{_\cap_}}{100\%}\cdot mod(\varphi_a-\delta_2+\beta;360°)\right)+\left(\left(-180°\cdot\frac{f_{_\cap_}}{100\%}\right)+90°\right)\right)\right)}{\tan^{-1}(1)}\right) & \end{cases}$$

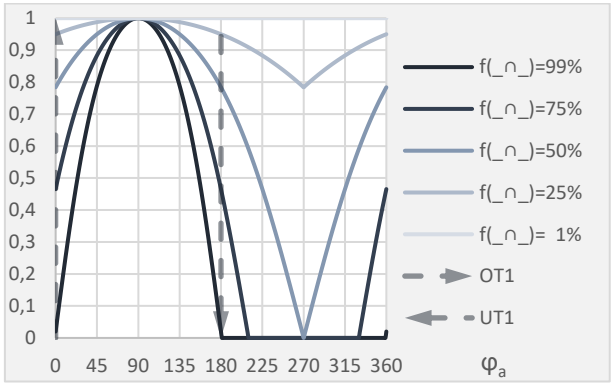


Abbildung 2-128: Einfluss des Rundheitsfaktors auf die Steuerungskurve der Muskeln in Abhängigkeit des Kurbelwinkels φ_a mit den über dem Sitzwinkel β relativ dazu positioniertem oberen – (OT_i) und unteren Totpunkt (UT_i). Beispiel an der fahrerseitig rechten Kurbel mit Nullphasenversatz (Index i=1) und einem Sitzwinkel von β = 90°

Beide Funktionen werden mit dem Anstrengungsfaktor $f_\dagger$ multipliziert um die Steuerungskurven $M_{STRG,i}$ zu erhalten. Die Steuerungskurve des schwächeren Beins (hier Index 2, linkes Bein) wird zusätzlich mit dem Symmetriefaktor $f_\parallel$ abgesenkt, da die Kennfelder der Muskeln nicht für das linke und rechte Bein getrennt betrachtet, sondern stets am stärksten Bein betrachtet worden sind.

$$M_{STRG,1} = \frac{f_\dagger}{100\%}\cdot\prod_i\cdot\cap_i \qquad M_{STRG,2} = \frac{f_\parallel}{100\%}\cdot\frac{f_\dagger}{100\%}\cdot\prod_i\cdot\cap_i$$

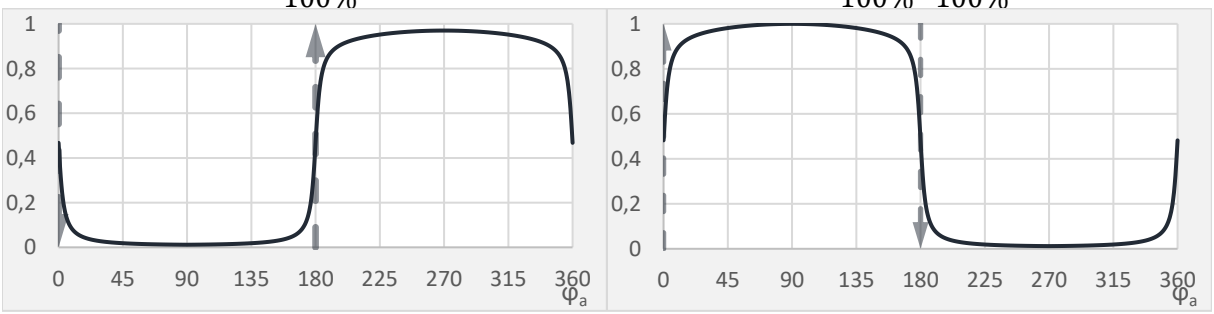


Abbildung 2-129: gewählte Steuerkurven für das rechte Bein (Index 1, rechts) und das linke Bein (Index 2, links). Exemplarisch an einem nicht weiter festgelegt Sitzwinkel von β = 90°, bei maximaler Anstrengung $f_\dagger$ = 100% und einem Symmetriefaktor von $f_\parallel$ = 97%. Rechteckfaktor $f_{_\Pi_}$ = 97%; Rundungsfaktor $f_{_\cap_}$ = 25%

[193] Die Symmetrie könnte bei Bedarf durch die Einbringung eines dynamischen Offsets in die Funktion aufgehoben werden, sodass beispielsweise das Leistungsmaximum näher am oberen Totpunkt liegt und in Richtung unterer Totpunkt dadurch flacher abfällt.

TRANSIENTENGLÄTTUNG

Bei einer gezielten Steuerung der Muskelmomente durch die errechneten Kompensationsmomente entfällt der Sinn von Steuerungskurven. Das Konzept der Steuerungskurven kann allerdings dafür verwendet werden die Übergänge (Transienten) der Wirkbereiche von der Muskelgruppe der Flexoren und Tensoren abzuglätten[194], da diese unstetige Sprünge in den Momentenverläufen der Gliedmaßen darstellen.

Die Idee dahinter ist aus den Steuerungskurven in Abbildung 2-129 die Charakteristik der Kurve zwischen OT und UT auf den Bereich zwischen UT und OT zu spiegeln. Während die Steuerungskurven zum Ziel haben den Pegel im letzteren Bereich zu senken, bzw. abzuschalten, wird mit der Transientenglättung nur der Pegel im Bereich unmittelbar um OT und UT abgesenkt.

Um eine Transientenglättung zu ermöglichen ist es notwendig die Punkte OT und UT frei verschieben zu können. Diese Punkte haben folglich nichts mehr mit der Bedeutung zu tun, welchen sie im Bereich der Steuerungskurven eingenommen haben. Sie werden deswegen umbenannt in „Start“ (OT) und „Stop“ (UT). Eine umfangreiche Erforschung der Reaktion der Steuerungskurven auf die Verschiebung mittels dem Offset β konnte keine vollständige saubere (analytische) Lösung hervorbringen (siehe das Verhalten das Verhalten der Verschiebung von „Start“ in Abbildung 2-130).

	gemessen @ Rechteckfaktor 99,9999%										
	F_L	Offset β=0°	Offset β=45°	Offset β=90°	Offset β=135°	Offset β=180°	Offset β=225°	Offset β=270°	Offset β=315°		
Intervall 22,5	99,9999	-135	-157,5	0	-22,5	-45	-67,5	-90	-112,5	Intervall 22,5	
	95			0							
Intervall 20	90	-120	-140	0	-20	-40	-60	-80	-100	Intervall 20	
	85		-105	0							
	80			0							
Intervall 45	75	-90	-45	0	-15	-30	-45	-60	-75	Intervall 15	
Intervall 30	70	-60	-30	0							
Intervall 22,5	66,666667	-45	-22,5	0	-11,25	-22,5	-33,75	-45	-56,25	Intervall 11,25	
Intervall 15	62,5	-30	-15	0							
	60				-7,5	-15	-22,5	-30	-33,75	Intervall 7,5	Intervall 3,75
	50	0	0	0	0	0	0	0	0		
Intervall 7,5	40	15	7,5	0	11,25	22,5	33,75	30	22,5	Intervall 11,25	Intervall -7,5
Intervall 15	25	30	15	0	45	90	75	60	45	Intervall 45	Intervall -15
	10			0							
	5			0							
	1			0							
Intervall 22,5	1E-08	45	22,5	0	157,5	135	112,5	90	67,5		Intervall -22,5

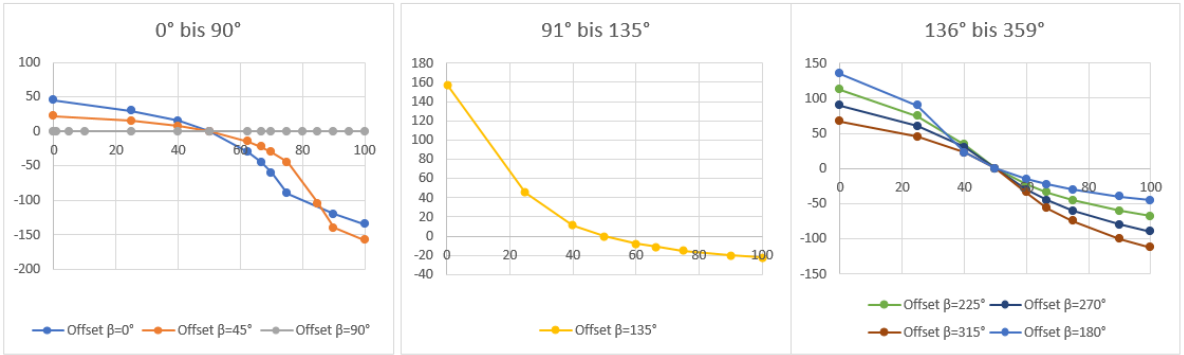


Abbildung 2-130:Versuch: Lokalisierung von „Start“ (OT) unter Variation des Lastphasenfaktors F_L und dem Offset β

[194] Es ist zu erwarten, dass ein Muskel mit Einsetzen der Relaxation eine gewisse Zeit benötigt, um die Spannung abzubauen. Die Modulation der fließenden Übergänge glättet die Wirkung der Muskelmomente im Kurbelmoment. Von der Glättung jedoch ausgenommen sind Bedarfssprünge, die durch die Kompensationsrechnung entstehen. Hierfür ist es sinnvoller Zeitreihen-Methoden einzusetzen, wie sie beispielsweise in einem Audiosignal-Kompressor zum Einsatz kommen (Zeitkonstanten: „Attack“ und „Decay“).

Es gelingt jedoch eine Dehnung und Stauchung bei einem Offset von $\beta = 90°$ bereitzustellen. In diesem Fall ist „Start“ stets auf einem Winkel φ von 0°. Die Dehnung und Stauchung der Dimension φ kann mit dem Lastphasenfaktor $f_{\leftrightarrow}$ beschrieben werden. Dieser beträgt im Fall der Steuerungskurven 50% (vergleiche Kurvenverlauf in Abbildung 2-129). Damit kann die Steuerungskurve für den Sonderfall bei einem „Start“ von 0°, wie folgt manipuliert werden:

$$Stauchung = \frac{50\%}{f_{\leftrightarrow}} \qquad Streckung = \frac{50\%}{100\% - f_{\leftrightarrow}} \qquad Start = 0° \qquad Stop = \left(\frac{f_{\leftrightarrow}}{100\%} \cdot 360°\right)$$

$$\varphi_{a\leftrightarrow} = \begin{cases} \varphi_a \cdot Stauchung & wenn\ Start \leq \varphi_a < Stop \\ (Stop) \cdot (Stauchung) + (\varphi_a - Stop) \cdot Streckung & sonst \end{cases}$$

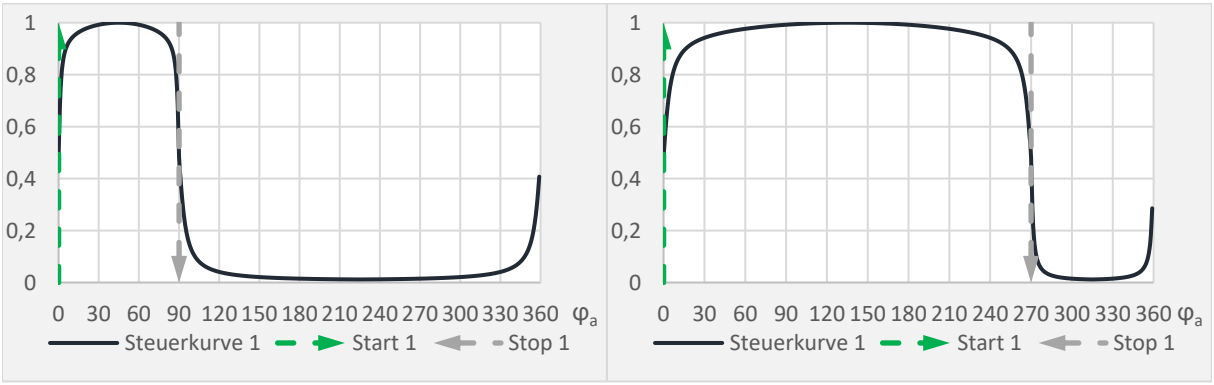


Abbildung 2-131:Stauchung und Streckung einer Steuerungskurve für den festen Wert β = 90°. Lastfaktor f↔ von 25% (links) und 75% (rechts) bei einem Rechteckfaktor f_⊓_ = 97% und Rundungsfaktor f_∩_ = 25%

An dieser Stelle wird der Entwicklungsbereich verlassen und der Lastphasenfaktor ersetzt. Die Antriebsmomentberechnung leitet sich direkt aus der Richtung der Bewegungsgeschwindigkeit Ω der Gliedmaßen ab. Mittels einer Untersuchung der Vorzeichen der Geschwindigkeit kann der Gradientenwechsel von φ ermittelt werden, woraus die Positionen von „Start“ und „Stop“ hervorgehen.

$$Start = \varphi_i\ wenn\ sgn(\Omega_i) < sgn(\Omega_{i+1})$$

$$Stop = \varphi_i\ wenn\ sgn(\Omega_i) > sgn(\Omega_{i+1})$$

Mittels „Start“ und „Stop“ kann die konstante Schrittweite von φ verzerrt werden. Dies wird zunächst mit einem generischen „virtuellen Start“ von 0° und einem „virtuellen Stop“ durchgeführt:

$$Start_{virtuell} = 0° \qquad Stop_{virtuell} = \begin{cases} Stop - Start & wenn\ Stop > Start \\ 360° - Start + Stop & wenn\ Stop < Start \end{cases}$$

$$Stauchung = \frac{50\%}{f_{\leftrightarrow}} = \frac{50\%}{100\%} \cdot \frac{360°}{Stop} = \frac{180°}{Stop_{virtuell}}$$

$$Streckung = \frac{50\%}{100\% - f_{\leftrightarrow}} = \frac{50\%}{100\% - 100\% \cdot \frac{Stop}{360°}} = \frac{1}{2 - \frac{Stop_{virtuell}}{180°}}$$

Um eine Transientenglättung zu forcieren werden alle Elemente der verzerrten Kurve von $\varphi_{a\leftrightarrow}$, welche größer als 180° sind mit einem Offset von 180° zurückgesetzt:

$$\varphi_{a\leftrightarrow,Transient,i} = \begin{cases} \varphi_{a\leftrightarrow,i} - 180° & wenn\ \varphi_{a\leftrightarrow,i} > 180° \\ \varphi_{a\leftrightarrow,i} & wenn\ \varphi_{a\leftrightarrow,i} \leq 180° \end{cases}$$

Anschließend wird mit der manipulierten Kurve von $\varphi_{a\leftrightarrow,Transient}$ die Steuerkurve berechnet. Diese Steuerkurve wird mit einem Offset aus der Nullwinkelposition „virtueller Start“ auf „Start“ verschoben (vergleiche Abbildung 2-131 mit Abbildung 2-132).

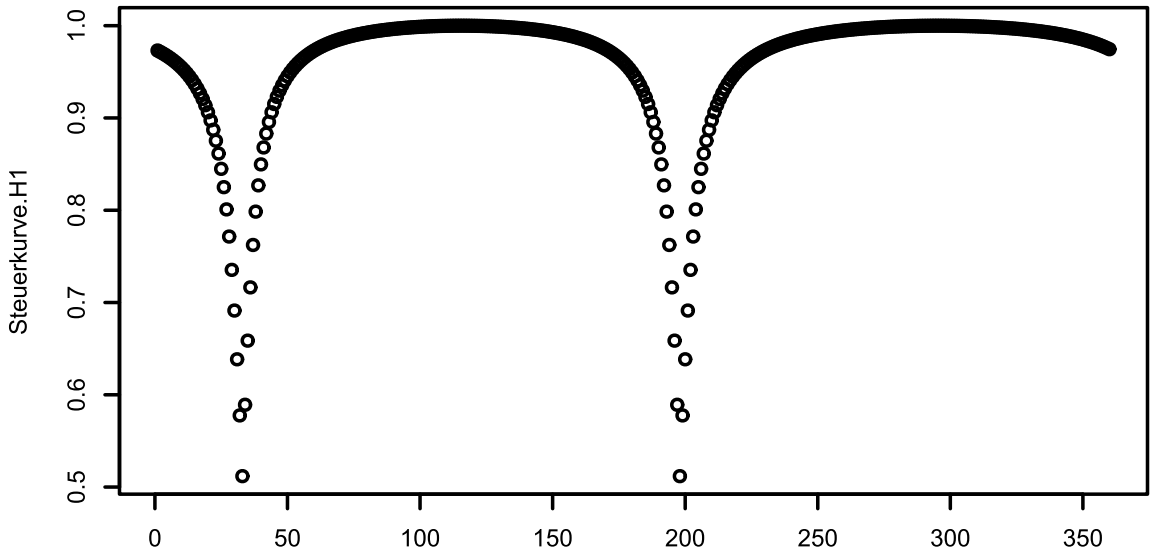


Abbildung 2-132:Steuerkurve für Transientenglättung. Beispiel für f_⊓_ = 95% und Rundungsfaktor f_∩_ = 5% mit einem dynamischen Offset in Abhängigkeit des Gradientenwechsel der Gelenkposition

Mit der in Abbildung 2-132 gewonnen Steuerkurve wird in Abbildung 2-133 ein Gelenkmomentverlauf geglättet. Vor der Glättung ist eine extreme Unstetigkeit zu erkennen, welche in den Diagrammen zum Kurbelmoment zu Sprüngen führt. Mithilfe der Glättung wird der Effekt abgeschaltet[195].

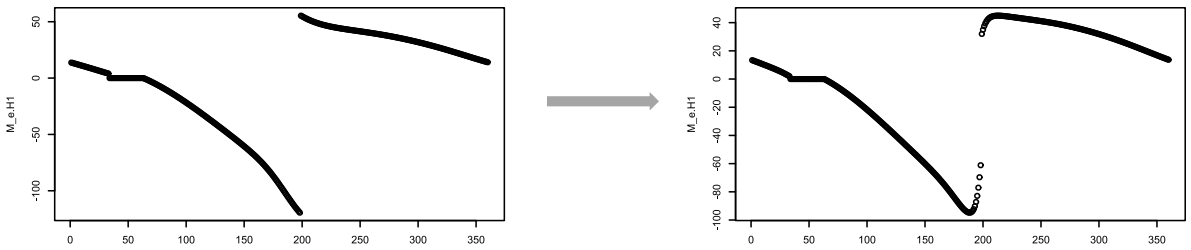


Abbildung 2-133:Glättung eines exemplarischen Gelenkmomentverlaufs mithilfe der Steuerkurve aus Abbildung 2-132

[195] Dies gilt nur für den Einsatz der maximalen Gelenkleistung. Sprünge können durch den Einsatz der Kompensationsrechnung trotzdem entstehen, da sie sprunghaft ganze Momente ablehnt, wenn diese nicht zum Erhalt des Pedalkontaktes und des Antriebs beitragen. Transientenglättung sollte nur für Untersuchungen an Belastungsverläufen in einem Zustand des Kurbeltriebs eingesetzt werden. Aufgrund der Rechenzeit ist sie nicht für die Erstellung von ganzen Kennfeldern des Kurbeltriebs einzusetzen

2.8.7 Abgerufene Antriebsmomente und Reibung

Die Berechnung der tatsächlich abgerufenen Antriebsmomente erfolgt in mehreren Schritten. Im ersten Schritt wird das generalisierte Modell nach Kapitel 2.8.3 mit den maximal möglichen Antriebsmomenten nach Kapitel 2.8.6 gefüttert. Dabei werden Momente durch die Kompensationsrechnung abgelehnt, welche dazu führen, dass der Fuß den Kontakt zum Pedal verliert oder/und das Antriebsmoment zu einer Kurbelmomentbremsung führt. Die abgelehnten Antriebsmomente verbleiben als Restkontingent auf einem Speicher im Bereich der Kompensationsrechnung.

Im nächsten Schritt erfolgt in zwei Stufen eine Übertragung der Eingangsbelastungen aus den Trägheitsreaktionen nach Kapitel 2.8.4 und den Gravitationsreaktionen nach Kapitel 2.8.5. Die ermittelten Kompensationsmomente, die nötig wären um den Pedalkontakt aufrechtzuerhalten oder/und eine Antriebsmomentbremsung zu verhindern werden mit den bestehenden Restkontingenten der Antriebsmomente überprüft. Wenn das Vorzeichen des benötigten Kompensationsmomentes mit dem Vorzeichen des Antriebsmoment-Restkontingentes übereinstimmt, wird so viel Antriebsmoment zur Verfügung gestellt, wie das System noch leisten kann.

Während der Vorwärtsrechnung der Teilsysteme wird das Eingangsmoment stets um das Reibmoment reduziert, welches durch die Eingangsstabkraft hervorgerufen wird. Der Einfluss der Reibung der Kniescheibe mit ihrem Wirkdurchmesser wird vernachlässigt.

Tabelle 54: Mögliche Randbedingungen zur Annäherung der Gelenkreibung

	Reibdurchmesser	Reibbeiwert
Hüftgelenk	$D = konstant$	$\mu_{Synovial} \approx 0{,}005 \ \ldots \ 0{,}0025$
Kniegelenk	$D = f(\varphi_K)$	$\mu_{Synovial} \approx 0{,}005 \ \ldots \ 0{,}0025$
Sprunggelenk	$D = f(\varphi_S)$	$\mu_{Synovial} \approx 0{,}005 \ \ldots \ 0{,}0025$

Mangels Daten werden dynamische Durchmesser vernachlässigt und der Durchmesser für alle Gelenke mit 50mm festgesetzt. Aufgrund eines fehlenden Modells zum Verhalten des Reibbeiwertes der Synovialflüssigkeit wird ein Reibbeiwert von 0,00375 festgesetzt. Eine Geschwindigkeitsabhängigkeit wird mangels Daten ebenfalls nicht implementiert.

$$M_{Reibung} = sgn(M_1) \cdot \mu \cdot |F_{1h}| \cdot \frac{D}{2} \cdot \left[\frac{1m}{1000mm}\right]$$

Die Modellierung der Reibung ist aufgrund der extrem geringen Reibbeiwerte zu vernachlässigen, wie an folgender Formel abgelesen werden kann.

$$M_{Reibung} = 0{,}00009375 \cdot sgn(M_1) \cdot |F_{1h}|$$

Die Leerlaufreibung der Gelenke ist bereits durch die dynamischen Versuchsdaten in Abbildung 2-124, Abbildung 2-125 und Abbildung 2-126 experimentell erfasst worden.

2.8.8 Kurbelverhalten

Abschließend werden die Ergebnisse der Modellierung visualisiert. In Abbildung 2-134 ist die Kurbelmoment-bildende Tangentialkraft über den Kurbelwinkel ohne den Einsatz eines Pedalklicksystems dargestellt. Bei dem Vergleich mit den Angaben gemessener Werte in der Literatur ist eine hohe Übereinstimmung festzustellen. Das Kurbelgetriebe ist für die aufrechte „American Position“ definiert (siehe beschreibende Parameter in Abbildung 2-134 oben).

Das Modell weist eine bereits erwähnte Schwäche auf. Die Kompensationsrechnung ist nicht in der Lage die auf die Pedale wirkende Radialkraftkomponente und Tangentialkraftkomponente getrennt voneinander abzulehnen. Aufgrund der aus der Vorwärtsrechnung verlorenen Phantomkräfte kann keine Rückwärtsrechnung erfolgen, da diese Kräfte unbekannt sind. Anscheinend kann nur ein iteratives Ausprobieren der Muskelmomente zur Reduktion von negativen Kraftintegralen bei Aufrechterhaltung der Pedalkraft angewendet werden. Die Kompensationsrechnung lehnt daher Kräfte ab, welche die Kontaktbedingung (Radialkraftkomponente) verletzen oder/und die Vortriebsbedingung (Tangentialkraftkomponente) verletzen. Die Folge sind erhöhte negative Tangentialkraftintegrale (vergleiche negative Flächen in Abbildung 2-134 links und rechts).

Eine weitere Schwäche des Modells liegt in den erratenen statischen Muskelkennfeldern des Oberschenkels. Für sie konnten keine wissenschaftlichen Veröffentlichungen gefunden werden.

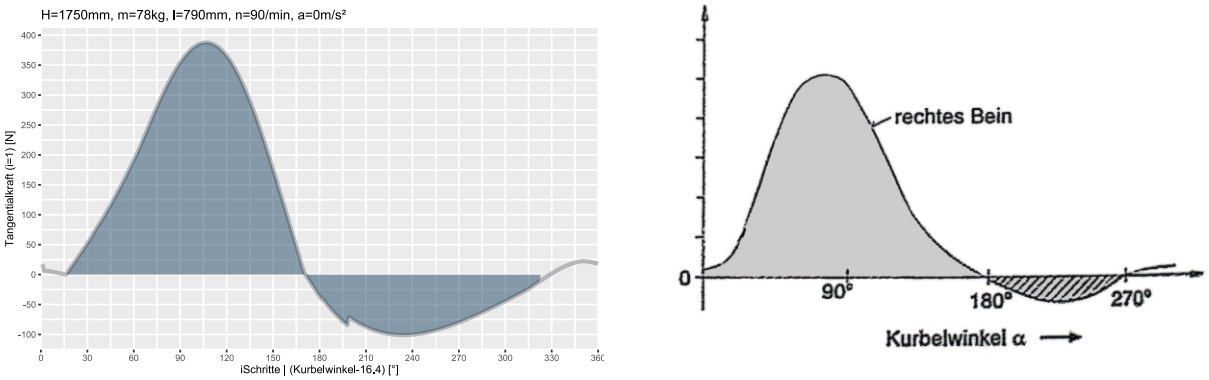


Abbildung 2-134: Modellergebnisse der Tangentialkraft des stärkeren Beins (links) und gemessene Werte aus der Literatur [24, S. 188] in der „American Position“

Neben dem Validieren der Kraftverläufe ist die Leistungsausgabe des Modells von Interesse. In der Literatur wird angegeben, dass ein Hobbyfahrer 250W bei einer Kurbeldrehzahl von 90U/min leisten kann. Ein leichtgewichtiger Elitefahrer hingegen soll eine Leistung von 414W bei 90U/min auf die Kurbel bringen [13, S. 47]. Betrachtet man den linken Graphen in Abbildung 2-135, so werden die Werte als plausibel empfunden. Das Modell wurde auf einen 50-Perzentil-Mann im Alter von 25 Jahren parametriert. Es ist deutlich zu erkennen, dass aufgrund der mangelhaften Kompensationsrechnung Leistung verschwendet wird[196].

Es ist unklar, ob die Leistungsangabe des Elitefahrers mit einem Pedalklicksystem ermittelt worden ist. Geht man davon aus, dass ein Pedalklicksystem zum Einsatz gekommen ist, so ergibt sich eine sehr hohe Übereinstimmung mit den Modellergebnissen. Bei dem Einsatz eines Pedalklicksystems lehnt die Kompensationsrechnung ausschließlich Muskelmomente ab, welche zu bremsenden Tangentialkraftkomponenten führen. In diesem Fall ist die Methodik der Kompensationsrechnung tatsächlich hinreichend.

[196] Dies ist an den gestrichelten Linien zu erkennen, welche die Kurbelmomente der einzelnen Beine repräsentieren. Durch die tiefliegenden negativen Integrale wird viel Antriebsleistung abgebaut. Mit einer besseren Kompensation würde das Moment um einen zweistelligen Prozentbereich höher liegen.

In weiterer Argumentation könnte betont werden, dass ein Elitefahrer stärkere Muskelkennfelder aufweisen muss und damit vom Modell noch höhere Leistungswerte zu erwarten wären.

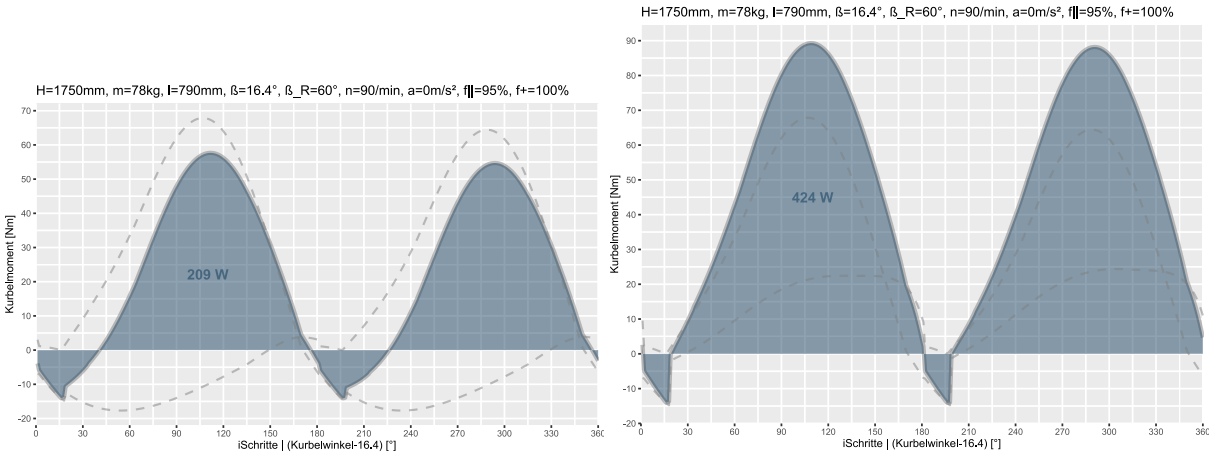


Abbildung 2-135: Modellergebnisse des Kurbelmomentes für die „American Position“ bei optimaler Drehzahl mit Pedalklicksystem (rechts) und ohne (links)

In Abbildung 2-136 wird ein Vergleich des Kurbelmodells mit den Messungen eines Studenten am *Institut für Angewandten Maschinenbau, Wolfenbüttel* verglichen. Die Messungen des Studenten wurden wahrscheinlich in einer Sitzposition von 90° und einem Rückwinkel von schätzungsweise 45° durchgeführt. Sie wurden bei einer Drehzahl von 50U/min erhoben. Die Integration der Messung ergibt eine mittlere Leistung von 87W. Das Kurbelmodell unterschreitet diesen Wert, wie dies bereits im vorherigen Absatz der Fall ist. Dies kann in diesem Fall nicht vollends auf die mangelhafte Kompensationsrechnung zurückgeführt werden, weil der Anstrengungsfaktor so eingestellt wurde, dass die Maximalmomente der Messung erreicht werden (Leistung bei 45%). Außerdem wurde ein Asymmetrie-Faktor zwischen dem Leistungspotential des linken und des rechten Beins von 85% definiert.

In den Messungen des Studenten erscheint erscheinen sehr ungleichförmige Verläufe. Diese können auf die Kennfelder der Muskeln der Probanden (Studenten) zurückgeführt werden. Außerdem werden die Kurbelmomente anscheinend umso gleichmäßiger je höher das Gegenmoment (vermutlich aus einer Wirbelstrombremse) ist (vergleiche [77, S. 52] mit [77, S. 53]).

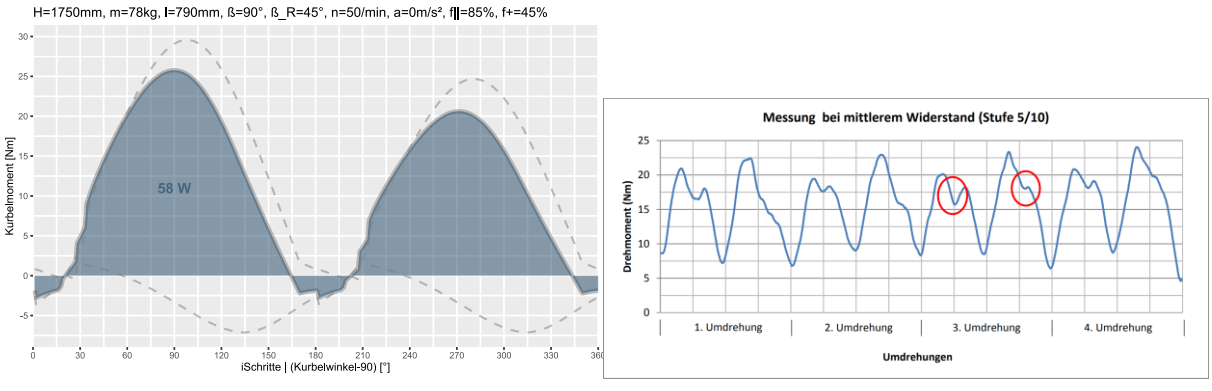


Abbildung 2-136: Modellergebnisse des Kurbelmomentes (links) bei 50% Anstrengung und gemessene Werte aus einer Bachelorarbeit am eigenen Institut [77, S. 52] (rechts)

Als Grundlage für die Untersuchungen der optimalen Sitzposition in Kapitel 3.1 werden Ausschnitte des Parameterkennfeldes Sitzwinkel; Rückenwinkel; Sitzentfernung und Kurbeldrehzahl untersucht (siehe Abbildung 2-137). Grundlegend ist zunächst festzustellen, dass der Einsatz eines Pedalklicksystems zu sehr ähnlichen Kennfeldern führt, nur dass die Leistung sich nahezu verdoppelt.

In Abbildung 2-137 links oben ist zu erkennen, dass sich eine optimale Drehzahl zwischen 110 und 120U/min finden lässt. Eine Senkung des Sitzwinkels führt zu einer Absenkung der optimalen Drehzahl auf 110U/min. Nach [90, S. 55] wurden mehrere Weltrekorde bei 110U/min aufgestellt. Eine Überschreitung dieser Drehzahl scheint jedoch zur Verkrampfung und Verkürzung der Muskeln zu führen, da diese die Wege aus Zeitmangel zunehmend nicht mehr vollständig vollführen können. Im Sportbereich werden Drehzahlen um 90U/min vorgeschlagen. Das mögliche Optimum des Modells bei Pedalklicksystem in Abbildung 2-137 links unten kann damit nicht angefahren werden.

In Abbildung 2-137 mittig oben und unten ist zu erkennen, dass kleinere Sitzwinkel zu höheren Leistungen führen. Dieser Effekt ist damit zu erklären, dass bei einer aufrechten Sitzposition die pumpende Wirkung der Gravitation genutzt werden kann. Der Effekt der Gravitationspumpe ist bei fehlendem Pedalklicksystem stark ausgeprägt, da die Muskeln nach dem unteren Totpunkt „Leerarbeit“ verrichten, welche nicht zum Antriebsmoment beiträgt. Von daher ist es in diesem Kurbelbereich nicht leistungsmindernd, wenn potentielle Energie aufgeladen wird. Nach dem oberen Totpunkt verstärkt die Gravitation das maximale Kurbelmoment. Bei einem Pedalklicksystem herrscht eine periodische Abstützwirkung aus dem Oberkörpergewicht nach dem oberen Totpunkt vor. Die Gewichte der Gliedmaßen führen während des Kurbelprozesses jedoch zu einer Nullbilanz. Eine Neigung des Rückens vermindert die Leistung. Dies ist aus der Modellannahme abzuleiten, dass die Sitzlehne als nichtlinearer Kontakt Stabkräfte des Rückens aufnimmt, anstatt sie in die Oberschenkel einzuleiten[197].

In Abbildung 2-137 rechts ist zu erkennen, dass bei Einsatz eines Pedalklicksystems die optimale Sitzhöhe bei über 750mm anzusiedeln ist (Referenzmenschhöhe 1750mm). Ohne Pedalklicksystem liegt der Wert bei circa 700mm. Dies ist auf geringe Winkelbeschleunigungen der Gliedmaßen zurückzuführen.

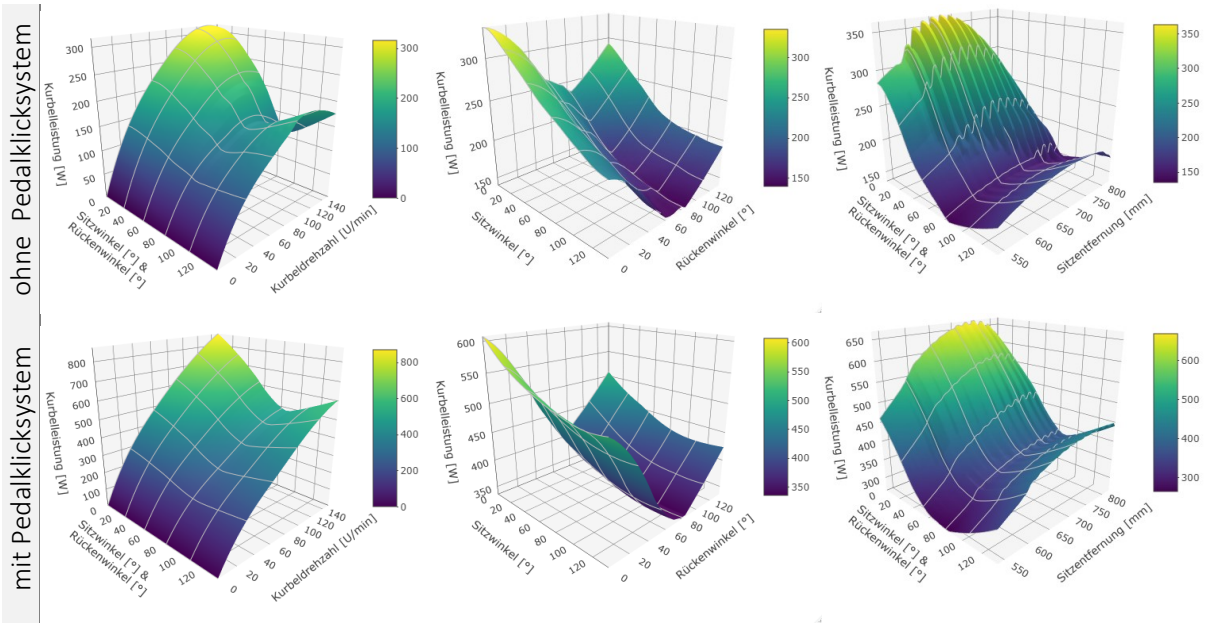


Abbildung 2-137: Optimumsflächen des Modells. Optimaler Kurbeldrehzahlbereich in Abhängigkeit des Sitzwinkels bei einer Sitzentfernung von 790mm (links). Optimaler Rückenwinkel in Abhängigkeit des Sitzwinkels (mittig). Optimale Sitzentfernung in Abhängigkeit des Sitzwinkels (rechts). Sitzwinkel und Rückenwinkel wurden links und rechts gleichgesetzt, sodass der Fahrer in allen Lagen aufrecht sitzt

Die sich einstellende Ausgangsdrehzahl ist eine Funktion des Lastmoments und der Trägheiten des Antriebsstrangs.

197 Tatsächlich wäre eine weitere Modelloption nötig, welche im Extremfall das Fahren im Stehen berücksichtigt.

3 Ableitung einer Anforderungsliste

Im folgenden Kapitel sollen die in Kapitel 2 erlangten Erkenntnisse zu einer qualitativen Auswertung von Parametern führen. Ziel ist es Kombinationen von Parameterfeldern zu finden, welche zu einem effizienten Antriebstrang führen und diese auf einige wenige Parameter in einer Anforderungsliste für spätere Konstruktionen herunterzubrechen.

Der erste Schwerpunkt liegt auf der Positionierung des Fahrers im Fahrzeug. Dabei muss in Abhängigkeit der Tretlagerposition eine Hüllkurve um den Fahrer in verschiedenen Sitzpositionen aufgespannt werden. Hierzu dienen die Berechnungsergebnisse aus 2.8.2. Aus der Hüllkurvenbegrenzung gehen die Randwerte für eine minimale Karosserie hervor. Die sich ableitenden Karosserien weisen unterschiedliche Luftwiderstände auf, welche den Gesamtwirkungsgrad des Fahrzeugs genauso beeinflussen wie die Sitzposition und die damit verbundene potentielle Antriebskraft des Fahrers. Da zu erwarten ist, dass ein liegender Fahrer den geringsten Luftwiderstand aufweist, ist die Minderung des Wirkungsgrades durch einen potentiellen Antriebswellenknick mit einzubeziehen (siehe Kapitel 2.4.3) indem der erforderliche Zentralrahmenrohrknick mit berechnet wird. Aus dem Parameterfeld sind für verschiedene Fahrtgeschwindigkeiten die Evolutionsoptima aufzusuchen und ggf. mit ergonomischen Betrachtungen nachzujustieren.

Der zweite Schwerpunkt liegt in der Modellierung verschiedener Antriebsstrangelemente, um eine unabhängige einheitliche Prüfung und Vergleich durchführen zu können. Für die Untersuchung bietet sich die Plattform *MATLAB/SIMULINK®* an. Mit ihr ist es möglich komplizierte verschachtelte Differentialgleichung mittels graphischer Programmierumgebung aufzubauen und lösen zu lassen. Die Prüfung der Komponenten soll so realitätsnah wie möglich erfolgen. Hierzu wird auf oberster Ebene ein grundlegendes Fahrwiderstandsmodell (Luftwiderstand; Hangsteigungswiderstand, Rollwiderstand, Trägheitswiderstände) aufgebaut. Der Antrieb der Komponenten soll mittels der Erkenntnisse aus Kapitel 2.8.8 von einem menschlichen Modell erfolgen. Die Antriebsstrangkomponenten müssen mit den in Kapitel 2 ermittelten theoretischen und empirischen Modellen nachgebaut werden. Dabei ist es unerlässlich reale Konstruktionsparameter aus dem CAD-Bereich zu ermitteln. Bei Bedarf müssen entsprechende Komponenten rückwärts entwickelt werden, da vermutlich keine Modelle herstellerseitig angeboten werden. Der Vorgang der Modellierung der Antriebsstrangkomponenten ist ein zu erwartender kritischer Zeitfaktor, sodass es vermutlich nicht möglich sein wird den kompletten Bestand aus Kapitel 2 nachzubilden und jede erdenkliche Kombination an Komponenten zu prüfen. Es muss sich abschließend auf eine geringe Auswahl an sinnvollen Kombinationen beschränkt werden, welche im Fahrversuch schlussendlich untersucht werden können.

3.1 Diskussion verschiedener Fahrerpositionen

Die Fahrersitzposition stellt den initialen Ausgangspunkt zur Ermittlung des aufzubringenden Leistungspotentials (siehe Kapitel 2.8.6) und der anfallenden Reibungs- und Luftwiderstandsverluste (siehe Kapitel 1.2 und optional 2.4.3). Auf der anderen Seite befindet sich ein schwer einzuschätzender Gegenspieler: die Ergonomie. Absolute Werte lassen sich ebenfalls aus der gewählten Fahrersitzposition ermitteln, die Bewertung erfordert jedoch medizinische-, bzw. ergotherapeutische Kompetenzen. Aus der Literatur lassen sich folgende Informationen entnehmen:

Hüftposition:

Der Schwerpunkt ist möglichst zwischen Vorder- und Hinterrad, für die Traktion des Hinterrades und die Haftung des Vorderrades bei Lenkung, zu positionieren.

Körperwinkel β:

Ein Körperwinkel von 115° bringt maximale Leistung, 135° bringt maximalen Komfort [51, S. 4].

Rückenwinkel β_R:

Bei hoher Anstrengung versucht der Fahrer seinen Schwerpunkt in Richtung von g über der mittleren vorderen Pedalachse zu verschieben [90, S. 27]

Sitzentfernung l:

Ergonomie bedeutet, dass möglichst viele Muskeln an der Bewegung beteiligt sind, um die Überlastung einzelner Muskeln zu vermeiden. Bewegungen von Muskeln sollten in ihrem vorgesehenen Arbeitsbereich entzogen werden. So können die Bewegungen möglichst lange vollzogen werden [90, S. 16]. Das Bein erreicht seine maximale Kraft kurz vor der Streckung bei einem Kniewinkel von 158 bis 162° [90, S. 35].

Kurbellänge r:

Die Kurbellänge in mm sollte die Körpergröße in cm nicht überschreiten [JN, S.55].

Tretlagerposition:

Die optimale Position des Tretlagers in x ist auf Achse der Vorderräder. Vor 1987 hieß es das Tretlager sollte 15cm tiefer als der Sitz liegen um das Optimum zwischen Aerodynamik und Ergonomie zu erfüllen (klassischer Langlieger). 1997 wurde die Tretlagerposition von Langliegern auf Höhe des Sitzes oder 20cm darüber gelegt [51, S. 4].

Augenhöhe:

Für eine ausreichende Übersicht im Verkehr ist eine Augenhöhe von mindestens 120cm zu empfehlen [51, S. 4].

Sprunggelenk:

Unergonomisch ist die Paddelbewegung des Sprunggelenks während des Pedalierens, wie auch das Pedalieren über Mittelfuß oder gar Ferse. Die freie Bewegung des Fußgelenks ist wichtig, damit die Taumelbewegung des Kniegelenks ausgeglichen werden kann. Der Ausgleich erfolgt nicht bei Treten über den Mittelfuß oder gar der Ferse [90, S. 41].

3.1.1 Ableitung von Hüllkurvenwerten aus der MKS-Rekonstruktion

Die vorhandenen Rechnungsvorschriften aus Kapitel 2.8.3 können dafür genutzt werden Maximalwerte des menschlichen Körpers während des Pedalierens (sogenannte Hüllkurvenwerte) zu ermitteln. Hierzu wird lediglich eine Modifikation des Rückens benötigt, indem ein weiteres Gelenk eingebaut wird, auf welchem der Kopf sitzt. Die Parameter der Rückenlänge l_r; der relativen Augenentfernung l_a; der relativen Höhe der Augen h_a; der relativen Länge der Hacke und der Pieke werden dem Modell hinzugefügt. Die Maße werden aus [91] entnommen und auf die Körpergesamthöhe H relativiert.

$$l_r = \left(\frac{566}{1820}\right) \cdot H \qquad l_a = \left(\frac{83}{1820}\right) \cdot H \qquad l_{Hacke,i} = \left(\frac{100}{1820}\right) \cdot H$$

$$h_a = \left(\frac{157}{1820}\right) \cdot H \qquad l_{Pieke,i} = \left(\frac{65}{1820}\right) \cdot H$$

Außerdem werden die Hüllradien benötigt, welche um die Gelenkpunkte und Fixpunkte aufgespannt werden sollen:

$$R_{Kopf} = \left(\frac{112}{1820}\right) \cdot H \qquad R_{H,i} = \left(\frac{132}{1820}\right) \cdot H \qquad R_{K,i} = \left(\frac{55}{1820}\right) \cdot H$$

Die Punkte der Hacke und der Pieke folgen der Berechnung des Aufstandspunktes der Füße auf den Pedalen, nur dass die Länge des Aufstandspunktes verändert wird:

$$\bar{p}_{Hacke,i} = \bar{p}_{P,i} + \left(l_f - l_{Hacke,i}\right) \cdot \begin{pmatrix} +\sin_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \varphi_{H,i} - \beta_R + \varphi_{K,i} + \varphi_{S,i}\right) \\ -\cos_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \varphi_{H,i} - \beta_R + \varphi_{K,i} + \varphi_{S,i}\right) \end{pmatrix}$$

$$\bar{p}_{Pieke,i} = \bar{p}_{P,i} + l_{Pieke,i} \cdot \begin{pmatrix} +\sin_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \varphi_{H,i} - \beta_R + \varphi_{K,i} + \varphi_{S,i}\right) \\ -\cos_{Deg}\left(\beta_{MKS} + \varphi_{H,i} - \beta_R + \varphi_{K,i} + \varphi_{S,i}\right) \end{pmatrix}$$

Für die Berechnung der Position des Kopfes und der Augen wird angenommen, dass dieser stets mit der Fahrbahn ausnivelliert ist:

$$\beta_K = 0 - \beta + \beta_R \qquad \bar{p}_K = \bar{p}_R + \begin{pmatrix} 0 \\ h_a \end{pmatrix} \qquad \bar{p}_K = \bar{p}_R + \begin{pmatrix} l_a \\ 0 \end{pmatrix}$$

Die Punkte des Kopfes $\bar{p}_{Kopf}$; der Hüfte $\bar{p}_{H,i}$ und der Knie $\bar{p}_{K,i}$ werden einer Extremwertfunktion unterzogen. Diese ermittelt die minimalen und maximalen x- und y-Koordinaten. Für minimale Koordinaten wird der entsprechende Hüllkreisradius an jedem Punkt der Trajektorie abgezogen; für maximale Koordinaten entsprechend aufaddiert.

Die Punkte der Augen $\bar{p}_{a,i}$; der Fußhacken $\bar{p}_{Hacke,i}$ und der Fußpieke $\bar{p}_{Pieke,i}$ werden schlicht einer Minimum- und Maximum-Funktion für die x- und y-Koordinaten unterzogen. Die Punkte sind bereits Extremwerte und bedürfen keinem Hüllradius.

3.1.2 Festlegung Tretlagerkoordinatensystem in Karosseriekoordinatensystem

Die Grundlage zur Erstellung der Gleichungen zur automatisierten Festlegung der Tretlagerposition bildet die Skizze in Abbildung 3-1. Mithilfe der gegebenen Randwerte wird der Fahrer so tief wie möglich positioniert. Das Minimum kann entweder über den Hackenabstand zur Fahrbahn oder durch den Hüftabstand zur Fahrbahn charakterisiert werden. Es wird mit drei Koordinatensystemen gearbeitet. Zum einen dem Koordinatensystem des Velomobils, welches in die Hinterachse gelegt wird; zum zweiten das Koordinatensystem des Tretlagers, welches in das Koordinatensystem des Velomobils platziert wird und abschließend das Koordinatensystem Welt, welches in den Fahrbahnkontakt des Hinterrades gelegt wird.

Aus [91] gehen folgende Randwerte hervor, die die Berechnung erst möglich machen. Der Radstand weist eine Länge von 1250mm auf. Die Hüftposition des Fahrers in x soll 565mm von der Vorderachse, bzw. 685mm von der Hinterradachse betragen. Der Reifendurchmesser ist mit 500mm gegeben. Außerdem geht aus dem Bericht hervor, dass der Hüftradius ungefähr $(132mm/1820mm) \cdot H$ sein muss. Der Durchmesser des Rahmrohrs kann auf 60mm gesetzt werden. Die Bodenfreiheit der Unterseite des Rahmenrohrs soll 420mm-170mm betragen. Die Bodenfreiheit der Hacke soll 60mm betragen. Die Ermittlung der Werte erfolgt zunächst wertungsfrei und wird in einer weiteren Iteration einer Prüfung auf Unterschreitung von Grenzwerten unternommen.

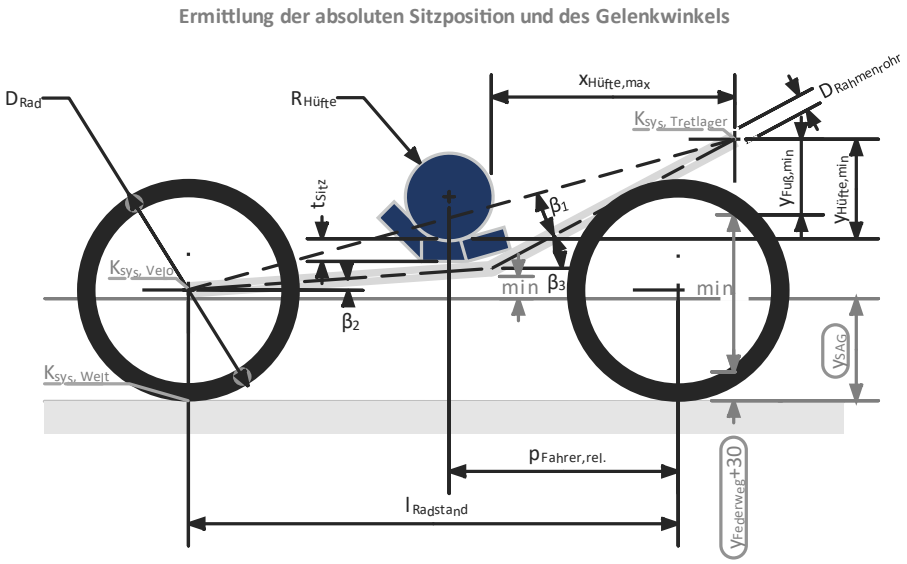


Abbildung 3-1: Maße zur Ermittlung der minimalen Tretlagerposition

Im ersten Schritt ist die Tretlagerposition in x zu ermitteln. Dabei sind Fahrerhüftenposition in x und Radstand in x im Koordinatensystem Fahrzeug bekannt. Damit lässt sich die Position des Koordinatensystems des Tretlagers in x ermitteln. Die Rechnung wird im Koordinatensystem Velo durchgeführt:

$$K_{sys.Tretlager@Velo} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_{Radstand} - p_{Fahrer,rel.} + R_{Hüfte} + \left(-x_{Hüfte,max}\right)_{Ksys.Tretlager} \\ ? \end{pmatrix}$$

Im folgenden zweiten Schritt muss ermittelt werden, wie das Koordinatensystem des Tretlagers in y positioniert wird. Hierfür gibt es je nach Sitzwinkel Beta 2 Lösungen, wobei die niedrigste Höhe des Hackens oder des Hüftgelenks++ entscheidend ist. Die Rechnung wird im Koordinatensystem Welt durchgeführt. Da im Koordinatensystem Tretlager die y-Werte der Hüfte und des Hackens in dieser Skizze negativ sind, werden die Werte subtrahiert. Als Sitzstärke werden 100mm geschätzt.

$$y_{Fuß,min} = min(y_{Hacken,min}, y_{Pieke,min})$$

$$K_{sys.Tretlager(Fußansatz)@Welt} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{sys.Tretlager@Velo,x} \\ \boxed{y_{Federweg}} + min + \left(-y_{Fuß,min}\right)_{Ksys.Tretlager} \end{pmatrix}$$

$$K_{sys.Tretlager(Hüftansatz)@Welt} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} K_{sys.Tretlager@Velo,x} \\ \boxed{y_{SAG}} + min + D_{Rahmenrohr} + t_{Sitz} + \left(-y_{Hüfte,min}\right)_{Ksys.Tretlager} \end{pmatrix}$$

Es gilt, dass das Maximum der Tretlagerposition gewählt werden muss:

$$K_{sys.Tretlager@Welt} = \max\left(K_{sys.Tretlager(Hüftansatz)@Welt}, K_{sys.Tretlager(Fußansatz)@Welt}\right)$$

Abschließend wird das Koordinatensystem in das Koordinatensystem des Fahrzeuges überführt:

$$K_{sys.Tretlager@Velo} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = K_{sys.Tretlager@Welt} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\boxed{y_{SAG}} - \frac{D_{Rahmenrohr}}{2} \end{pmatrix}$$

Im dritten Schritt wird der Grenzwert für einen Rahmenrohrknick ermittelt. Der Grenzwert wird über den Winkel β_2 beschrieben. Wenn β_2 größer ist als β_2 für die ungeknickte Antriebswelle, wird die Antriebswelle nicht geknickt:

$$\beta_{2,max} = \tan_{Deg}{}^{-1}\left(\frac{K_{sys.Tretlager@Velo,y}}{K_{sys.Tretlager@Velo,x}}\right)$$

Im vierten Schritt wird der tatsächliche Rahmenrohrknick β_2 errechnet. Für den Rahmenrohrknick wird die y-Koordinate des Knicks benötigt:

$$Knick_{@Velo} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_{Radstand} - p_{Fahrer,rel.} \\ K_{sys.Tretlager@Velo,y} + \left(y_{Hüfte,min}\right)_{Ksys.Tretlager} - t_{Sitz} - \frac{D_{Rahmenrohr}}{2} \end{pmatrix}$$

$$\beta_2 = min\left(\beta_{2,max}, \tan_{Deg}{}^{-1}\left(\frac{Knick_{@Velo,y}}{Knick_{@Velo,x}}\right)\right)$$

Im fünften Schritt wird der Rahmenrohrknick β_3 errechnet. Die Berechnung erfolgt analog zu Berechnung von β_2:

$$\beta_3 = \begin{cases} \tan_{Deg}{}^{-1}\left(\frac{K_{sys.Tretlager@Velo,y} - Knick_{@Velo,y}}{K_{sys.Tretlager@Velo,x} - Knick_{@Velo,x}}\right) & f\text{ür } \beta_2 < \beta_{2.max} \\ 0° & f\text{ür } \beta_2 \geq \beta_{2,max} \end{cases}$$

Im sechsten Schritt werden Rahmenrohrlängen errechnet. Mit dem Hüftradius lässt sich eine Gleichung für die Länge der heckseitigen Antriebswelle bilden:

$$l_{Antriebswelle.Front} = \frac{+\left(-x_{Hüfte,max}\right)_{Ksys.Tretlager}}{\cos_{Deg}(\beta_3)}$$

Analog lässt sich mit der Entfernung des Hüftpunkts vom Tretlager die Länge der frontseitigen Antriebswelle berechnen:

$$l_{Antriebswelle.Heck} = \frac{l_{Radstand} - p_{Fahrer,rel.} + R_{Hüfte}}{\cos_{Deg}(\beta_2)}$$

Abschließend wird die Sichthöhe und das Sichtfeld ermittelt. Das Sichtfeld entspricht dem Minimum der Differenz aus der Augenhöhe und der maximalen Kniehöhe, bzw. der Augenhöhe und der maximalen Höhe der Fußpieke. Die Sichthöhe entspricht der Summation von Augenhöhe; Tretlagerposition in y

$$y_{Sichtfeld} = min\left(\left[y_{Augen} - max(y_{Knie})\right], \left[y_{Augen} - max\left(y_{Fußpieke}\right)\right]\right)$$

$$y_{Sichthöhe} = K_{sys.Tretlager@Welt,y} + y_{Augen}$$

3.1.3 Ableitung einer Karosserie aus den Hüllkurvenwerten

Sämtliche Hüllkurvenwerte werden zunächst in das Koordinatensystem des Fahrzeugs überführt. Für eine spätere Modellerstellung des Luftwiderstandsverhaltens ist es enorm sinnvoll das Koordinatensystem vor oder hinter der Karosse zu positionieren. So können die Modelle leichter interpretiert werden. Im vorliegenden Fall ist die Position des Hecks nicht variabel, weswegen die Positionierung des Koordinatensystems auf die Hinterradachse ebenfalls sinnvoll ist.

$$Hüllkurvenkoordinaten_{@Velo} = Hüllkurvenkoordinaten_{@Tretlager} + \begin{pmatrix} K_{sys.Tretlager@Velo,x} \\ K_{sys.Tretlager@Velo,y} \end{pmatrix}$$

Für die Berechnung des Karosserierandwerte werden einige Offsetvariablen benötigt. Zum einen wird festgelegt um wieviel die Karosserie in x-Richtung vor das Vorderrad und hinter das Hinterrad hinausragen soll; zum anderen werden Offsetvariablen benötigt, welche die „Luft“ zwischen Karosserieaußenhaut und der Hüllkurvenwerte festlegen. Wie so oft in dieser Arbeit ist die mathematische Notation untauglich die Rechenvorgänge zu beschreiben. Die nachfolgenden Notationen werden mit der informatischen Notation hybridisiert.

$$mKarosserie.Front.x.Offset = +370$$

$$mKarosserie.Heck.x.Offset = +200$$

$$mKarosserie.y.Offset = 75$$

$$mKarosserie.x.Offset = 75$$

An den Karosserien liegen statische Randwerte vor welche für alle Karosserien gelten, da sie von den Hüllkurvenwerten nicht berührt werden.

$$mKarosserie.Front.x = l_{Radstand} + \frac{D_{Rad}}{2} + mKarosserie.Front.x.Offset$$

$$mKarosserie.Front.y = \frac{D_{Rad}}{2} + y_{Federweg} + mKarosserie.y.Offset$$

$$mKarosserie.Heck.x = -\frac{D_{Rad}}{2} - mKarosserie.Heck.x.Offset$$

$$mKarosserie.Heck.y = \frac{D_{Rad}}{2} + y_{Federweg} + mKarosserie.y.Offset$$

Die folgenden Werte stellen dynamische Randwerte dar, welche durch die Hüllkurvenwerte beeinflusst werden. In drei Schleifen, welche i, j und k als Sitzpositionsparameter durchlaufen

$$Fuss.x = mHuellkurve.Fusspieke.x.\max[i,j,k]$$

$$Fuss.y = mHuellkurve.Fusspieke.y.\max[i,j,k]$$

$$Knie.x = mHuellkurve.Knie.x.max[i,j,k]$$

$$Knie.y = mHuellkurve.Knie.y.max[i,j,k]$$

$$Kopf.x = mHuellkurve.Kopf.x.max[i,j,k]$$

$$Kopf.y = mHuellkurve.Kopf.y.max[i,j,k]$$

$$Werte.x = Anhängen(Knie.x, Kopf.x)$$

$$Werte.y = Anhängen\ (Knie.y, Kopf.y)$$

Im nachfolgenden Schritt werden die „Werte.x“ in absteigender Reihenfolge sortiert. Das hat den Zweck, dass die Positionskoordinaten des Kopfes und des Knies ihren Platz vertauschen können. Anschließend können die Karosserierandwerte verteilt werden:

$$Reihenfolge = order(Werte.x, decreasing = TRUE)$$

$$mKarosserie.Front.y[i,j,k] = \max(mKarosserie.Front.y[i,j,k], Fuss.y + mKarosserie.y.Offset)$$

$$mKarosserie.Fluss.Front.x[i,j,k] = Werte.x[Reihenfolge[1]] + mKarosserie.x.Offset$$

$$mKarosserie.Fluss.Front.y[i,j,k] = Werte.y[Reihenfolge[1]] + mKarosserie.y.Offset$$

$$mKarosserie.Fluss.Heck.x[i,j,k] = Werte.x[Reihenfolge[2]] + mKarosserie.x.Offset$$

$$mKarosserie.Fluss.Heck.y[i,j,k] = Werte.y[Reihenfolge[2]] + mKarosserie.y.Offset$$

Abschließend muss die Karosserie geglättet werden, da es vorkommen kann, dass zwischen Kopf und Knie der Sprung der Karosserieebenen zu stark ist. Es wird vereinbart, dass der Kopfhülldurchmesser und das Zweifache Offset zur Karosserie in der Karosserie Platz finden muss:

$$MIN = config.Mensch.Kopf.Radius + (2 * mKarosserie.x.Offset);$$

$$if((mKarosserie.Fluss.Front.x[i,j,k] - mKarosserie.Fluss.Heck.x[i,j,k]) < MIN)$$

{

$$MAX = \max(mKarosserie.Fluss.Front.y[i,j,k], mKarosserie.Fluss.Heck.y[i,j,k])$$

$$mKarosserie.Fluss.Front.y[i,j,k] = MAX$$

$$mKarosserie.Fluss.Heck.y[i,j,k] = MAX$$

$$mKarosserie.Fluss.Heck.x[i,j,k] = mKarosserie.Fluss.Front.x[i,j,k] - MIN$$

}

3.1.4 Luftwiderstandsmodell der Karosserien

Die Karosseriehüllkurvenwerte werden im nächsten Schritt gesiebt. Hierzu wird eine Prüfung des Nackenwinkels und des Sichtfeldes vorgenommen. Eine Überbeugung eines optionalen Antriebsgelenkes wird zunächst nicht miteinbezogen. Es wird festgelegt, dass der Nacken maximal $\pm 45°$ gebeugt werden darf. Das Sichtfeld über die Knie, bzw. über die Fußpieken über hinaus muss mindestens $100mm$ betragen.

Nach der Aussortierung ungültiger Sitzpositionen wird für jeden der 5 dynamischen Parameter das Minimum; das erste Quartil; der Median, das dritte Quartil; und das Maximum ausgelesen. Zu den jeweiligen charakteristischen Größen der Variablen werden die zugehörigen restlichen 4 dynamischen Parameter ermittelt. Für den Fall, dass mehrere Indexe zutreffend sein sollten wird der Mittelwert gebildet.

Diese 25 charakteristischen Werte der Karosserien (5 Karosserievariablen · 5 Randwerte) bilden den Stammdatensatz für einen Versuchsplan der bis an die Extremwerte der Karosseriemöglichkeiten geht, sodass ein späteres Modell nur Interpolationen und keine Extrapolationen vornehmen muss. Darüber hinaus werden im Parameterraum der Sitzposition 125 Karosserien für eine Ausweitung zur Möglichkeit des Testdatensatz mit konstanter Schrittweite angefahren (5 Testpunkte$^{3\ \text{Sitzvariablen}}$). Aufgrund der Aussortierung von Sitzpositionen fällt die Anzahl mit 58 weit geringer aus.

Mit den Karosserierandwerten wird zunächst ein parametrisches CAD-Modell erstellt, welches die tabellarischen Daten aus der Programmierplattform *R-Studio* mithilfe eines *Microsoft Excel*-Tools in *Creo*-Quelltext übersetzt, welcher in das Beziehungsfenster eingefügt werden kann.

In das CAD-Modell wird eine parametrische Messung der Anströmfläche eingefügt. Die Werte müssen leider per Hand ausgelesen und in der Quelltextebene des Tools *Strömungsanalyse* eingefügt werden, da eine globale Parameterübergabe nicht per globalem Namensaufruf zu realisieren ist. Die Konfiguration der Strömungsanalyse umfasst Aufwinde zweiter Ordnung. Es wird eine Anströmgeschwindigkeit von +12,5m/s über die Front parametriert. Ein Druckloser Abfluss der Strömung erfolgt über das Heck. An den Seitenflächen und dem Himmel erfolgt ebenfalls ein druckloser Abfluss, jedoch mit der Option einer Rückflussgeschwindigkeit von +12,5m/s. Der Boden wird als feste Wand parametriert (kein Laufband-Windkanal). Es erfolgt eine feinere Vernetzung in unmittelbarer Nähe der Karosserie. Unter dem Reiter Physik:Fluss muss folgende Formel eingegeben werden, um den c_W-Wert automatisch zu berechnen und zu plotten. Voraussetzung ist, dass das CAD-Modell „Karosserie“ heißt:

```
#Die Formel muss unter dem Reiter Physics:Flow eingegeben werden
v =   12.5                                  # Anströmgeschwindigkeit [m/s]
rho = 1.176                                 # Dichte [kg/m³]
A =   ANSTROEMFLAECHE / (1000*1000)         # Anströmfläche [m²]

#Luftwiderstand und Beiwert
F = flow.pz@KAROSSERIE + flow.tz@KAROSSERIE
c_w = abs(F)/(0.5*rho*v*v*A)

#Plot
plot.Luftwiderstand = F
plot.Luftwiderstandsbeiwert = c_w
```



Abbildung 3-2: Angefahrene Karosserien in Creo aus automatischen Versuchsplan

Die Ergebnisse des c_W-Wertes können in Echtzeit abgelesen werden. Es wurde größtenteils auf das Ende der Simulation gewartet. In einigen Fällen ist der Wert in einer Dauerschleife oszilliert, sodass der Mittelwert gewählt wurde. Die Ergebnisse sind Grundlage für die Bildung von Polyregressionsmodellen. Da es extrem viele Möglichkeiten der Modellbildung gibt, wird sich darauf geeinigt Modelle einfaktorielle und zweifaktorielle Ansätze mit Offset zu automatisieren. Eine automatische Kombinationsbildung der 5 dynamischen Parameter führt zu 20 + 1 möglichen Faktoren (siehe Tabelle 55).

Auf Grundlage der Tabelle 55 wird eine automatische Modellbildung[198] vorgeschlagen. Das Prinzip arbeitet nach einem Zahlenschloss. Das Zahlenschloss kann mindestens 1 bis maximal 20 (Anzahl Faktoren aus Tabelle 55) Stellglieder aufweisen. Jedes der Stellglieder kann die Faktoren 1 bis 20 aus Tabelle 55 einnehmen, es darf jedoch jeder Faktor nur einmal auf allen Stellgliedern in einer

[198] Um Zeit zu sparen wurde in *R-Studio* sich der Funktion „comboGrid“ aus dem Paket „RcppAlgos“ bedient

Kombination auftreten. Unabhängig von der Anzahl der Stellglieder existiert ein Offset, welches mit dem Faktor 1 gebildet wird. Es ist möglich die Modelle auch ohne Offset zu bilden[199].

Tabelle 55: Ergebnis der automatischen Parameterpaarung für 5 Eingangsparameter (links)

Einfaktorielle Faktoren

(0) Offset

(1) Front_y
(2) Frontfluss_y
(3) Heckfluss_y
(4) Frontfluss_x
(5) Heckfluss_x

Zweifaktorielle Faktoren

	Front_y	Frontfluss_y	Heckfluss_y	Frontfluss_x	Heckfluss_x
Front_y	(6)	(11)	(12)	(14)	(17)
Frontfluss_y		(7)	(13)	(15)	(18)
Heckfluss_y			(8)	(16)	(19)
Frontfluss_x				(9)	(20)
Heckfluss_x					(10)

In Tabelle 56 ist aufgezeigt, wie viele Modellvarianten ausprobiert werden können, um eine optimale Beschreibung eines Luftwiderstandsmodell zu erhalten. Aufgrund von Arbeitsspeicherproblemen (32GB) konnten 9 Stellglieder gerade nicht mehr vollständig errechnet werden[200]. Dieser Umstand stellt jedoch kein Problem dar. Ein Modell muss mit möglichst wenig Parametern auskommen, um nicht überangepasst zu sein. Um dies zu vermeiden wird eine Kreuzvalidierung vorgenommen[201].

Tabelle 56: 1.048.575 mögliche Modelle bei 5 Variablen und einfaktoriellen und zweifaktoriellen Ansätzen

Stellglieder	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Kombinationen	20	190	1140	4845	15504	38760	77520	125970	167960	184756	167960	125970	77520	38760	15504	4845	1140	190	20	1

Das Ausfiltern der jeweils besten Modelle erfolgt mit Abbildungen wie den folgenden. Daraus lässt sich die Abweichung der Modelle von dem Datensatz ablesen. Je näher ein Modell an 1 ist, desto besser ist es angepasst.

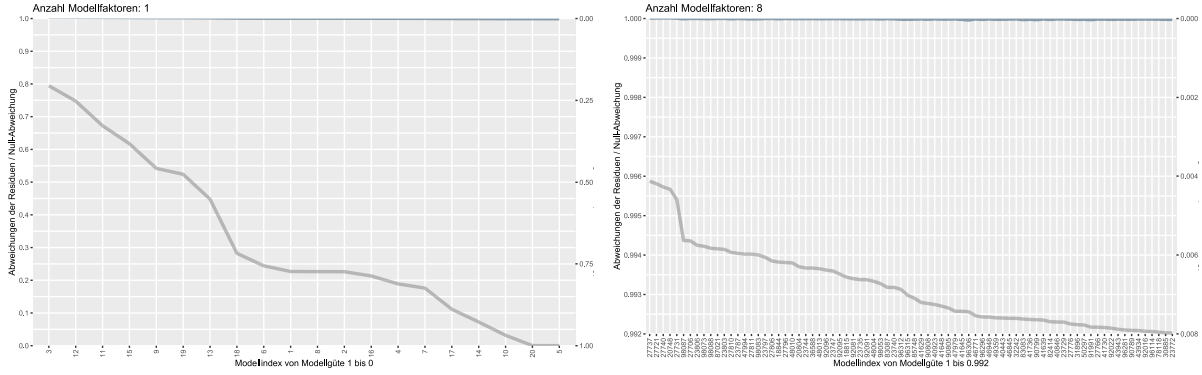


Abbildung 3-3: Modellgüte von Modellen mit einem Stellglied (links) und acht Stellgliedern (rechts), bzw. Modellfaktoren

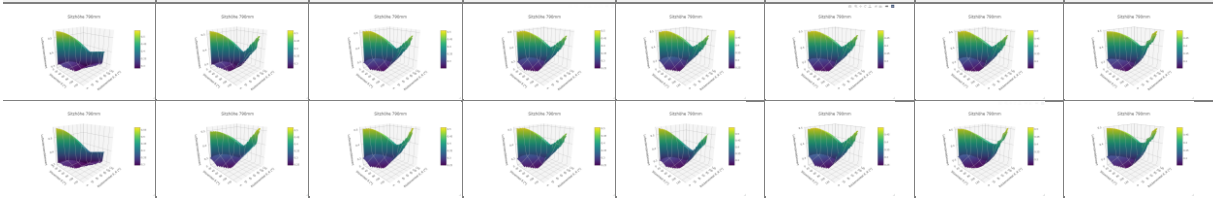
[199] Methode *glm* in *R-Studio*: Dies kann mit dem Ausdruck „+0“ in der Modellgleichung erreicht werden. Per „default“ wird immer mit einem „+1“ gerechnet, welches als „(intercept)“ ausgewiesen wird.

[200] Dies ist der Fall, weil von der Ausführung der Programmierung erwünscht ist alle Ergebnisse aller Modelle in einem Speicher zu erfassen. Bei Bedarf kann der Einfluss aller Stellglieder erfasst werden, indem sukzessive der Speicher geleert wird oder nur Informationen beibehalten, bzw. auf der Festplatte gespeichert werden, welche wirklich benötigt werden

[201] Auf Überanpassung wird in *R-Studio* mit der Funktion „cv.glm“ aus dem Paket „boot“ geprüft

Es wurden jeweils die besten zwei Modelle für einen nähere Untersuchung aus der Liste gezogen. In Tabelle 57 ist zu erkennen, dass die Modelle mit 2 Faktoren/Stellgliedern bereits sehr ähnliche Verläufe liefern wie Modelle mit höherer Anpassungsfähigkeit. Die Modelle mit einem Stellglied erreichen eine Güte von 0,75 bis 0,8, während bei 2 Modellfaktoren bereits Güten zwischen 0,962 und 0,9625 erreicht werden. Es wird eine sukzessive Steigerung der Modellgüte über die Modellfaktoren erreicht.

Tabelle 57: Darstellung der c_W-Modelle für eine festgelegte Sitzhöhe unter Variation des Sitzwinkels und des Rückenwinkels. Darstellung der jeweils besten 2 Modelle untereinander mit 1 bis 8 Stellgliedern/Modellfaktoren.

1	2	3	4	5	6	7	8
							

In Tabelle 58 wird der Einfluss der einzelnen Faktoren genauer aufgestellt. Ein blau eingefärbter Faktor bedeutet, dass der c_W-Wert mit diesem Faktor steigt, während ein gelb eingefärbter Faktor eine Reduzierung des c_W-Wertes veranlasst.

Tabelle 58: Ermittelte (stark gerundete) Modellanteile zeilenweise über die Anzahl der Stellglieder/Modellfaktoren. Positive Wichtung in blau -; Negative Wichtung in gelb gekennzeichnet

	Offset	Frontfluss_y	Frontfluss_y * Frontfluss_y	Heckfluss_x * Frontfluss_y	Front_y	Heckfluss_x * Front_y	Front_y * Front_y	Heckfluss_x * Heckfluss_x	Heckfluss_y * Front_y	Heckfluss_y * Frontfluss_y	Heckfluss_y * Heckfluss_y	Heckfluss_y	Heckfluss_x * Heckfluss_y	Frontfluss_x * Frontfluss_x	Frontfluss_x * Frontfluss_y	Heckfluss_x * Frontfluss_x	Frontfluss_y * Front_y
1:3	8,9E-02	2,7E-04															
1:12	2,3E+05		1,2E-07														
2:149	1,5E-01		2,4E-07	1,5E-07													
2:2	1,3E-02	2,6E-04			2,0E-04												
3:145	5,5E-02			2,8E-07	4,8E-04	-3,7E-07											
3:750	1,7E-01			2,6E-07		-2,6E-07	3,6E-07										
4:887	3,2E-02		-3,5E-08	3,7E-07	5,8E-04	-5,2E-07											
4:920	3,3E-02			2,7E-07	5,8E-04	-5,1E-07		6,6E-08									
5:3841	-3,6E-02				1,1E-03	2,0E-07			-9,1E-07	1,7E-07	7,1E-08						
5:2465	-2,5E-02			3,9E-07	6,2E-04	-5,8E-07				-7,2E-08		7,3E-05					
6:11601	2,4E-02			5,2E-07	6,0E-04	-5,3E-07				-1,4E-07	8,8E-08		-1,2E-07				
6:11527	5,8E-02		1,4E-07	3,4E-07	5,6E-04	-5,0E-07				-2,5E-07	8,3E-08						
7:22100	1,9E-01			5,0E-07	5,9E-04	-5,3E-07				-1,3E-07	1,8E-07	-2,6E-04	-1,0E-07				
7:50929	1,8E-01		-5,1E-08	3,9E-07	2,0E-04							2,0E-05		-2,1E-08	1,9E-08	-2,1E-07	
8:27737	-1,1E-01	5,5E-04	2,3E-07		3,1E-04		4,1E-07	4,4E-08		-4,3E-07	1,3E-07						-5,7E-07
8:27721	-1,3E-01	5,6E-04	2,4E-07		3,2E-04		4,2E-07			-4,4E-07	1,4E-07					4,6E-08	-5,8E-07

Es ist zu erkennen, dass der Faktor $Frontfluss_y$ eine hohe Bedeutung im c_W-Wert hat. Er taucht in allen Modellen auf. In den ersten 4 Modellen tritt er alleine oder sogar als quadratischer Einfluss auf. In nahezu allen höherstufigen Modellen taucht der Faktor $Frontfluss_y$ in Verbindung mit dem Faktor $Heckfluss_x$ auf. Je größer die Faktoren werden desto größer wird auch der c_W-Wert. $Frontfluss_y$ taucht in höheren Modellen auch in Kombination mit dem Faktor $Heckfluss_y$ auf. In diesen Modellen sinkt der c_W-Wert tatsächlich durch Erhöhung der Werte parallel zu den erklärten Einflüssen.

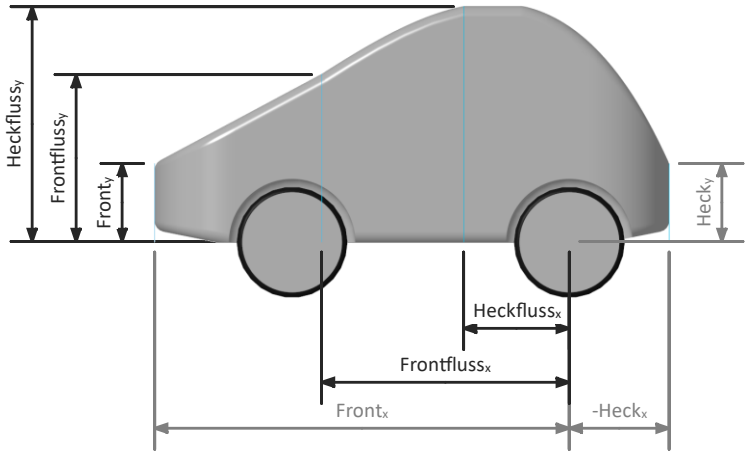


Abbildung 3-4: Karosseriemodell mit den Karosserieparametern. Schwarze Werte ändern sich dynamisch mit der Sitzposition; graue Werte sind statisch ermittelt und fest. Die Karosserie wird mittels eines Spline-basierten Zug-KEs und einem linear-verbindenden Zug-KE gebildet. Das führt zu Karosserien, welche nur Außenrundungen, jedoch keine Innenrundungen aufweisen, da dies aerodynamisch nicht sinnvoll ist

3.1.5 Aufsuchen des Leistungsmaximums

Die Errechnung der Position für das Leistungsmaximum berücksichtigt die Ergebnisse des Kurbelmodells; des Luft-Widerstandsmodells und des Gelenkwirkungsgrades. Ergonomische Faktoren gehen nicht in die Berechnung ein und müssen manuell abgeschätzt werden. Die Ergebnisse sind in den Betriebsbereichen mit einer Anströmgeschwindigkeit von 0-; 20- und 45km/h in Abbildung 3-5 dargestellt. Die Evolutionsfelder sind nur darstellbar indem ein Parameterschnitt in einer bestimmten Sitzentfernung vorgenommen wird. In diesem Fall wurde sich an der optimalen errechneten Sitzentfernung von 790mm orientiert.

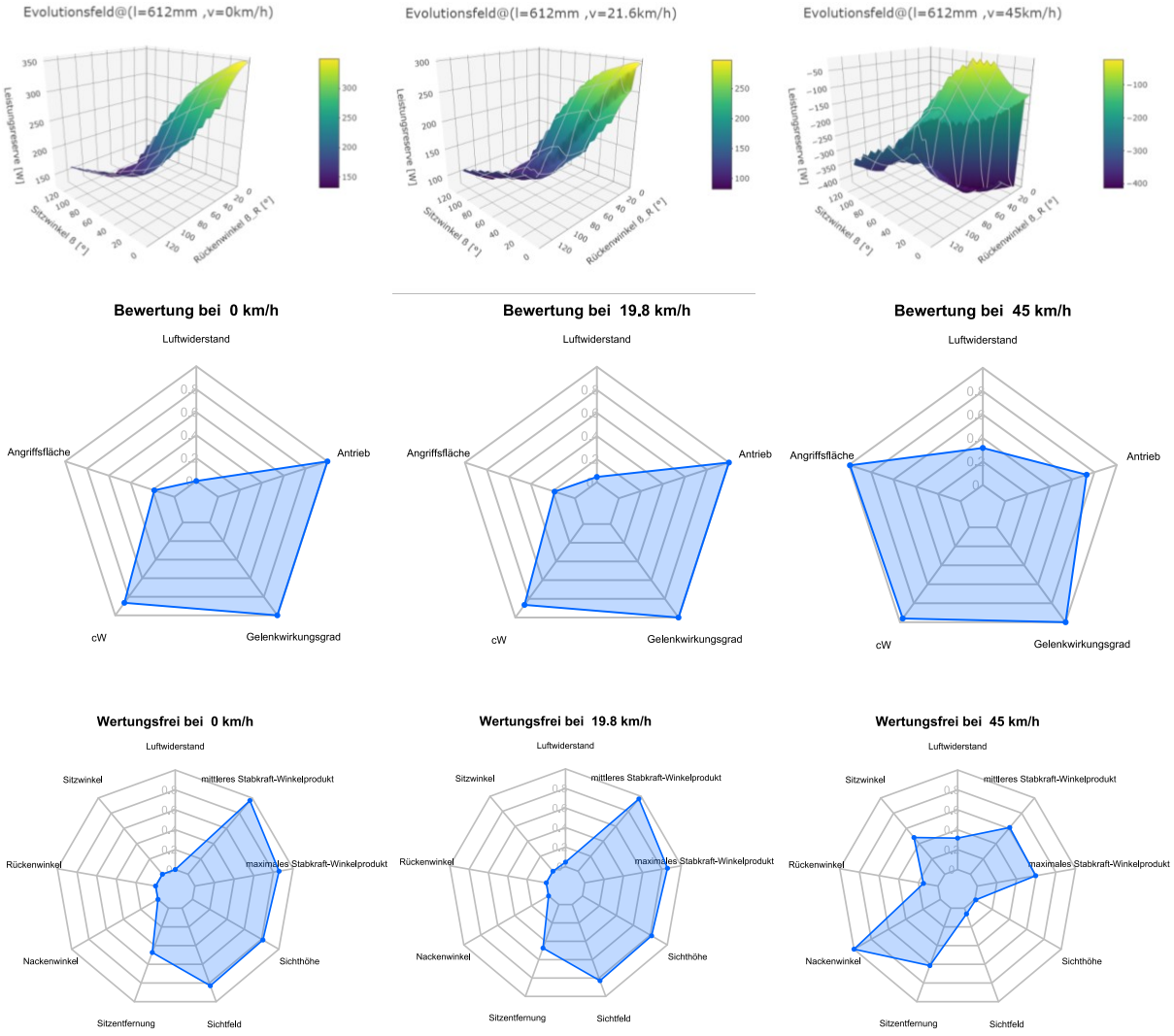


Abbildung 3-5: Auszug der Ergebnisse der Optimumsfindung im Parameterfeld Sitzwinkel; Rückenwinkel; Sitzentfernung und Anströmgeschwindigkeit

In den oberen drei Flächen in Abbildung 3-5 ist deutlich zu erkennen, dass eine Verschiebung des Positionsoptimum mit dem Luftwiderstand einhergeht. Bei ausbleibender Anströmgeschwindigkeit wird ein Sitzwinkel und Rückenwinkel von 0° vorgeschlagen. Das ist auf die Gravitationswirkung des Oberkörpers auf das Kurbelmoment zurückzuführen. Die Sitzposition verschiebt sich erst ab Anströmgeschwindigkeiten von 29 km/h auf 45°, ehe sie ab Anströmgeschwindigkeiten von 38km/h auf 65° rutscht. Untersuchungen über 45km/h hinaus wurden nicht gefahren.

Aufgrund der Begrenzung des Nackenwinkels auf ±45° bilden sich die zulässigen Werte um die Diagonale aus Sitzwinkel und Rückenwinkel aus. Auf der Diagonale stellt sich ein Nackenwinkel von 0° ein, da definiert wurde, dass die Augen parallel zur Fahrbahn ausgerichtet sind.

Außerdem ist zu erkennen, dass die Diagonale eine Leistungs-Trennlinie darstellt. Dies ist auf das Luftwiderstandsmodell zurückzuführen (siehe Abbildung 3-6). Wenn der Rückenwinkel größer als der Sitzwinkel ist gerät der Kopf weit nach vorne. Dieser Umstand führt zu tropfenförmigen Karosserien (siehe Abbildung 3-2), welche sich unerwartet als strömungstechnisch ungünstig erwiesen haben. Tendenziell niedrigere Rückenwinkel als Sitzwinkel führen zu Karosserieformen mit ausgeprägter Haube (vergleiche Abbildung 3-4), wie sie in Automobilen geläufig sind. Das Produkt aus Luftwiderstandsbeiwert und Anströmfläche erreichen bei Sitzwinkeln von 65° bis 90° ein Optimum (vergleiche Abbildung 3-6 links). Eine weitere Absenkung wird durch die Absenkung des Oberkörpers (Rückenwinkel) vorgenommen (vergleiche Abbildung 3-6 rechts).

Niedrigere Sitzwinkel als 90° führen zu dem Problem, dass die Position des Tretlagers wieder angehoben wird. Dadurch ergeben sich ungünstig überhöhte Frontbereiche in den Karosserien und ungenutzte Leerräume unterhalb der Fußhacken.

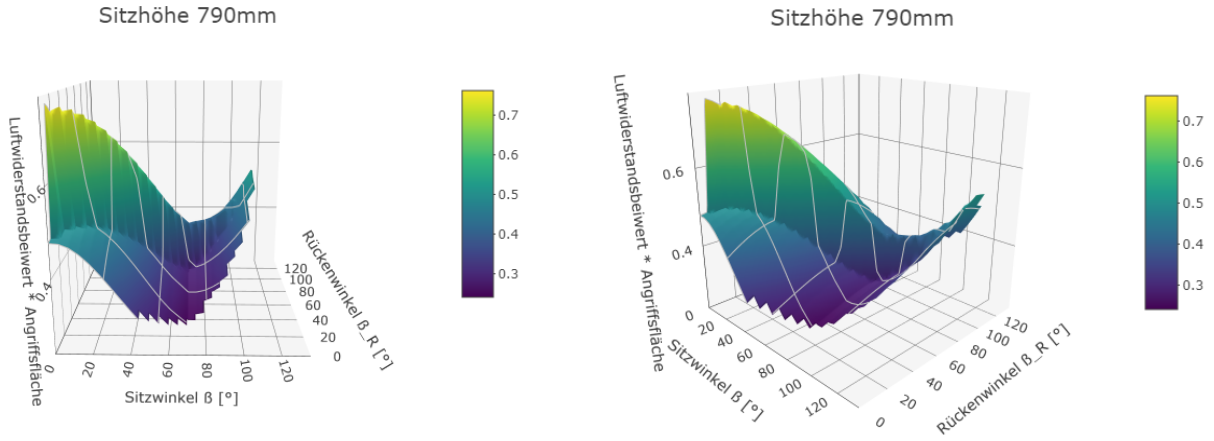


Abbildung 3-6: Ergebnisse des Luftwiderstandsmodell über den Sitzwinkel und den Rückenwinkel

Der Gelenkwirkungsgrad hat einen vergleichsweise geringen Einfluss (siehe Abbildung 3-7). Sitzwinkel oberhalb 75° erfordern das Knicken des Rahmenrohrs und damit potentiell das Knicken einer Antriebswelle. Im äußeren Optimum des Luftwiderstandsmodells (Sitzwinkel 90°) weist das Gelenkmodell einen Wirkungsgrad von ungefähr 99% auf.

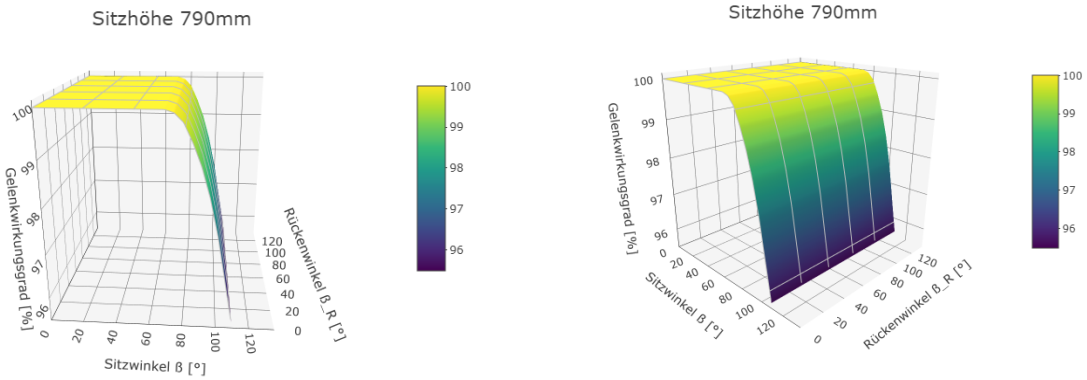


Abbildung 3-7: Ergebnisse des Gelenkmodells über den Sitzwinkel und den Rückenwinkel

Maßgeblichen Einfluss auf die relativ hohe Sitzposition entspringt dem Antriebsmodell (siehe Abbildung 3-8). Mit sinkendem Sitzwinkel sinkt ebenfalls die Leistung (vergleiche Abbildung 3-8 links und rechts). Dies ist auf die zunehmend nicht nutzbare Gravitationswirkung des Rückens zurückzuführen. Ein weiterer Einfluss entspringt dem Rückenwinkel. Der Rückwinkel ändert den Arbeitsbereich der Hüftegelenke und kann dementsprechend die Leistung mindern. Um die Tragweite des Effektes auszuschließen[202] wurden die relativen statischen Muskelkennfelder abgeschaltet (siehe Abbildung 3-8 rechts).

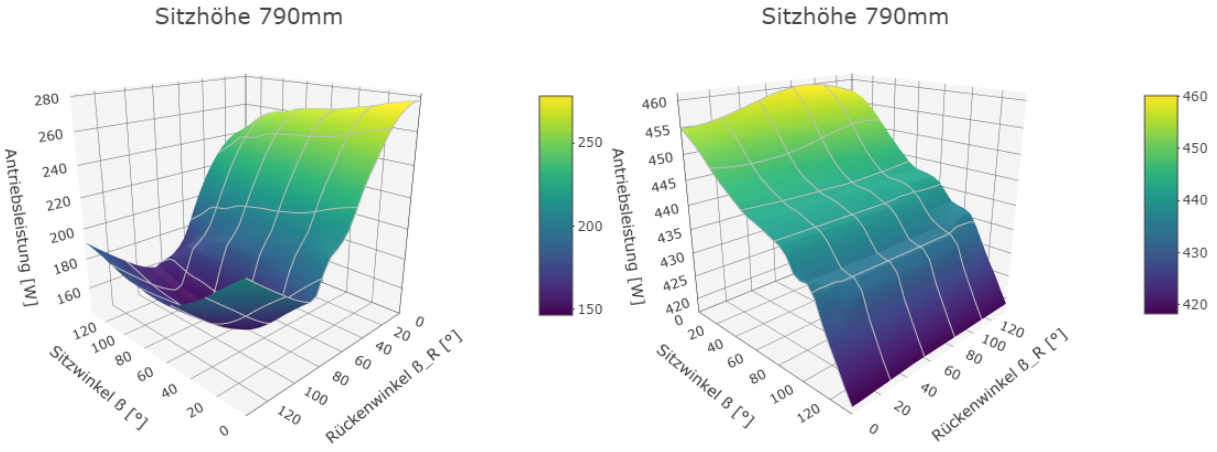


Abbildung 3-8: Ergebnisse des Antriebmodells über den Sitzwinkel und den Rückenwinkel. Links: Vollmodell; Rechts: Abschaltung der relativen statischen Muskelkennfelder

Trotz der Manipulation der Muskelkennfelder bleibt die optimale Sitzposition im vorgeschlagenen Bereich. Die Sitzposition wird auch nicht durch die Nutzung eines Pedalklicksystems verändert. Um die Trägheitsreaktionen der Gliedmaßen zu reduzieren, hat das Modell eine Sitzhöhe von 612mm errechnet.

Betrachtet man die Kniebelastung als weiteren Faktor zur optimalen Sitzposition fällt auf, dass sich ein Sitzwinkel von ungefähr 60° bei einer Sitzhöhe von ungefähr 600mm in einem lokalem Minimum befindet (vergleiche Abbildung 3-9 links). Weitaus niedrige Kniebelastungen werden jedoch bei möglichst höhen Sitzpositionen gefahren, sodass der Kniewinkel gegen Null läuft. In Betrachtung der Maximalkräfte (vergleiche Abbildung 3-9 rechts) liegt ein weiterer Optimumsbereich um eine Sitzhöhe von 710mm vor.

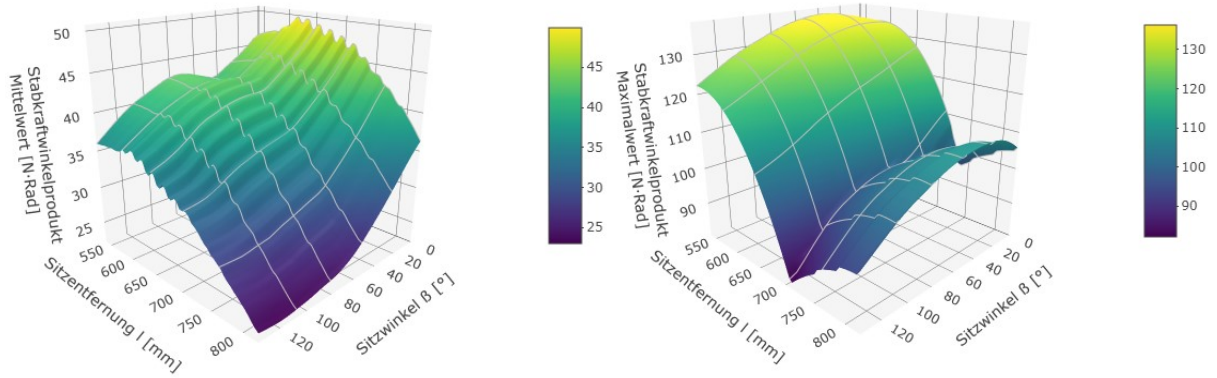


Abbildung 3-9: Ergebnisse des Antriebmodells zur Kniebelastung über den Sitzwinkel und die Sitzentfernung. Links: mittlere Belastung; rechts: maximale Belastung in Form des Stabkraft-Winkel-Produkts

[202] Die statischen Hüftgelenkkennfelder mussten mangels Daten erraten werden (siehe Kapitel 2.8.6)

Die für einen 1750mm großen Fahrer optimale Sitzentfernung sollte selbständig zwischen 710mm und 800mm einstellbar sein. Damit wird die optimale leistungsorientierte Sitzposition von 612mm überschrieben. Kleinen Personen mit einer Körpergröße von 1600mm muss eine Sitzposition im Verhältnis von 16/17,5 bis herunter auf 650mm eingeräumt werden können.

Der optimale Sitzwinkel sollte zwischen 65° und 90° gewählt werden. Dabei kann der Verlust eines Wirkungsgradprozentpunktes am Tripodengelenk vernachlässigt werden, da aerodynamische Vorteile an der endgültigen Karosserie zu erwarten sind die oberhalb des Prozentpunktes liegen. Es kann außerdem davon ausgegangen werden, dass auch höhere Antriebswerte durch eine niedrige Sitzposition möglich sind[203]. Ergonomisch betrachtet bewegt man sich bei einem Sitzwinkel von 65°; einem Rückenwinkel von 15° und einer Sitzentfernung von 643mm bereits in einer grenzwertigen Augenhöhe von 1043mm über dem Straßenniveau (Sichtfeld 113mm).

Im Folgenden wird ein Tuning bei 45km/h vorgenommen:

Tabelle 59: Simulationsantworten auf manuell angefahrene Sitzpositionen

	Luftwiderstand [W]	Angriffsfläche [m²]	c_W	Gelenkwirkungsgrad	Antriebsleistung [W]	Sitzwinkel [°]	Rückenwinkel [°]	Nackenwinkel [°]	Sitzentfernung [mm]	Sichtfeld [mm]	Sichthöhe [mm]	maximales Stabkraft-Winkelprodukt [N·rad]	mittleres Stabkraft-Winkelprodukt [N·rad]
0	306	0,925	0,281	1,000	593	60	15	45	612	113	1043	198	76
1	309	0,994	0,264	1,000	262	60	15	45	787	217	1120	100	28
2	307	0,932	0,279	0,998	233	80	40	40	787	149	1051	70	24
3	289	0,903	0,272	0,999	248	75	30	45	787	139	1019	84	26

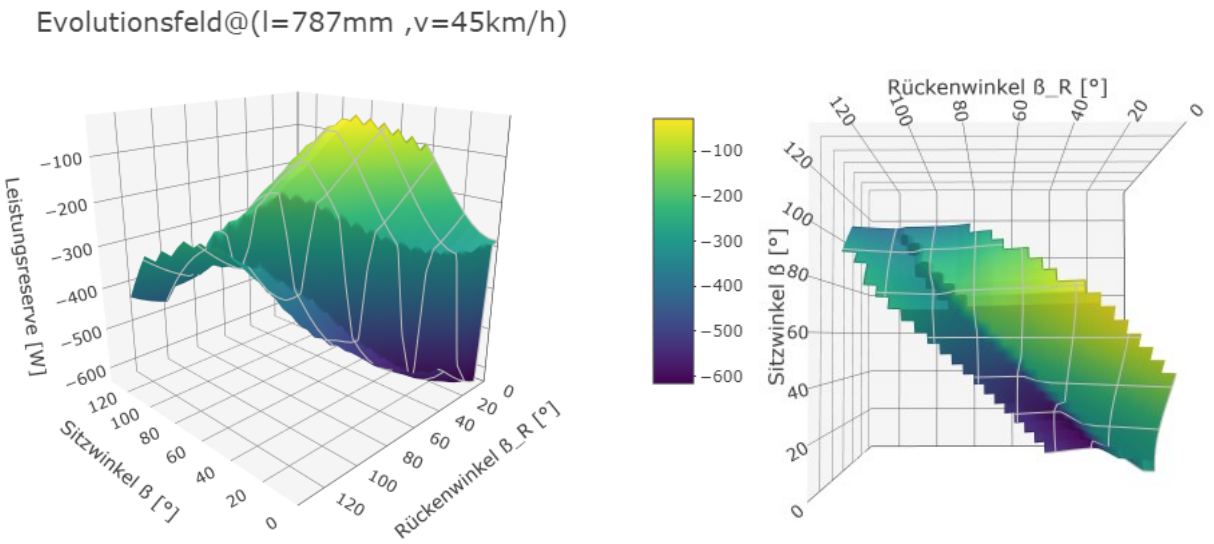


Abbildung 3-10: Evolutionsmaximumfeld der Sitzposition bei einer Sitzentfernung von circa 790mm (links); Draufsicht (rechts)

[203] Ein sportlicher aufrechtsitzender Fahrer kann durch starke Tretmomente vom Sitz abheben, sodass das volle Antriebsmomentpotential sich nicht entfalten kann. Ein Liegesitz kann den Vorteil bringen eine Abstützfunktion für den Körper zu leisten, sodass ein noch stärkeres Antriebsmoment den Fahrer nur noch stärker in den Sitz presst.

3.2 Diskussion verschiedener Antriebsstrangvarianten

In Kapitel 3.1 wurde der Bereich der Fahrerposition herauskristallisiert, welcher möglichst effizient und ergonomisch für Anströmgeschwindigkeiten zwischen 20 und 45km/h ist[204]. In die Betrachtung ist bereits der mögliche Einsatz eines Tripodengelenks in einer hypothetischen Antriebswelle mit eingeflossen. Letztendlich gilt es herauszuarbeiten, welche Kombination von Antriebsstrangelementen zu minimalen Verlusten führen. Der Einsatz einer Antriebswelle kann hierbei nachteilig gegenüber einem konventionellen Kettentrieb sein.

Mit den in Kapitel 2 erarbeiteten Grundlagen ist es grundsätzlich möglich tendenziell optimistische Aussagen[205] über das Antriebsmomentverhalten und die entstehenden Reibungsverluste in den Antriebsstrangelementen vorherzusagen. Eine Validierung der Vorhersagen kann anhand der folgenden Wirkungsgradmessungen geschehen (siehe Abbildung 3-11). Eine erfolgreiche Validierung der Wirkungsgradtendenzen führt zu einem besseren Verständnis der Ursachen der Verluste und ermöglicht Vorhersagen über Getriebe und Konfigurationen zu treffen, welche nicht durch eine Messung abgedeckt sind.

Der Wirkungsgrad ist eine dynamische Größe, welche von dem Parameterfeld aus Momentbelastung; Drehzahl; Temperatur und eingelegtem Gang abhängig ist. Die Messungen in Abbildung 3-11 links und mittig erlauben eine gute Auswertung des lastabhängigen Wirkungsgrades. Die Messungen in Abbildung 3-11 rechts erlauben eine Validierung der Planschverluste (Leerlaufverluste) am Beispiel des verhältnismäßig zuverlässig modellierbaren *Pinion*-Getriebes.

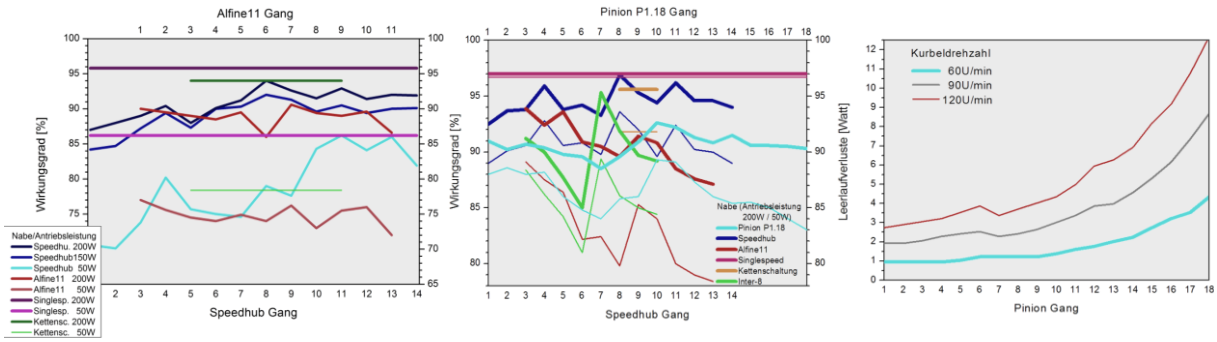


Abbildung 3-11: Wirkungsgradmessungen an Nabenschaltungen (links) [75] und am *Pinion*-Getriebe [92] an einem Prüfstand mit einheitlichem Messverfahren. Kurbeldrehzahl in der Regel 60U/min, in einigen Fällen auch 90U/min

Eine grundlegende Abschätzung des Wirkungsgrades ist mit prozentualen Verlusten aus der Literatur möglich, welche sukzessive faktorisierend verkettet werden können. Die Methode ist üblich, um Wirkungsgrade bereits in der Konstruktionsphase abzuschätzen ohne die genauen Betriebspunkte der Maschine zu kennen. Die Angaben sind damit eindimensionale (hier „skalar“ genannte) Punktgrößen. Wie in Abbildung 3-11 rechts absehbar, können die Überschlagswerte jedoch gehörig vom tatsächlichen Betriebspunkt abweichen. Der Vollständigkeit halber werden, die vielleicht in Kapitel 2 bereits erwähnten Angaben in der Tabelle 60 aufgelistet.

---

[204] Ein Bereich der sowohl für ein rein muskelbetriebenes Fahrzeug, sowie ein Fahrzeug mit optionaler elektrischer Unterstützung realistisch ist

[205] Tendenziell optimistisch bedeutet, dass nur ein Auszug der Dissipationsverluste betrachtet wurden. Beispielsweise wurden keine Ventilationsverluste oder die Schallleistung modelliert

Tabelle 60: Anhaltswerte zur Überschlagung der erreichbaren „skalaren“ Wirkungsgrades von Maschinenelementen

Maschinenelement	Wirkungsgradmaximum	Quellen
Radialer Wellendichtring	0,998	[93, S. 774]
Kugellager	0,999	[93, S. 774]
Gleitlager	0,970	[93, S. 774]
Hohlradstufe	0,980 … 0,995	[67, S. 20]; [70, S. 14]
Stirnradstufe (schräg…gerade)	0,970 … 0,995	[67, S. 20]; [70, S. 14]; [93, S. 774]
Kegelradstufe	0,970 … 0,990	[67, S. 20]; [93, S. 774]
Kettenstufe	0,970 … 0,980	[67, S. 20]
Ketten-Schaltwerk [206]	0,975 … 0,998	[94, S. 53]
Ketten-Umlenkritzel [207]	0,960 … 0,990	[95, S. 57]
Zahnriemenstufe	0,960 … 0,980	[67, S. 20]
Flachriemenstufe	0,960 … 0,980	[67, S. 20]
Keilriemenstufe	0,930 … 0,940	[67, S. 20]
Reibradstufe	0,900 … 0,980	[67, S. 20]
Hydrostufe (~statisch; ~dynamisch)	<0,850 … <0,900	[67, S. 20]
Hypoidstufe	0,500 … 0,950	[67, S. 20]; [93, S. 774]
Schneckenstufe	0,200 … 0,970	[67, S. 20]; [93, S. 774]

Die folgenden Untersuchungen sollen nicht nur die Wirkungsgrade einzelner Komponenten oder einer Komponentenkette offenbaren, sondern über den Antriebstrang hinaus die des Gesamtfahrzeuges. Da auf der Ebene des Fahrzeuges weitere Einflüsse wie der bereits untersuchte Luftwiderstand zum Tragen kommen, besteht Optimierungspotential über den Antriebstrang hinaus.

In Kapitel 2 wurden grundlegende Reibungsmodelle von Maschinenelementen (nachfolgend „atomische“ Reibungsmodelle) erarbeitet und das Zusammenspiel von Maschinenelementen in Getrieben über *Backward Engineering*[208] zusammengestellt (nachfolgend „zelluläre“ Reibungsmodelle). Die gesammelten Erkenntnisse stellen einen Mix aus empirischen und physikalischen Berechnungsmethoden auf höchstmöglicher Detailebene dar. Um den Überblick nicht zu verlieren und Programmierungsfehler zu unterbinden eignet sich die Plattform MATLAB®/SIMULINK® hervorragend[209]. Die Einrichtung der Simulation erhält über den Einsatz der zellulären Reibungsmodelle, welche aus den atomischen Reibungsmodellen bestehen, eine verschachtelte Kaskadenstruktur. Zelluläre Reibungsmodelle können zu einem ganzen Antriebsstrang (Organ) verkettet werden. Dieses Organ ist Teil des Organismus Fahrzeug.



[206] Absolute Verluste von circa 1W unabhängig von der Antriebsleistung oder – gemessene Verluste von 2,364W

[207] Absolute gemessene Verluste von 4,108W unabhängig von der Antriebsleistung

[208] Die im Kapitel 2 angewendete Methode des *Backward Engineering* über die Photographie-Rekonstruktion gibt einen Einblick wie asiatische Firmen auf Fachmessen vorgegangen sind, um namenhafte Produkte nachzubilden ohne ein Musterprodukt zu kaufen. In [52] ist es dem Autor gelungen das komplexe Wicklungsschema des neuen Elektroantriebs von *VW* mittels eines Photos aufgereihter Statoren rückwärts zu entwickeln und Geometrie zusätzlich nicht offen gelegter Fertigungsschritte daraus abzuleiten

[209] SIMULINK® eröffnet die Möglichkeit der graphischen Programmierung unter Nutzung von Bibliotheksfunktionen. Es ist möglich auf einfachste und übersichtlichste Weise komplexe Differentialrechnungen abzubilden. Die Berechnung kann mithilfe mathematischer Formeln und *Look-Up-Tables*, bzw. ganzen *Look-Up-Arrays* erfolgen. Alle Berechnungen, welche auf der Open-Source-Plattform R-Studio erstellt worden sind, können grundsätzlich in MATLAB® reproduziert werden. Dies Lesbarkeit der Quelltexte leidet jedoch sehr, da die Sprache keine funktionsabgrenzenden Klammern erlaubt

3.2.1 Modellierungskonzept

In diesem Abschnitt wird die grundlegende Idee festgehalten ein hoch komplexes Modell durch Zerlegung in Teilsysteme trotzdem einfach und fehlersicher zu erstellen. Die Idee weißt ein extremes Generalisierbarkeitspotential auf – kann also imgrundegenommen für sämtliche Konstruktionsentwürfe (Stichwort *digitaler Prototyp*) genutzt werden. Fokus dieser Arbeit liegt auf dem Antriebsstrang, welcher als Organ einer Maschine (Organismus) betrachtet werden kann. Auch wenn Randgebiete anderer Teile der Maschine angeschnitten werden, so hat die Modellierung nicht den Anspruch auf Vollständigkeit. Aufgrund der Zerlegung in die Zellbestandteile bishin zur Atomisierung, kann ein solches Modell nachträglich, ausschließlich durch die Rechenleistung begrenzt [210], erweitert werden, ohne dabei unübersichtlich anzuwachsen. Eine Modellerweiterung könnte alternativ, im Fall begrenzter *Think-Tank*-Ressourcen und dem ausgesprochenem Ziel ein Endprodukt in mehreren Iterationen auf ein Evolutionsminimum zu optimieren, durch empirische Modelle erfolgen[211].

Die Modellsammlung in Kapitel 2 stellt die Basis der Modellbildung dar. Anders als geläufig existieren an dieser Stelle also bereits detaillierte Modelle, welche in ein Gesamtgerüst eingebettet werden müssen. Die Reibungsmodelle weisen feste Parameter (siehe violette Systemgrößen in Abbildung 3-12) auf. Variable Eingangsgrößen stellen Kräfte; Momente und Drehzahlen dar (siehe grüne Eingangsgrößen in Abbildung 3-12). Die Modelle errechnen Reibungsverluste, welche sich darin äußern, dass das Ausgangsmoment reduziert wird. Diese Verlustmomente erzeugen über die Drehzahl einen Wärmestrom, welcher das System mehr oder weniger schnell verlässt.

---

[210] Die zutage getretenen Entwicklungen in der CAD-Software *PTC Creo*, wie sie im Institut des Autors verwendet wird, lässt erahnen dass die Entwicklung von CAD-Systemen in die Richtung geht Modellierungen in sich zu integrieren. Erst durch diese neuen Entwicklungen konnten in dieser Arbeit sämtliche dem Autor geläufigen Modellierungsmethoden des wissenschaftlichen Werkzeugkastens barrierefrei und zeitlich effizient genutzt werden.

Es existieren mittlerweile einfache *Coulomb'sche Reibungsmodelle* in der Baugruppenplatzierung. Beispielsweise ist das Algorithmus *Know-How* der etablierten Simulationsmarke *ANSYS* bereits in die Software integriert. So sind direkt Analysen in den Bereichen Mehrkörpersimulation; Strömung; Wärmefluss; FEM und Topologieoptimierung / 3D-Druck- und Spritzguss-Konstruktionshilfe auf einer Plattform enthalten.
Auf der Hannover Industriemesse 2016 stellte die Firma *Siemens* eine Vernetzung von Bibliotheks-Bauteilen mit regelungstechnischen Bibliotheken (z.B.: ein Motorkennfeld und Motorregelungsansätze) in ihrer CAD-Software *NX* vor.

Generalisierung und inselbezogene extreme Detailierung mit der gleichzeitigen Option zur Vereinfachung (Rechenzeit) stellt, dem Autor nach, die Zukunft dar. Die begleitenden Probleme der Rechenzeit können nach aktuellem Stand der Technik leider nur durch effiziente Lösungsalgorithmen, welche auf Parallelisierung – sei es über Multiprozessoralgorithmen oder gar der in wissenschaftlichen Kreisen verbreitetene Graphikprozessorprogrammierung – gelöst werden, da die Taktfrequenz der Prozessoren verlustleistungsbedingt begrenzt ist

[211] In Kapitel 3.1.4 wurde auf eindrucksvolle Weise präsentiert wie mithilfe einiger Parameter und einem überschaubaren Versuchsplan automatisch Regressions-Modelle errechnet werden können, welche scharfe Trennlinien im interpoliertem Kennfeld auffinden (vergleiche Tabelle 57). Die Rechenzeit stellte dabei ein begrenzendes Problem der Komplexität der Modelle dar. Obgleich die Methode durch die Nutzung der *CUDA*-Technologie stark beschleunigt werden kann, liegt ein effizienteres Potential in der Nutzung Neuronaler Netze. Neuronale Netze basieren grundsätzlich auf der *CUDA*-Technologie und weisen die hochattraktive Eigenschaft auf keine Rechenzeiterhöhung exponentiellen Charakters durch Verkomplizierung zu fordern. Die empirische Modellbildung aus Versuchsdaten erfordert jedoch das sukzessive Anhäufen von Daten, um ein solches Modell immer besser anzulernen

In Kapitel 2 sind die Modelle schlicht in sämtliche Parameterdimensionen mit einer adäquaten Schrittweite durchgerechnet worden, sodass Kennfelder entstanden sind, welche in Form einer dreidimensionalen Scheibe des Parameterergebnisfeldes auszugsweise dargestellt worden sind. An dieser Stelle tritt nun das Problem auf, dass Schmierstoff-Viskosität; –art; und –Temperatur; oder geometrische Parameter zwar bekannt sind, aber die bestimmenden Parameter, wie Kräfte; Eingangsmoment und Drehzahl unbekannt sind.

Diese Fragestellung können die Atomischen Reibungsmodelle alleine nicht beantworten. Erst die Verknüpfung aller für wichtig erachteten Einflüsse erzeugt ein Gesamtsystem, welches die Antwort über eine Rückkopplung liefert. Die grundlegende Idee ist die, dass ein initialisierndes Eingangsmoment bei Nulldrehzahl durchaus bekannt ist. Dieses Eingangsmoment muss auf irgendeine Weise dazu führen, dass sich das Fahrzeug in Bewegung setzt. Aus der Fahrzeugbewegung muss auf eine bestimmte Weise ersichtlich sein mit welcher Drehzahl der Antriebsstrang arbeiten muss.

Um die atomischen Modelle angemessen abzubilden, müssen sie erweitert werden. Es ist offensichtlich, dass die Trägheiten der elementaren Bausteine des Antriebsstrangs mitbetrachtet werden sollten. Das führt automatisch zu dem nächsten Gedankenschritt, nämlich dass die mechanische Übersetzung dieser Bausteine für die rotatorischen Trägheiten entscheidend ist.

Die Ebene der Atomischen Reibungsmodelle soll einfach gehalten werden; sie soll aber auch modular und mit einer klaren Systemgrenze versehen werden. Das bedeutet, dass die Massen und die reduzierten Trägheitsmomente durch die Bausteine durchgeschliffen werden sollen. Das ermöglicht die komfortable Methode die Atomischen Reibungsmodelle über ihre Schnittstellen miteinander zu verketten.

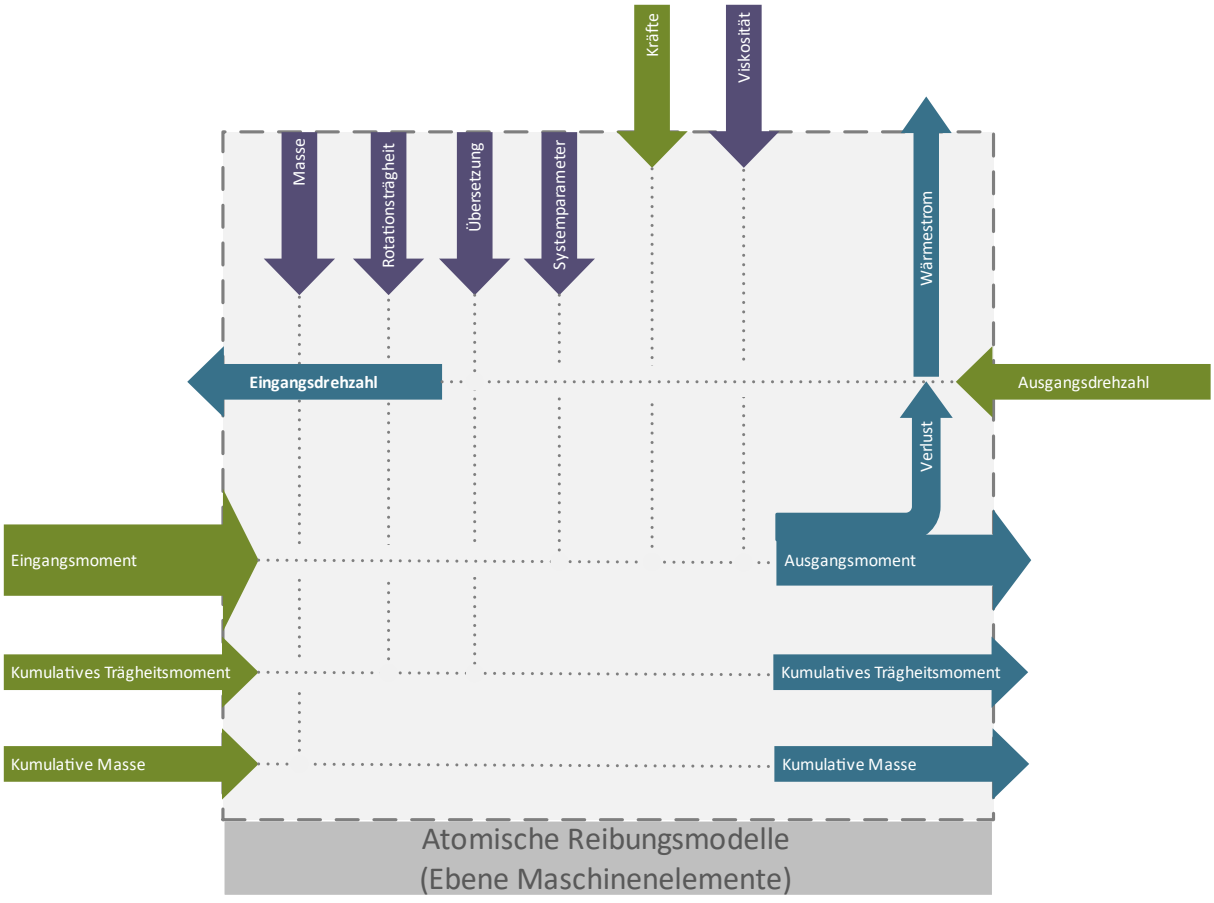


Abbildung 3-12: Konzept zur Kapselung der Reibungsmodelle elementarer Maschinenelemente in ein Atomisches Reibungsmodell in SIMULINK®

Die Verkettung der atomischen Reibungsmodelle zu einer Zelle ist in Abbildung 3-13 dargestellt. Der Charakter des Zellenaufbaus folgt gewissermaßen einem Fraktals-Charakter. Abweichend ist, dass der Wärmestrom der einzelnen atomischen Modelle zum Teil in die Erhöhung eines gemeinsamen Schmierstoffsumpfes führt. Im Falle von gekapselten Schmiersystemen, wie lebensdauergeschmierten Lagern, wird die Rückkopplungsschleife abweichend zur Abbildung 3-13 isoliert vorgenommen. Ein Teil der Wärme verlässt die Zelle und damit den Organismus mittels Radiation und Konvektion, insofern in der nächsthöheren Ebene (dem Organ) kein pufferndes Gehäuse vorliegt[212]. Das Modell wird im Bereich der Wärmeleitung extrem minimalistisch geschätzt. Genaue Temperaturverläufe werden nicht betrachtet. Von Interesse wäre allerdings die Viskositätsänderung des Schmierstoffs[213].

In den Zellen erfolgt die rechnerische Abbildung der Baugruppe hinsichtlich der auftretenden dynamischen Kräfte und Momente, welche als Randbedingungen zur Lösung der atomischen Reibungsmodelle benötigt werden. Dabei handelt es sich auf dem ersten Blick um Lagerreaktionen. Für Zahnräder werden weitere Kräfte benötigt. Diese Kräfte können aber höchstwahrscheinlich in den atomischen Modellen über das Moment und die Übersetzung intern errechnet werden[214].

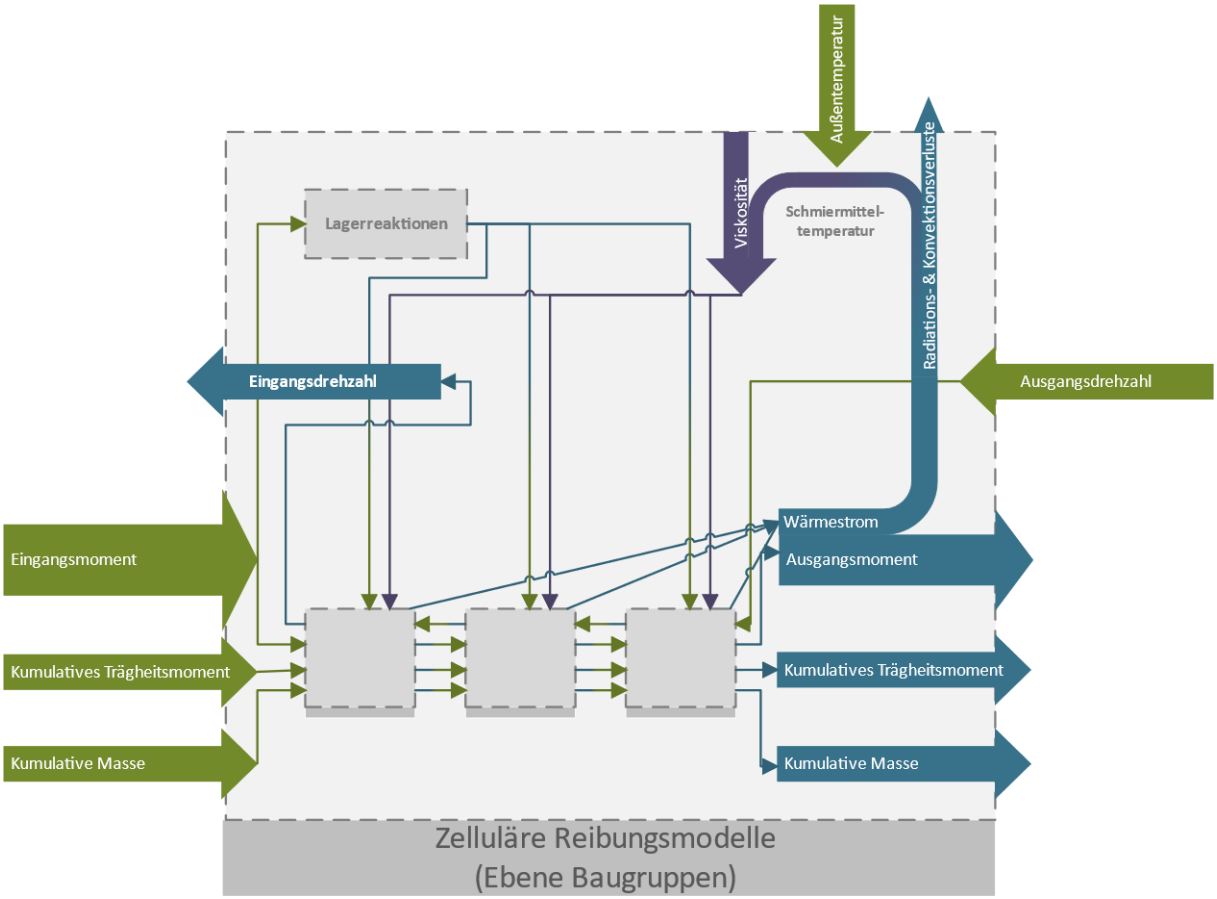


Abbildung 3-13: Konzept zur Verkettung der Reibungsmodelle elementarer Maschinenelemente zu einer ganzen Baugruppe in ein Zelluläres Reibungsmodell in SIMULINK®

[212] An dieser Stelle würde der Wärmestrom auf Ebene des Organs fraktal zur Zelle gehandhabt werden

[213] Die Außentemperatur könnte bei Minusgraden ein Problem darstellen. Es stellt sich die Frage, ob Schmiermittel-speichernde Elemente des Antriebstrangs eines Fahrzeuges von einer Isolation profitieren würden, wenn das Fahrzeug zwischen den Fahrtstrecken in einem Gebäude gelagert würde. Es gilt die Frage, ob ein Fahrzeug mit Mehrbereichs-Öl, bzw. einem Kompromiss-Leichtlauffett betrieben werden sollte oder aber auf eine Betriebstemperatur von 20°C ausgelegt werden kann, wenn Isolierung und Wärmestrom der Verlustleistung den Schmierstoff niedrigviskos halten

[214] Dies hätte den Vorteil, dass derartige Rechnung generalisiert und gekapselt (unsichtbar) wären

Die Zellen können im nächsten Schritt zu einem Organ, wie dem Antriebsstrang (siehe Abbildung 3-14 oben) verkettet werden. Als gemeinsame Eingangsgröße weisen alle Zellen die globale Außentemperatur auf (Symbol „T“). Optional können Beschleunigungskomponenten in Fahrtrichtung (und aus der Fahrwerksschwingung) auf den Antrieb (siehe Abbildung 3-14 oben links) zurückgeführt werden. Der Antrieb wird hinsichtlich mit einer initialen Startmasse (Symbol „m“) angereichert, welche der Fahrermasse entspricht. Die kumulativen Trägheitsmomente werden im Antrieb mit 0 initialisiert (Symbol „0“), weil sie bereits in das Modell implementiert sind (siehe Kapitel 2.8.4). Die sich einstellende Drehzahl, welche durch den kompletten Antriebstrang auf den Antrieb zurückgeführt wird, löst ein entsprechendes Antriebsmomentkennfeld aus. So laufen Momente; kumulative Masse und kumulative Trägheitsmomente (sogenannte reduzierte Trägheitsmomente) in Richtung der Kräftebilanz des Modellorganismus, während als Antwort die Drehzahl der Räder zurück durch den Antriebsstrang geführt wird. Sollte der Antrieb seine Maximaldrehzahl erreicht haben, wird er den Antriebsstrang auffordern einen höheren Gang einzulegen (nicht abgebildet).

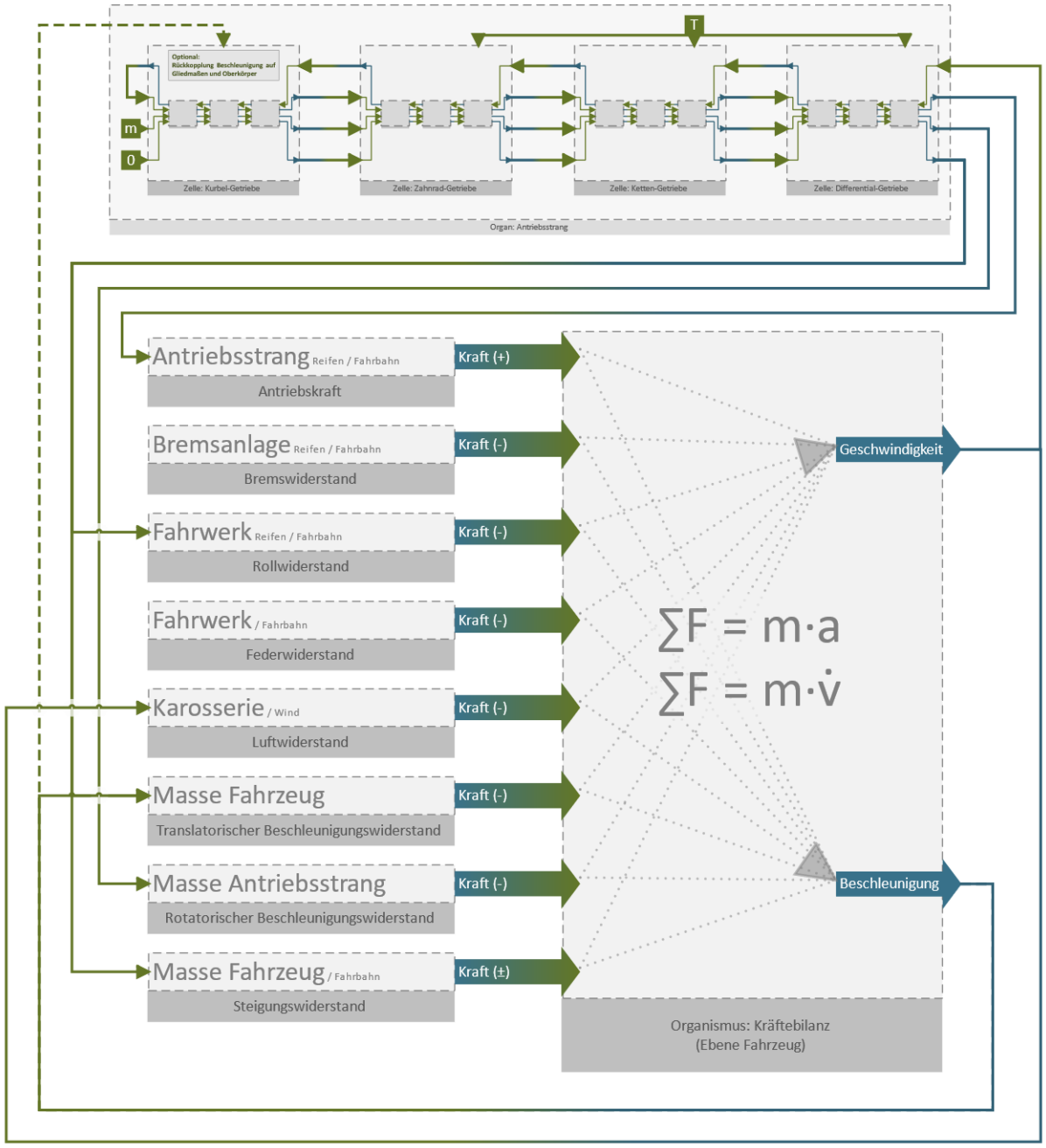


Abbildung 3-14: Konzept zur Summation sämtlicher Kräfte aus den Organen in einem Fahrzeug-Organismus in SIMULINK®

Die Kräfte in Fahrtrichtungen werden in Abbildung 3-14 bilanziert. Dabei gilt, dass die Summe aller Kräfte in Fahrtrichtung der Fahrzeuggesamtmasse multipliziert mit der Ableitung der Geschwindigkeit entspricht. Die Geschwindigkeit lässt sich numerisch aus der Beschleunigung integrieren. Selbstverständlich existieren für das Fahrzeug noch zwei weitere Kräftebilanzen in den übrigen Raumrichtungen. Diese sind jedoch ausschließlich für das Fahrwerk von Bedeutung, welches nicht Gegenstand dieser Arbeit ist.

Das Fahrwerk kann jedoch auf die Kräftebilanz einen negativen Einfluss ausüben, denn ein gedämpftes Fahrwerk dissipiert Energie. In erster Näherung sollte also ein Dämpfer keine Komponenten in Fahrtrichtung aufnehmen können. Die Frage der Ausrichtung der Dämpfer wird jedoch zusätzlich maßgeblich durch die Fahrerposition und die auftretenden Trägheitskräfte aus der Kurbelbewegung mitbestimmt. Eine zu weiche Federrate in Kombination mit einer ungünstigen Ausrichtung kann zu permanenter Energiedissipation während des Kurbelns, insbesondere bei hohen Kurbeldrehzahlen führen. Zählt man zum Fahrwerk die Reifen des Fahrzeuges mit, so fallen an ihnen weitere Verluste an, die dem Rollwiderstand geschuldet sind.

Die Kräftebilanz wird selbstverständlich durch die Bremsanlage gemindert. Die Mechanismen zur Übertragungsfähigkeit von Bremsmomenten und Antriebsmomenten über die Reifen hängen von der Haftfähigkeit ab. Die Haftfähigkeit wird parametriert durch die dynamische Schwerpunktlage des Fahrzeuges, sowie der Gummimischung; dem geometrischen Profil und dem Profil des Fahrbahnbelags, bzw. Verschmutzung und Bewässerungsgrad oder auch Vereisung.

In Kapitel 3.1.4 wurde mittels eines Modells der Luftwiderstand der Karosserie errechnet. So komplex die Ermittlung des c_W-Wertes ist, so einfach ist die rechnerische Modellierung. Für den Luftwiderstand wird die Anströmgeschwindigkeit und die Luftdichte benötigt. Für genauere Untersuchungen nach Abbildung 1-10 muss im Simulationsmodell des Windkanals die Anströmrichtungskomponente an der endgültigen Karosserie variiert werden. Damit lassen sich die c_W-Werte für Seitenwinde ermitteln.

Schließlich wirken auf das Fahrzeug mehrere massenduzierte Widerstände. Die Hangsteigung wird mit dem Steigungswinkel parametriert und hängt maßgeblich von der gesamten Fahrzeugmasse ab. Weiterhin wirkt gegen jede Geschwindigkeitsänderung des Fahrzeuges eine entgegenwirkende Trägheitskraft. Diese ist von der Beschleunigung abhängig. Außerdem dauert es stets Zeit den Antriebsstrang aufzuladen, wenn auf eine Drehzahl zugesteuert wird, da auch die rotatorischen Massen des Antriebsstrangs sich gegen die Drehzahländerung träge verhalten.

Die Kräftebilanz des Fahrzeuges wird im folgenden Kapitel modelliert und ausgewertet. Mit der Kräftebilanz wird begonnen, um die Zusammenhänge in einem Stadium der Einfachheit auf Korrektheit zu prüfen. Während der Modellierung wird sich offenbaren, ob der Modellansatz tatsächlich umsetzbar ist. Ziel ist es den Organismus und seine Schnittstellen bereitzustellen, bevor Detailmodellierungen begonnen werden, welche schlussendlich nicht die nötigen Schnittstellen aufweisen, welche sich auf oberster Ebene offenbaren. Anschließend wird entgegen dem Vorgehen im V-Modell nicht etwa mit der Modellierung der verschiedenen Antriebsstränge begonnen, sondern mit der Detailmodellierung – der atomischen Reibungsmodelle. Wenn sie fehlerkorrigiert sind, wird nach einer Möglichkeit gesucht, sie möglichst zum Bestandteil einer *Simulink*-Bibliothek zu machen. Sollten im späteren Entwicklungsverlauf Änderungen und/oder Erweiterungen notwendig werden, sollte diese auf einer globalen Ebene umgesetzt werden können.

3.2.2 Modellorganismus: Fahrwiderstände (Detailstufe 1)

Der Fokus liegt auf dem Vergleich verschiedener Antriebsstrangorgane unter möglichst komplexer Simulationsmodelle. Ungenauigkeiten des Modellorganismus bewirken in allen Antriebsstrangorganen denselben Fehler. Der Fehler beeinträchtigt nicht die Wirkungsgradbetrachtung der einzelnen Organe und seiner Zellen. Lediglich die Endgeschwindigkeit auf Ebene des Fahrzeugorganismus wird beeinflusst[215]. Aus diesem Grund darf an dieser Stelle mit einem übersichtlichen (stark vereinfachten) Modell gearbeitet werden. Hierzu werden initial einige Parameter festgelegt.

Unklar ist die genaue Fahrzeugleermasse. Zu Projektbeginn wurde vereinbart, dass die Fahrzeugleermasse 30kg nicht überschreiten sollte. In Kapitel 1.1 ist eine maximale Fahrzeugleermasse von 35kg ausgeschrieben. Diese beinhaltet jedoch die Option einer oder mehrerer elektrischer Antriebe mit entsprechender Leistungselektronik und Akkupaketen. Aus diesem Standpunkt ist eine Fahrzeugleermasse von maximal 30kg tatsächlich relativ hoch, aber realistisch, angesetzt. Von der Fahrzeugleermasse werden 5kg für den zu konfigurierenden Antriebsstrang[216] abgezogen.
Die Fahrermasse ist eine Größe welche durch die Parametrierung des Antriebs ausgelöst wird. Entsprechende Werte sind in Tabelle 44 perzentiliert. Initialisierend wird von einer Fahrermasse von 78kg ausgegangen. Die Größe ist jedoch keine Konstante und kann mit der Testung verschiedener Fahrer im Simulationsverlauf getestet werden.
Die Antriebsstrangmasse[216] wird mit 5kg initialisiert. Sie summiert sich über die Verkettung von Maschinenelementen; Baugruppen und des Fahrers auf.
Das reduzierte Antriebsstrang-Trägheitsmoment[217] wird mangels Informationen auf 1kg·m² initialisiert. Es summiert sich ebenfalls über die Verkettung auf.

$$m_{Fahrzeug.leer} = 30kg - 5kg$$

$$m_{Fahrer} = \{\dots; 78; \dots\}kg$$

$$m_{Antriebstrang} = \{\dots; 5; \dots\}kg + m_{Fahrer}$$

$$J_{Antriebstrang} = \{\dots; 1; \dots\}kg \cdot m^2$$

Für das Fahrzeug sind einige konkrete Informationen ermittelt worden (siehe Tabelle 59). Der cW-Wert bei Frontalanströmung des grob umrissenen Karosseriemodells liegt etwa bei 0,272 mit einer projizierten frontalen Anströmfläche von unter[218] 0,903m².

$$c_W = 0{,}272$$

$$A_W = 0{,}903m^2$$

---

[215] Fragestellungen zu Bremsverhalten; Antriebsschlupf; Vertikalschwingungen auf das Antriebsverhalten und weitere Betrachtungen können in einem Stadium untersucht werden, in welchem bereits ein Antriebsstrang identifiziert worden ist. Für den Vergleich sind derartige Detailgrade unerheblich und werden vorerst ausgelassen

[216] Ohne Fahrer

[217] Ausdrücklich ohne die Rotationsträgheiten des Fahrers, da diese bereits im Fahrermodell berücksichtigt sind und der Fahrer keine feste Verbindung mit dem Rest des Antriebsstrangs aufweist. Ob die Rotationsträgheit des Fahrers bei einem Pedalklicksystem, bei welchem eine feste Verbindung zwischen Fahrer und Antriebsstrang besteht, mit in die kumulative Bildung des reduzierten Trägheitsmomentes einbezogen werden sollte, ist anzunehmen

[218] Die Projektionsfläche errechnet sich aus einer Rechteckfläche auf stehenden Rädern. Die Anströmfläche ist damit dramatisch überhöht

Die Umgebung weist eine geschätzte Gravitationsbeschleunigung von 0,980665m/s² auf. Es wird von einer geschätzten Luftdichte von 1,2kg/m³ ausgegangen.

$$g = 9{,}80665\,\frac{m}{s^2}$$

$$\varrho_{Luft} = 1{,}2\,\frac{kg}{m^3}$$

Die Fahrbahn wird als ideale asphaltierte Straße angenommen. Der Steigungswinkel der Straße ist zwar variabel, wird für die Wirkungsgradermittlung jedoch mit einer Nullsteigung parametriert.

$$\alpha_{Fahrbahn} = 0°$$

Der Raddurchmesser beträgt 20“, wodurch ein konstruktiver[219] Radradius von 254mm vorliegt. Rad-Trägheitsmoment wird auf 0,055kg·m² geschätzt[220]. Im Zusammenhang mit der Straße wird ein linearer Rollreibungsbeiwert von 0,0038 und ein exponentieller Rollreibungsbeiwert von 0,000026 festgelegt (siehe Kapitel 1.3)[221].

$$r_{0,Rad} = 254mm$$

$$J_{Rad} = 0{,}055kg \cdot m^2$$

$$c_r = 0{,}0038$$

$$c_{rv} = 0{,}000026$$

Mit den aufgezählten Parametern lassen sich alle Einflüsse in der Fahrzeugbilanz, welche in Abbildung 3-14 mit einem grünen Eingangspfeil versehen worden sind, adäquat abbilden.

---

[219] Die Einstellung des dynamischen Radradius unter Aufstandskrafteinwirkung wird an dieser Stelle nicht betrachtet.

[220] Die Schätzung beruht auf einer stark vereinfachten rechnerischen Angabe mit $J_{Rad,yy} \approx m \cdot r_0^2$ einer 28“-Felge mit anschließender Validierung durch Messung in [24, S. 37] $J_{Rad,yy,28"} \approx 1{,}2[kg] \cdot 0{,}35^2[m^2] = 0{,}147[kg \cdot m^2]$
$\Rightarrow r_{0,20"} = \frac{20"}{2} \cdot \frac{1[cm]}{0{,}3937} \cdot \left[\frac{1m}{10cm}\right]$ $\Rightarrow m_{20"} \approx (2 \cdot \pi \cdot r_0)_{Abwickellänge} \cdot A_{Querschnitt} \cdot \varrho_{Materialmix} + m_{Nabe} \approx 1{,}2[kg] \cdot \frac{20"}{28"}$

Die Materialdichte ist eine Konstante; der Querschnitt ist annähernd konstant und der Nabendurchmesser wächst mit Felgenradius, sodass er grob vernachlässigt werden kann
$\Rightarrow J_{Rad,yy,20"} \approx m_{20"} \cdot r_{0,20"}^2 = 0{,}055[kg \cdot m^2]$

Mit einem CAD-Modell der Felge; der Nabe; der Lager; der Bremsscheiben; der Speichen/Trägerscheibe; des Schlauches; des Reifens und der Luft kann an dieser Stelle ein korrekter Wert ermittelt werden

[221] Der exponentielle Rollreibungsbeiwert könnte auf die Trägheit der Luft im Schlauch zurückzuführen sein Druckdifferenzen um den Latsch zu bilden. Der Einfluss des exponentiellen Rollreibungsbeiwert ist gering und kann grob als Konstante für alle Reifen eingesetzt werden (Behauptung des Verfassers). Für den linearen Rollreibungsbeiwert liegen Messungen vor [26, S. 18]. Für eine 20“-Reifen bei 3bar Innendruck kann ein Rollreibungsbeiwert von 0,0004 abgelesen werden

In Abbildung 3-15 ist die Struktur des Modellorganismus dargestellt. Kern des Modells bildet die Kräftebilanz und die Rückführung der aus ihr ermittelten Geschwindigkeit; Drehzahl und Beschleunigung. Die für die Kräftebilanz notwendigen Differentialgleichung-bildenden Formeln werden nachfolgend in Tabelle 61 aufgereiht:

Tabelle 61: Vereinfachtes Fahrwiderstandsmodell auf Ebene des Fahrzeug-Organismus

	$\ddot{x} = \left(\sum_{i=0}^{i_{max}=6} F_i \right) \cdot \frac{1}{m_{ges}}$
$+F_0$	$F_{Antrieb} = \frac{M_{Antrieb}}{\dot{\varphi}_{Rad}} \approx \frac{M_{Antrieb}}{\dot{x}/r_0}$
$-F_1$	$F_{Luftwiderstand} = \frac{1}{2} \cdot \varrho_{Luft} \cdot c_W \cdot A_W \cdot \dot{x}^2$
$-F_2$	$F_{Steigungswiderstand} = m_{ges} \cdot g \cdot \sin(\alpha_{Fahrbahn})$
$-F_3$	$F_{Rollwiderstand} = m_{ges} \cdot g \cdot \cos(\alpha_{Fahrbahn}) \cdot c_v + \left(m_{ges} \cdot g \cdot \cos(\alpha_{Fahrbahn}) \cdot c_{rv} \cdot \dot{x}\right)^{2,5}$
$-F_4$	$F_{Trägheitswiderstand\rightarrow} = m_{ges} \cdot \ddot{x}$
$-F_5$	$F_{Trägheitswiderstand\circlearrowleft} = \left(J_{Antriebstrang} + 4 \cdot J_{Rad}\right) \cdot \ddot{\varphi}_{Rad} \approx \left(J_{Antriebstrang} + 4 \cdot J_{Rad}\right) \cdot \frac{\ddot{x}}{r_0}$
$-F_6$	$F_{Schwingungswiderstand\circlearrowleft} = 0$

Die Berechnungen von Steigungswiderstand und Rollwiderstand schieben mittels Sinus und Cosinus die Gewichtskraft des Fahrzeuges in Kontext eines Einradmodells hin und her.

Die Gesamtmasse[222] wird aus der Leermasse des Fahrzeuges zuzüglich der Masse des Antriebsstrangs (inklusive des Fahrers) gebildet. Sie sollte 30kg zuzüglich Fahrermasse nicht überschreiten.

$$m_{ges} = m_{Fahrzeug.leer} + m_{Antriebstrang}$$

$$m_{ges} = 30kg - 5kg + \{\dots; 5; \dots\}kg + m_{Fahrer}$$

Die Errechnung der Raddrehzahl könnte durch getrennte Differentialgleichung an den beiden Antriebsrädern und den beiden Laufrädern erfolgen. Dies könnte in Form eines Einspurmodells mit zwei getrennten Differentialgleichungen für Laufräder und Antriebsräder oder in Form eines Zweispurmodells mit vier Differentialgleichungen geschehen, welche die Simulation von Kurvenfahrten ermöglicht.

---

[222] Die Gesamtmasse kann in einem komplexen Modell als einfacher Massesammelpunkt, wie in der Elektrotechnik gebildet werden. Für Modellierungen des Schwingungswiderstand und komplexer Radaufstandskräfte muss zwischen gefederten und ungefederten Massen unterschieden werden.

Der Parametername „Fahrzeugleermasse“ ist im Grunde genommen irreführend, da der Antriebsstrang nicht in der hier verwendeten „Leermasse“ mit einfließt. Im Rahmen des einfachen Modells wird der Bezeichner trotzdem als angemessen empfunden.

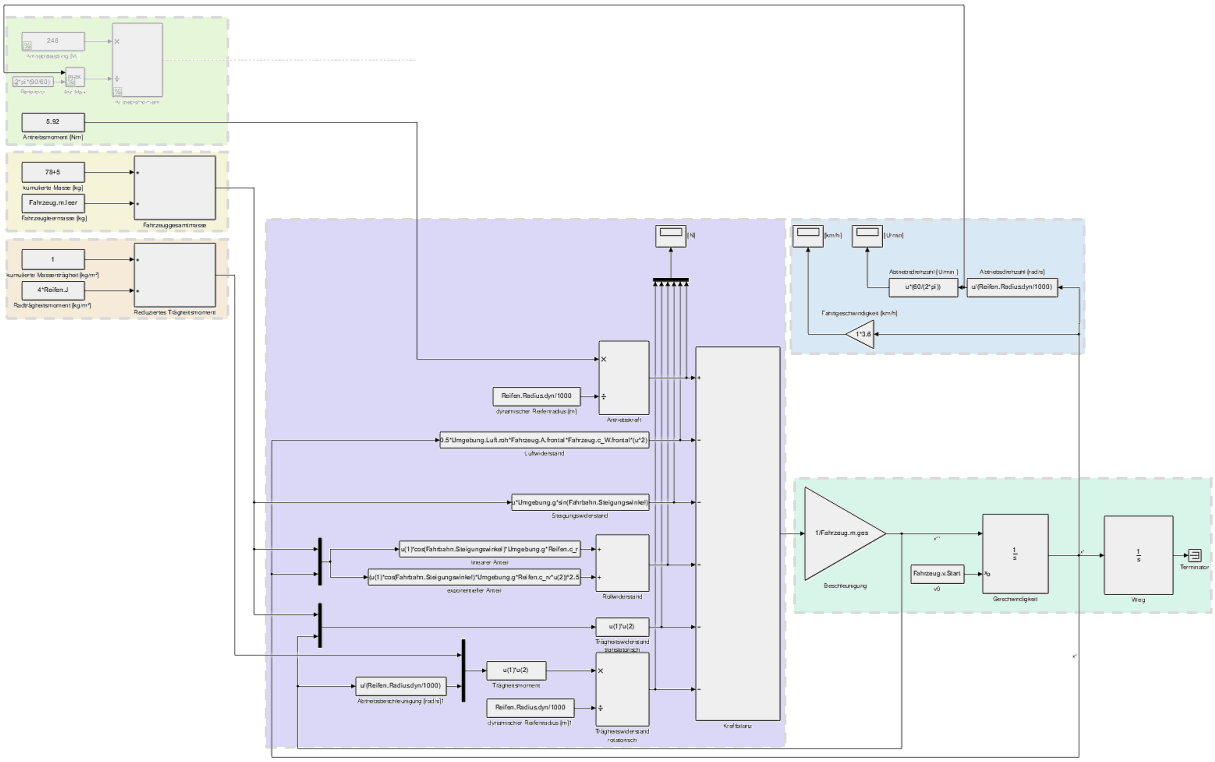


Abbildung 3-15: Einfaches Fahrwiderstandsmodell auf Ebene des Fahrzeugorganismus in *MATLAB®/SIMULINK®*. Grüner Bereich: Eingangsgröße Antriebsmoment, mit experimenteller ausgegrauter Option der Drehzahlrückführung (Machbarkeitsstudie Drehzahlabhängiges Antriebsmoment). Gelber Bereich: Zusammenführung kumulative Antriebsstrangmasse mit Fahrzeugleermasse. Oranger Bereich: Zusammenführung kumulatives Antriebstrangmassenträgheitsmoment mit Massenträgheitsmoment der 2 Antriebsräder und 2 Laufräder (Hinweis: irreführender Bezeichner „Reifen.J“). Violetter Bereich: Bildung der Fahrzeugkräftebilanz in Fahrtrichtung ausschließlich Bremsung; Schwingungsdissipationen und Reifenschlupfmodell. Kobalt-farbener Bereich: Integration der translatorischen Bewegungsgrößen aus der Kräftebilanz in Fahrtrichtung. Blauer Bereich: Ableitung der Fahrtgeschwindigkeit in km/h und der über den Radradius vereinfacht ermittelten Raddrehzahl (Hinweis: irreführender Bezeichner „Reifen.Radius.dyn“ weist auf zukünftige Anpassungsmaßnahmen hin. Aktuelle Nutzung von unendlich steifen „Reifen.Radius.konstruktiv“).

Die Verifikation des Simulationsmodells erfolgt über den Beschleunigungsvorgang bis zur Endgeschwindigkeit bei einer Fahrtzeit von zehn Minuten (siehe Abbildung 3-16). In erster Iteration wird ein konstantes Antriebsmoment von 25Nm aufgeschaltet (siehe Abbildung 3-16 links). In zweiter Iteration wird die Rückführung der Raddrehzahl getestet, indem eine konstante Leistung von 250W ab einer Drehzahl von 90 U/min aufgeschaltet wird. Die maximale Raddrehzahl beträgt ungefähr 435U/min. Damit ist der Nachweis erbracht, dass das Modell an einen Antriebsstrang andocken kann.

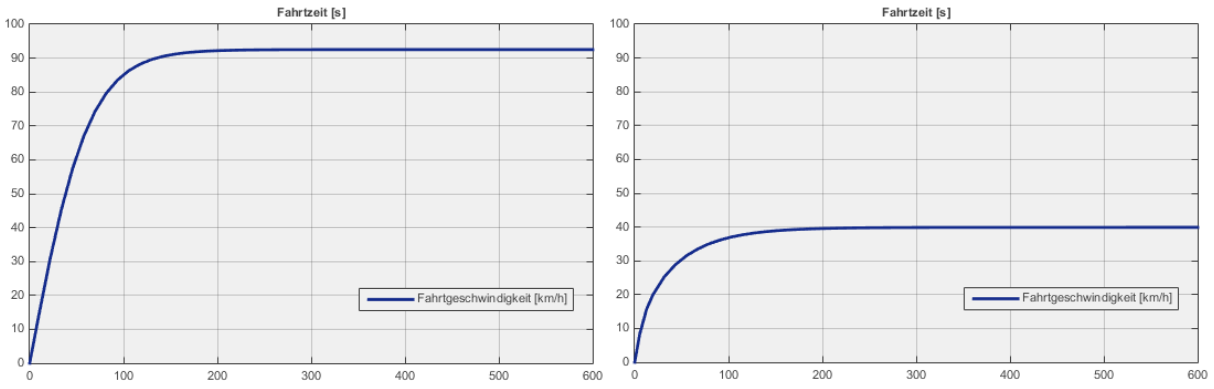


Abbildung 3-16: Antwort des Systems auf ein konstantes Antriebsmoment von 25Nm (links) und eine Leistungsbegrenzung auf 250Watt@90U/min unter experimenteller Rückführung der Raddrehzahl (rechts)

3.2.3 Atomische Modelle: Maschinenelemente

Die atomischen Reibungsmodelle sind in ihrer Ausführung auf der Programmierplattform *R-Studio* für Außenstehende nur schwer nachvollziehbar. *MATLAB®/SIMULINK®* weist auf den ersten Blick ein gewaltiges Potential auf, Berechnungen durch graphische Funktionsblockverknüpfung mittels Kapselung nachvollziehbar zu gestalten. In Kapitel 2 wurde durchgehend [223] ein Programmierstil angewandt, der auf einer isolierten Schrittberechnung beruht. Das bedeutet, dass die Berechnung eines Betriebszustandes der Modelle für einen beliebigen Zeitpunkt vorgenommen werden kann, ohne den vorherigen Schritt berechnen zu müssen (analytisches Modell). Damit eignen sich die Modelle auf den ersten Blick hervorragend zur Überführung in die Simulations-Plattform. Vor Beginn der Überführung der Modelle stehen einige Fragen im Raum, die mittels Sondierung geklärt werden müssen, um die Iterationsschritte und damit die Entwicklungszeit zu verkürzen.

Die Bibliothek sollte zukünftig weiterentwickelbar sein. Die Modelle sollten von außen nach innen für spätere Entwicklungen/Weiterentwicklungen von Dritten nachvollziehbar sein. Die primäre Fragestellung in diesem Kontext besteht in der Umsetzbarkeit einer eigenen *SIMULINK®*-Bibliothek:

- Ist es möglich eine eigene Block-Bibliothek neben den von Haus gelieferten Blöcken in den Katalog übersichtlich mit einzufügen?
- Ist es möglich eine Bibliothek derart zu gestalten, dass sich alle bereits daraus entwickelten Modelle durch ein zentrales Bibliothek-Update korrigieren/verbessern/erweitern lassen?
- Ist es möglich Modelle nach außen so zu kapseln, dass sie sehr einfach erscheinen – also über eine innere Parametrierung verfügen – und trotzdem alle Modellanpassungen des Bibliothekmodells vererben?

Auf der Ebene der Programmierplattform *R-Studio* sind teils Rechenzeiten über einem Tag zutage getreten um *Look-Up-Arrays* zu exportieren. Die Umsetzung der Programmierung ist größtenteils auf sehr einfache generalistische Methoden aus der tieferen Sprache *C++* angelehnt. Jedoch reagiert die Plattform beispielsweise auf die Nutzung von *for-Schleifen* mit sehr langen Rechenzeiten. Die Konvertierung der Quelltexte in den Bereich *MATLAB®/SIMULINK®* bietet nun eine Chance die Algorithmen effizienter zu gestalten. Sekundär stellt sich in diesem Kontext ein Fragekomplex zu den anwendbaren Programmiermethoden:

- Ist die Übertragung der R-Programmierung auf den Bereich *MATLAB®/SIMULINK®* lückenlos möglich?
- Ist es möglich mittels graphischer Programmierung die Berechnungsstruktur verständlich offenzulegen?
- Ist es möglich Berechnungen in einen Initialberechnungsbaustein und einen Schrittberechnungsbaustein aufzuteilen, um Rechenzeit zu sparen?
- Können neben *Look-Up-Tables* auch ganze *Look-Up-Arrays* eingesetzt werden, um zeitintensive Berechnungen alternativ in ein „Tabellenbuch“ zu überführen?
- Kann eine Parallelisierung von Berechnungen mittels Multicore-Technologie oder *CUDA*-Technologie umgesetzt werden?

---

[223] Mit Ausnahme der Transientenglättung der potentiellen Muskelmomente in Kapitel 2.8.6. Numerische Ableitungen wurden zur Ermittlung der Positionsgrößen in Kapitel 2.8.3 und Winkelgrößen in Kapitel 2.4.3 genutzt. Die Nutzung numerischer Ableitung und Integration sind essentieller Bestandteil der Lösungsarchitektur von *MATLAB®/SIMULINK®* und damit an dieser Stelle ein unbedeutender Schönheitsfehler

SONDIERUNGEN ZUR EIGENEN *SIMULINK®*-BIBLIOTHEK

Nach Inspizierung des *Simulink Library Browsers* offenbaren sich zwei grundlegende Philosophien wie eine Bibliothek umgesetzt werden kann. Die erste Variante umfasst die Nutzung üblicher *SIMULINK®*-Blöcke, welche per *drag'n'drop* in den Arbeitsbereich gezogen werden. Die Variante ist komfortabel und ausschließlich für einfache Systeme extrem übersichtlich, da Komponenten des Berechnungsfluss verfolgt werden können. Für komplexe Systeme werden die Zusammenhänge jedoch stark unübersichtlich. Neben der üblichen Methodik Berechnungen in sogenannte *Subsysteme* zu kapseln, um innere Größen und Berechnungen zu verstecken und das System zu vereinfachen, bzw. wieder übersichtlicher zu gestalten, liegt die Möglichkeit der Variante 2 vor. In Variante 2 kann mittels eines *SIMULINK®*-Blocks eine Funktion in *MATLAB®* aufgerufen werden. Das heißt eine Funktion in der Form wie sie in Kapitel 2 bereits programmiert worden sind. Diese Programmierungsmethode weist ein enormes Potential auf. Das größte Potential liegt in der Hybridbildung aus Variante 1 und 2, den seriellen Programmiercode an seinen Trennstellen aufzuschneiden und mit *SIMULINK®*-Blöcken zu verknüpfen. So können zum Beispiel die Funktion zur Berechnung eines Geometrieparameters; eines Schmierstoffparameters; eines Geschwindigkeitsfaktors und ähnlichem gegebenenfalls parallel in Blöcken zusammengefasst, statt seriell in Quellcodeabschnitten, dokumentiert werden. Das Simulink-Modell wird dabei zu einer Form der Berechnungsdokumentation, welche der mathematischen Notation und der seriellen Dokumentation des vorliegenden Dokuments übersteigt. Die Berechnungen werden zu sukzessiv inspezierbaren Elementen, an welchen nachträglich eine Operation vorgenommen werden kann: das heißt es können Berechnungsansätze herausgeschnitten; erweitert; optimiert oder hinzugefügt werden, da die Verläufe der Ergebnisübergaben graphisch offengelegt werden.

Es ist möglich eine eigene Block-Bibliothek in den *Simulink Library Browser* einzufügen. Hierzu wird in *SIMULINK®* eine neue *Library* anstatt eines Modells erstellt. *Subsysteme* ohne Ein- und Ausgang dienen als Unterordner. So kann die Bibliothek „Atomische Modelle" die Unterordner „Dichtungen", „Freiläufe", „Kettenstufen", „Verzahnungsstufen" und „Wälzlager" aufweisen. Die Erstellung der Bibliotheksmodelle ist identisch zu der Erstellung der Simulationsmodelle in *SIMULINK®*. Es wird sich dafür entschieden die Bibliothek im Arbeitsverzeichnis abzulegen[224]. Die Speicherung der Simulink-Bibliotheken erfordert neben einiger Formalien[225] die Eingabe folgenden Codes in der Kommandozeile:

```
set_param(gcs,'EnableLBRepository','on');
```

Dieser Code erteiligt die Berechtigung die Speicherung der Bibliothek in Verknüpfung mit dem *Simulink Library Browser* vorzunehmen und muss auf jedem Rechner vor der Speicherung, bzw. Aktualisierung der Bibliothek ausgeführt werden. Damit ist die Bibliothek neben den hauseigenen Bibliotheken im

---

[224] Die Lösung ist einfacher, falls die Bibliothek auf einem anderen Rechner ausgeführt werden soll, jedoch nur unter einer Programmstartprozedur umzusetzen. Der gravierende Nachteil der Bibliotheksimplementierung in das *root*-Programmverzeichnis „C:\..." weist den Nachteil auf, dass insbesondere Hochschulnutzern die Administratorrechte fehlen an dieser Stelle Änderungen vorzunehmen

[225] Im Arbeitsverzeichnis wird beispielsweise ein Ordner „Bibliotheken/Atomische Modelle" angelegt.
Auf der Ordnerebene wird die *library* „Atomische_Modelle.slx" erstellt.
Außerdem muss ein *MATLAB®*-Skript mit dem zwingenden Namen „slblocks.m" erstellt werden. Der Inhalt des Skriptes ist folgender:

```
function blkStruct = slblocks
    Browser.Library = 'Atomische_Modelle';          %Achtung; kein .slx
    Browser.Name = 'Atomische Modelle';             %Aliasname in Library Browser
    blkStruct.Browser = Browser;
```

Simulink Library Browser verfügbar. Es wird sich dafür entschieden den Blöcken eine Bildmaske aufzuerlegen. Das hat den Vorteil, dass auf Ebene der „Zellulären Modelle“ der Aufbau einer Baugruppe mittels der graphischen Symbole der „Atomischen Modelle“ schnell erblickt wird. Auf diese Weise hat die Simulation auf der nächsthöheren Ebene der „Zellulären Modelle“ Potential gleichzeitig die Produkt-Dokumentation darzustellen. Die Nutzung von Bildmasken führt zu dem Nachteil, dass der Wechsel des absoluten Pfades des Arbeitsverzeichnis eine Neuspeicherung der Bibliothek erfordert, um die Pfade zu aktualisieren[226]. Das ist sehr unkomfortabel, doch überwiegt der bereits erklärte geerntete Nutzen diesen Nachteil.
Vor Beginn der Simulationsmodellbildung muss ein Initialisierungsskript „Init.m“ ausgeführt werden. Neben anderen Initialisierungen wie Funktionen und Parametern enthält es die folgenden zwei Zeilen:

```
addpath(genpath('Bibliotheken'));        %Bindet Ordnerstruktur rekursiv ein
sl_refresh_customizations;               %aktualisiert den Library Browser[227]
```

Nach Pfadänderung des Arbeitsverzeichnis, sei es durch Umspeicherung oder Nutzung eines anderen Rechners, müssen alle (3) Bibliotheken geöffnet; „unlocked“ und unter Freigabe der Berechtigung neu abgespeichert werden.
Vor jedem Arbeitsgang in *SIMULINK®* muss in *MATLAB®* das Arbeitsverzeichnis ausgewählt und das Skript „Init.m“ ausgeführt werden.

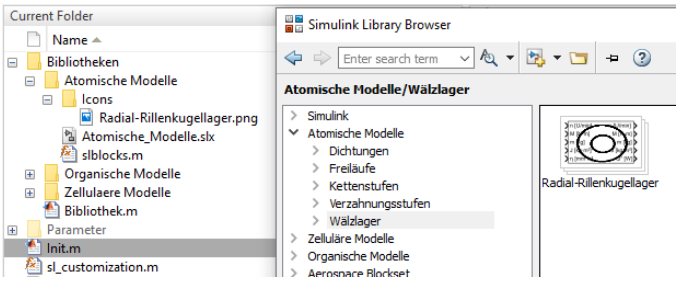


Abbildung 3-17: Sondierungsstadium – Arbeitsverzeichnis *MATLAB®* (links) und *Simulink Library Browser* nach Update (rechts)

[226] Es ist keine Möglichkeit gefunden worden relative Pfade in die Bildzuweisung zu implementieren. Stattdessen wurde eine automatische Bildung des Absolutpfad unter Nutzung des Arbeitsverzeichnispfades „pwd“ implementiert. Eine Lösung würde darin bestehen in einem Initialisierungsskript alle Bibliotheken zu öffnen und abzuspeichern. Um die Bilder in den Bibliotheken zu entfernen muss die Maske unter Rechtsklick auf den Funktionsblock editiert werden:

```
disp('Radial-Rillenkugellager');                                  %Variante Beschriftungsfeld in Block
image(strcat(pwd,'\',-'Bibliotheken\Atomische Modelle\',-'Icons\Radial-Rillenkugellager.png'));-%Variante Bild
port_label('input', 1, 'Parameter [Einheit]');                    %Weitere Parameter über Integer Angabe
port_label('output', 1, 'Parameter [Einheit]');                   %Weitere Parameter über Integer Angabe
```

[227] Auf oberster Ebene des Arbeitsverzeichnis liegt ein Skript „sl_customization.m“, welches anscheinend durch die Funktion „sl_refresh_customizations“ automatisch ausgeführt wird. Mit dieser Funktion kann die Reihenfolge der Bibliotheken im Library Browser festgelegt werden. Dies geschieht über Prioritätsstufen innerhalb welcher alphabetisch geordnet wird. Standardprioritätsstufe ist 0, während „Simulink“ die -1 einnimmt. Neben der Funktion „cm.LibraryBrowserCustomizer.applyOrder“, wurde die Funktion „cm.LibraryBrowserCustomizer.applyFilter“ zum Ausblenden der hauseigenen Bibliotheken getestet. Sie funktioniert in der vorliegenden Version *Matlab 2014b* nur fehlerhaft. Um keine Unstimmigkeiten auf neueren Plattformen auszulösen, wird deswegen auf die Nutzung der Funktion vollends verzichtet.

```
function sl_customization(cm)
    cm.LibraryBrowserCustomizer.applyOrder({   'Simulink',                -4, ...
                                               'Atomische Modelle',        -3, ...
                                               'Zelluläre Modelle',        -2, ...
                                               'Organische Modelle',       -1, ...
                                               'Recently Used Blocks',      1});
```

Nachdem geklärt ist, dass eine bequeme graphische Programmierung mittels eigener *SIMULINK®*-Bibliotheken erfolgen kann, ist zu prüfen ob Korrekturen und Erweiterungen der „Atomischen Modell“ bis hin zu ganzen „Organischen Modellen“ zentral über die Bibliothek vorgenommen werden können und sich die etlichen nötigen Änderungen in den bereits erstellten Modellen mit übertragen. Die Frage lässt sich mit einem klaren „Ja“ beantworten. Sämtliche Änderungen, welche in der Bibliothek vorgenommen werden, werden auch in den daraus erstellten Modellen direkt übernommen. Die Modellblöcke sind mit der Bibliothek direkt verlinkt[228].

Abschließend zur Modelloberflächenarchitektur besteht die Frage der Kapselung. Die Kapselung der Parametrierung von „Atomischen Modellen“, bzw. Maschinenelementen vereinfacht die Modellübersicht auf Ebene der „Zellulären Modelle“, bzw. Baugruppen in drei potentiellen Varianten.

Die **erste Variante** besteht darin jeden Bibliotheks-Block im Arbeitsbereich in ein **überlagertes *Subsystem*** zu kapseln. So kann die Parametrierung der Maschinen versteckt werden und nur Übergabeparameter wie „Moment“; „Drehzahl“; „kumulierte Masse und - Trägheitsmoment“ und gegebenenfalls „Viskosität“, bzw. „Temperatur“ nach außen geführt werden. Diese Lösung wäre ideal, erfordert jedoch eine händische Zuweisung graphischer Symbole in den *Subsystemen*[229].
Die **zweite Variante** stellt einen guten Kompromiss dar. Sie sieht vor alle statischen Eingangsparameter für ein „Atomisches Modell“, bzw. Maschinenelement mittels eines **externen *Subsystems*** zu bewerkstelligen, dass alle Parameter[230] in einen Vektor bündelt. Diese *Subsysteme*, welche als „Fütter-Datensätze“ bezeichnet werden können, sind mit Standardwerten[231] in der Bibliothek hinterlegt[232].
Die **dritte Variante** stellt die ideale Lösung dar. Über die **Blockmaske** können beschriftete Parameterfelder; Schieberegler; Optionsschalter und sogar Dropdown-Menüs (siehe Abbildung 3-18) implementiert werden. Die Lösung ermöglicht eine Modelldarstellung mit symbolischen Maschinenelementen, bei welcher nur Modellverbindungen nach außen zeigen, welche weitergegeben werden oder Rückkopplungen bilden („Informations-“; „Kraft-“; „Wärmefluss“, usw.). Die Parametrierung erfolgt nach Klick auf das Maschinenelement-Symbol. Das Konzept ist vollständig aufwärtskompatibel.

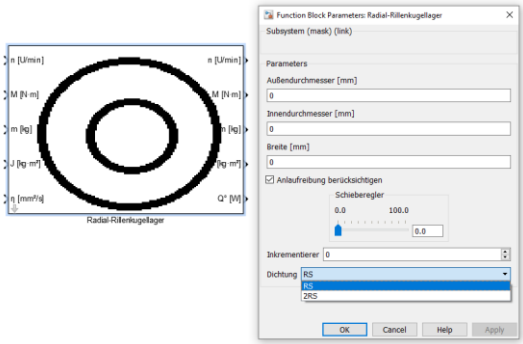


Abbildung 3-18: Sondierungsstadium – Kapselung der statischen Parameter durch ein Eingabefeld im „Atomischen Modell“

[228] Bei Bedarf könnte die Verlinkung tatsächlich abgeschaltet werden. Dadurch würden die Blöcke isoliert

[229] Die absolute Pfadangabe stellt ein Problem dar, welches anscheinend nur über die Speicherung im *root*-Verzeichnis der *Matlab*-Installation gelöst werden kann. Darüber hinaus geht die Übersicht auf Kosten des *Workflows*, da die Modellbildung nicht ausschließlich auf einer *drag'n'drop*-Bedienung aufbaut

[230] Parameter wie ein Durchmesser; eine Breite; ein Schrägungswinkel und etliche weitere, welche auf „zellulärer“ Baugruppenebene nur für Unübersichtlichkeit führen

[231] Damit könnte tatsächlich grundsätzlich ein gesamter Lagerkatalog hinterlegt werden. Aus Erfahrung ist dies jedoch erst sinnvoll, wenn extrem ausgereifte Modelle vorliegen

[232] Die Parametrierung kann auf der Simulationsoberfläche erst erfolgen, wenn die Verlinkung zwischen der Bibliothek und dem „Fütter-Datensatz“ aufgehoben wird. Sie wird ausdrücklich manuell vorgenommen. Einzige Schwachstelle der Lösung kann in der Reihenfolge der Vektorpositionen liegen. Die Indexierungs-Reihenfolge innerhalb der „Atomischen Modelle“ darf nur in sehr großen Entwicklungsschritten geändert werden, da Fehler zu erwarten sind. Parameter sind also im Vektor bei Weiterentwicklungen stets am Ende anzuhängen

SONDIERUNGEN ZU DEN ANWENDBAREN PROGRAMMIERMETHODEN

Die Modellentwicklung auf der Plattform *R-Studio* hat aufgezeigt, dass extreme Rechenzeiten zu erwarten sind. Der Neuaufbau der Modelle auf der Plattform *MATLAB®* und *SIMULINK®* stellt eine Chance dar Rechenzeiten zu verkürzen, um möglichst viele Ergebnisse zu generieren. Der kritische Pfad der Berechnungen liegt in der Schrittweite. Je kleiner die Schrittweite ist, desto mehr Berechnungen müssen erfolgen. Damit ergeben sich grundsätzlich zwei Scheidepunkte:

> Das erste Vorgehen entspricht dem bisher dargestellten Vorgehen. Die Antriebsstränge werden im Gesamtfahrzeug getestet. Sie werden mit sämtlichen Fahrwiderständen und dem komplexen Fahrerantriebsverhalten getestet. Bei dieser Variante ist es erforderlich eine Schrittweite anzuwenden, welche den Kurbelmomentverlauf am Antrieb abbildet. Das Kurbelmoment schwankt über einen den Bereich einer halben Umdrehung. Für den Fall eines eingebauten Fahrwerks entstehen durch die Trägheitskräfte der Beine Verlustdissipationen an den Dämpfern. Die detaillierte Abbildung ist hochgradig interessant für die Implementierung des Antriebsstrangs und der nötigen Übersetzungen zum Erreichen einer Endgeschwindigkeit.
>
> Das zweite Vorgehen sieht einen Prüfstandbetrieb vor. Die Simulation eines Prüfstandbetriebs erfolgt mittels eines konstanten Moments und dem Abfahren eines Drehzahlbandes, bzw. einer konstanten Drehzahl und dem Abfahren eines Momentbands. Die Ergebnisse sind dann vergleichbar mit den praktischen Messungen aus Abbildung 3-11. Je nachdem wie lange die Berechnung dauert, kann es im Verlaufe der Simulationsdurchführung erforderlich werden quantitative Messungen im Prüfstandbetrieb vorzunehmen und erst nach Identifizierung potentiell attraktiver Antriebsstrangvarianten die zeitintensive Simulation im Gesamtfahrzeug vorzunehmen.

Darüber hinaus liegt der Flaschenhals der Berechnungen in der Rechenmaschine selber. Der vorliegende Computer[233] ist für die Anforderungen der Berechnungen aufgerüstet worden. Hierzu wurde von einer *APU* auf die schnellste *CPU* gewechselt, welche durch den Sockel des Motherboards unterstützt wird. Die *CPU* wurde mit einem großen Kühler versehen und so weit übertaktet, wie das System gerade noch stabil laufen kann. Dabei ist eine Steigerung von 3,6GHz auf 4,5GHz erfolgt (25%). Die Übertaktung des Prozessors ermöglicht die schnellere serielle Abarbeitung der Berechnungen, insofern der verwendete Arbeitsspeicher nicht einen Flaschenhals darstellt.

Das Stichwort serielle Berechnungen führt zur Frage nach der Möglichkeit parallele Berechnungen zu forcieren. Die Plattform *MATLAB®* bietet hierfür eine hervorragende Möglichkeit für die *for-Schleife*. Derartige Schleifen sind in der Plattform *R-Studio* exzessiv genutzt worden. Es ist bekannt, dass die Plattform sehr schlechte Performance im Bereich der Schleifen aufweist. Da die Plattform genau wie *MATLAB®* ein Interpreter von Quelltext ist und kein Kompilierer, ist gleiche Performance in *MATLAB®* zu erwarten. Wenn der Inhalt einer *for-Schleife* voneinander unabhängige Berechnungen ist (keine Iterationen und Ähnliches), kann eine *parfor-Schleife* anstatt *for-Schleife*[234] verwendet werden.

---

[233] Prozessor: *AMD Athlon X4 880K* 4-Kern@4,5GHz mit 32GB DDR3-RAM@1600MHz
Graphikkarte: *Nvidia GeForce RTX-3060* 28-RayTracing-Kerne@1,837GHz mit 12GB DDR6-RAM

[234] Die Reihenfolge der Ausführungen der i Berechnungsschritte ist willkürlich. Deswegen müssen die Berechnungen in der Loop unabhängig voneinander sein. Die Schleifenindexe müssen fortlaufende Integer sein. Sollte das anders benötigt sein ist ein externer Vektor zu nutzen, welcher mittels fortlaufender Integer aufgerufen wird. Die Schachtelung von „parfor“ ist nicht möglich. Es darf nur eine „parfor“ in einer Schachtelung auftreten. Alternativ kann jedoch in einer „parfor“ eine Funktion aufgerufen werden, welche wieder eine „parfor“ enthält. Probleme mit dem Interpreter bei den Schleifeninhalten von „parfor“ können häufig behoben werden, indem der Inhalt in eine Funktion ausgelagert wird. 30.10.2022 Online:

Während die *parfor-Schleife* sich die mehreren Kerne der *CPU* als sogenannte *Worker-CPUs* zunutze macht, besteht außerdem die Möglichkeit Berechnungen mittels *GPU-Computing*[235] zu parallelisieren. Voraussetzung ist, dass die Berechnungen vektorisiert werden können. Das heißt das identische Berechnungen auf ein gesamtes Array ausgeweitet werden können. Hierzu wird mittels „gpuArray“ ein *Array* direkt auf der *GPU* deklariert. Das geht schneller als ein *Array* auf den Arbeitsspeicher der *GPU* zu übertragen. *MATLAB®* bietet einen großen Pool an Funktionen[236] an, welche über den Datentyp erkennen, dass eine *GPU-Berechnung* gefordert wird. Nach Berechnungsabschließung werden die Daten mittels der Syntax „Speicher.CPU = gather(Speicher.GPU)“ in den Arbeitsspeicher der *CPU* kopiert. Die relative Schnelligkeit der Berechnungen auf einer *GPU* gegenüber einer *CPU* steigt mit der Größe der *Arrays* dramatisch an. Das Übertragen der Ergebnisse vom Arbeitsspeicher der *GPU* in die *CPU* erzeugt einen nicht unerhebliches Totzeitglied, sodass die Effizienz des Ressourceneinsatzes zeitlich stets untersucht werden sollte.

Grundlegend lassen sich alle gesammelten und entwickelten Modelle auf den Plattformen *MATLAB®* und *SIMULINK®* abbilden. Tatsächlich ist es sogar möglich die Berechnungen in *C++* zu erstellen. Dieses ist nach Kompilierung im Gegensatz zum *Matlab-Interpreter* Hardware-nah und schnell. Eine weitere Möglichkeit sogar vollends auf Berechnungen zu verzichten stellt der Einsatz von n-dimensionalen *Look-Up-Tables* dar. Die Eingangswerte der *Look-Up-Tables* können aus den Ausgangswerten von *R-Studio* entzogen werden, oder mittels der erwähnten parallelen Rechenmethoden aus dem Bereich *Multicore-Berechnung* und *GPU-Berechnung* in *MATLAB®* erzeugt werden.

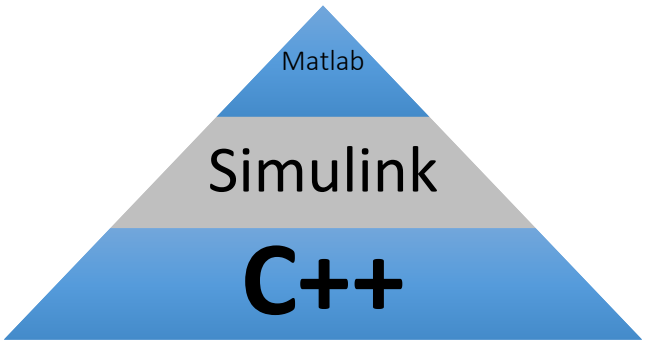


Abbildung 3-19: langsamer Matlab-Interpreter als High-Level-Language (oben) ermöglicht Lösung komplexer Probleme unter Nutzung hocheffiziente Funktionen auf Kosten der Rechengeschwindigkeit. *C++* als Low-Level-Language (unten) verfügt ebenfalls über hocheffiziente Funktionen, muss jedoch erst kompiliert werden. Damit ist der Code jedoch Hardware-nah und effizient. *SIMULINK®* (mittig) bietet ebenfalls die Möglichkeit Code zu kompilieren. Es stellt ferner sogar ein Bindeglied zwischen *MATLAB®* und *C++* dar, da Code aus *MATLAB®* teilweise kompiliert werden kann und auch *C++*-Code über die MEX-Schnittstelle in eine sogenannte *S-Funktion* implementiert werden kann

SIMULINK® bietet die Möglichkeit die Berechnungsstruktur der Modelle mittels graphischer Verbindung offenzulegen. So können parallele Berechnungen mittels *Subsystemen* und Funktionsblöcken von seriellen Berechnungen isoliert werden. Durch dieses Vorgehen ist es leicht zu verstehen, wie sich die Berechnung des Modells aufbaut (z.B.: parallel unabhängig berechnetem Geometriefaktor;

https://de.mathworks.com/videos/parallel-computing-tutorial-deeper-insights-into-using-parfor-4-of-9-91566.html

[235] Am 30.10.2022 Online abgerufen unter: https://de.mathworks.com/videos/parallel-computing-tutorial-deeper-insights-into-using-parfor-9-of-9-91566.html

[236] „methods gpuArray“ gibt zurück welche Funktion genutzt werden können;
Die Funktionen „arrayfun“ und „pagefun“ eignen sich hervorragend für *GPUs*

Schmierstoffdickenfaktor; und seriell berechnetem Geschwindigkeitsfaktor vor Schleuderverlustfaktor). Nachfolgend können „Operationen am offenem Herzen“ des Modells durchgeführt werden, ohne dass ein ganzer Programmierabschnitt versagt, da die Übergabegrößen der Systeme offengelegt sind. Auf der anderen Seite ist eine vollständige Programmierung in *SIMULINK®* nicht sinnvoll, dar große Blockschaltbilder den Vorteil der Übersichtlichkeit verlieren. Die Berechnung von Faktoren usw. sollten als mathematische Formeln bestehen bleiben. Das heißt, dass Quelltext der graphischen Programmierung im Detail vorzuziehen ist. Dieses Vorgehen erlaubt eine hervorragende Dokumentation und Wartbarkeit der Berechnungen, da innere Größen komplett gekapselt sind, während Übergabegrößen und Rückkopplungsgrößen graphisch vernetzt werden. Die komplexe Berechnung der Antriebsstränge folgt demnach einem *Klick'n'Explore*-Ansatz und ist für Dritte nachvollziehbar.

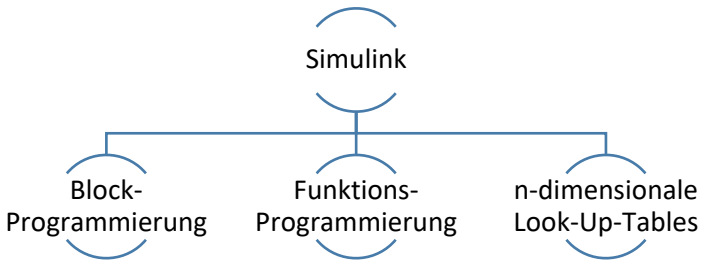


Abbildung 3-20: Präferierte Möglichkeiten zur Ausschöpfung von *SIMULINK®*

Auf Ebene der Block-Programmierung erlaubt *SIMULINK®* den Einsatz von *while*-Schleifen; *for*-Schleifen; *if*-Prüfungen und der verwandten *switch*-Anweisung. Im *Enabled-Subsystem* besteht die Möglichkeit Subsysteme mittels Parameter ein- uns auszuschalten[237]. Außerdem stellt das *Switch-Case-Action-Subsystem* ein für die Parametrierung von Systemen interessanten Baustein dar[238]. Artverwandt zum *Enabled-Subsystem* kann bei einem *Triggered-Subsystem* mittels eines Signals ein Block ferngesteuert werden[239]. Mittels eines *Function-Call-Subsystem* wird eine Schnittstelle von *MATLAB®* zur Funktions-Ebene geschaffen wodurch ein Block aufgerufen werden kann[240].

Von *SIMULINK®* zu *MATLAB®* liegen mehrere Schnittstellen vor wie Funktionen aufgerufen werden können. Dabei sind *Fcn-Matlab-Funktionen* schneller als *Interpreted-Matlab-Funktionen*.(klassische Funktion in *.m-FIle). Beide Funktionen werden seitens *MathWorks Inc.* Aufgrund der Performance nicht empfohlen. Alternativ steht das *MATLAB-System* zur Verfügung, welches in einer eigenständigen *.m-File einen vorkonfigurierten Funktions-*Body* aufweist, welcher an C++ erinnert. Schließlich existiert die Möglichkeit über die *S-Function C++*-Code miteinzubinden[241]. Hierfür stehen die Parameter aus der Maske des Simulink-Blocks (siehe Abbildung 3-18) direkt zur Verfügung.

Mittels Konfiguration der Simulink-Blöcke kann teilweise eine Kompilierung[242] forciert werden.

---

[237] Dies kann beispielsweise von Bedeutung sein, wenn ein Lager verwendet wird, welches durch den Einsatz eines Dichtungssystems über ein isoliertes Schmierstoffreservoir verfügt

[238] Zum Beispiel zur Unterscheidung von Berechnungsfaktoren zwischen Ganzmetall; Hybrid- und Vollkeramiklagern

[239] Einer der beiden Block-Bausteine wird die Möglichkeit eröffnen auf „Zellulärer Ebene“ Getriebe zu schalten

[240] Dies könnte für initialisierende Berechnungen genutzt werden, welche Schrittberechnungen nur ausbremsen

[241] Installation Kompilierer ggf. erforderlich

[242] Forcierung durch Klick mit LMT auf Block → Simulate using: → Code generation
Configuration → Optimization → Accelerating simulations → Compiler optimization level: Optimizations on (faster runs) + Verbose accelerator builds
Configuration → Code Generation → Build process → Toolchain settings → Build configuration → Faster Runs
Configuration → Hardware Implementation →Production Hardware → Device vendor → AMD + Device type → 64-bit Embedded Processor (LP64) Anmerkung: LP64 (Long=64bit); LLP64 (Long=32bit; Long Long=64bit)

3.2.3.1 Atomisches Modell: Peripherie – Schaltbarkeit und Verlust-Senken

Aufgrund einer Iterationsschleife aus den Entwicklungen auf der „Zellulären Ebene“ (siehe Kapitel 3.2.4) wird die Betrachtung der Schaltbarkeit vorgezogen. Der Einsatz von Schaltungen führt dazu, dass die serielle Momentkette des Antriebsstrangs geändert wird. Die Änderung des Momentpfades muss von außen umsetzbar sein. Hierfür eignen sich geschaltete Subsysteme (sogenannte *enabled Subsysteme*[243]), die bei Bedarf ein Element aus einem seriellen Zustand in einen parallelen Zustand überführen. Wesentliche Erkenntnis ist, dass der Aufbau eines Getriebes auf „Zellulärer Ebene“ durch Parallelschaltung von Schaltelementen (Zahnräder; Kettenblätter) umgesetzt werden kann. Selbes gilt auch für „Sackgassen“ von Reibungsverlusten (Verlust-Senken), welche zwar an der seriellen Momentkette angeschlossen sind, jedoch das Moment nicht weiterführen (z.B.: Lager in Umlenkrolle). Die vorgeschlagene Philosophie vereinfacht die Modellierung, da anstatt Leerlaufverluste und Lastverluste zu schalten, Momente und Drehzahlen am Eingang und Ausgang geschaltet werden. Dieses Vorgehen scheint letztlich die einzige Lösung zu sein, wenn eine komfortable Schaltung des tatsächlichen rotatorischen Trägheitsmomentes und der vorliegenden Übersetzung erreicht werden soll.

Es wird sich entschieden nicht etwa ein generalisiertes Vorgehen bei der Schaltbarkeit anzuwenden, sondern ein Vorgehen zu nutzen, welches zu einem Modellaufbau führt, dass dem realen Getriebeaufbau entspricht. Die folgenden Absätze beschreiben deswegen notwendige Vereinbarungen für die „Atomischen Modelle“ der Maschinenelemente, welche erst auf „Zellulärer Ebene“ ersichtlich werden können. Für die angesetzte Symbolik in Tabelle 62 bis Tabelle 66 gelten folgende Bedeutungen:

- 0 bedeutet ein Ausgangswert ist zu jedem Zeitpunkt Null
- →* bedeutet ein Eingangswert wird unverändert als Ausgangswert durchgeschliffen
- * bedeutet ein Ausgangswert wird ohne Einschränkungen berechnet
- Δ* bedeutet ein Ausgangswert wird mit dem zugehörigen Eingangswert Null berechnet
- ∑* bedeutet ein Ausgangswert wird mit dem zugehörigen Eingangswert berechnet
  Π* bedeutet ein Ausgangswert wird mit dem zugehörigen Eingangswert berechnet
- Der ausgegraute Modus „000“ führt zu einem Fehler wenn das Element die Berechnungskette unterbricht. Das ist durch eine entsprechende *default*-Parametrierung auf Bibliotheksebene zu vermeiden, da der Fehler schwer nachzuvollziehen ist
- Der ausgegraute Modus „001“ ist für die Modellierung nicht sinnvoll. Er hat jedoch eine Berechtigung, wenn der negative Einfluss eines Reibungselementes im Modellpfad schnell überprüft werden soll

[243] Ein *enabled Subsystem* weist einen äußeren Schalteingang an der Oberseite des Systems auf. Jeder positive Zahlenwert führt auf Simulink-Ebene zur Aktivierung des Systems. Kein Wert oder der Wert „0“ führt dazu, dass der Block nur im ersten Berechnungsschritt kurz gestartet wird und danach vollständig umgangen wird. Das heißt, dass auch keine Werte durchgeschliffen werden. Aus diesem Grund ist es zwingend notwendig das System mit einem der folgenden Werte zu aktivieren. Da eine vektorielle Eingangsgröße nicht zugelassen wird, kann eine übersichtliche Vereinbarung zur Schaltungslogik mit dem Addieren von quasibinären Zuständen erreicht werden. Hierzu sind für alle „Atomischen Modelle“ einheitliche Modi festgelegt:
  - 000 bedeutet Deaktivierung
  - 001 bedeutet Bypass-Schaltung (1)
  - 011 bedeutet Parallelschaltung (1 + 10)
  - 111 bedeutet Reihenschaltung (1 + 10 + 100)

SCHALTBARE KETTENBLÄTTER

Kettenblätter und Ritzel müssen eine Schaltbarkeit aufweisen. Aufgrund der Effizienz sind diese stets fest mit der Antriebs-, bzw. Abtriebswelle verbunden – das heißt es kommt kein Freilauf zur Schaltung zum Einsatz und es wird eine einzige Kette genutzt[244]. Im Fall eines parallelgeschalteten Kettenrades auf dem keine Kette aufliegt (siehe Modus „011“ in Tabelle 62) dürfen nur Kraft- oder Momentverluste das Modell verlassen. Das sind tatsächlich lediglich minimalste Ventilationsverluste, die zu einem minimalsten Wärmeausgang führt (welche auf keinen Fall in die Kette geleitet werden darf, sondern in der Luftumgebung dissipiert). Es wird jedoch keine Kraft oder Moment aufgenommen und keine Drehzahl oder Geschwindigkeit übertragen. Da keine Kette aufliegt, fällt weder eine Änderung der Übersetzung an; noch kann aus oder in den Leertrum eine Restkraft aufgenommen/abgegeben werden und sich eine Übersetzung bilden. Der Massenausgang und der Trägheitsmomentausgang des Systems darf in diesem Modus lediglich die Masseneigenschaften des Kettenrades aufweisen, nicht aber die Summe, wie es bei einem Kettenrad im Momentpfad (siehe Modus „111“ in Tabelle 62) der Fall ist. Alle parallelen Kettenräder erhalten dieselben Eingangswerte; die Ausgangswerte werden summiert. Es darf nur ein Kettenrad im Modus „111“ verweilen (im Eingriff sein); die restlichen müssen im Modus „011“ verweilen.

Tabelle 62: Parameterbehandlung über Modi schaltbarer Kettenblätter

Modus	M/F	n/v	Q	m	J	i	F_r	F_{Leer}	Kommentar
000	-	-	-	-	-	-	-	-	Deaktivierung
001	→M/F	→n/v	0	→m	→J	→i	0	0	Bypass
011	ΔM/F	0	Q	Δm	ΔJ	0	0	0	Unbelastete Parallelschaltung 1st Element
111	∑M/F	∑n/v	Q	∑m	∑J	Πi	F_r	F_{leer}	Reihenschaltung Belastete Parallelschaltung

SCHALTBARE ZAHNRADSTUFEN

Zahnradstufen werden über Freiläufe geschaltet. Ein Freilauf kann am Stufeneingang oder/und am Stufenausgang geschaltet sein. Ein einziger Freilauf führt dazu, dass Leerlaufverluste am Zahnrad auftreten. Außerdem werden je nach Position des Freilaufes Verluste an einem Lager am Stufenausgang oder Stufeneingang fällig. Bei beidseitigem Freilauf entfallen Leerlaufverluste, es treten jedoch Lagerverluste auf. Diese Zusammenhänge müssen durch entsprechende Freilaufmodelle und Signalverknüpfungen auf „Zellulärer Ebene“ gelöst werden.

Die Modelle der Zahnradstufen müssen im Gegensatz zu den Kettenrädern im Modus „011“ (siehe Tabelle 63) die Drehzahl und das Gesamtübersetzungsverhältnis unter Einsatz der inneren Übersetzung ausgeben, damit beide Werte an die Lagermodelle übergeben werden können. Im Fall eines Freilaufs am Stufenausgang ist das unproblematisch. Ein Freilauf am Stufeneingang erfordert jedoch, dass die Drehzahl der Ausgangswelle auf den Stufeneingang unter Berücksichtigung der inneren Übersetzung geführt wird, da die Stufe ausgangsseitig angetrieben wird.

[244] Grundsätzlich ist es jedoch möglich ein Mehrstufengetriebe im Gehäuse (ähnlich dem *Pinion-Getriebe* nach Kapitel 2.5.2) zu konstruieren, in welchem jede Kettenstufe eine eigene Kette und ggf. Kettenspanner erhält und diese mit Freiläufen paarweise zu schalten. Die Konstruktion hätte den Vorteil Schräglaufverluste auszuschalten. Die Schaltung kann mit Summiergetrieben an den Schaltwellen geschehen. Darüber hinaus kann ein *Overdrive-Getriebe* (ähnlich dem *Schlumpf-Getriebe* nach Kapitel 2.5.3 oder die Modifizierung dessen) nachgeschaltet werden, um in der ersten Variante Gebirgsfahrten zu ermöglichen oder Geschwindigkeiten jenseits der 45km/h mittels Radnabenmotoren zu erreichen.

Schwer zu erfassen ist der Zusammenhang zwischen Lagerreibung und Lagerbelastung aus dem Moment der entsprechenden Position der Zahnstufe. Streng genommen wird eine einseitig mit Freilauf beschaltete Zahnradstufe mit dem Reibmoment des Lagers belastet (während es unabhängig davon Leerlaufverluste produziert). Das Reibmoment des Lagers ist neben den Last-unabhängigen Leerlaufverlusten jedoch von der Radialkraft und der Axialkraft des entsprechenden Stirnrades abhängig. Es gilt an dieser Stelle im Blick zu behalten, dass Freilauf-geschaltete Stirnradpaar-Lager-Kombinationen Verluste produzieren, sei es durch die Gewichtskraft-induzierten Rollreibungs- und Gleitreibungsverluste der Lager.

Im Modus „011“ werden im Gegensatz zum Modus „111“ nur die Erhöhung der Masse und des Trägheitsmomentes ausgegeben. Die Ausgänge parallel-geschaltete Zahnradstufen dürfen nicht direkt summiert werden. An dieser Stelle muss in jedem Fall mithilfe der Freilaufmodelle eingegriffen werden. Die Eingänge der parallel-geschalteten Zahnradstufen sind im Fall abtriebseitiger Freiläufe für alle gleich. Im Fall antriebseitiger Freiläufe wird die Umsetzung durch geschaltete Rückführungen kompliziert. Nur eine Zahnradstufe darf in den Modus „111“ (in Eingriff) gleichzeitig geschaltet werden.

Tabelle 63: Parameterbehandlung über Modi schaltbarer Zahnradstufen

Modus	M	n	Q	m	J	i	F_r	F_a	Kommentar
000	-	-	-	-	-	-	-	-	Deaktivierung
001	→M	→n	0	→m	→J	→i	0	0	Bypass
011	ΔM	∑n	Q	Δm	ΔJ	Πi	F_r	F_a	Unbelastete Parallelschaltung 1st Element
111	∑M	∑n	Q	∑m	∑J	Πi	F_r	F_a	Reihenschaltung Belastete Parallelschaltung

SCHALTBARE LAGER UND DICHTUNGEN

Schaltbare Lager und ihre Dichtscheiben stellen den einfachsten Fall dar. Aufgrund der Ähnlichkeit können sonstige Dichtungen gleichbehandelt werden. Im Modus „001“ (siehe Tabelle 64) stellen die Elemente Teil einer seriellen Kette dar, erzeugen allerdings keine Reibmomente, weil sie sich mit dem System mitdrehen: sie befinden sich im Bypass einer Leistungskette. Im Modus „011“ (siehe Tabelle 64) wird nur das Reibmoment weitergegeben. Dieser Fall trifft immer dann zu, wenn Lager eine Verlustsenke darstellen oder Teil einer parallelgeschalteten Zahnradstufe sind (Freilauflager). Massen und Trägheitsmomente werden nur vom Lager selbst weitergegeben. Im späteren Signalflussverlauf können so die Signale aus Moment; Drehzahl; Masse und Trägheitsmoment sämtlicher parallelen Elemente summiert werden.

Tabelle 64: Parameterbehandlung über Modi schaltbarer Lager und Dichtungen

Modus	M	n	Q	m	J	i	Kommentar
000	-	-	-	-	-	-	Deaktivierung
001	→M	→n	0	∑m	∑J	→i	Bypass für Reihenschaltung
011	ΔM	∑n	Q	Δm	ΔJ	Πi	Unbelastete Parallelschaltung 1st Element
111	∑M	∑n	Q	∑m	∑J	Πi	Belastete Parallelschaltung 1st Element Reihenschaltung Parallele Reihenschaltung 2nd-order Element

SCHALTBARE FREILÄUFE

Sowohl für abtriebseitigen, wie antriebseitigen Freilauf gilt, dass die Massen und Trägheitsmomente jeweils in der Antriebswelle und Abtriebswelle integriert werden sollten. Die Schaltwellen drehen sich mit den Wellen jeweils synchron. Die Masse und das Massenträgheitsmoment einer Eingriffs-Verzahnung für Sperrklinken und Ähnliches sind bereits im zu schaltenden Bauteil integriert.

Abtriebseitige Zahnradstufen-Freiläufe werden nach einem Lager geschaltet. Sie haben die Aufgabe die Weiterleitung der Drehzahl und des Übersetzungsprodukts unabhängig von den Lagern im Modus „011“ zu unterbrechen (siehe Tabelle 65). Darüber hinaus leiten sie im geschalteten und ungeschalteten Zustand das Moment, bzw. die Momentverluste für die spätere Summation hindurch. Da die Freiläufe parallel in der Momentserie geschaltet sind, wird in jedem Fall die im Parallelstrang aufsummierte Masse zuzüglich der Eigenmasse weitergereicht. Selbes gilt für das Massenträgheitsmoment.

Tabelle 65: Parameterbehandlung über Modi schaltbarer abtriebseitiger Zahnradstufen-Freiläufe

Modus	M	n	Q	m	J	i	Kommentar
000	-	-	-	-	-	-	Deaktivierung
001	→M	→n	0	→m	→J	→i	Bypass
011	→M	0	0	→m	→J	0	Unbelastete Parallele Reihenschaltung letztes Element
111	→M	→n	0	→m	→J	→i	Belastete Parallele Reihenschaltung letztes Element

Antriebseitige Zahnradstufen-Freiläufe werden vor einem Zahnrad und einem parallelen Lager geschaltet. Die Freiläufe haben im ungeschalteten Zustand (Modus „011“) die Aufgabe die Drehzahl und faktorisierten Übersetzungen von Außenring und Innenring des Folgelagers einzuleiten, welche aus der Antriebswelle und der Rückwirkung aus der Abtriebswelle zustande kommen. Im geschalteten Zustand (Modus „111“) leiten sie die Drehzahl; das Moment und das faktorisierte Übersetzungsprodukt der Antriebswelle weiter. Da die Freiläufe der Startpunkt der Parallelisierung des Momentstrangs darstellen, wird im ungeschalteten Modus keine aufsummierten Massen und Massenträgheitsmomente weitergeleitet.

Tabelle 66: Parameterbehandlung über Modi schaltbarer antriebseitiger Zahnradstufen-Freiläufe

Modus	M	n	Q	m	J	i	Kommentar
000	-	-	-	-	-	-	Deaktivierung
001	→M	→n	0	→m	→J	→i	Bypass
011	0	n_{12}	0	0	0	i_{12}	Unbelastete Parallelschaltung 1st Element
111	→M	→n	0	→m	→J	→i	Belastete Parallelschaltung 1st Element

Eine Parallelschaltung antriebseitiger Zahnradstufen-Freiläufe benötigt einen Terminator am Ende der Parallelstränge vor Summation der Signale. Der Terminator stellt in notwendiges virtuelles Element dar. Der Terminator funktioniert identisch zu den Angaben in Tabelle 65. Damit ist das Element im Modus („111“) ein reiner Bypass und im Modus („011“) ein Bypass bei welchem die Drehzahl und das faktorisierte Übersetzungsverhältnis nicht weitergeleitet wird.

3.2.3.2 Atomisches Modell: Module – Kumulation Masse; Trägheitsmoment und Übersetzung

Alle „Atomischen Modelle“ bewirken in der seriell geschalteten Kette auf Ebene der „Zellulären Modelle“ eine Kumulation der Masse; – des Massenträgheitsmoments und der Faktorisierung der Übersetzung. Im Fall von Parallelschaltungen (wie schaltbare Elemente oder auch Verlustsenken, bzw. Verlust-Sackgassen) erhalten alle parallelen Elemente dieselben Eingänge, welche weiterverarbeitet als Ausgang der Parallelschaltung wieder summiert werden. Das führt zu den notwendigen Regelungen, welche in Kapitel 3.2.3.1 aufgeführt sind, sodass schlussendlich nur eines der parallelgeschalteten Elementstränge die vor der Parallelschaltung angehäufte Masse; – Massenträgheitsmoment und sich eingestellte Übersetzung weiterleiten dürfen. Der folgende Exkurs schafft die Modell-Grundlagen für den Aufbau der „Atomischen Modelle“ der folgenden Kapitel.

Die Kumulation der Masse stellt die einfachste Problemstellung dar. In serieller Schaltung (Modus 111) wird innerhalb jedes „Atomischen Modell“ die angehäufte Masse um die Masse des jeweiligen „Atomischen Modells“ erhöht. Im Fall einer unbelasteten Parallelschaltung (Modus 011) wird am ersten Element des Parallelstrangs nur die Masse des ersten „Atomischen Modells“ weitergeschliffen. Seriell geschaltete Folgeelemente müssen die angehäufte Masse innerhalb des parallelen Strangs jeweils miteinbeziehen (womit sich die Folgeelemente praktisch wie serielle Elemente des Modus 111 verhalten).

$$Belasteter\ serieller\ Strang: \quad \sum_{z=0}^{z=x} m = m_0 + m_1 + m_2 + m_3 + \cdots + m_{11} + m_{12} + \cdots + m_x$$

$$Unbelasteter\ Parallelstrang: \quad 0 + m_{21} + m_{22}$$

Die Faktorisierung der Übersetzung verhält sich ähnlich wie die Kumulation der Masse. In serieller Schaltung (Modus 111) wird innerhalb jedes „Atomischen Modell“ die faktorisierte Übersetzung mit der inneren errechneten Übersetzung multipliziert. Im Fall einer unbelasteten Parallelschaltung (Modus 011) wird am letzten Element des Parallelstrangs eine Terminierung der faktorisierten Übersetzung benötigt. Dies wird erst am letzten Element vollzogen, weil die Übersetzung innerhalb eines unbelasteten Parallelstrangs noch für die Errechnung des Massenträgheitsmoments erforderlich sein könnte.

$$Belasteter\ serieller\ Strang: \quad \prod_{z=0}^{z=x} i = 1 \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot i_3 \cdot i_{11} \cdot i_{12} \quad \cdot \ldots \cdot i_x$$

$$Unbelasteter\ Parallelstrang: \quad \cdot i_{21} \cdot i_{22} \cdot 0$$

Die faktorisierte Übersetzung ist eine Hilfsvariable zur Errechnung des Massenträgheitsmoment (siege folgender Absatz). Es wird sich entschieden nicht die reale Übersetzung zu errechnen, welche sich aus dem Verhältnis von Eingangs- zu Ausgangsdrehzahl bildet, sondern die mittlere Übersetzung zu bilden. Die mittlere Übersetzung ist eine im Maschinenbau standardmäßig verwendete Größe. Die mittlere Übersetzung ist eine statische Größe, während die reale Übersetzung eine dynamische Größe darstellt. Die Nutzung der realen Übersetzung führt bei der Errechnung des Massenträgheitsmoment zu Problemen in der Lösung der Hauptdifferentialgleichung (siehe Kapitel 3.2.2). Um das System lösbar zu gestalten müsste im aktuellen Berechnungsschritt ein Drehzahlwertepaar aus der Vergangenheit genutzt werden. Der Genauigkeitsanspruch wird damit in beiden Varianten nicht erfüllt.

Die Reduzierung des Massenträgheitsmomentes wird mithilfe eines Kniffs über die faktorisierte Übersetzung, anstatt mit einer Referenzdrehzahl[245], gerechnet. Die Kumulation folgt den gleichen Gesetzen, wie die Kumulation der Masse. In serieller Schaltung (Modus 111) wird innerhalb jedes „Atomischen Modell“ das angehäufte Massenträgheitsmoment um das reduzierte Massenträgheitsmoments des jeweiligen „Atomischen Modells“ erhöht. Im Fall einer unbelasteten Parallelschaltung (Modus 011) wird am ersten Element des Parallelstrangs nur das reduzierte Massenträgheitsmoment des ersten „Atomischen Modells“ weitergeschliffen. Die Massenträgheit wirkt nur bei einer anliegenden Drehzahl. Sollte der Fall im Bereich der Schaltungen erforderlich sein, so ist der Eingang der faktorisierten Übersetzung mithilfe eines Freilaufbausteins zu null zu setzen.

$$Belasteter\ serieller\ Strang: \quad \sum_{z=0}^{z=x} J_{red} = J_0 + J_{red,1} + J_{red,2} + \cdots + J_{red,11} + J_{red,12} + \cdots + m_x$$

$$Unbelasteter\ Parallelstrang: \quad 0 + J_{red,21} + J_{red,22}$$

Die Reduzierung des Massenträgheitsmomentes reiner rotatorischer Bewegungen auf den Antrieb errechnet sich mithilfe des Bezuges auf die Antriebsdrehzahl. Aus den Gleichungen zur Übersetzung geht hervor, dass zu jedem Berechnungsschritt innerhalb der Faktorisierung das benötigt Drehzahlverhältnis zur Reduzierung des Massenträgheitsmomentes als reziprok vorliegt:

$$i_x = \frac{n_{Eingang}}{n_{Ausgang}} = \frac{n_{x-1}}{n_x} \qquad \Rightarrow n_x = \frac{n_{x-1}}{i_x}$$

$$\prod_{z=0}^{z=x} i = 1 \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot \ldots \cdot i_x = \frac{n_0}{n_0} \cdot \frac{n_0}{n_1} \cdot \frac{n_1}{n_2} \cdot \ldots \cdot \frac{n_{x-1}}{n_x} = \frac{n_0}{n_x}$$

$$\sum_{z=0}^{z=x} J_{red} = J_{0@n_0} \cdot \left(\frac{n_0}{n_0}\right)^2 + J_{1@n_1} \cdot \left(\frac{n_1}{n_0}\right)^2 + J_{2@n_2} \cdot \left(\frac{n_2}{n_0}\right)^2 + \cdots + J_{x@n_x} \cdot \left(\frac{n_x}{n_0}\right)^2$$

$$\Rightarrow \sum_{z=0}^{z=x} J_{red} = J_{0@n_0} + J_{1@n_1} \cdot \left(\frac{1}{\prod_{z=0}^{z=1} i}\right)^2 + J_{2@n_2} \cdot \left(\frac{1}{\prod_{z=0}^{z=2} i}\right)^2 + \cdots + J_{x@n_x} \cdot \left(\frac{1}{\prod_{z=0}^{z=x} i}\right)^2$$

Für den Fall translatorischer Umwandlungen ist es klug die Berechnung der Faktorisierung der Übersetzung derart zu gestalten, dass anstatt eines axialen Massenträgheitsmomentes und der Übersetzung eine Masse und die Übersetzung in die Berechnung eingesetzt werden kann.

$$J_{red} = \cdots + m \cdot \left(\frac{v}{\omega_0}\right)^2$$

$$\prod_{z=0}^{z=x} i \overset{!}{=} \frac{\omega_0}{v_x}$$

[245] Bei Nutzung der Referenzdrehzahl des Antriebs könnten die Antriebsschwankungen, wie sie beim Kardangelenk oder dem Kettentrieb auftreten mit in die Hauptdifferentialgleichung eingehen. Leider führt der Versuch die Berechnung in einem Zeitschritt auszuführen zu der Fehlermeldung einer algebraischen Schleife während des Lösungsversuchs der Differentialgleichung

Für Fälle der Wandlung einer Rotationsbewegung in eine translatorische Bewegung wird die Faktorisierung der Übersetzung dementsprechend angepasst. Hierzu wird das Verhältnis aus Radiantgeschwindigkeit des Antriebs ω_0 zur vorliegenden Translationsgeschwindigkeit v_x in ein Antriebsdrehzahlverhältnis n_0 zur vorliegenden Translationsgeschwindigkeit gewandelt. Da in der faktorisierten Übersetzung die Antriebsdrehzahl n_0 vorhanden ist, kann eine Substitution dieser durch die faktorisierte Übersetzung unter Multiplikation der Eingangsdrehzahl n_{x-1} (der Rotationsbewegung des vorliegenden Systems) erfolgen. Durch die Teilung mit der vorliegenden Translationsgeschwindigkeit entsprechen die errechneten Quotienten dem Verhältnis ω_0/v_x. Die Errechnung der mittleren Translationsgeschwindigkeit v_x ist am Beispiel des Kettenantriebs mit der Teilung p und der Zähnezahl z, welche den Umfang bilden dargestellt.

$$\prod_{z=0}^{z=x} i = \cdots \cdot \frac{\omega_0}{v_x} = \cdots \cdot \left(\frac{n_0 \cdot 2\pi \cdot [min]}{60[s]}\right) \cdot \left(\frac{1}{v_x}\right) = \cdots \cdot \left(\frac{\left(\left(\prod_{z=0}^{z=x-1} i\right) \cdot n_{x-1}\right) \cdot \frac{2\pi \cdot [min]}{60[s]}}{1}\right) \cdot \left(\frac{1}{v_x}\right)$$

$$v_x = p \cdot z \cdot \omega_{x-1} = p \cdot \frac{1[m]}{1000[mm]} \cdot z \cdot \frac{2\pi \cdot [min] \cdot n_{x-1}}{60[s]}$$

$$\Rightarrow \prod_{z=0}^{z=x} i = \cdots \cdot \frac{\omega_0}{v_x} = \frac{\left(\prod_{z=0}^{z=x-1} i\right)}{p \cdot z} \cdot \frac{1000[mm]}{1[m]}$$

Für Fälle der Rücktransformation in eine Rotationsbewegung kann festgehalten werden, dass sich die Translationsgeschwindigkeit nicht ändert. Die Rückwärtsrechnung führt schlussendlich zu einer faktorisierten Übersetzung, welche der Übersetzungsdefinition der Zähnezahlen gleichkommt. Für die Rückwärtsrechnung muss die faktorisierte Übersetzung mit der Translationsgeschwindigkeit multipliziert werden, wodurch sich das Verhältnis $\omega_0/1$ einstellt. Die Radiantgeschwindigkeit wird in die Referenzdrehzahl des Antriebs n_0 überführt. Mit der Teilung durch die Abtriebsdrehzahl des vorliegenden Systems wird schließlich das korrekte faktorisierte Übersetzungsverhältnis wiederhergestellt. Die Berechnung der mittleren Drehzahl n_x ist am Beispiel des Kettentriebes mit der Teilung p und der Zähnezahl z, welche den Umfang bilden dargestellt.

$$\prod_{z=0}^{z=x} i \stackrel{!}{=} \frac{n_0}{n_x}$$

$$\prod_{z=0}^{z=x} i = \cdots \cdot \frac{n_0}{n_x} = \cdots \cdot \left(\frac{\left(\left(\prod_{z=0}^{z=x-1} i\right) \cdot v_{x-1}\right) \cdot \frac{60[s]}{2\pi \cdot [min]}}{1}\right) \cdot \left(\frac{1}{n_x}\right)$$

$$n_x = \frac{v_{x-1}}{p \cdot z} \cdot \frac{1000[mm]}{1[m]} \cdot \frac{60[s]}{2\pi \cdot [min]}$$

$$\Rightarrow \prod_{z=0}^{z=x} i = \cdots \cdot \frac{n_0}{n_x} = \frac{\left(\prod_{z=0}^{z=x-1} i\right)}{1} \cdot p \cdot z \cdot \frac{1[m]}{1000[mm]}$$

3.2.3.3 Atomisches Modell: abtriebseitiger Freilauf

Der abtriebseitige Freilauf hat die Aufgabe parallele Momentstränge dafür vorzubereiten wieder verbunden zu werden. Nach Tabelle 65 kann der Freilauf mit den Modi „111“ für den weiterleitenden, geschalteten Zustand; und „011“ für den trennenden, ungeschalteten Zustand angesprochen werden. Der Freilauf ist einfach aufgebaut. Er verfügt über keine Masse oder eigenes Trägheitsmoment, da eine Trennung der Massen und des Trägheitsmomentes der Schaltwelle nicht sinnvoll ist.

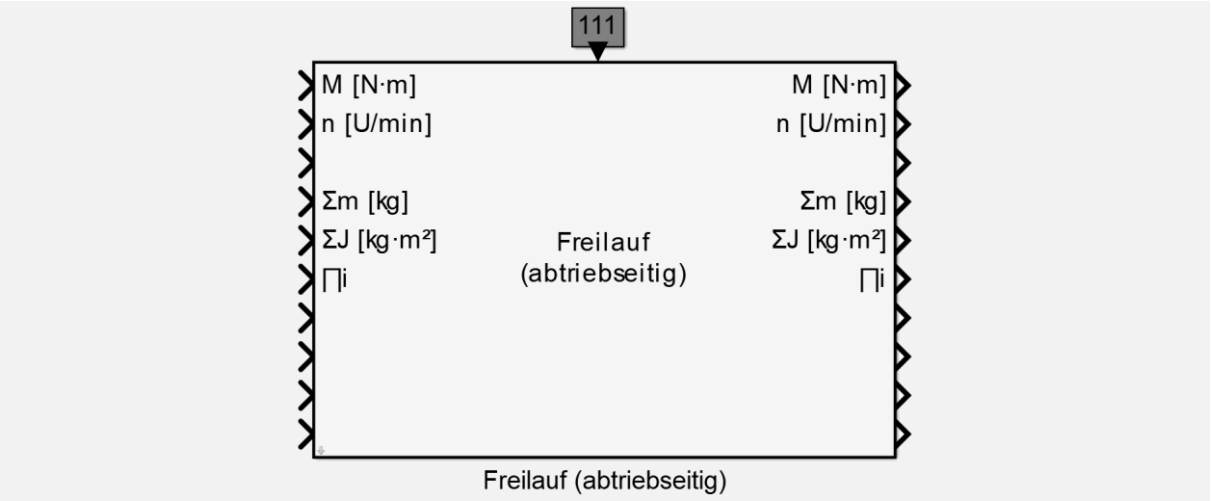


Abbildung 3-21: Bibliotheksmodell abtriebseitiger Freilauf mit äußeren Schnittstellen

Der Freilauf fungiert als einfacher Bypass (vergleiche Signalflüsse in Abbildung 3-26). Im Modus „011“ werden Drehzahl und Faktorisierte Übersetzung zu null geschaltet. Das bedeutet lediglich, dass der entsprechende parallele Momentstrang nicht geschaltet ist.

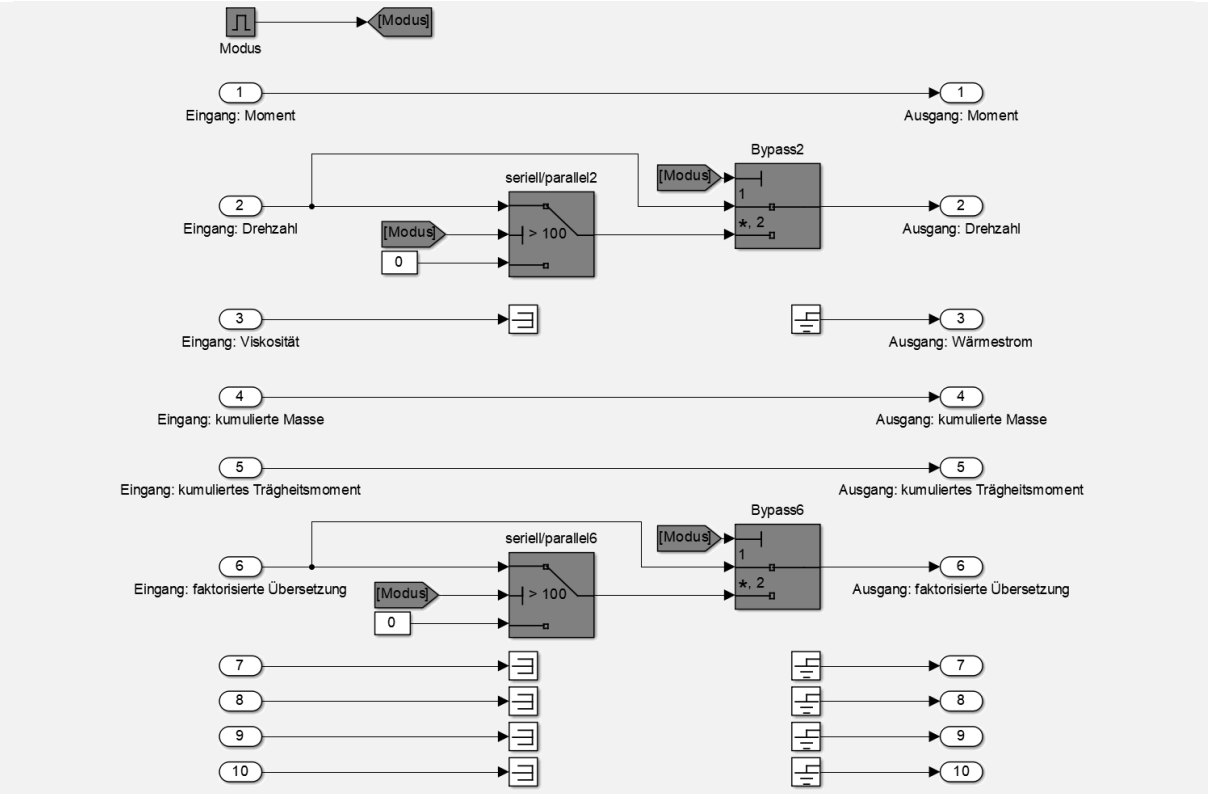


Abbildung 3-22: Bibliotheksmodell abtriebseitiger Freilauf – innere Berechnungsstruktur

3.2.3.4 Atomisches Modell: antriebseitiger Freilauf und Parallelterminator

Der antriebseitige Freilauf hat eine relativ komplizierte Aufgabe, wie an den ähnlichen Eingängen in Abbildung 3-27 links zu erkennen ist. Der Freilauf funktioniert leider nur in Verbindung mit einem Terminator am Ende der parallelen Leistungsstränge. Es konnte keine zufriedenstellende Lösung gefunden werden, welche ohne einen solchen Terminator auskommt. Der Terminator hat exakt dieselbe Funktion wie ein abtriebseitiger Freilauf. Damit ist es zu einer klaren Trennung kommt, wurde jedoch das extra Modell des Parallelterminators eingeführt. Der Parallelterminator kann für sämtliche parallelgeschalteten Verlustsenken eingesetzt werden. Hierzu muss dieser lediglich dauerhaft im Modus „011“ geschaltet bleiben. Die innere Schaltung des Terminators entspricht exakt der Schaltung des abtriebseitigen Freilaufs:

- die Bypass-Funktion wird bei Abschaltung an Drehzahl und faktorisierter Übersetzung unterbrochen.

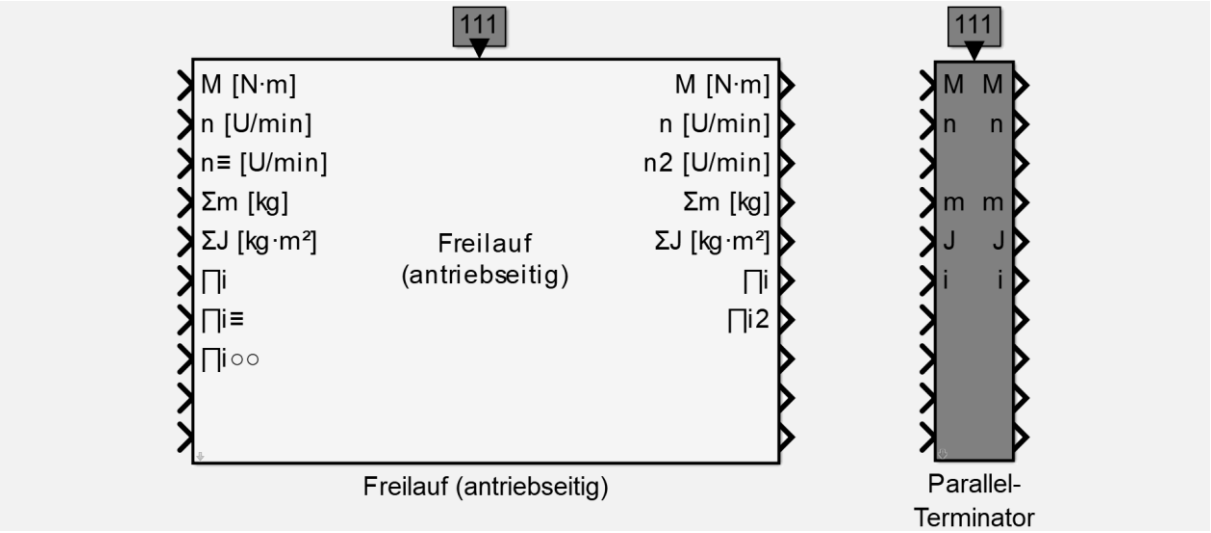


Abbildung 3-23: Bibliotheksmodell antriebseitiger Freilauf (links) mit zugehörigem Terminator für den Abschluss der Parallelschaltung (rechts) mit äußeren Schnittstellen

Für den Einsatz des Freilauf ist lediglich der Schaltvorgang zwischen seriell (Modus 111) und parallel (Modus 011) relevant. Der antriebseitige Freilauf agiert stets als erstes Element einer Parallelschaltung von Leistungssträngen. Ungeschaltet (Modus „011“), müssen das Moment (Signalfluss 1); die kumulierte Masse und Trägheitsmoment (Signalfluss 4 und 5) unterbrochen werden. Sie können nur durch einen geschalteten (Modus „111“) Leistungsstrang weitergeführt werden.

Eine merkwürdige Behandlung erfahren die faktorisierten Übersetzungen (Signalfluss 6, 7 zuzüglich Eingang 8) und die Drehzahlen (Signalfluss 2 und 3). Diese Behandlung wird erforderlich, da die Eingangsdrehzahl am Freilauf (und damit dem Lagerinnenring) zwar überall dieselbe ist, jedoch die Ausgangsdrehzahl des Freilaufs (und damit dem Lageraußenring) davon abhängt welche Drehzahl sich nach den parallelen Leistungssträngen an der Abtriebswelle eingestellt hat und welche Übersetzung die Stufe des Freilaufs aufweist. Um die korrekten mittleren Trägheitsmomente zu errechnen wird neben den Drehzahlen die faktorisierte Übersetzung einer Sonderbehandlung unterworfen:

- Eingang 2 und Ausgang 2 beschreiben die Drehzahl, welche von der Eingangswelle in die Folge-Systeme eingeleitet wird (Standardfall der Bibliotheksmodelle)
- Eingang 3 muss von der Ausgangswelle hinter den parallelen Leistungssträngen zurückgeführt werden. Sie wird allgemeingültig durch die Übersetzung der Stufe geteilt $n_{Eingang} = \frac{n_{Ausgang}}{i_{Parallelstrang}}$

- Ausgang 3 ist die sich einstellende Drehzahl am Lageraußenring. Ist der Freilauf geschaltet (Modus „111“), so ist die Drehzahl identisch mit der Drehzahl des Lagerinnenrings (Ausgang 2 = Ausgang 3)
- Eingang 6 beschreibt die faktorisierte Übersetzung, welche von der Eingangswelle in die Folge-Systeme eingeleitet wird (Standardfall der Bibliotheksmodelle)
- Ausgang 6 übernimmt diese Übersetzung, welche neben den Standardberechnungen geschalteter serieller Modelle zur Berechnung des Trägheitsmomentes des Lagers genutzt werden kann (ungeschalteter Fall)
- Ausgang 7 übergibt die sich einstellende faktorisierte Übersetzung am Lageraußenring. Der geschaltete Freilauf (Modus „111“) weist hierbei dieselbe Übersetzung wie der Innenring auf (Ausgang 6 = Ausgang 7). Im ungeschalteten Fall (Modus „011“) wird das anliegende faktorisierte Übersetzungsverhältnis errechnet.

$$\prod i_{Lageraußenring\ (ungeschaltet)} = \prod i_{Lagerinnenring} \cdot i_{Lageraußenring\ (ungeschaltet)}$$

$$mit \prod i_{Lagerinnenring} = \prod i_{Antriebswelle}$$

- Eingang 7 liefert hierfür die nötige rückgeführte faktorisierte Übersetzung der Abtriebswelle
- Eingang 8 liefert hierfür die nötige rückgeführte faktorisierte Übersetzung der Stufe innerhalb des parallelen Leistungsstrangs

$$i_{Lageraußenring\ (ungeschaltet)} = \frac{\prod i_{Abtriebswelle}}{\prod i_{Zahnradstufe\ (ungeschaltet)}}$$

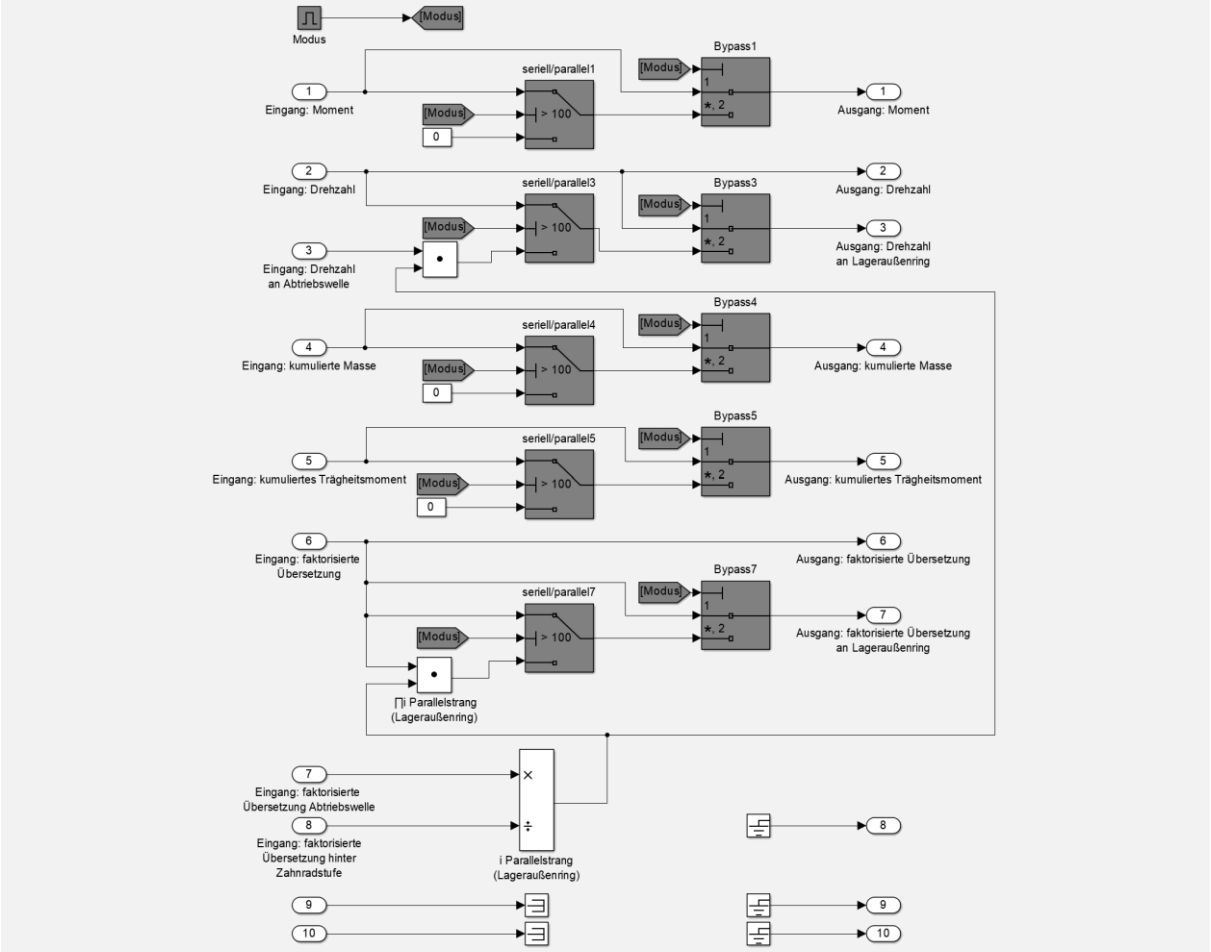


Abbildung 3-24: Bibliotheksmodell antriebseitiger Freilauf – innere Berechnungsstruktur

3.2.3.5 Atomisches Modell: Radialer Wellendichtring

Das Modell „Radialer Wellendichtring“ (siehe Abbildung 3-25 links) kann per *drag’n’drop* aus der Bibliothek „Atomische Modelle“ in die Simulationsoberfläche gezogen werden. Auf der Oberseite des Modells ist ein Schalteingang vorhanden. Mit dem Wert „1“ wird das Element aktiviert[243] (siehe auch Tabelle 64). Die Eingangswerte befinden sich auf der linken Seite; die Ausgangswerte auf der rechten Seite[246]. Mit einem Klick (LMT) auf den Funktionsblock öffnet sich die innere Parametrierung des Modells (siehe Abbildung 3-25 rechts).

Die Radiale Linienpressung auf der Welle stellt sich durch die Federsteifigkeit des Elastomers und der Vorspannung und Spannung der Wurmfeder ein (siehe Kapitel 2.2). Sie ist auf den angegebenen üblichen Wertebereich sämtlicher serienmäßiger Radialen Wellendichtringe begrenzt. Ein weiterer zu schätzender Faktor, welcher mit dem Innendurchmesser des Wellendichtrings korreliert ist die Breite der Berührungsfläche. Für sie sind ebenfalls übliche Werte angegeben (siehe Kapitel 2.2.1). Dem Modell fehlt die Modellierung einer reibungserhöhenden Staublippe (z.B.: Index „AS“). Messbare Werkstoffunterschiede sind nur im Bereich der Festkörperreibung / Anlaufreibung zu erwarten. Der in [77] erwähnte Einfluss von Form- und Lagefehlern auf die örtliche Linienpressung wird nicht abgebildet.

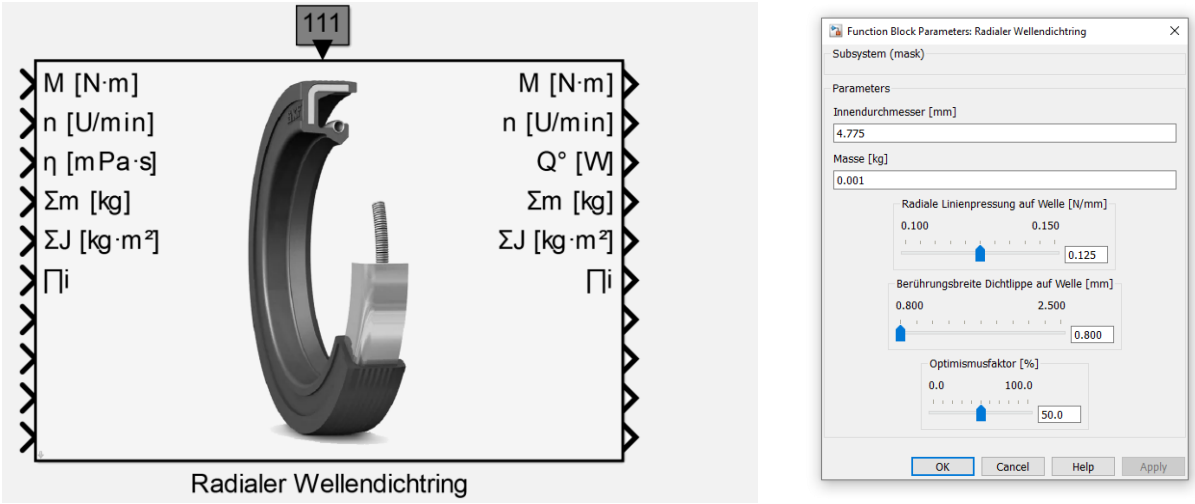


Abbildung 3-25: Bibliotheksmodell Radialer Wellendichtring mit äußeren Schnittstellen (links) und innerer Parametrierung (rechts)

In Abbildung 3-26 ist die Berechnung abgebildet. Vom Eingangsmoment wird das Reibmoment abgezogen (Signalfluss 1). Die Drehzahl bleibt in der Berechnung unberührt: sie wird durchgeschliffen (Signalfluss 2). Die kumulierte Masse wird um die Masse des Wellendichtrings erhöht (Signalfluss 4). Während ein Trägheitsmoment nicht vorliegt und das kumulierte Trägheitsmoment damit durchgeschliffen wird (Signalfluss 5). Die Viskosität (Signalfluss 3) wird mit der Drehzahl (Signalfluss 2) in rad/s benötigt um den Reibbeiwert μ zu ermitteln. Die Ermittlung des Reibbeiwertes wird durch den

[246] Ab der Matlab-Version 2020/2021 ist es möglich die Ein- und Ausgänge frei zu positionieren. Die „Atomischen Modelle“ weisen stets dieselben sechs Ein- und Ausgänge auf. Eine Abweichung ist im Eingang der Viskosität. Dieser kann auch in Form eines Vektoreingangs für eine ganze Reihe an schmierspezifischen Parameter ausgeführt sein. Schmierstoffparameter und Wärmestrom (jeweils der dritte Parameter im Ein- und Ausgang) sind Werte welche zu einem Schmierstoffreservoir oder Ähnlichem gemeinsam genutzten Elementen geführt werden muss. Die übrigen fünf Parameter können stets in Form einer „Bus-Struktur“ miteinander verbunden werden. Außerdem ist durch die Möglichkeit Eingangsparameter auf der Oberseite zu positionieren die Schaltung der Reibmechanismen erfolgt nicht allein mit einem *enabled*-Block, sondern mit quasibinären (auch isolierbaren) Schaltzuständen. Dadurch wird die Bibliothek übersichtlicher und ist aufwärtskompatibel zu weiteren modellspezifischen Schalt-Optionen

Eingang „Modus“ (siehe Abbildung 3-25 geschaltet[247]). Mit dem Reibbeiwert wird das Reibmoment errechnet. Dieses ergibt mit der Drehwinkelgeschwindigkeit die Verlustleistung, welche als Wärmestrom das System aufheizt/verlässt.

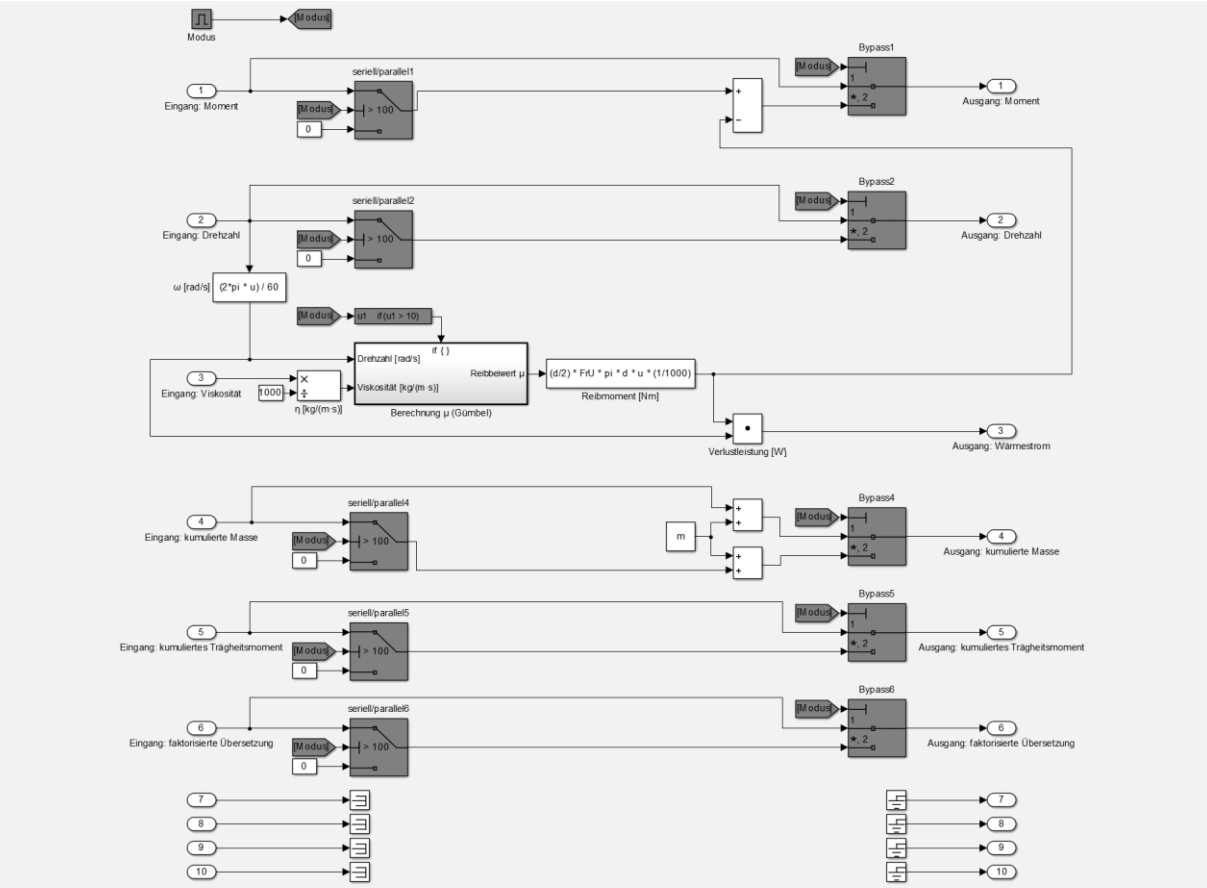


Abbildung 3-26: Bibliotheksmodell Radialer Wellendichtring – innere Berechnungsstruktur Ebene 1

Der Reibbeiwert μ wird aus dem Gümbeldiagramm abgelesen (siehe Abbildung 3-27). In [77] ist darauf hingewiesen, dass die Gümbelzahl mit dem Faktor 10^{-12} multipliziert werden muss, um auf das Diagramm anwendbar zu sein. Die Daten der *Look-Up-Table* entspringen den bisherigen Berechnungen. Ihre Interpolation erfolgt mittels kubischen Splines; die Extrapolation erfolgt linear[248]. Der Optimismus-Faktor sucht Werte zwischen μ_{max} (0%) und μ_{min} (100%) heraus (vergleiche Abbildung 2-21).

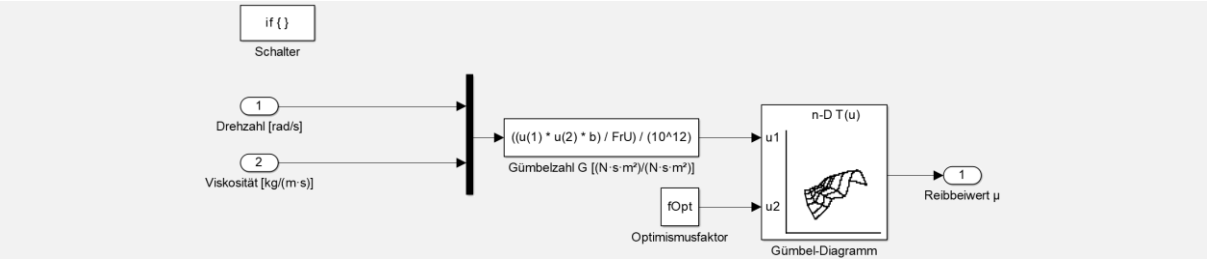


Abbildung 3-27: Bibliotheksmodell Radialer Wellendichtring – innere Berechnungsstruktur Ebene 2 – Reibbeiwert μ

[247] Bei Abschaltung wird die Berechnung nicht durchgeführt, sodass der Reibbeiwert μ schlicht 0 ist. Dadurch wird das Reibmoment und die Verlustleistung und damit der Wärmestrom auch zu 0

[248] An dieser Stelle kann diskutiert werden, ob ggf. ein Clipping (Begrenzung an den Datensatzgrenzen mittels Grenzwerten) erfolgen sollte (Stichwort zu hoher Reibkoeffizient)

3.2.3.6 Atomisches Modell: Radialer Lagerdichtring

Die Modelle der „Radialen Lagerdichtringe“ (siehe exemplarisch Abbildung 3-28 links) können per *drag'n'drop* aus der Bibliothek „Atomische Modelle“ in die Simulationsoberfläche gezogen werden. Auf der Oberseite des Modells ist ein Schalteingang vorhanden. Mit dem Wert „1“ wird das Element aktiviert[243] (siehe auch Tabelle 64). Die Die Eingangswerte befinden sich auf der linken Seite; die Ausgangswerte auf der rechten Seite[246]. Mit einem Klick (LMT) auf den Funktionsblock öffnet sich die innere Parametrierung des Modells (siehe exemplarisch Abbildung 3-28 rechts).

Dichtscheiben könnten bequem als zusätzliche Option in die entsprechenden Lagermodelle implementiert werden. Es wird jedoch darauf Wert gelegt atomische Reibungsverursacher auf „Zellulärer Ebene“ erkenntlich auszuweisen. In der vorliegenden *Matlab-Version* konnte keine wartungsfreundliche Lösung gefunden werden ein dynamisches Dropdownmenü zu erstellen. Es macht keinen Sinn die Dropdowns zu programmieren, um bei einer Erweiterung der Optionen einen undurchsichtigen Zusammenbruch zu erhalten. Aus diesem Grund und dem Wunsch eine einheitliche Behandlung des Schmierstoff-Temperatur-Viskositäts-Rückkopplungskreis auf „Zellulärer Ebene“ umzusetzen, sind für jeden Lagertyp eigene „Atomische Modelle“ nach dem *SKF*-Rechnungsschema (siehe Kapitel 2.2.2) implementiert worden[249]. Glasfaserverstärkte *PTFE*-Scheiben und nicht schleifende Labyrinthdichtungen sind beispielsweise nicht erfasst. Die Tabelle 7 wird wie folgt erweitert:

Tabelle 67: Tabelle zur Ermittlung der Faktoren, Exponenten und des Beiwertes zur Errechnung[82] der Reibmomente von Berührungsdichtungen [59, S. 96]

Lagerart	Nachsetz-zeichen	D	β	K_{S1}	K_{S2}	d_s
Pendelkugellager	RS1	$30 \dots 125$	2	0,014	10	d_2
Zylinderrollenlager	LS	$42 \dots 360$	2	0,032	50	E
Pendelrollenlager	CS; CS2;	$62 \dots 300$	2	0,057	50	d_2
CARB Toroidalrollenlager	CS5	$42 \dots 340$	2	0,057	50	d_2

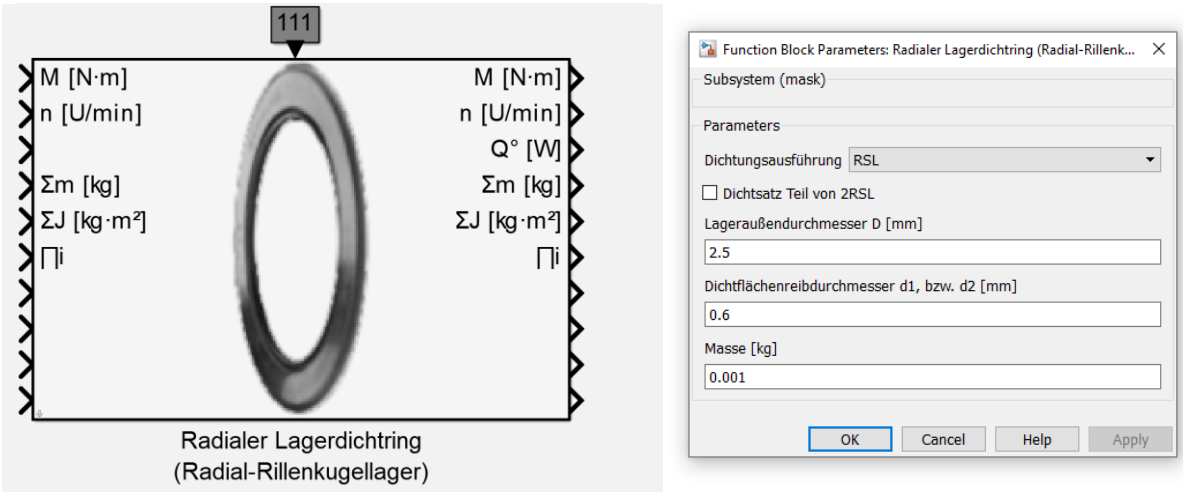


Abbildung 3-28: Bibliotheksmodell Radialer Lagerdichtring mit äußeren Schnittstellen (links) und innerer Parametrierung (rechts). Wenn 2 RSL Dichtungen an einem Lager verwendet werden, in beide Modelle das Häkchen setzen

[249] Übernahme des Konzeptes für Schrägkugellager; Pendelkugellager; Zylinderrollenlager; Pendelrollenlager; CARB-Toroidalrollenlager.

In Abbildung 3-29 ist die innere Berechnungsstruktur offengelegt. Das Eingangsmoment wird um das Reibmoment reduziert (Signalfluss 1). Die Drehzahl wird durchgeschliffen (Signalfluss 2). Die Winkelgeschwindigkeit wird genutzt, um aus dem Reibmoment die Reibleistung zu bilden, welche in einen Wärmestrom übergeht (Signalfluss 3). Die Viskosität hat keine Bewandtnis und wird terminiert. Die kumulierte Masse wird um die Masse des Dichtrings erhöht (Signalfluss 4), während das kumulierte Trägheitsmoment durchgeschliffen wird (Signalfluss 5).

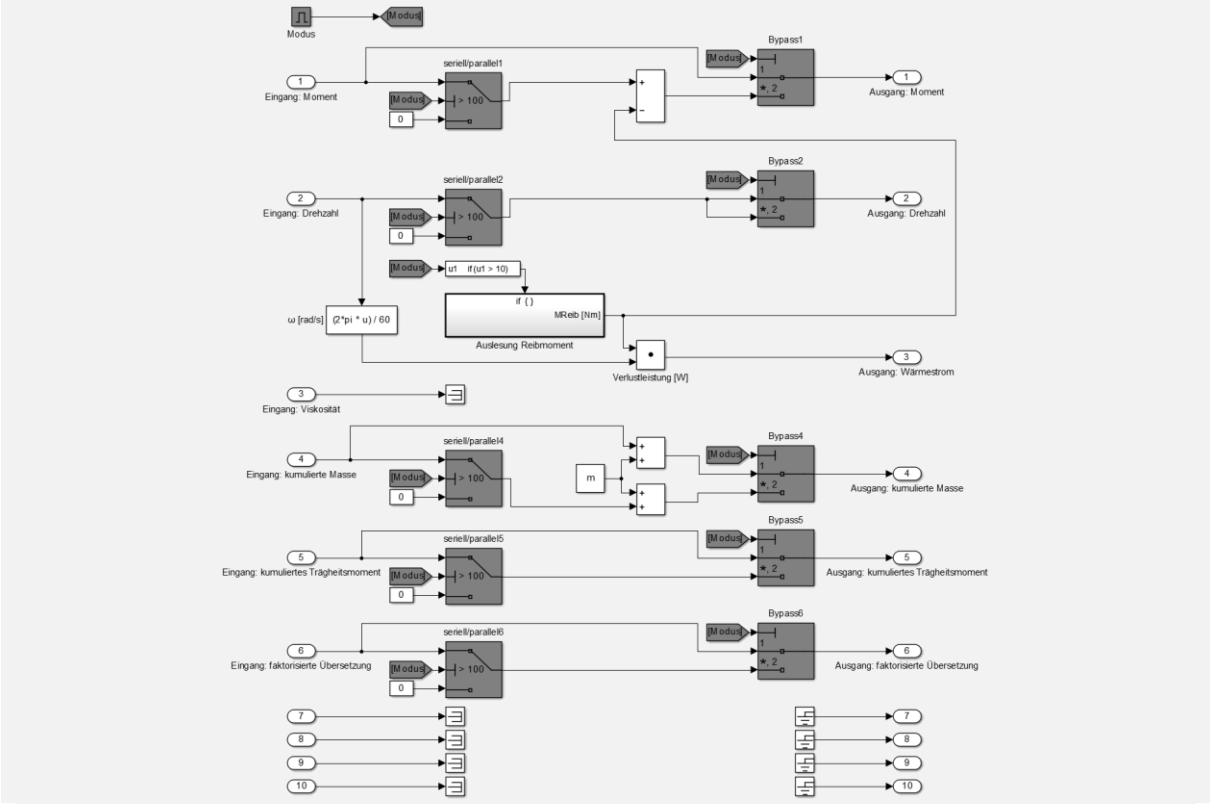


Abbildung 3-29: Bibliotheksmodell Radialer Lagerdichtring – innere Berechnungsstruktur Ebene 1

Die Berechnung des Reibmoments ist eine konstante geometrische Größe. Deswegen wird diese Größe initialisierend berechnet. Die Berechnung erfolgt mithilfe des *Matlab-Interpreters* auf Ebene der Modellmaske (siehe Abbildung 3-30). Da die Berechnung nur einmal erfolgt ist dieses Vorgehen nicht zeitkritisch. Die Programmierung ist mithilfe einem *switch-case* aufgebaut[250]. Bei Fehleingaben in der Modellparametrierung wird der Bediener mit einem Fehler und der zugehörigen Lösung hingewiesen.

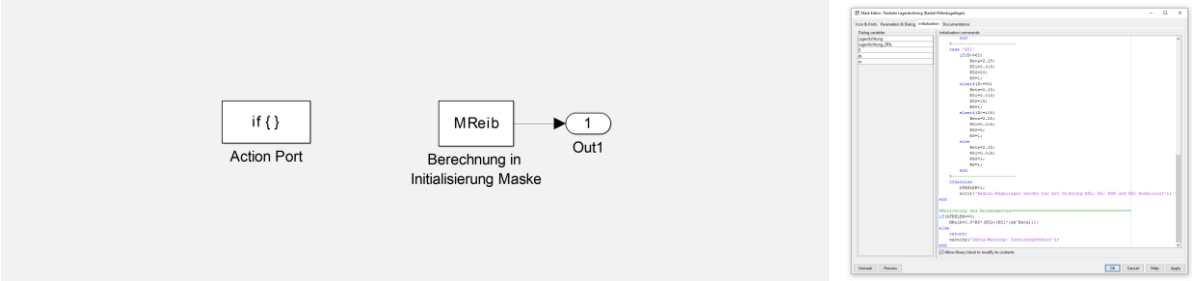


Abbildung 3-30: Bibliotheksmodell Radialer Lagerdichtring – innere Berechnungsstruktur Ebene 2 (links) und Initialisierungsrechnung per Matlab-Interpreter in der Maske (rechts)

[250] Die switch-case-Behandlung erfolgt nur wartungssicher mit Strings. Hierzu muss in der Parametermaske unter „Attributes“ die Option „Evaluate“ abgewählt werden, sonst wird der Vektorindex in den Speicher gelegt

3.2.3.7 Atomisches Modell: Wälzlager

Es wird sich entschieden die Wälzlager in einzelne Modelle aufzusplitten, welche getrennt parametriert werden, um die Modelle übersichtlich zu halten. Optionale Radiale Lagerdichtungen sind bereits aus den Modellen ausgeklammert worden. Beide Maßnahmen ermöglichen einen übersichtlichen Zusammenbauplan von Getrieben auf „Zellulärer Ebene“, in welchem die einzelnen Maschinenelemente graphisch identifiziert werden können. Aufgrund des relativ geringen Aufwandes sämtliche von *SKF* bereitgestellten Lagermodelle voneinander abzuleiten, wird die Bibliothek für Projekte über den Antriebsstrang hinaus vervollständigt. Leider wird kein Modell für Nadellager bereitgestellt[251]. Auf die Modellierung der Hybrid- und Keramiklager (im Trockenlauf) wird zunächst mangels stichhaltiger Daten verzichtet. Gegebenenfalls können Modelle an späterer Stelle durch Vereinfachung der dynamischen Reibung abgeschätzt werden.

Die Berechnungsmodule sind auf weiten Strecken einheitlich, sodass nur kleine Modelleinheiten geändert werden müssen. Wesentliche Änderungen sind jeweils in der Parametrierung vorgenommen worden. Die Eingangsschnittstellen sind uniform gestaltet[252]. Bei den reinen Axiallagern ist die Radialkraft mittels der Maskenbeschriftung ausgeblendet. Dem Loslagertyp CARB-Toroidallager ist die Axialkomponente ausgeblendet. Die Berücksichtigung der Kontaktbedingung von Axiallagern ist nicht erfolgt! Die Kräfte werden in allen Modellen intern mit Beträgen gerechnet. Für die Modellierung auf „Zellulärer Ebene“ ist zu beachten, dass eine fehlende Last dazu führt, dass maximal Planschverluste auftreten. Dies ist unbedingt durch eine Mindestbelastung aus Gewichtskräften und Vorspannung zu berücksichtigen, um die Wirkungsgrade nicht zu schönigen.

Die Modelle der in Abbildung 3-31 können per *drag’n‘drop* aus der Bibliothek „Atomische Modelle“ in die Simulationsoberfläche gezogen werden. Auf der Oberseite des Modells ist ein Schalteingang vorhanden. Mit dem Wert „1“ wird das Element aktiviert[243] (siehe auch Tabelle 64). Die Eingangswerte befinden sich auf der linken Seite; die Ausgangswerte auf der rechten Seite[246].



Abbildung 3-31: Bibliotheksmodelle Wälzlager mit äußeren Schnittstellen (links)

[251] Bei Bedarf kann die Parametrierung des Nadellagermodells mit stichprobenartiger Messungen aus dem Online-Rechner von *SKF* angenähert werden, indem es aus dem Zylinderrollenlagermodell abgeleitet wird

[252] Dadurch lässt sich ein Modell leichter austauschen

Mit einem Klick (LMT) auf die Funktionsblöcke öffnet sich die innere Parametrierung des Modells (siehe exemplarisch Abbildung 3-32). Die Oberfläche ist dynamisch und macht Parameter erst sichtbar, wenn diese für eine Berechnung benötigt werden. Ausnahme bildet der Parameter C_0, welcher ausschließlich für die Berechnung der Radial-Rillenkugellager benötigt wird, jedoch in allen anderen Modellen ebenfalls auftaucht. Unter dem Reiter „Masseneigenschaften“ verbergen sich die Angaben der Trägheitsmomente der einzelnen Lagerbestandteile.

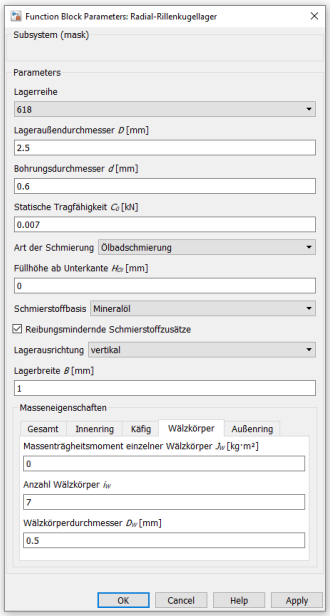


Abbildung 3-32: Exemplarische Parametrierung der Wälzlager am Beispiel Radial-Rillenkugellager

In den meisten Fällen reicht für die Berechnung des Trägheitsmomentes und der Reibung eine einzige Drehzahl aus, wenn einer der beiden Ringe stillsteht. In Fällen ineinandergesteckter Wellen oder einer Freilaufschaltung von parallelen Übersetzungsstufen können jedoch zwei verschiedene Drehzahlen und faktorisierte Übersetzungen auftreten. Um mit einem einheitlichen Modell diese Fälle abbilden zu können, wird mit den Prozeduren in Abbildung 3-39 eine Vektorzerlegung vorgenommen, die es erlaubt mehrere Drehzahlen und faktorisierte Übersetzungen in das System einzuspeisen. Am Ausgang des Systems wird jeweils nur die Drehzahl und die faktorisierte Übersetzung weitergeleitet welche am nächsten Bauteil tatsächlich anliegt.

Die Behandlung der Drehzahlen und der faktorisierten Übersetzungen erfolgt identisch (vergleiche Abbildung 3-39 oben und unten). Im Bereich der Drehzahlen wird lediglich die betragsmäßige Drehzahldifferenz zwischen Lagerinnenring und Lageraußenring gebildet, da diese maßgeblich für die Reibungsvorgänge ist. Aufgrund der identischen Behandlung wird bei den Drehzahlen und der faktorisierten Übersetzungen in Folge von „Parameter“, bzw. „Parametervektor“ gesprochen.

Dem Eingangsparameter wird initialisierend unterstellt ein Eingangsparametervektor zu sein. Mit dem „Test“-Block wird geprüft wie viele Elemente der Vektor aufweist.

> Weist der Vektor nur ein Element auf, so wird der „default“-Fall ausgelöst. Der Parameter liegt am Innenring des Lagers an. Am Außenring wird der Parameter zu null angenommen (vergleiche jeweils erstes Element von links der Berechnungsebene 3 in Abbildung 3-39)
>
> Weist der Vektor drei Elemente auf, so wird das erste Parameterelement für die Weiterleitung an das nächste System verstanden; das zweite Element als Parameter am Innenring und das dritte

Element als Parameter am Außenring (vergleiche jeweils zweites Element von links der Berechnungsebene 3 in Abbildung 3-39).

Mit den folgenden *Merge*-Blöcken liegt ein weiterzuleitender Parameter („n“ oder „Πi“); ein Parameter am Innenring („nI“ oder „ΠiI“); und ein Parameter am Außenring („nA“ oder „ΠiA“) vor.

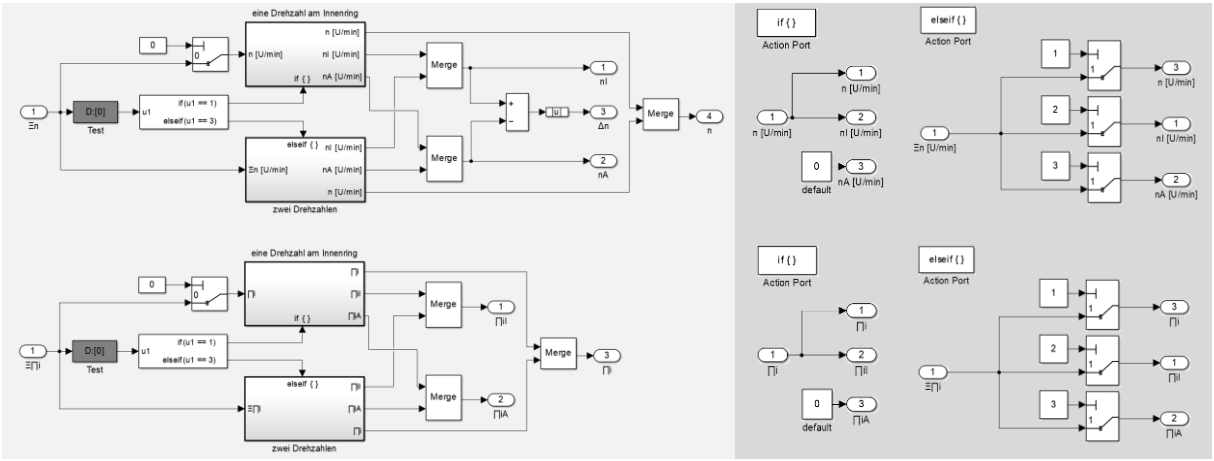


Abbildung 3-33: Bibliotheksmodell Radial-Rillenkugellager – innere Berechnungsstruktur Ebene 2 – Vektorzerlegung Drehzahl (oben links) und Vektorzerlegung Faktorisierte Übersetzung (unten links). Unterebenen 3 jeweils daneben: von links nach rechts: „eine Drehzahl am Innenring“; „zwei Drehzahlen“

Die Massenträgheitsmomente von Wälzlagern werden im Lagerkatalog leider nicht angeboten. Die Berechnung gestaltet sich als komplex, wenn die Einlaufphase von gefetteten Lagern berücksichtigt werden soll. Da diese in der Modellierung nicht berücksichtigt worden ist, kann die Einlaufphase definitiv vernachlässigt werden. Die Berechnung des reduzierten Massenträgheitsmomentes der Wälzlager gestaltet sich als äußerst kompliziert. An der Trägheit sind Innenring und Außenring unter dem Einsatz abweichender bezogener Drehzahlen beteiligt. Die Trägheit des Käfigs und der Kugeln, sowie die Trägheit aus der Rollbewegung der Kugeln lassen sich aus den Drehzahlen ableiten [253]. Dabei verhalten sich Käfig und Wälzkörper, wie der Planetenträger eines Planetengetriebes. Mittels der Formeln aus Tabelle 8, wird die (⚠ schlupffreie) Drehzahl der Baugruppe und die eines Wälzkörpers ermittelt[254]. Hierzu wird die Formel auf die faktorisierten Übersetzungen anstatt auf die Drehzahlen bezogen:

$$\prod i_K = \frac{\left(1 - \frac{D_W}{D_{pw}}\right) \cdot (\prod i_I) + \left(1 + \frac{D_W}{D_{pw}}\right) \cdot (\prod i_A)}{2} \qquad \prod i_W = \left(\frac{D_{pw}}{D_W} - \frac{D_W}{D_{pw}}\right) \cdot \frac{(\prod i_A) - (\prod i_I)}{2}$$

Das isolierte Trägheitsmoment des Innen- und Außenrings, sowie der Baugruppe (Käfig) + Wälzkörper und das isolierte Trägheitsmoment eines Wälzkörpers kann dem CAD entnommen werden[255].

$$\Delta J_{red} = \frac{J_{Innenring}}{(\prod i_I)^2} + \frac{J_{Außenring}}{(\prod i_A)^2} + \frac{J_{(Käfig)+Wälzkörper}}{(\prod i_K)^2} + Anzahl_{Wälzkörper} \cdot \frac{J_{Wälzkörper}}{(\prod i_W)^2}$$

[253] Wenn vernachlässigt wird, dass Wälzkörper unter fehlender Last ggf. eine reine Gleitbewegung ausführen können

[254] Ob die Berechnung für alle Lagertypen gilt, ist im Einzelfall zu prüfen

[255] Das Arbeiten mit einem CAD-Modell von der Herstellerseite gibt die korrekte Anzahl der Kugeln. Gegebenenfalls muss das Modell in einzelne Bauteile zerlegt werden, welchem die korrekte Dichte zugewiesen werden muss

In der Implementierung der Berechnung (siehe Abbildung 3-40) wird geprüft, ob eine faktorisierte Übersetzung null entspricht. Dies würde zu einem unendlichen Teil-Trägheitsmoment führen, was aus der Berechnung auszuschließen ist.

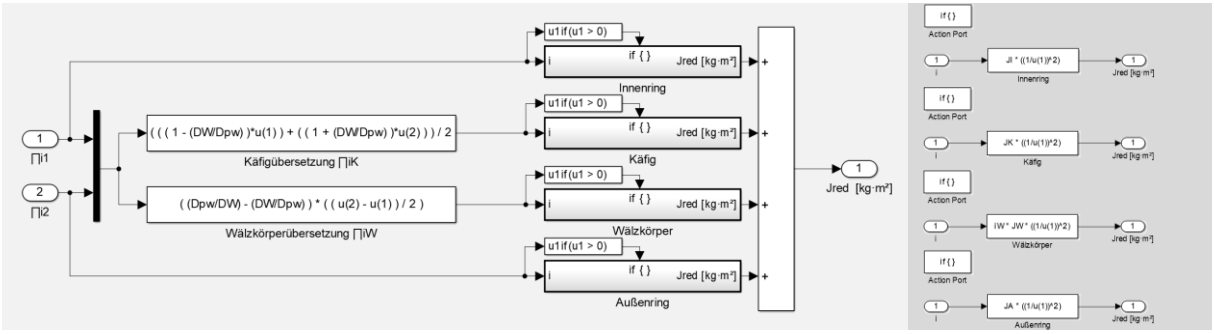


Abbildung 3-34: Bibliotheksmodell Radial-Rillenkugellager – innere Berechnungsstruktur Ebene 2 – Reduziertes Massenträgheitsmoment

Die folgenden Berechnungen entsprechen dem Vorgehen in Kapitel 2.3 bis auf die Berechnung der Planschverluste bei einer Ölbadschmierung oder Öleinspritzschmierung. Es wird sich dafür entschieden auf Ebene von *SIMULINK®* mit einer *Look-Up-Table* zur Ermittlung der Ölwiderstandsvariable (vergleiche Abbildung 2-36) zu arbeiten. Dieses Vorgehen verlangsamt die Rechenzeit, da Potential verschwendet wird die Berechnung mittels der interpolierten Formel in die Initialisierungsrechnung zu verlagern. Das Modell orientiert sich jedoch direkt an den Vorgaben von *SKF* und bleibt damit besser nachvollziehbarer. Das Vorgehen in Abbildung 3-35 zeigt wie mächtig *SIMULINK®* sein kann, empirische Messdaten in die Modellierung eines Systems zu implementieren.

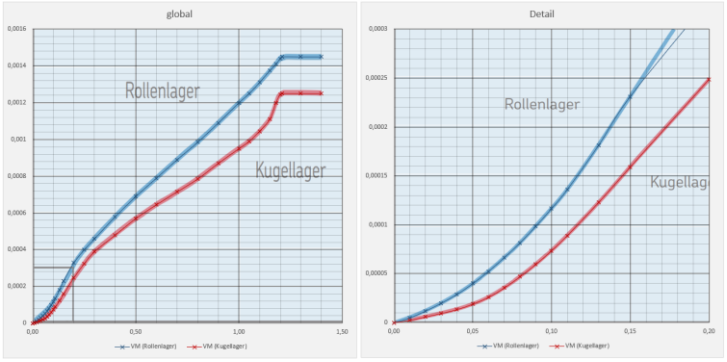


Abbildung 3-35: Rekonstruktion der Daten für *Look-Up-Tables* der Ölwiderstandsvariable V_M in *Microsoft Excel®*

Auf eine dynamische Modellierung der Füllstandhöhe mit Schnittstelle zur „Zellulären Ebene“, wie sie durch schiefe Einbaupositionen oder Steigung und Gefälle hervorgerufen werden können, wird aufgrund der Komplexität und des schlechten Informationsstands über Gehäuse und tatsächliche Füllhöhen verzichtet. In diesem Zusammenhang ist auch keine Lösung gefunden worden ein dynamisches Ausblenden eines Eingangs auf Blockebene zu programmieren.

Die Berechnung der Planschverluste wie sie aus der Veröffentlichung von *SKF* im Jahr 2003 [59] dargestellt wurde führt zu geringsten Planschverlusten mit Abweichungen um den Faktor 1000 zum aktuellen Online-Rechner von *SKF*. Im aktuellen Hauptkatalog „17000“ wird auf eine Veröffentlichung von 2009 referenziert [96], in welcher die Berechnung des Reibmomentes erweitert worden ist (siehe Tabelle 68). Die Berechnungen decken sich mit dem aktuellen Online-Rechner.

Tabelle 68: aufbereitete erweiterte Rechenvorschriften zur Ermittlung der Planschverluste von 2003 bis 2009 nach [96]

Lager mit kugeligen Wälzkörpern	Lager mit rolligen Wälzkörpern
$M_{Diss} = 0{,}4 \cdot M_{Diss(2003)} + M_{Diss++(2009)}$	$M_{Diss} = 0{,}4 \cdot C_w \cdot M_{Diss(2003)} + M_{Diss++(2009)}$

$$M_{Diss++(2009)} = 1{,}093 \cdot 10^{-7} \cdot n^2 \cdot {d_m}^2 \cdot \left(\frac{n \cdot {d_m}^2 \cdot f_t}{\upsilon}\right)^{-1{,}379} \cdot R_S$$

$$C_w = \frac{2{,}789}{10^{10}} {I_D}^3 - \frac{2{,}786}{10^{10}} {I_D}^2 + 0{,}0195 I_D + 0{,}6439$$

$$I_D = 5 \cdot \frac{K_L \cdot B}{d_m}$$

$$f_t = min(\sin_{rad}(0{,}5 \cdot t)\,; 1)$$

$$R_S = 0{,}36 \cdot {d_m}^2 \cdot (t - \sin_{rad}(t)) \cdot f_A$$

$$t = 2 \cdot {\cos_{rad}}^{-1}\left(\frac{0{,}6 \cdot d_m - min(H; 1{,}2 \cdot d_m)}{0{,}6 \cdot d_m}\right)$$

$$f_A = 0{,}05 \cdot \frac{K_Z \cdot (D + d)}{D - d}$$

In der Maske (siehe am Beispiel des Radial-Rillenkugellagers in Abbildung 3-36) werden alle Berechnungen[256] und Zuweisungen durchgeführt, welche nur initialisierend geschehen können. Die Berechnungen und Zuweisungen entsprechen bis auf das Planschmoment den bereits erfolgten Ausführungen in Kapitel 2.3. Aufgrund der Angaben in der aktuellen Berechnungsdokumentation von *SKF* [96] wurde eine korrigierende Erweiterung für den Gleitreibbeiwert bei Grenzreibung / Festkörperreibung (siehe Abbildung 2-33 links) eingeführt. In der alten Dokumentation [59] wurde angegeben, dass der von den Schmierstoffzusätzen abhängige Wert μ_{bl} bei Bedarf auf 0,15 gesetzt werden kann. Daraus ist vom Autor geschlossen worden, dass ohne Schmierstoffzusätze der Gleitreibbeiwert der Festkörperreibung für metallische Kontaktpartner 0,19 einzusetzen ist. In der aktuellen Dokumentation wird der Faktor μ_{bl} als ein Drehzahl-abhängiger Gleitreibbeiwert zur Berücksichtigung des Anlaufreibmoments ausgeschrieben. Im Anlauffall (Nulldrehzahl) ist der Wert 0,15 einzusetzen und im Betrieb der Wert 0,12. Vom Autor wurde die Modifikation vorgenommen, dass bei fehlenden reibungsmindernden Schmierstoffzusätzen im Anlauffall der Wert 0,19 eingesetzt wird und im Betrieb auf 0,12 abgesenkt wird[257].

---

[256] Bis auf die Ölwiderstandsvariable, da diese per *Look-Up-Table* berechnet wird und in folgenden Weiterentwicklungen eine über die Schritte variable Größe darstellen kann

[257] Diese Modifikation ist kritisch zu betrachten, da es wahrscheinlich ist, dass im Stillstand eine Grenzschmierung/Grenzreibung vorliegt und nicht die angenommene Trockenreibung (vergleiche Kapitel 1.4.4). Auf der anderen Seite betrifft diese Modifikation nur den ersten Berechnungsschritt der Simulation. Außerdem ist per *default* in der Maske festgelegt worden, dass reibungsmindernde Zusätze im Schmiermittel vorhanden sind.
Darüber hinaus wird in der Berechnungsvorschrift von 2003 [59] von *SKF* angegeben, dass das Anlaufmoment bei Rollenlagern mit großen Berührungswinkeln um ein Vielfaches höher sein kann; bei Kegelrollenlager der Reihen 313; 322 B; 323 B und T7FC bis zum Vierfachen und bei Axial-Pendelrollenlagern bis zum Achtfachen höher sein kann. Dies wurde aufgrund der Unschärfe und da diese nicht in der vorliegenden Antriebsstrangbetrachtung benötigt werden noch nicht in die Modelle implementiert.
Außerdem wird angegeben, dass fettgeschmierte Lager eine nicht unerhebliche Einlaufphase aufweisen, in welcher das Fett aus den Laufbahnen verdrängt wird. Schmale Lagerreihen weisen dabei ein ungefähr doppelt so hohes Reibmoment auf, während schwere Reihen ein Vierfaches Reibmoment aufweisen. Es ist zu erwarten, dass überfüllte Lager ein permanent überhöhtes Reibmoment aufweisen. Da davon ausgegangen wird, dass die in den Antriebssträngen gekapselten Lager nicht überfüllt sind und die Simulation der Lager sich nur auf

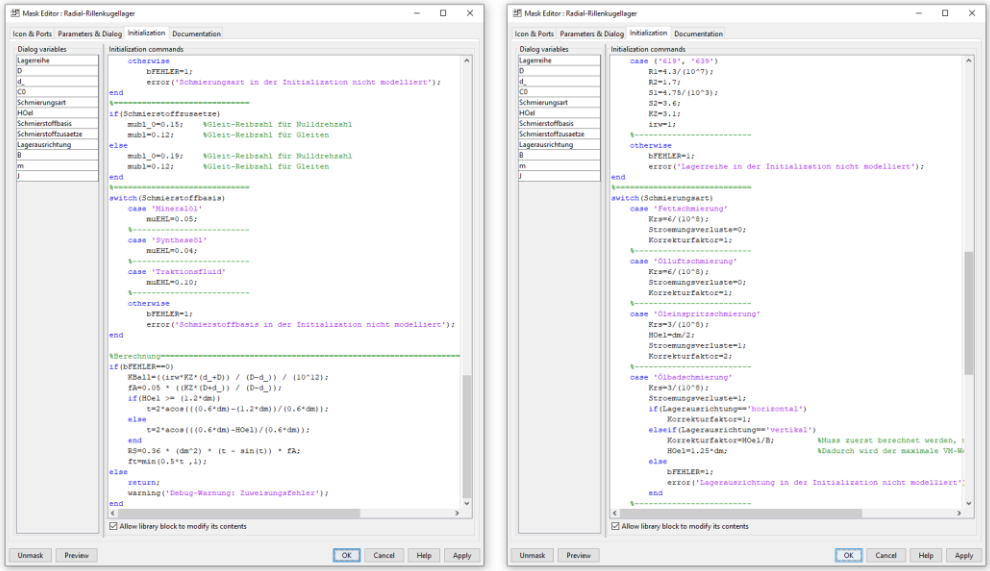


Abbildung 3-36: Initialisierende Berechnungen am Beispiel des Radial-Rillenkugellagers per Matlab-Interpreter in der Maske

Sämtliche Subsysteme und Unter-*Subsysteme* der Berechnungen in Abbildung 3-37 sind als *atomic units* konfiguriert [258]. Diese Definition zwingt *SIMULINK®* dazu aus den Blöcken eigene Funktionen zu erzeugen. Dies unterstützt die Möglichkeit für alle Lager globale Funktionen extern zu definieren und gemeinsam zu nutzen[259]. Da die graphische Vernetzung der Variablen zu Verwirrung führen würde, sind alternativ *GoTo*-Pfeile an den Eingangsvariablen implementiert. Das Ziel der graphischen Programmierung ist die Offenlegung der Variableneinflüsse. Um die Einflüsse trotzdem klarzustellen, sind eindeutige Variablen-Beschriftungen (z.B.: „[Drehzahl]“) an den Tags angebracht.

Die Berechnung des Ausgangsmoment (Signalfluss 1) erfolgt unter Abzug des Rollreibungsmoment; des Gleitreibungsmoments und insofern vorhanden der Strömungsverluste. Im Fall einer Parallelschaltung (Modus „011“) wird das angesammelte Moment nicht übernommen, sodass nur Verlustmomente weitergeleitet werden. Die Verlustmomente werden außerdem benutzt um in Verbindung mit der Winkelgeschwindigkeit den Wärmestrom zu errechnen (Signalausgang 3). Die Drehzahl (Signalfluss 2) wird grundsätzlich im System durchgeschliffen. Die Deltadrehzahl wird zur Berechnung der Reibung herangezogen, während die Drehzahl von Innen- und Außenring keine Weiterverwendung findet. Die kumulierte Masse (Signalfluss 4) wird um die Masse des Lagers erhöht. Das kumulierte Trägheitsmoment (Signalfluss 5) wird um das auf die Referenzdrehzahl reduzierten Trägheitsmoment des Lagers erhöht (komplexe Rechnung siehe Abbildung 3-34). Beide Signalflüsse übernehmen keine kumulierten Werte, wenn eine Parallelschaltung vorliegt (Modus „011“). Die faktorisierte Übersetzung wird grundsätzlich durchgeschliffen.

Sowohl Rollreibungsmoment; Gleitreibungsmoment; als auch die Strömungsverluste werden nur berechnet, wenn das Modell nicht als reiner Bypass fungiert (Modus größer „010“). Für die Strömungsverluste gelten weitere Bedingungen. So werden diese nur berechnet, wenn das Wälzlager mit einer Ölbadschmierung oder einer Öleinspritzschmierung betrieben wird. Bei Nulldrehzahl oder/und Nullviskosität werden die Strömungsverluste nicht berechnet. Die Bedingung ist erforderlich, da sonst intern durch null geteilt wird.

---

einen Betrieb von maximal 10 Minuten beschränken, wird dieser Effekt ausdrücklich nicht mit in die Simulation integriert

258 Hierzu *RMT* auf das Subsystem: Properties --> Main --> Treat as atomic unit

259 Dies kann durch kopieren der Unterfunktionen erreicht werden und die Verlinkung Beizubehalten (zentrale Bibliotheksmodifikation)

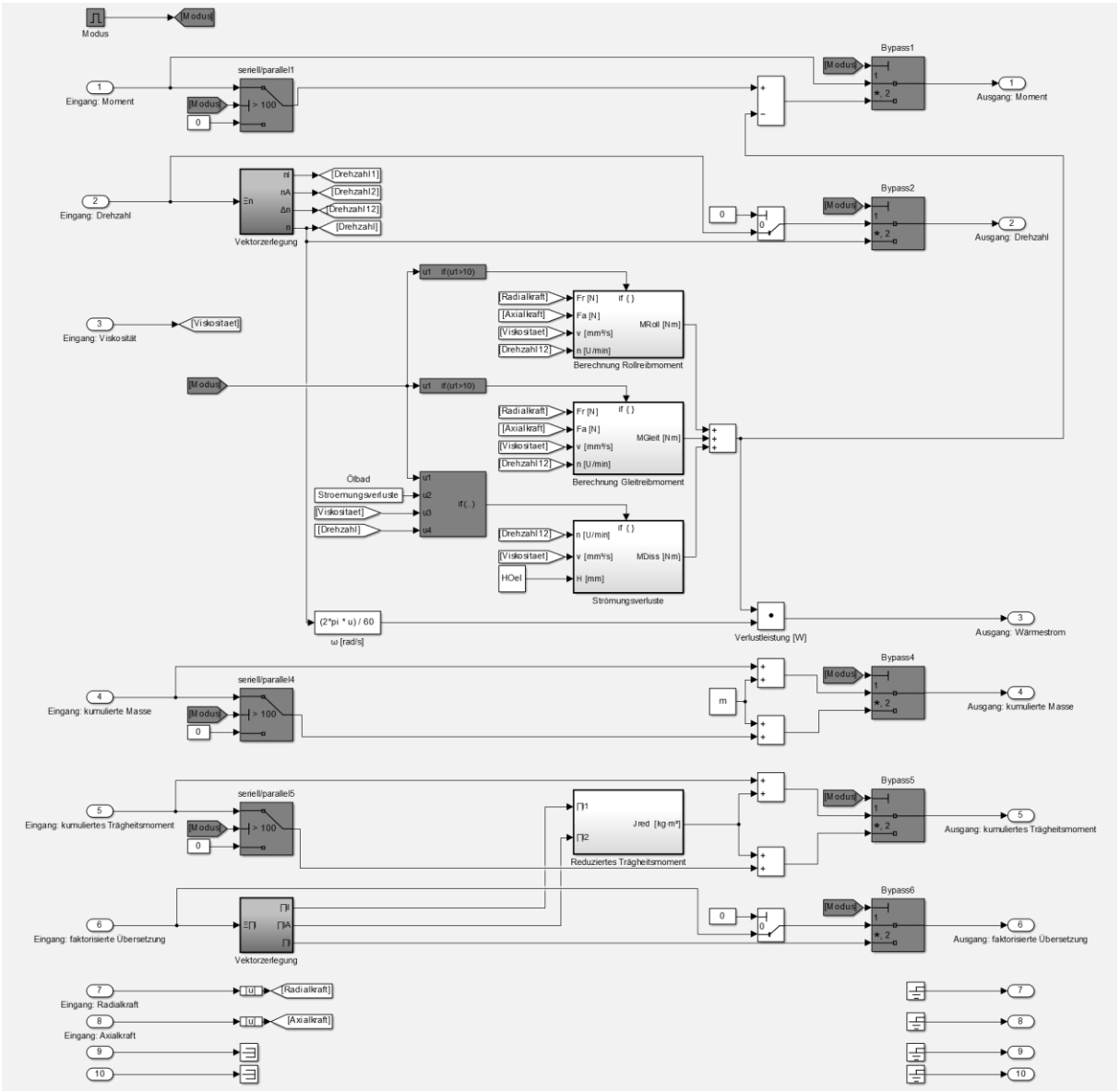


Abbildung 3-37: Bibliotheksmodell Radial-Rillenkugellager – innere Berechnungsstruktur Ebene 1

In der Abbildung 3-38 ist die Berechnung des Rollreibmomentes offengelegt. Ausschließlich für den beispielhaften Fall des Radial-Rillenkugellagers wird die Berechnung des Geometrie- und Belastungsfaktor aus Rechenbeschleunigungsgründen anhand des Vorhandenseins einer Axialkraft unterschieden. Während der Faktor nur von äußeren Kräften und empirisch ermittelten Lagerkonstanten errechnet wird, hängen die Schmierfilmfaktoren für alle Wälzlager von der kinematischen Viskosität und der Betriebsdrehzahl ab. Die Ermittlung des Rollreibmomentes ist ebenfalls von der kinematischen Viskosität und der Betriebsdrehzahl in einem sättigenden Charakter abhängig. Die Berechnung ist für alle Wälzlager identisch – tatsächlich variiert nur der Geometrie- und Belastungsfaktor.

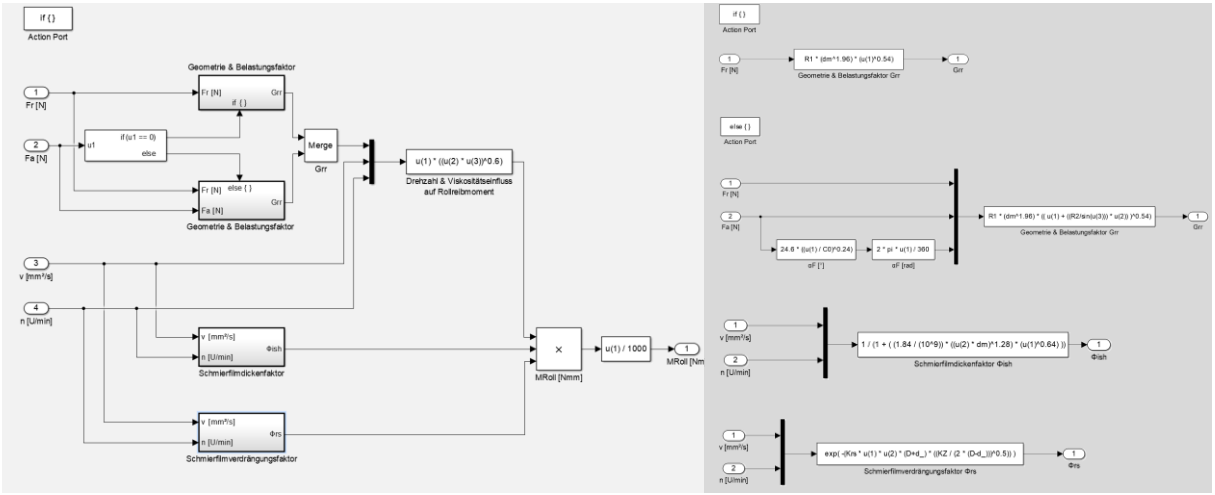


Abbildung 3-38: Bibliotheksmodell Radial-Rillenkugellager – innere Berechnungsstruktur Ebene 2 (hellgrau) – Rollreibung mit Unterebenen 3 (grau)

In der Abbildung 3-39 ist die Berechnung des Gleitreibmomentes offengelegt. Der Geometrie- und Belastungsfaktor folgt allen Erläuterungen des vorherigen Absatzes. Während im vorherigen Absatz die Schmierfilmverdrängung und –dicke berücksichtigt wurde, wird an dieser Stelle der Reibbeiwert μ herangezogen. Dadurch entsteht ein der *Coulomb-Reibung* ähnliches Berechnungsmodell. Der Reibbeiwert variiert unter Einfluss der Viskosität und der Drehzahl. Während das Rollreibungsmoment mit der Drehzahl steigt, sinkt das Gleitreibungsmoment mit ihr. Das Gleitreibungsmoment bildet das Anlaufverhalten ab (überhöhtes Reibmoment). Gemeinsam bilden beide Berechnungen unter Erzeugung eines *Break-Even-Points* die Charakteristik der *Stribeck-Kurve* ab (vergleiche Abbildung 2-27).

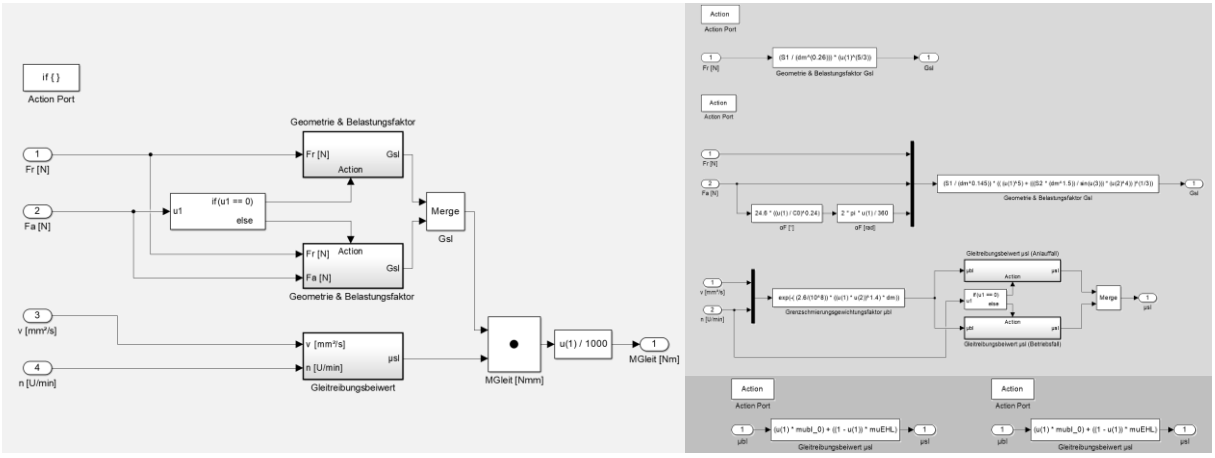


Abbildung 3-39: Bibliotheksmodell Radial-Rillenkugellager – innere Berechnungsstruktur Ebene 2 (hellgrau) – Gleitreibung mit Unterebenen 3 (grau) und 4 (dunkelgrau)

In der Abbildung 3-40 ist die Berechnung der Strömungsverluste offengelegt. Die Berechnung wurde bewusst in die Berechnungsanteile des ersten *SKF*-Modells von 2003 und dem erweiterten Modell von 2009 aufgeteilt. Die Berechnung unterscheidet sich in den Wälzlagern über die Wälzkörper. Der hier dargestellte Fall gilt für kugelige Wälzkörper.

Mit dem Korrekturfaktor werden die Sonderfälle der Öleinspritzschmierung und der im Ölbad vertikal-gelagerten Lager angenähert. Die *Look-Up-Table* ist als eine *kubisch-Spline-Interpolation* ausgeführt. Es ist unbedingt erforderlich die Extrapolation durch ein *Clipping* zu unterdrücken, da die Ölwiderstandsvariable ein sättigendes Maximum aufweist (vergleiche Abbildung 3-35 links).

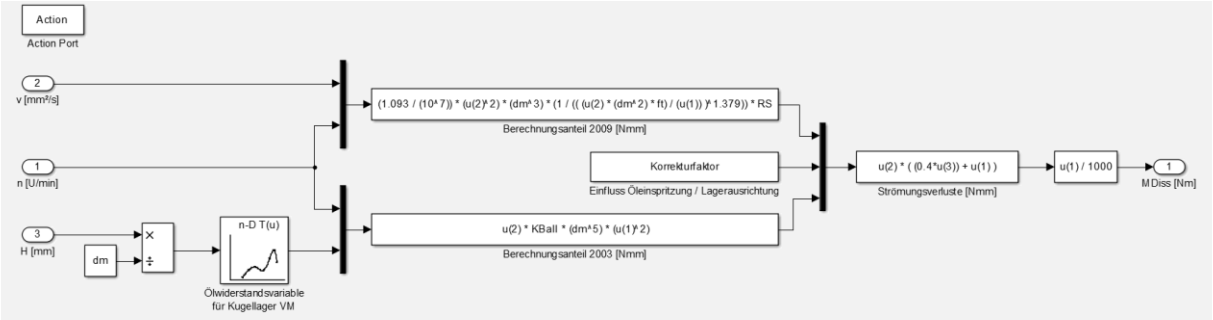


Abbildung 3-40: Bibliotheksmodell Radial-Rillenkugellager – innere Berechnungsstruktur Ebene 2 - Strömungsverluste

Abschließend erfolgt ein Vergleich mit dem aktuellen Online-Rechner von *SKF*[260]. Ein vollständiger *Debug-Vorgang* aller Wälzlager ist zu zeitaufwendig, weswegen nur ein Radial-Rillenkugellager; ein Schrägkugellager und ein Zylinderrollenlager geprüft werden (siehe Tabelle 69). Diese Lager, bzw. das dem Zylinderrollenlager artverwandte Nadellager, kommen in den in Kapiteln 2.4; 2.5; 2.6 und 2.7 untersuchten Zulieferkomponenten vor.

Obwohl das Berechnungsmodell von 2009 noch im aktuellen *SKF*-Hauptkatalog „17000" referenziert wird, erzeugt der Online-Rechner Abweichungen im Roll- und Gleitreibungsmoment. Dies kann auf eine genauere Parametrierung zurückgeführt werden. Ggf. hat *SKF* zu seinem Lagerprogramm einen umfangreichen Parametrierdatensatz, welcher schlicht nicht veröffentlicht werden muss, da der Online-Rechner angeboten wird.

Das Planschmoment stimmt jedoch nahezu komplett überein. Im Bereich der Rollenlager ist eine Abweichung im Dissipationsmoment festzustellen. Diese kann auf den Einsatz von nur 4 Kommastellen in der Regressionsgleichung von C_w zurückgeführt werden[261].

Tabelle 69: Auszugsweiser Vergleich der aufgebauten Modellbibliothek mit der Online-Bibliothek von *SKF*

	Simulink-Modell				Online Rechner von SKF[260]			
Lager	M_{Roll}	M_{Gleit}	M_{Diss}	M_{Anlauf}	M_{Roll}	M_{Gleit}	M_{Diss}	M_{Anlauf}
Radial-Rillenkugellager[262]	≈ 11Nmm	≈ 17Nmm	≈ 2,8Nmm	≈ 51,5Nmm	17,7Nmm	22,9Nmm	2,9Nmm	68,7Nmm
Schrägkugellager[263]	≈ 16Nmm	≈ 23,5Nmm	≈ 4Nmm	≈ 71,5Nmm	8,69Nmm	20,6Nmm	4,12Nmm	61,9Nmm
Zylinderrollenlager[264]	≈ 23,5Nmm	≈ 6,5Nmm	≈ 7,1Nmm	≈ 48,5Nmm	25,3Nmm	6,55Nmm	7,76Nmm	49,1Nmm

[260] Online parametriert am 09.11.2022 unter: https://skfbearingselect.com

[261] Plattformen wie *Microsoft Excel®*; *R-Studio*; *MATLAB®* geben per *default* nur 4 oder 5 Kommastellen aus. Die tatsächlichen ermittelten Werte nutzen jedoch mindestens die Auflösung des double-Formates mit schätzungsweise 16 Stellen, welche für interne Berechnungen weiter genutzt werden

[262] 6200 | n=440min^{-1} | Fr = 1000N | Fa = 1000N | $\nu_{40°C}$=300mm²/s | $\nu_{100°C}$=299mm²/s | T=40°C | $H_{Öl}$=10mm

[263] 7200 BECBP | n=440min^{-1} | Fr = 1000N | Fa = 1000N | $\nu_{40°C}$=300mm²/s | $\nu_{100°C}$=299mm²/s | T=40°C | $H_{Öl}$=10mm

[264] NJ 202 ECP | n=440min^{-1} | Fr = 1000N | Fa = 100N | $\nu_{40°C}$=300mm²/s | $\nu_{100°C}$=299mm²/s | T=40°C | $H_{Öl}$=10mm

3.2.3.8 Atomisches Modell: Stirnradstufe

Das Modell „Stirnradstufe“ (siehe Abbildung 3-41 links) kann per *drag’n‘drop* aus der Bibliothek „Atomische Modelle“ in die Simulationsoberfläche gezogen werden. Auf der Oberseite des Modells ist ein Schalteingang. vorhanden. Mit dem Wert „1“ wird das Element aktiviert. Eingangswerte befinden sich auf der linken Seite; die Ausgangswerte auf der rechten Seite[246]. Mit einem Klick (LMT) auf den Funktionsblock öffnet sich die innere Parametrierung des Modells (siehe Abbildung 3-25 rechts).

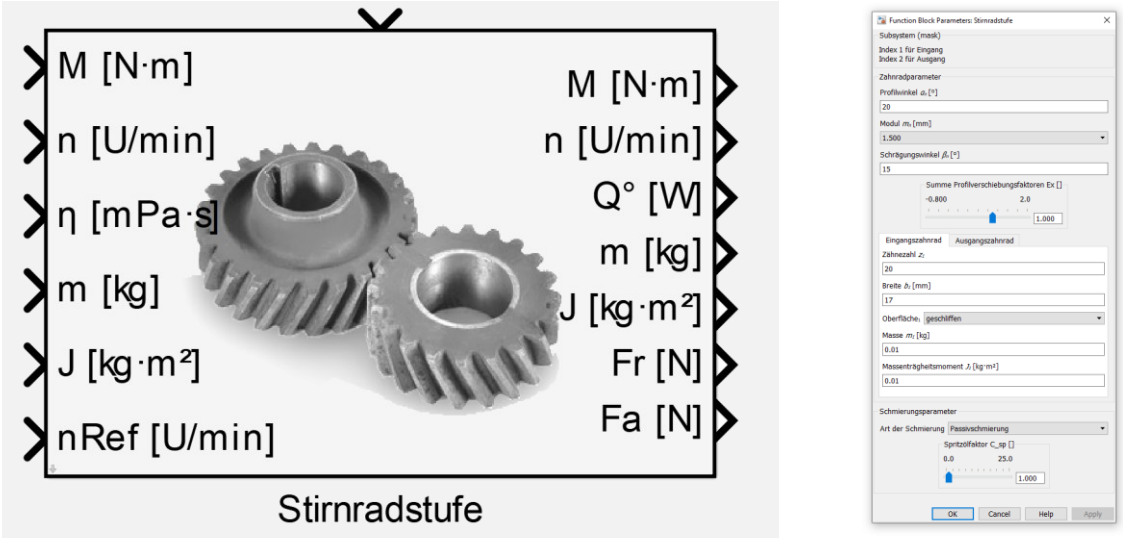


Abbildung 3-41: Bibliotheksmodell Stirnradstufe mit äußeren Schnittstellen (links) und innerer Parametrierung (rechts). Innere Parametrierung erweitert sich durch Wahl einer anderen Schmierungsart

Das Untermenü in Abbildung 3-25 rechts ist sehr komplex. Hierzu ist ein neues wartungssicheres Konzept für dynamische Dropdowns eingesetzt worden. Außerdem ist die Übersicht in diesem Iterationsschritt der Parametrierungsmaske in Parametercontainer gruppiert; in Tabs geordnet und mittels *html* verfeinert worden.

Der Fall der Passivschmierung ist für Zahnradpaare abgeleitet worden, welche nicht selbst im Ölbad laufen, jedoch über Schmierstoffnebel und Tropfenbildung vom Gehäuse geschmiert werden. Hierzu wird vorgeschlagen den Parameter C_{sp} (siehe Abbildung 2-75) von dem Zahnradpaar zu übernehmen, welches im Öl eintaucht.

Das Berechnungsmodell aus Kapitel 2.5 wurde unter Einsatz einer Degeneration auf übernommen, um der aktuellen Modellphilosophie treu zu bleiben nur einen einzigen Viskositätsparameter in den Modelleingang zuzulassen[265]. Die Degeneration betrifft ausschließlich die Einspritzschmierung:

$$M_H = \left(1{,}67 \cdot 10^{-6} \cdot 2\left[\frac{l}{min}\right] \cdot d_w \cdot \left(\left(v_t \cdot \rho_{\ddot{o}l(T)}\right) + \eta_{(T)}\right)\right) + \left(32 \cdot 10^{-9} \cdot \rho_{\ddot{o}l(T)} \cdot {d_w}^{1,5} \cdot \left(\frac{\eta_{(T)}}{\rho_{\ddot{o}l(T)}}\right)^{0,065} \cdot m^{0,18} \cdot b^{0,5} \cdot {v_t}^{1,5 \cdot \left(\frac{Q_{\ddot{o}l}}{2\left[\frac{l}{min}\right]}\right)^{0,1}}\right) + 0{,}1$$

$$M_H = 8{,}33 \cdot 10^{-6} \cdot 2\left[\frac{l}{min}\right] \cdot d_w \cdot \left(\left(v_t \cdot \rho_{\ddot{o}l(T)}\right) + \eta_{(T)}\right)$$

[265] In einer möglichen weiteren Entwicklungsstufe ist aus dem Schmiermittelsumpf einen Vektor herauszuschicken, welcher die dichte- und temperaturabhängige Viskosität η; die temperaturabhängige Viskosität ν; die temperaturabhängige Dichte ρ; die Temperatur; Schmierstoffart; Schmierstoffbasis; Schmierstoffzusätze und ggf. weitere enthält. Das würde eine höhere Bedienerfreundlichkeit durch zentrale Parametrierung mit sich führen

In Abbildung 3-42 ist ein Auszug der initialisierenden Berechnungen dargestellt. Die Initialisierungsberechnungen zu Zahnrädern folgen der Auflistung im Anhang. Die Berechnungen sind aus einem früheren Projekt abgeleitet und mittels einer *Microsoft Excel®*-Tabelle debuggt. Problematisch reagiert *SIMULINK®* auf das Übersetzungsverhältnis „u“, weswegen am Ende der initialisierenden *MATLAB®* Berechnungen die Variable in „i“ umbenannt werden muss[266].

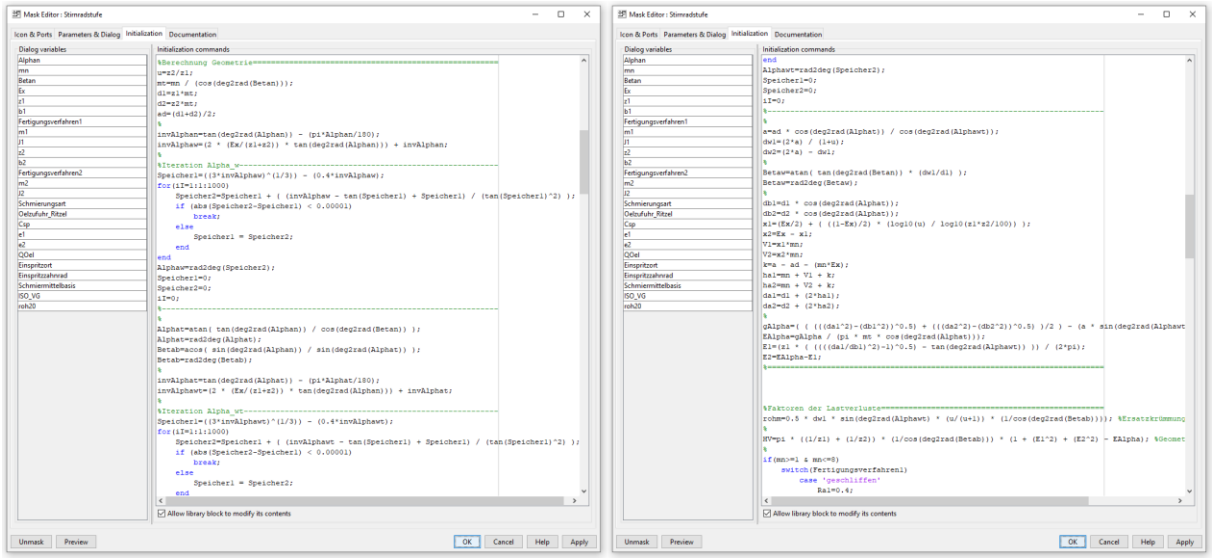


Abbildung 3-42: Auszug Initialisierende Berechnungen für das Stirnradpaar per Matlab-Interpreter in der Maske

In Abbildung 3-43 ist die innere Berechnungsstruktur der Zahnradstufe offengelegt. Die Drehzahl (Signalfluss 2) wird unter Einsatz des Zahnradstufen-Übersetzungsverhältnis in die Ausgangsdrehzahl transformiert. Es wird davon ausgegangen, dass die Evolventenverzahnung unabhängig vom Schrägungswinkel und der Zähnezahl eine schwankungsfreie Drehzahlwandlung ermöglicht. Aus der Winkelgeschwindigkeit am Eingang leitet sich die Wälzgeschwindigkeit ab und die Verlustleistung, bzw. der Wärmestrom (Ausgang 3) ermittelt.

Das Eingangsmoment (Signalfluss 1) wird im Fall einer Parallelschaltung (Modus „011“) zu null gesetzt, auch wenn genau genommen auf die Verzahnung aus in Serie geschalteten Lagern Leerlaufverluste zurückkoppeln (Leerlaufwiderstandsmoment an Verzahnung aus Abtrieb). Das Moment dient der Berechnung der Radial und Axialkraft, welche für Lagerbelastungen auf „Zellulärer Ebene“ benötigt werden. Das Moment wird außerdem zur Berechnung der lastabhängigen Verluste benötigt. Nach Abzug des Reibungsmomentes vom Eingangsmoment wird mithilfe der Übersetzung das Ausgangsmoment gebildet. Dieser Vorgang muss sehr kritisch betrachtet werden, da an dieser Stelle eine Skalierung der Verluste mit der Übersetzung geschieht. Selbes gilt für den Wärmestrom (Ausgang 3). Hierzu lassen sich folgende Angaben in der Literatur finden:

- Die lastbedingte Verlustleistung wird auf die Eingangsleistung bezogen [67, S. 389]
- Die leerlaufbedingte Verlustleistung bei Tauchschmierung (Passivschmierung) wird auf die Leistung des größeren Zahnrades bezogen [67, S. 393]
- Die leerlaufbedingte Verlustleistung bei Einspritzschmierung wird auf die Leistung des gewählten [Anmerkung: angespritzten] Zahnrades bezogen [67, S. 393]

[266] In *SIMULINK®* wird die Variable u zur Übergabe zwischen Systemblöcken verwendet. Sind die Übergabegrößen nicht vektoriell, ist die Syntax „u(1)“ optional und die Syntax „u“ wird ermöglicht.

Für die lastbedingten Reibungsverluste P_V wird festgestellt, dass ein Abzug der Verluste vor der Übersetzungsrechnung erfolgen muss. Der Wärmestrom, bzw. die Verlustleistung wird mit der Eingangsdrehzahl n_1 gebildet:

$$P_2 = P_1 - P_{Verlust} \qquad \Rightarrow M_2 \cdot i = M_1 - \frac{P_V}{n_1} \qquad \Rightarrow M_2 \cdot i = M_1 - \frac{f_V \cdot P_1}{n_1} \qquad \Rightarrow M_2 = \frac{M_1 - f_V \cdot M_1}{i}$$

Zur einheitlichen Berechnung der Verlustleistung und des Ausgangsmoment müssen die Leerlaufverluste in allen Fällen auf das Eingangszahnrad bezogen werden. Im Fall der Tauchschmierung (Passivschmierung) werden die Verluste mit dem Übersetzungsverhältnis i skaliert, wenn die Zähnezahl des Ausgangszahnrad z_2 größer ist als die des Eingangszahnrad z_1.

Im Fall der Einspritzschmierung erfolgt eine Skalierung mit dem Übersetzungsverhältnis i, wenn das Ausgangszahnrad angespritzt wird und dadurch eine Verlustmoment-Ermittlung mit d_{w2} erfolgt ist.

Die kumulierte Masse (Signalfluss 4) wird um die Masse der Zahnräder erhöht. Das Trägheitsmoment (Signalfluss 5) wird auf die Referenzdrehzahl reduziert und aufsummiert. Beide Berechnungen werden im Fall einer Parallelschaltung (Modus „011“) nicht auf die kumulierten Werte aufgerechnet, sondern isoliert ins nächste System weitergegeben. Die Übersetzung (Signalfluss 6) wird faktorisiert.

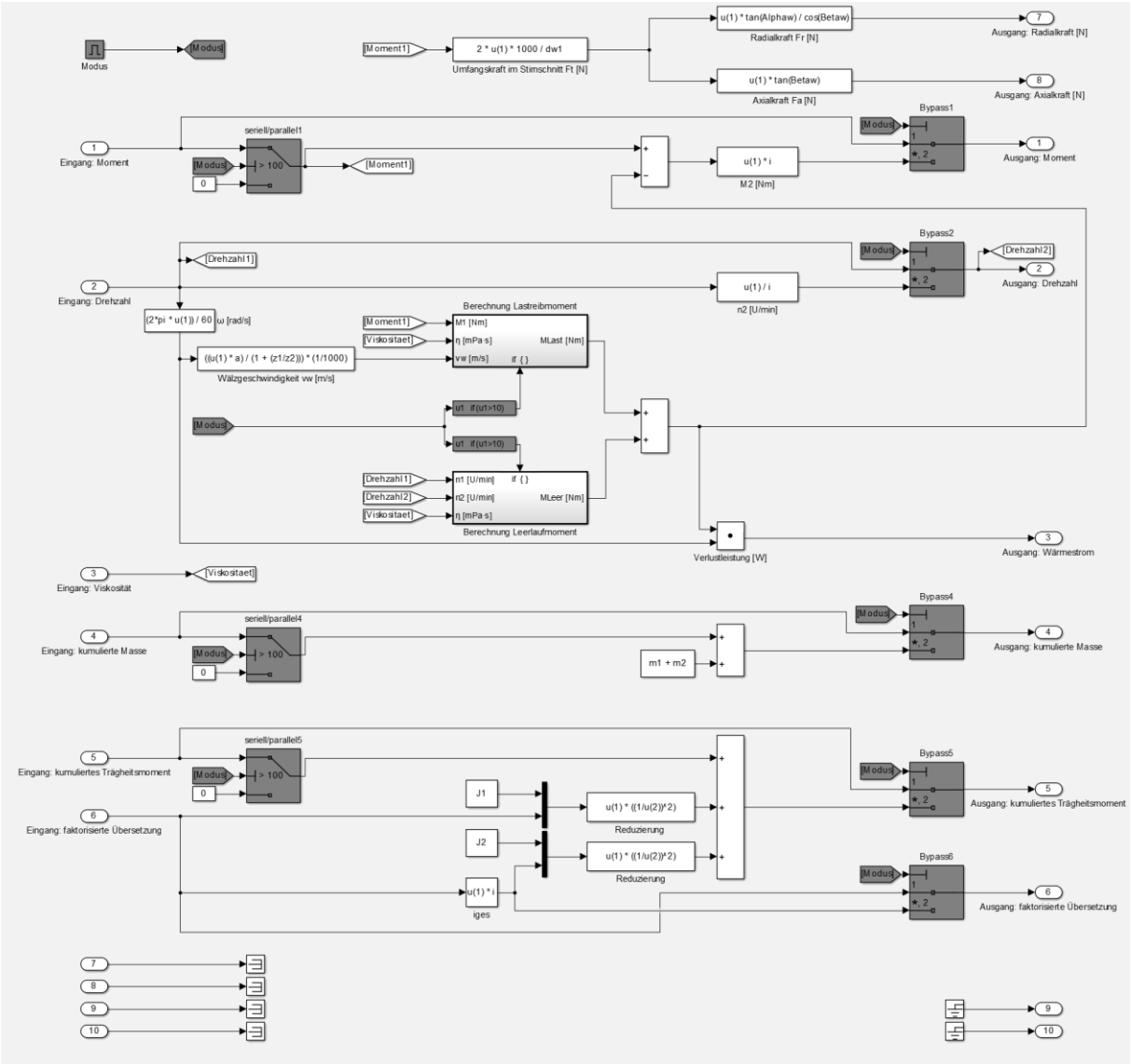


Abbildung 3-43: Bibliotheksmodell Stirnradstufe – innere Berechnungsstruktur Ebene 1

In Abbildung 3-44 ist die innere Berechnungsstruktur des lastabhängigen Verlustmomentes aufgezeigt. Der Geometriefaktor H_V wird einmalig in der Initialisierung der Maske (siehe Abbildung 3-42) berechnet. Die Berechnung erfolgt in Übereinkunft mit den Angaben in Kapitel 2.5.

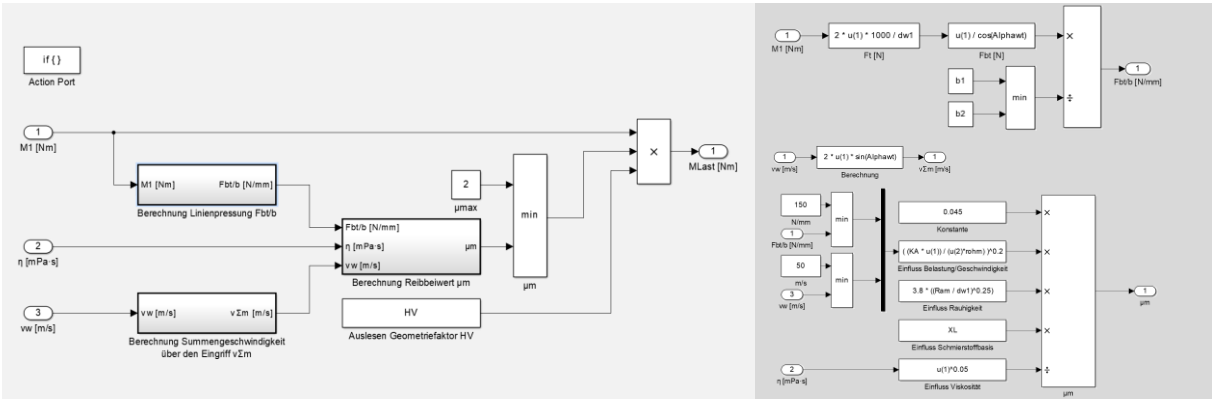


Abbildung 3-44: Bibliotheksmodell Stirnradpaar – innere Berechnungsstruktur Ebene 2 (hellgrau) – Lastmoment mit Unterebenen 3 (grau)

In Abbildung 3-45 ist die innere Berechnungsstruktur des leerlaufbedingten Verlustmoments aufgezeigt. Die Berechnung der Passivschmierung beruht direkt auf der Berechnung der Tauchschmierung. Ihr wird jedoch ein gesonderter Berechnungsfall zugewiesen, um eine bessere Nachvollziehbarkeit zu erreichen. Interessanterweise spielt die Viskosität nur in dem Modell zur Errechnung der Verluste bei Einspritzschmierung eine Rolle.

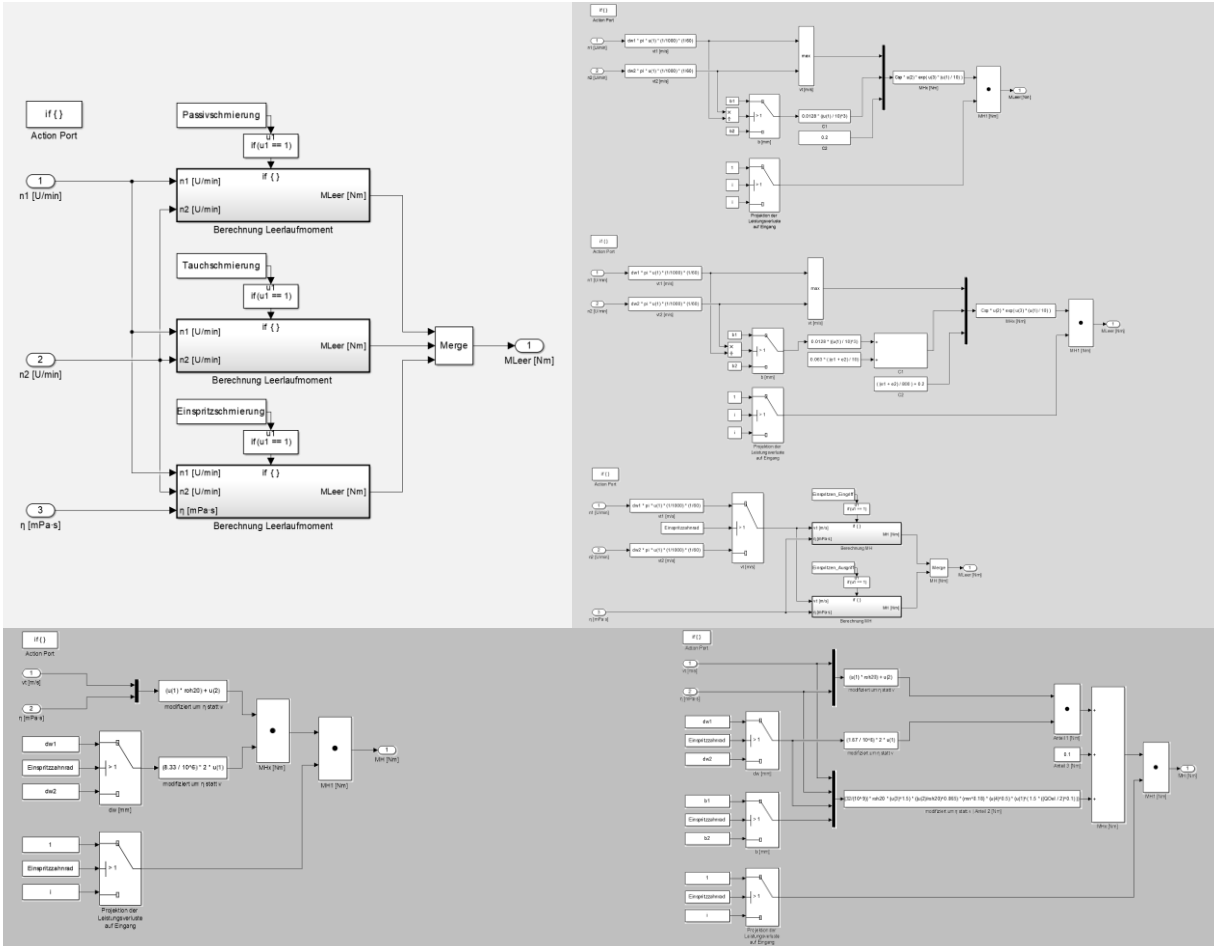


Abbildung 3-45: Bibliotheksmodell Radial-Rillenkugellager – innere Berechnungsstruktur Ebene 2 (hellgrau) – Leerlaufmoment mit Unterebenen 3 (grau) und 4 (dunkelgrau). Einspritzen in Ausgriff (links unten); in Eingriff (rechts unten)

3.2.3.9 Atomisches Modell: Stirnrad-Planetenstufe

Die Modellierung einer Planetengetriebestufe kann nicht in Einklang mit der Philosophie eines reinen „Atomischen Modells“ oder eines „Zellulären Modells“ gebracht werden. Mit dem Aufbau des Modells wird begonnen nachdem die Entwicklung der Modellphilosophie auf Ebene der „Zellulären Ebene“ abgeschlossen ist. Zu diesem Zeitpunkt liegen viele komplexe Techniken vor mit welchem die Anforderungen, welche die Baugruppe stellt, erfüllt werden können.

Eine Stirnrad-Planetenstufe stellt eine Baugruppe aus „Atomischen“ Reibungsverursachern dar. Sie besteht aus Stirnradstufen; Kugellagern oder Gleitlagern und kann geschaltet werden. Tatsächlich stellt die Baugruppe bereits ein komplettes offenes Getriebe dar. Das Problem des Aufbaus eines „Zellulären Modells“ liegt in der Kapselung der Modelle. Die Berechnung der Massenträgheit muss von außerhalb erfolgen; die Schaltbarkeit des Getriebes führt zur Notwendigkeit bis zu 7 Getriebe innerhalb des „Zellulären Modells“ aufzustellen. Damit würde der Aufbau des Modells virtuell sein und nicht der Realität entsprechen, womit die Anstrengung ein „Zelluläres Modell“ zu nutzen, um schnell die Zusammenhänge des Aufbaus abzulesen vergeblich ist.

Der Aufbau eines „Atomischen Modells“ führt schnell zur Frage, wie die Lagerverluste gehandhabt werden. An dieser Stelle wird eine Systemgrenze gezogen und die Lagerkräfte nach außen geleitet. Um extern die Lager modellieren zu können werden Informationen wie Drehzahlen; Interne Übersetzungen und Kräfte nach außen gelitten (siehe Modellausgänge in Abbildung 3-46). Zur Errechnung der Verluste stehen sämtliche Module aus dem Modell der Stirnradstufe (siehe Kapitel 3.2.3.8) bereit. Dynamische Ölverluste aus der Rotation könnten auf diese Weise intern problemlos berechnet werden. Die Schaltbarkeit des Getriebes kann mithilfe der Modus-Variable erfolgen (siehe Kapitel 3.2.3.1). Da diese Variable als quasibinäre Größe entworfen worden ist, bleiben mindestens 9 Speicherplätze das Getriebe zu schalten, ohne die Funktion der Schaltbarkeit auf paralleler und serieller Ebene zu beeinträchtigen.

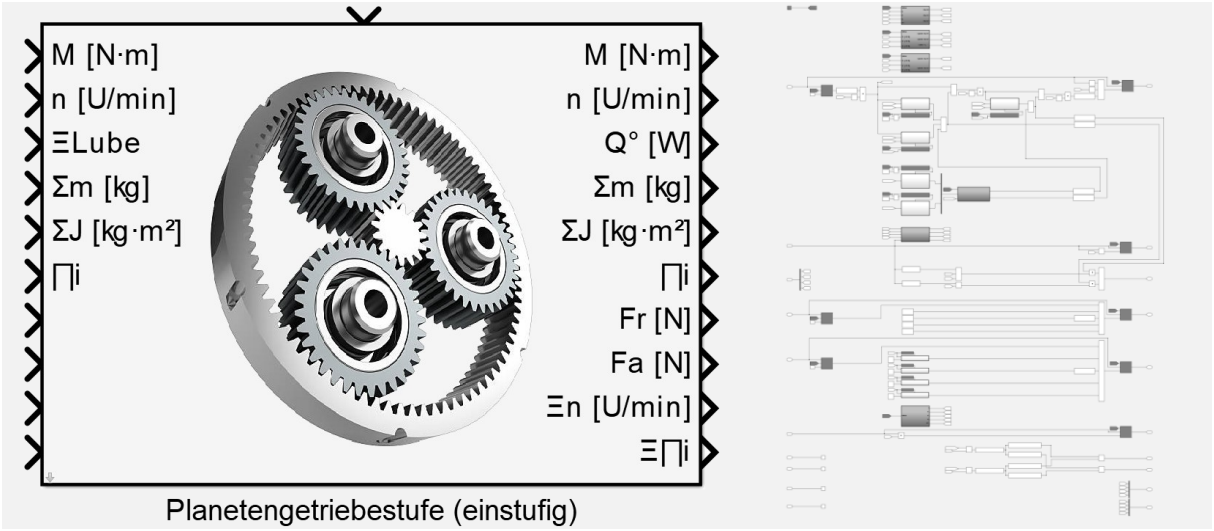


Abbildung 3-46: Bibliotheksmodell Planetengetriebestufe mit äußeren Schnittstellen (links); Innerer Modellaufbau auf erster Ebene (rechts)

Mit der Ermittlung der Teilübersetzungen; der einzelnen Drehzahlen und Momente steht das gesamte System. Die Abhandlung der Berechnung ist derart kompliziert, wobei sie überwiegend aus *Signal-Rooting* besteht, dass sich entschieden wird das Vorgehen nicht zu dokumentieren. Die Informationen haben keinen wissenschaftlichen Wert über die Berechnungsmethoden, zumal die Ansätze bereits recherchiert und dokumentiert sind. Die oberste Ebene des Modells ist in Abbildung 3-46 rechts dargestellt. Das Modell ist extrem groß. Das Modell kann im Wesentlichen durch die Erklärung der Übersetzungen erklärt werden.

Eine Planetengetriebestufe verhält sich exakt wie ein Radial-Rillenkugellager. Im Fall des vorliegenden Stirnradgetriebes liegt eine Schlupffreiheit vor. Im Kapitel 2.3 wird eine Formel angegeben, welche zur Berechnung der Winkelgeschwindigkeit der Wälzkörper genutzt wird. Diese kann gleichermaßen zur Berechnung der Drehzahl, als auch der parameterverwandten Übersetzung genutzt werden. Mithilfe der Angaben im Anhang zu Übersetzungen in Planetengetrieben werden die Gänge des Modells in Tabelle 70 festgelegt.

$$n_2 = \left(\frac{Laufbahndurchmesser}{Planetendurchmesser} - \frac{Planetendurchmesser}{Laufbahndurchmesser}\right) \cdot \frac{Hohlraddrehzahl - Sonnenraddrehzahl}{2}$$

$$\Rightarrow n_2 = \left(\frac{d_1 + d_2}{d_2} - \frac{d_2}{d_1 + d_2}\right) \cdot \frac{n_3 - n_1}{2}$$

$$\Rightarrow n_2 = \left(\left(\frac{d_1}{d_2} + 1\right) - \left(\frac{d_2}{d_1} + 1\right)\right) \cdot \frac{n_3 - n_1}{2}$$

$$\Rightarrow n_2 = \left(\left(\frac{z_1 \cdot m_t}{z_2 \cdot m_t} + 1\right) - \left(\frac{z_2 \cdot m_t}{z_1 \cdot m_t} + 1\right)\right) \cdot \frac{n_3 - n_1}{2}$$

$$\Rightarrow n_2 = \left(\frac{z_1}{z_2} - \frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \frac{n_3 - n_1}{2}$$

Tabelle 70: Erweiterung des Modus zur Schaltung des Planetengetriebes ($n_{out} = i \cdot n_{in}$). Der Modus „001“ erfüllt weiterhin die Möglichkeit eines Bypasses

		1:1	Untersetzung			Übersetzung		
	Gang nach Tabelle	④	①	②	③	⑦	⑥	⑤
Modi	Bypass	001	002	003	004	005	006	007
	Parallelbetrieb	011	012	013	014	015	016	017
	Seriellbetrieb	111	112	113	114	115	116	117
Übersetzung	Gesamt	$i = 1$	$i = -\frac{\lvert z_3 \rvert}{z_1}$	$i = 1 + \frac{z_1}{\lvert z_3 \rvert}$	$i = 1 + \frac{\lvert z_3 \rvert}{z_1}$	$i = -\frac{1}{\frac{\lvert z_3 \rvert}{z_1}}$	$i = \frac{1}{1 + \frac{z_1}{\lvert z_3 \rvert}}$	$i = \frac{1}{1 + \frac{\lvert z_3 \rvert}{z_1}}$
	Sonne	$i_1 = 1$	$i_1 = 1$	$i_1 = 0$	$i_1 = 1$	$i_1 = i$	$i_1 = 0$	$i_1 = i$
	Planeten	$i_2 = 1$	$i_2 = \left(\frac{z_1}{z_2} - \frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \frac{i_3 - i_1}{2}$			$i_2 = \left(\frac{z_1}{z_2} - \frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \frac{i_3 - i_1}{2}$		
	Hohlrad	$i_3 = 1$	$i_3 = i$	$i_3 = 1$	$i_3 = 0$	$i_3 = 1$	$i_3 = i$	$i_3 = 0$
	Planetenträger	$i_{PT} = 1$	$i_{PT} = 0$	$i_{PT} = i$	$i_{PT} = i$	$i_{PT} = 0$	$i_{PT} = 1$	$i_{PT} = 1$
Drehzahlen	Sonne	$n_1 = n$	$n_1 = n_{in}$	$n_1 = 0$	$n_1 = n_{in}$	$n_1 = n_{out}$	$n_1 = 0$	$n_1 = n_{out}$
	Planeten	$n_2 = 0$	$n_2 = \left(\frac{z_1}{z_2} - \frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \frac{n_3 - n_1}{2}$			$n_2 = \left(\frac{z_1}{z_2} - \frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \frac{n_3 - n_1}{2}$		
	Hohlrad	$n_3 = n$	$n_3 = n_{out}$	$n_3 = n_{in}$	$n_3 = 0$	$n_3 = n_{in}$	$n_3 = n_{out}$	$n_3 = 0$
	Planetenträger	$n_{PT} = n$	$n_{PT} = 0$	$n_{PT} = n_{out}$	$n_{PT} = n_{out}$	$n_{PT} = 0$	$n_{PT} = n_{in}$	$n_{PT} = n_{in}$

In Tabelle 70 liegt die Essenz zur Berechnung aller Größen des Planetengetriebes. Unter Vernachlässigung der Reibung können mit den Parametern direkt die auf die Planeten wirkenden Kräftepaare errechnet werden. Während auf die Planeten eine Differenzkraft aus den gegenüberliegenden Zahnkontakten wirkt (sowohl in Radial-, als auch Axialrichtung), wirken auf die Sonne und das Hohlrad idealerweise keine Kräfte, solange wenigstens 2 Planeten die Sonne umkreisen (Bauteilkräfte heben sich jeweils auf, da ihr Ursprung oder Ziel der Sonnenschwerpunkt ist).

Genauer betrachtet werden muss der Momentverlauf (Signalfluss 1 in Abbildung 3-47). Der Momentfluss ist in einen äußeren Rahmen eingespannt. Dieser Rahmen verfolgt die Philosophie das Moment am Eingang durch die Anzahl der Planeten zu teilen und am Ende mit der Anzahl der Planeten zu multiplizieren. Um die Richtung der Verluständerungen im Griff zu haben werden sämtliche Teilübersetzungsrechnungen mit dem Betrag der Übersetzung durchgeführt. Aus diesem Grund wird abschließend rechtsseitig mit der Signum-Funktion des Momenteingangs und der Signum-Funktion der Gesamtübersetzung die Richtung des durch die Verluste geminderten Drehmoments wiederhergestellt.

Es gilt eine Besonderheit am Momenteingang. Wenn das Getriebe am Planetenträger angetrieben wird (Gang „**6“ und „**7“ nach Tabelle 70) muss eine initiale Übersetzungskorrektur mit der nullten Stufe vorgenommen werden, da im Momentfluss das Moment an einem Planetenrad benötigt wird. Es sind diese beiden Gänge welche einen parallelen Verlust fahren, das heißt am Planetenrad fallen die Reibungsverluste vom Hohlradkontakt und vom Sonnenradkontakt an. Für sie gilt der Sonderfall einer festgelegten virtuellen Einheitsübersetzung an der ersten Stufe. Die Übersetzung der ersten Stufe wird leitet in den anderen Gängen einen seriellen Verlust ein. Wird beispielsweise an der Sonne angetrieben, fallen die ersten Verluste an der Sonne an. Dann werden die Verluste vom Moment abgezogen und die Übersetzungsrechnung mit der ersten Stufe vorgenommen. Die Verluste welche nun an den Planeten abfallen werden als seriell abgezogen. Mit der Übersetzung der zweiten Stufe wird die Gesamtübersetzung hergestellt. Aber Achtung: mit der Multiplikation mit der zweiten Übersetzung, muss wieder durch die erste Übersetzung geteilt werden, da die Übersetzungen in Tabelle 70 Direktadressen relativ von der Eingangsübersetzung 1 sind.

Die Leerlaufverluste werden immer auf das größere Rad bezogen. Außerdem werden sie durch die Anzahl der Planeten geteilt, sodass sie am Ende nur einfach statt mehrfach das Moment schmälern.

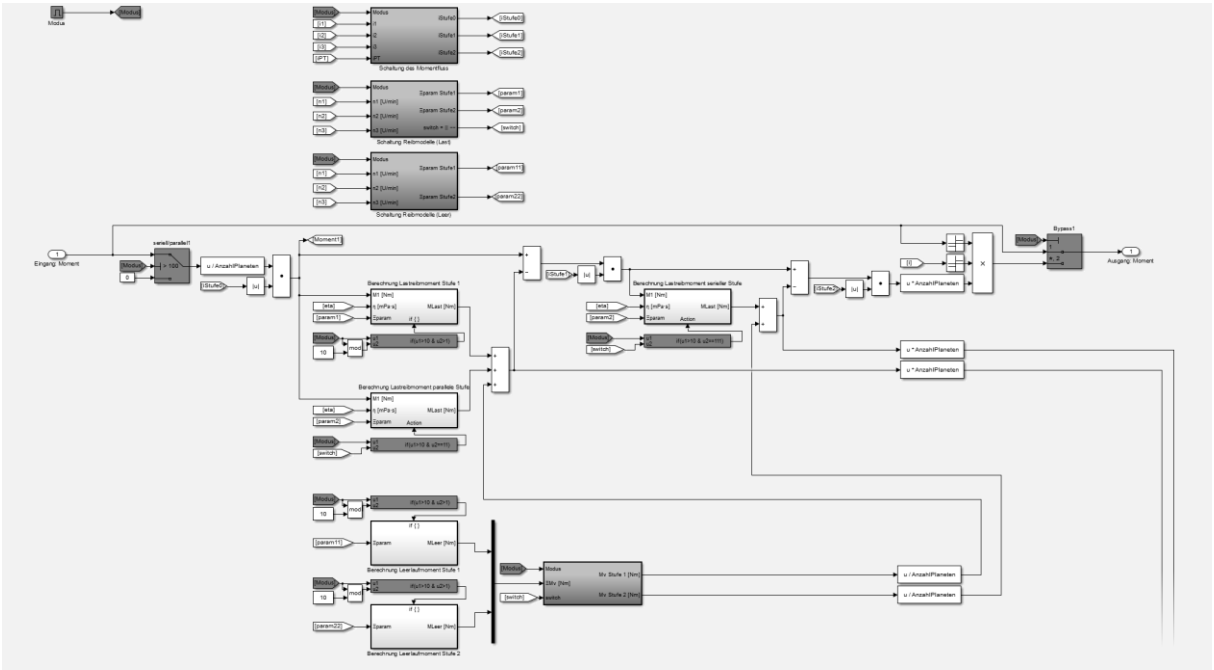


Abbildung 3-47: Bibliotheksmodell Planetengetriebestufe – innere Berechnungsstruktur Ebene 1 (Auszug Signalfluss 1)

3.2.3.10 Atomische Modelle: Kettenstufe

Die bisherigen „Atomischen Modelle“ sind klar in ihre Reibungsverursacher aufgespalten, da die zugrundeliegenden Rechnungsmodelle das zugelassen haben. Die Berechnung der Kettenreibung (in Kapitel 2.6) ist auf das gesamte System der Kettenstufe bezogen. Es wird jedoch ausdrücklich erwünscht die Reibungsverursacher offenzulegen. Dies ist auf „Zellulärer Ebene“ nötig, um beispielsweise die Lagerkräfte der Kettenstufenelemente auf ein Wälzlagermodell zu leiten und eine freie Modellierung zu erlauben. Das System der Kettenstufe besteht aus den folgenden Elementen. Eine Schaltbarkeit ist an allen Kettenrädern; Ritzeln und Rollen erforderlich, da im Leertrum ebenfalls Verluste aus dem Schräglauf auftreten können.

- Kettenrad[267]
- Ritzel[267]
- Spannrolle[267]
- Leitrolle[267]
- (Leitblech)
- Kette
- Kettenschutz

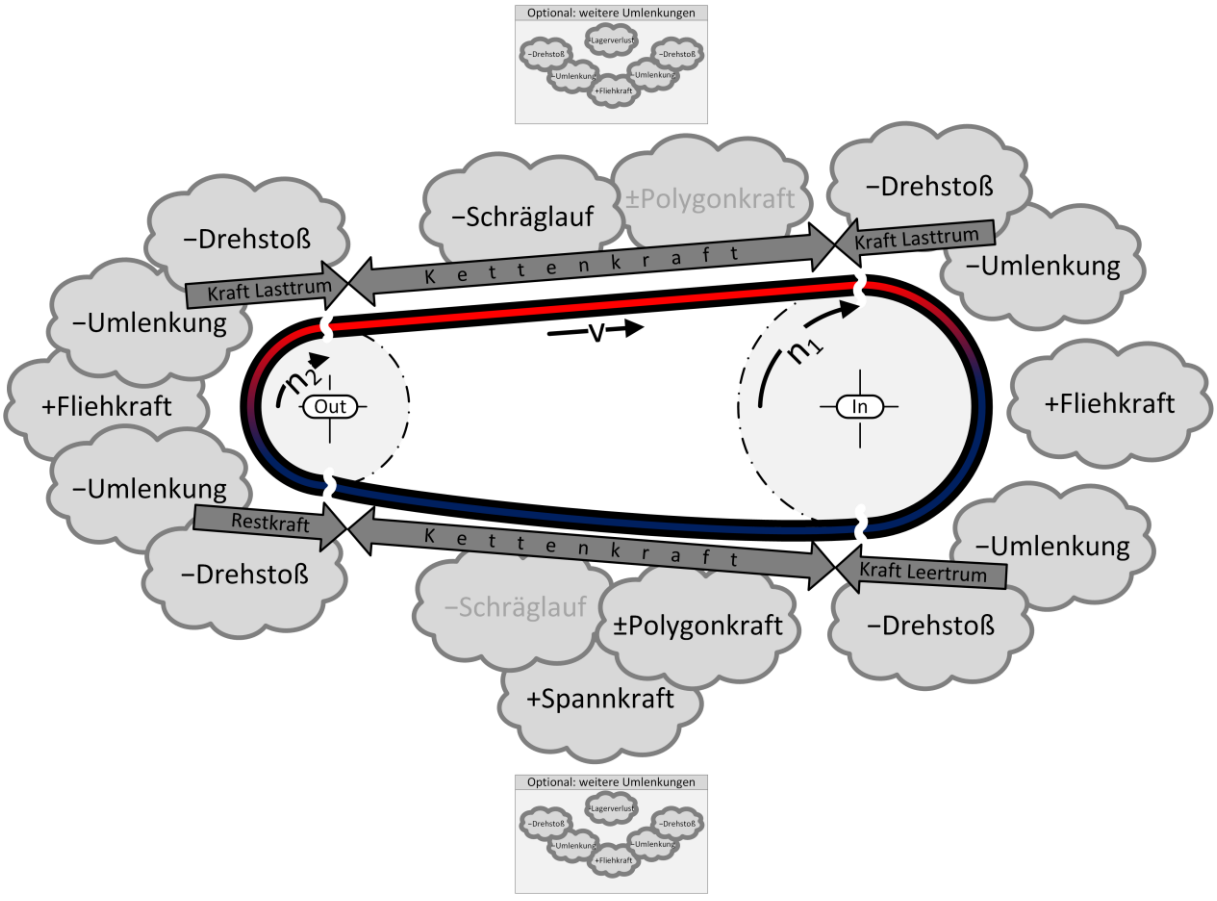


Abbildung 3-48: Betrachtung des Systems Kettentrieb auf Zellulärer Ebene und örtliche Zuordnung der Zustands-Änderungen im System. Kennzeichnung des Lasttrums durch rote Einfärbung; sowie des Leertrums durch blaue Einfärbung; Darstellung des Spannungsabbaus über den Farbverlauf. Gedankenwolken stellen Wirkungen auf die Kettenkraft dar

[267] Zuzüglich externer Lager, welche mit einer Drehzahl und einer Radialbelastung beaufschlagt werden müssen

In Abbildung 3-48 ist eine Zusammenfassung der in Kapitel 2.6 beschriebenen Reibungsmechanismen im Kettentrieb dargestellt. Eine Isolation der Reibungsverursacher in „Atomische Modelle“ steht in Widerspruch zur benutzerfreundlichen und fehlersicheren Parametrierung. Der gewählte Kompromiss geht den Weg die Kettenabschnitte, welche auf Kettenblättern; Ritzeln; Spannrollen und Leitrollen liegen, Teil des „Atomischen Modells“ werden zu lassen. Dies ist angedeutet durch die Auftrennung der Kette in der Abbildung. Das Vorgehen erfordert eine globale Definition der Kette, welcher Eigenschaften in die einzelnen „Atomischen Modelle“ von einer Stelle eingeleitet werden. Dieses Vorgehen unterbindet Fehler durch abweichende und redundante Parametrierungen. Damit wird die grundlegende Modellphilosophie eingeführt Moment und Drehzahl in Kraft und Geschwindigkeit zu transformieren und mit ihnen den Leistungsstrang im Kettentrieb zu bilden.

Auf Grundlage dieser Modellphilosophie lassen sich zunächst die entstehenden Verluste direkt auf die „Atomischen Modelle“ adressieren. Da die Verluste innerhalb einzelner „Atomischer Modelle“ Parameter aus den Nachbarsystemen benötigen, müssen durch entsprechende äußere Modellschnittstellen die Werte übergeben werden.

> Es kann zusammengefasst werden, dass jede Kettenumlenkung einen leistungsmindernden Drehstoß; sowie Umlenkreibung am Eingang und Ausgang des Systems verursacht. Dabei sorgt die Fliehkraft für eine höhere Normalkraft am *Coulomb-Reibungsansatz*.
>
> Weiterhin gilt, dass jeder freie Kettenabschnitt Schräglauf-Verluste verursacht. Die Schräglaufverluste sind ebenfalls *Coulomb’scher* Natur und damit lastabhängig und auslenkungsabhängig. Die geringfügige Polygonkraft wirkt wechselnd auf die Kettenzugkraft. Im Leertrum kann eine Spannkraft aus der Montage oder einer Spannrolle auf die Kette wirken. Die Rückführung der Kette auf den Antrieb erzeugt schlussendlich ein Gegenmoment.

Da die einzelnen „Atomischen Modelle“ identische Bausteine benutzen, werden die Modell-Mechanismen isoliert einmalig vorgestellt. Die Subsysteme sind in den „Atomischen Modellen“ verbaut und zentral verlinkt, was das Fehlerpotential verringert. Die Wandlung der rotatorischen in die translatorische Bewegung und umgekehrt ist aufgrund des Polygoneffektes sehr kompliziert. Die schwankende Geschwindigkeit hat mit Zeiger auf die Energieerhaltung auch gegenläufig schwankende Momente, bzw. Kräfte zur Folge. Diese können durch einen komplizierten schwankenden Hebelarm in die Rechnungen integriert werden. Hinsichtlich der Lösbarkeit der Gleichungen sind diese Detaillierungen jedoch problematisch zu sehen, da eine Winkelabhängigkeit der Kettenscheiben besteht und damit eine Abhängigkeit des Momentes, bzw. der Kraft von der Integration der Geschwindigkeit besteht. So wurde in der bisherigen Modellphilosophie etwa mit einer „toten“ indirekten Übersetzung gerechnet, welche zur Reduktion der Massenträgheitsmomente genutzt wird[268], um Problemen der Lösbarkeit der Gleichungen vorzubeugen.

Es ist zu vernehmen, dass der Modellaufbau (Kapitel 3.2.2), wie auch das reale System keine direkte Abhängigkeit von der Geschwindigkeit, bzw. Drehzahl des Antriebs aufweist. Die Drehzahl stellt sich tatsächlich erst durch Lösung der Differentialgleichung der Fahrwiderstände ein. Die Durchschleifung der Drehzahl durch die einzelnen „Atomischen Modelle“ erfüllt lediglich die Möglichkeit der Bewertung des Drehzahlverhaltens eines Antriebstrangs hinsichtlich der Gleichförmigkeit. Das bedeutet, dass die

[268] Die Berechnung des reduzierten Trägheitsmoments erfolgt idealerweise mithilfe realer dynamischer Ist-Übersetzungen, welche mit der vorliegenden Winkelgeschwindigkeit, bzw. Geschwindigkeit und einer Referenzwinkelgeschwindigkeit gebildet werden. Der Einsatz einer toten mittleren Übersetzung erfüllt bei Modellen mit Nullschwankung der Ausgangsgeschwindigkeit, bzw. -drehzahl den Genauigkeitsanspruch

komplizierte Berechnung des Drehzahlverhaltens die Lösbarkeit der Gleichungen nicht unmittelbar berührt; die Modulation des Momentes, bzw. der Kraft jedoch die Lösbarkeit deutlich erschwert[269]. Für die Simulation kann es aus erörterten Gründen erforderlich werden mit einem mittleren Hebelarm zu arbeiten, während das Drehzahlverhalten noch dynamisch berechnet werden kann. Zu beachten ist, dass die Errechnung der Leistung und des Wirkungsgrades entweder mit dynamischem Moment und –Drehzahl oder mittlerem Moment und mittlerer Drehzahl erfolgen muss.

Statischer Ansatz

$$v = \omega \cdot r \cdot \left[\frac{1m}{1000mm}\right]$$

$$\omega = \frac{v}{r} \cdot \left[\frac{1000mm}{1m}\right]$$

$$r = \frac{U}{2\pi}$$

$$mit\ U = z \cdot p$$

Dynamischer Ansatz

$$v_{(\varphi_1)} = \omega \cdot r_{(\varphi_1)} = \frac{\omega \cdot p \cdot \cos(\varphi_1)}{2 \cdot \sin_{Deg}\left(\frac{\tau_1}{2}\right)} \cdot \left[\frac{1m}{1000mm}\right]$$

$$\omega_{(\varphi_2)} = \frac{v_{(\varphi_1)}}{r_{(\varphi_2)}} = \frac{v_{(\varphi 1)} \cdot 2 \cdot \sin_{Deg}\left(\frac{\tau_2}{2}\right)}{p \cdot \cos(\varphi_2)} \cdot \left[\frac{1000mm}{1m}\right]$$

$$r_{(\varphi)} = \frac{p \cdot \cos(\varphi)}{2 \cdot \sin_{Deg}\left(\frac{\tau}{2}\right)}$$

$$mit\ \varphi = \int \omega_{(\varphi)}$$

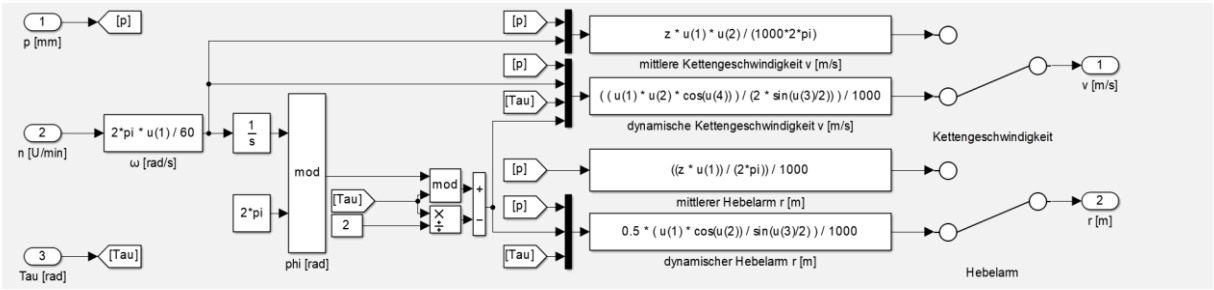


Abbildung 3-49: Bibliotheksmodellbaustein Kettentrieb – Geschwindigkeit | Hebelarm

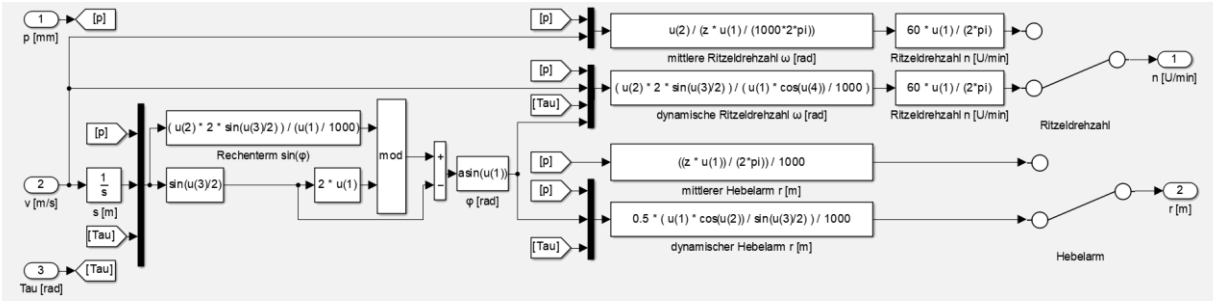


Abbildung 3-50: Bibliotheksmodellbaustein Kettentrieb – Drehzahl | Hebelarm

[269] Würde ein weiterer Berechnungsstrang integriert, welcher die Kraft und das Moment kompliziert ausrechnet, jedoch nicht in die Differentialgleichung der Fahrwiderstände einleitet, so würde die Lösbarkeit der Gleichungen nicht unmittelbar berührt werden

Die faktorisierte Übersetzung stellt einen kritischen Pfad in der Lösung der Fahrwiderstände (siehe Kapitel 3.2.2) dar. Die reale Übersetzung schwankt im Kettentrieb. Der Einfluss des schwankenden reduzierten Trägheitsmomentes kann an dieser Stelle zu Gunsten der einfachen Lösbarkeit vernachlässigt werden. Die Berechnungsansätze (siehe Abbildung 3-51) zur Bildung einer Ersatzübersetzung innerhalb der translatorischen Kettenbewegung sind im Einklang mit den Angaben in Kapitel 3.2.3.2 getroffen.

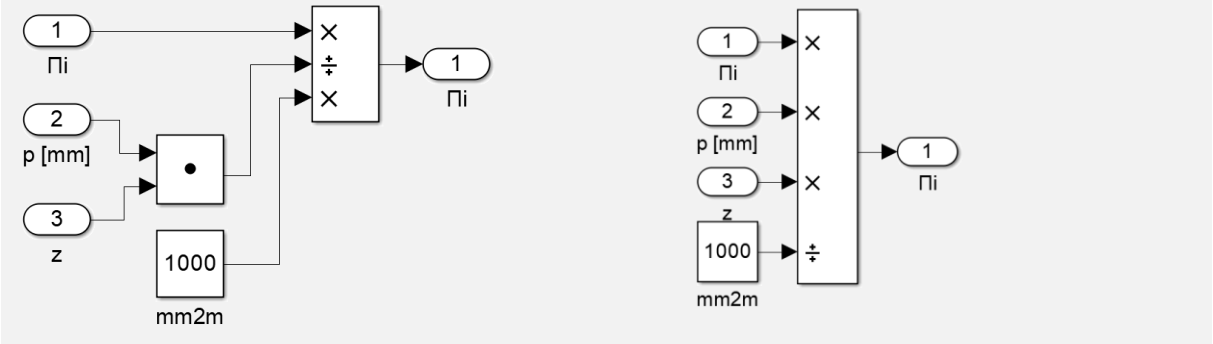


Abbildung 3-51: Bibliotheksmodellbaustein Kettentrieb – Πi rot2trans (links) und Πi trans2rot (rechts)

Für die Berechnung der kumulierten Masse und dem kumulierten reduzierten Trägheitsmoment wird neben den parametrierten Massen und Trägheitsmomenten von Kettenblättern; Ritzeln; Leitrollen und Spannrollen die Masse der Kettenabschnitte benötigt. Ein Kettenabschnitt errechnet sich durch die spezifische Masse der Kette q und die Länge l des Kettenabschnitts. Bei einem gekrümmten aufliegenden Kettenabschnitt wird die Länge über den Umschlingungswinkel β und dem Umfang $U = z \cdot p$ berechnet (vergleiche Abbildung 3-52):

$$m_{Kette} = U \cdot \frac{\beta}{360°} \cdot q \cdot \left[\frac{1m}{1000mm}\right] \qquad m_{Kette} = l \cdot q \cdot \left[\frac{1m}{1000mm}\right]$$



Abbildung 3-52: Bibliotheksmodellbaustein Kettentrieb – Masse gekrümmter Kettenabschnitt (links) und Kettenabschnitt (rechts)

Während Kettenblätter und Ritzel auf einer Welle gelagert werden, sind Leitrollen und Spannrollen direkt mit einer Lagerung verbunden. Alle Elemente werden von einer Kettenzugkraft am Eingang und am Ausgang belastet. Um die vektorielle Problematik zu vereinfachen wird davon ausgegangen, dass eine Spannkraft in Richtung des Kettenausgangs wirkt und Gewichtskräfte vernachlässigt. Mithilfe des Umschlingungswinkel β kann die Ausgangskraft in das Koordinatensystem der Eingangskraft übertragen werden und die resultierende Kraft (Satz des Pythagoras) ermittelt werden (siehe Abbildung 3-53):

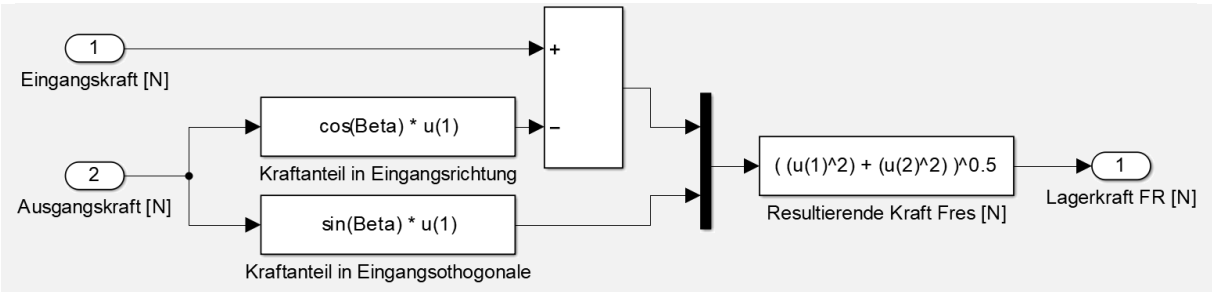


Abbildung 3-53: Bibliotheksmodellbaustein Kettentrieb – Lagerkraft

Jede Umlenkung der Kette mit dem Umschlingungswinkel β über ein Kettenrad, bzw. eine Umlenkrolle erzeugt eine Summe an Zugkräfte zwischen den Kettengliedern, da diese über die Fliehkraft von der Rotationsachse des Kettenrades/Umlenkrolle wegstreben. Der Umfang des Kettenkreises errechnet sich mit der Zähnezahl und der Teilung $U = z \cdot p$. Mit dem Umschlingungswinkel errechnet sich die Eingriffsstrecke $\varepsilon = U \cdot \beta / 360°$. Mit der Eingriffsstrecke kann die mittlere Anzahl an Kettengliedern errechnet werden, welche die Umlenkung passiert. Es wird sich entschieden die Anzahl an Kettengliedern abzurunden, da der Bolzenbereich der Kettenglieder eine stärkere Fliehkraftwirkung aufweist und ein Bolzenbereich am Ausgriff der Kette liegen kann. Mit dieser Festlegung kann die Berechnung statisch geschehen, obwohl die Fliehkraftwirkung im Realbetrieb durch die inhomogene Massenverteilung der Kette einer Schwankung unterworfen ist.

$$i_{Glieder} = \left\lfloor \frac{\varepsilon}{p} \right\rfloor = \left\lfloor z \cdot \frac{\beta}{360°} \right\rfloor \qquad F_{Zug.Fliehkraft} = \sum_{i=1}^{i_{Glieder}} \left(F_{f,i} = q \cdot v^2 \right)$$

Es wird entschieden, dass der Fliehkraftaufschlag (siehe Abbildung 3-54) auf dem umgelenkten Kettenabschnitt die Zugkraft erhöht, jedoch aufgrund geometrischer Zwangshaltung der Kette auf den Zähnen diese Kraft nicht auf die freien Kettenenden übertragen kann. Das ist so nicht ganz korrekt, die Kraftaufnahme der Kettenverzahnung ist jedoch nicht zu erfassen. Hinsichtlich der Leistung und der Energieerhaltung ist anzumerken, dass die Fliehkraft ein Moment am Eingang und ein entsprechendes Gegenmoment am Ausgang erzeugt.

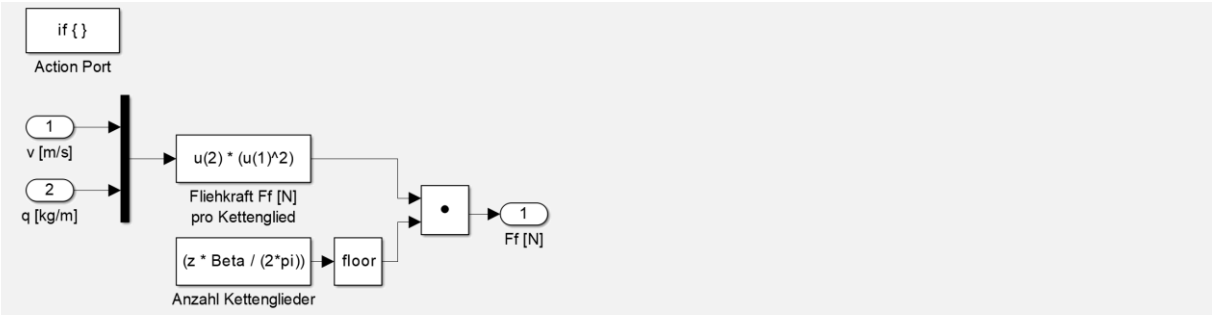


Abbildung 3-54: Bibliotheksmodellbaustein Kettentrieb – Fliehkraftaufschlag

In Abbildung 3-55 sind in Übereinkunft mit Kapitel 2.6 die Berechnung der Verluste aus der Umlenkung aufgezeigt. Die ursprünglichen Berechnungen über den Arbeitsansatz und dem Momentansatz werden auf die Berechnung einer Kettenkraft-mindernden Verlustkraft reduziert. Die Umlenkungsverluste unter Last werden mit der jeweiligen anliegenden Zugkraft der Kette berechnet, welcher der Fliehkraftaufschlag (siehe Abbildung 3-54) überlagert wird. Die Berechnung der Leerlaufverluste basiert auf einem Ketten-eigenen Widerstand, welcher durch Passungsdruck und Schmiereigenschaften zustande kommt.

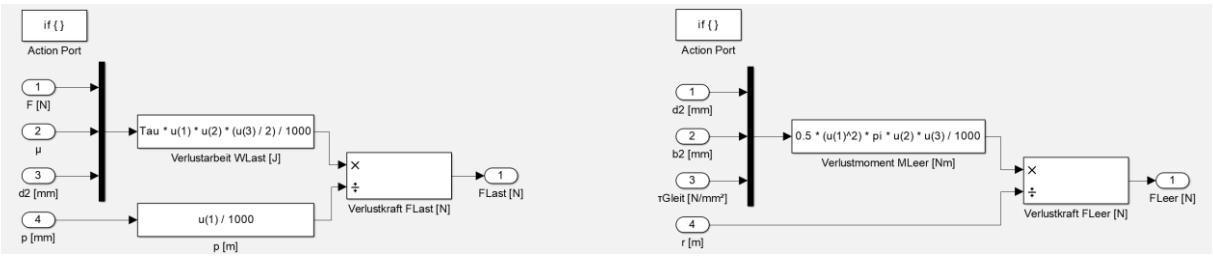


Abbildung 3-55: Bibliotheksmodellbaustein Kettentrieb – Umlenkungsverluste unter Last (links) und im Leerlauf (rechts)

Mit Austritt und Eintritt aus der Umlenkung wird ein Drehstoßverlust beaufschlagt (siehe Kapitel 2.6). Der Ansatz wird auf eine Kraft reduziert (siehe Abbildung 3-56).

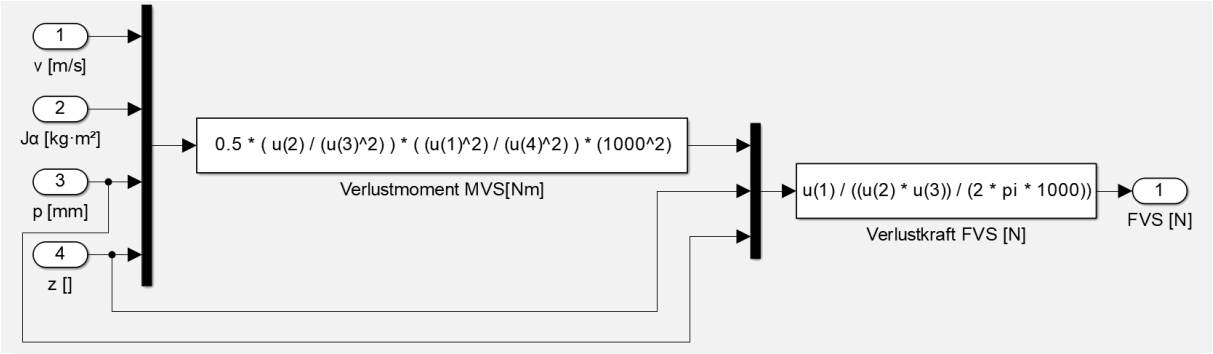


Abbildung 3-56: Bibliotheksmodellbaustein Kettentrieb – Drehstoßkraftverlust

Die Berechnung der Polygonkraft ist sehr rechenintensiv (siehe Kapitel 2.6). Es wird vorgeschlagen die Polygonkraft mittels einer Sinusmodulation über die Winkelintegration des ziehenden Kettenrades / Ritzel / Umlenkrolle / Spannrolle zu berechnen. Da die Berechnung des Polygoneffektes in den Drehwinkelgrenzen von $-\pi/2$ bis $\pi/2$ erfolgt, wird angenommen, dass auch die Polygonkraft im selben Takt schwingen muss. Die Berechnung der Polygonkraft führt je nach Vorzeichenbehandlung (Phase) zu Schwankungen im Wirkungsgrad bis hin zu Lösungsschwierigkeiten der Gleichungen. Es wird entschieden die Resonanzeffekte aus der Simulation außenvor zu lassen, da über die erwähnten Probleme hinaus auf „Zellulärer Ebene“ eine rechnungsschritt-latente (d.h. zeitversetzte) Rückführung der Kette zum Kettenblatt erforderlich ist, welche schlichtweg zu falschen Ergebnissen führt.

Die Kettenberechnung erfährt bereits Schwankungen der Drehzahl und der Kraft und ist damit hinreichend genau modelliert. Aufgrund der geringen Restkraft im Leertrum fällt der erwähnte Fehler des Zeitversatzes dynamischer Rechnungsgrößen in der Kettenrückführung zum Kettenblatt unmerklich aus.

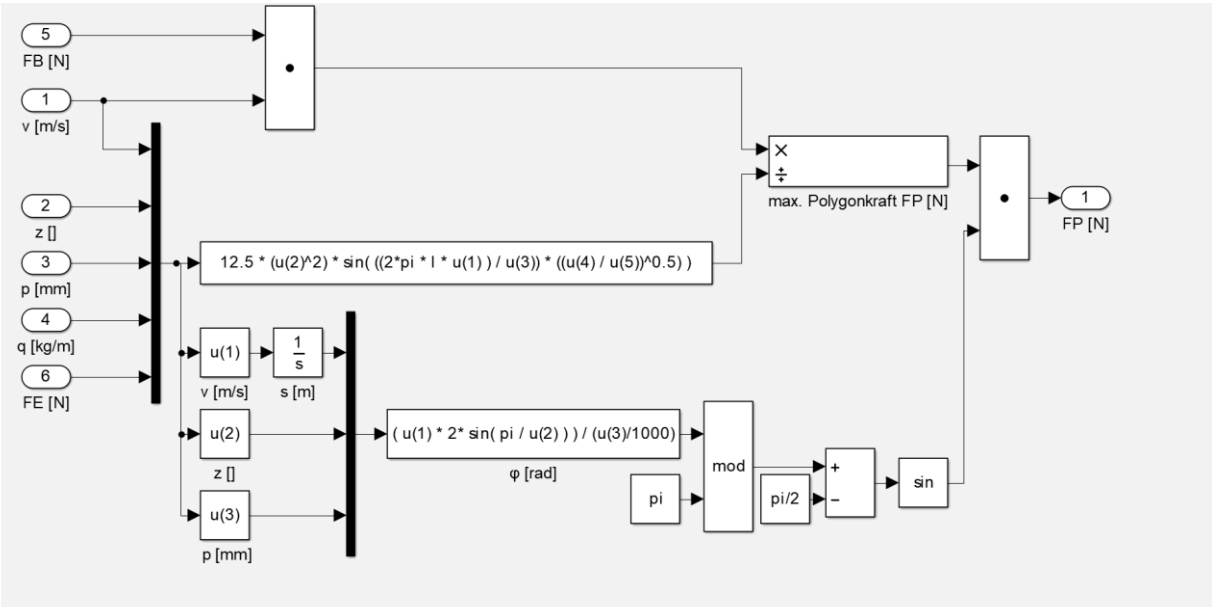


Abbildung 3-57: Bibliotheksmodellbaustein Kettentrieb – Polygonkraft (Modul auskommentiert)

Anstatt des in Abbildung 2-102 ermittelten Polynom für den Verlust an Wirkungsgradpunkten, wird die Wertetabelle genutzt um mithilfe der Angaben auf einen Kettenkraftverlust zurückzurechnen. Hierzu wird mithilfe der Antriebsleistung; Drehzahl; Zähnezahl und Teilung auf die Kettenkraft zurückgerechnet und über den Wirkungsgrad die Kraftverluste ermittelt. Die Schräglaufverlustkraft kann genauer mit einer *Look-Up-Table* [270] ermittelt werden (siehe Abbildung 3-58 links unten). Leider fehlt in der Publikation die Angabe des Achsabstandes zwischen Ritzel und Kettenblatt. Die Schräglaufverluste werden mit großer Sicherheit mit dem Achsabstand gegen unendlich gegen null laufen. Es wird geschätzt, dass der Achsabstand des Versuchsaufbaus circa 400mm betragen haben könnte[271]. Es wird weiterhin angenommen, dass die Restkraft im Leertrum null war. Mit dieser Festlegung können Schräglaufverluste für jeden freihängenden Kettenabschnitt errechnet werden. Mithilfe der Angabe des Achsabstandes; des Kettenreibbeiwertes und der Kettenkraft wird eine lineare Skalierung der Schräglaufverlustkräfte vorgenommen.

Schräglaufverluste sind die gravierendsten Verluste im Kettentrieb. Dass es überhaupt Daten zu den Verlusten gibt ist positiv hervorzuheben. Leider erfolgt die Berechnung der gravierendsten Verluste jedoch mit sich faktorisierenden Schätzungen. Das ist sehr unzufriedenstellend und widerspricht dem Genauigkeitsanspruch der bisherigen Berechnungen. Im Zweifel sind die Verluste einer Kettenschaltung bei schräglaufender Kette nicht als Ausschlusskriterium zu betrachten.

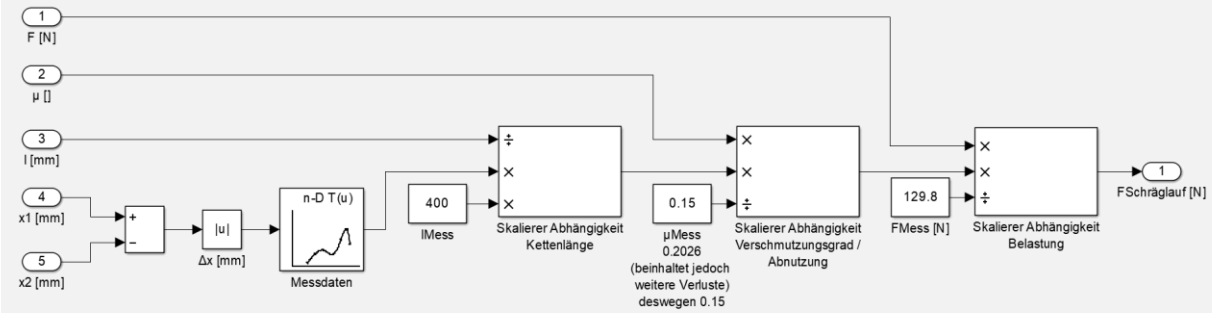


Abbildung 3-58: Bibliotheksmodellbaustein Kettentrieb – Schräglaufverlustkraft

[270] Werte Spline-interpoliert. Extrapolation mittels linearem Ansatz

[271] Dies wird durch eine Angabe der Kettenstrebenlänge von 420mm im Wartungsblatt eines Dokuments der *Rohloff GmbH* bestätigt [105, S. 5]

In Abbildung 3-59 sind die Kapselungen der „Atomischen Modelle“ zur individuellen Zusammenstellung eines Kettentriebes dargestellt. Handelsübliche Kettentriebe verfügen über nur eine Kette und eine feste Anzahl von Spann- und Leitrollen in Leistungsstrang, jedoch parallele Kettenblätter und Ritzel welche geschaltet werden können. Eine Schaltung über den Modus „111“ berücksichtigt Reibungsverluste und die Trägheit des aufliegenden Kettenabschnitts, während eine Ausschaltung über den Modus „011“ lediglich die Trägheit des entsprechenden Verzahnungskörpers berücksichtigt.

Da ein Schaltwerk, als Leitrollen-Spannrollen-Kombination, mit der Schaltung der Ritzel mitwandert, wird entschieden die entsprechende Kettenposition optional (für diesen Fall notwendig) über den Eingangsparameter „x→ [mm]“ durchschleifen zu können. Ein paralleler Aufbau von schaltbaren Ersatzleitrollen und Ersatzspannrollen zur Beschreibung eines Umwerfers, würde die Philosophie verletzten aus dem Modellaufbau den realen Aufbau eines Antriebsstrangs ablesen zu können.

Da Kettenparameter in jedem „Atomischen Modell“ benötigt werden, erfolgt eine zentrale Konfiguration der Kette. Sämtliche dort gesetzten Parameter müssen über den vektoriellen Ausgang in die „Atomischen Modelle“ eingespeist werden.

Die Parallelzweig-Blöcke erlauben die Parallelschaltung eines Lagers an einer Leitrolle oder Spannrolle. Durch sie wird eine Summation der Ausgänge nach der Parallelschaltung ermöglicht. Es ist zwar grundsätzlich möglich ein Lager mit Seriell-Konvertierungs-Blöcken in Reihe zu schalten, eine Parallelschaltung unterstreicht jedoch, dass Lagerverluste eine Verlustsenke, bzw. Verlustsackgasse darstellen, da die eigentliche Leistungsübertragung nicht durch das Lager fließt, sondern durch die Kette.

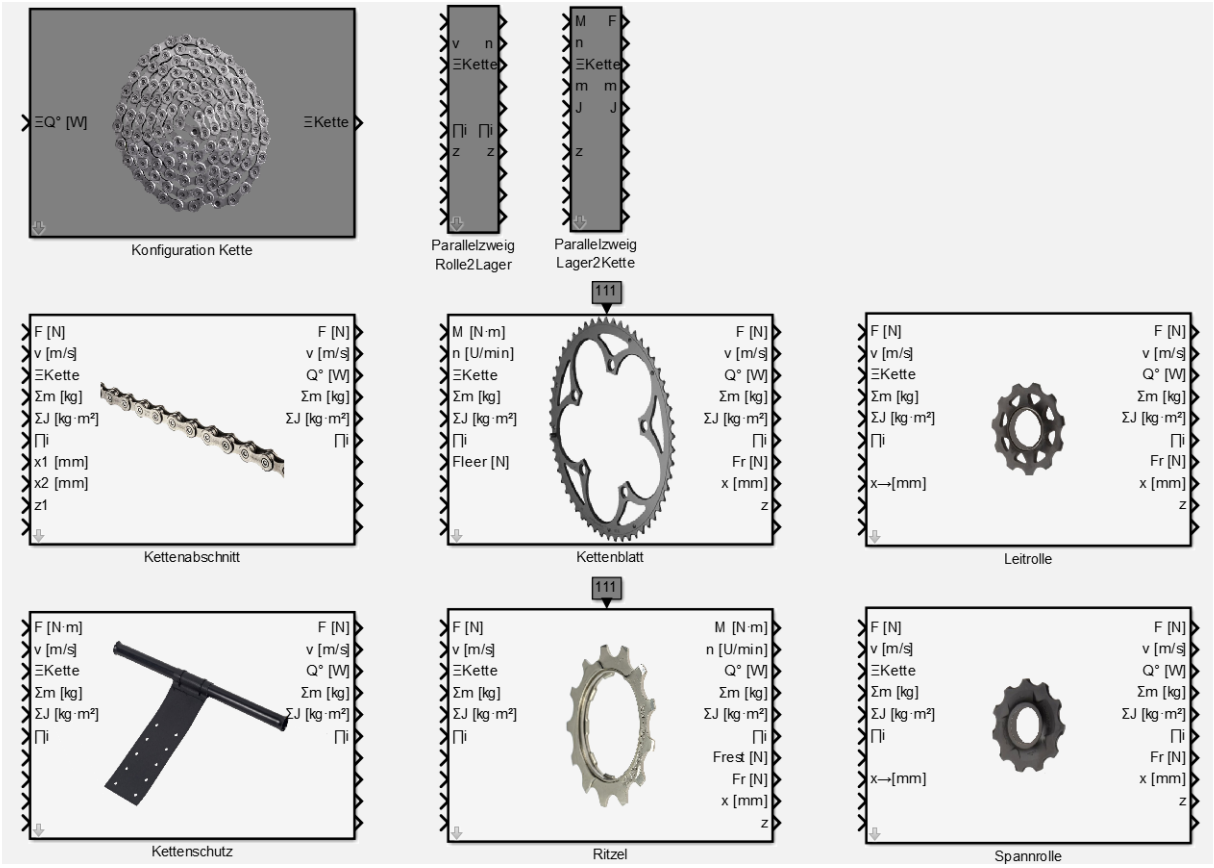


Abbildung 3-59: Bibliotheksmodelle zur Zusammenstellung einer Kettenstufe. Nur Kettenrad und Ritzel sind schaltbar

In Abbildung 3-60 sind die Parametrierungsoberflächen der „Atomischen Modelle“ in derselben Rasterposition wie in Abbildung 3-59 dargestellt. Die Parametrierung der Kette ist per *default* mit den in Kapitel 2.6 ermittelten Standardwerten für normale Fahrradketten vorausgefüllt. Bei Nutzung von Schmalketten, wie sie bei Schaltungen mit bis zu 11-fachen Ritzelkasetten auftreten, sind die Werte entsprechend anzupassen. Der Gleitreibbeiwert wird auf den geringsten in Kapitel 2.6 angegebenen Wert angesetzt, da die Verlustberechnung ausführlich vonstattengeht.

In den Systemen „Kettenblatt“; „Ritzel“; „Leitrolle“ und „Spannrolle“ kann mit einem *Fader* die Kettenposition festgelegt werden. Es ist zu erwähnen, dass für die Berechnung innerhalb der „Atomischen Modelle“ lediglich relative Werte, bzw. Deltawerte benutzt werden. Es ist also nur darauf zu achten, dass die Angaben untereinander harmonieren. In den Systemen der Spannrolle und Leitrolle kann unter Auswahl im Dropdownmenü festgelegt werden, dass die Position von außen (am Eingang) durchgeschliffen wird.

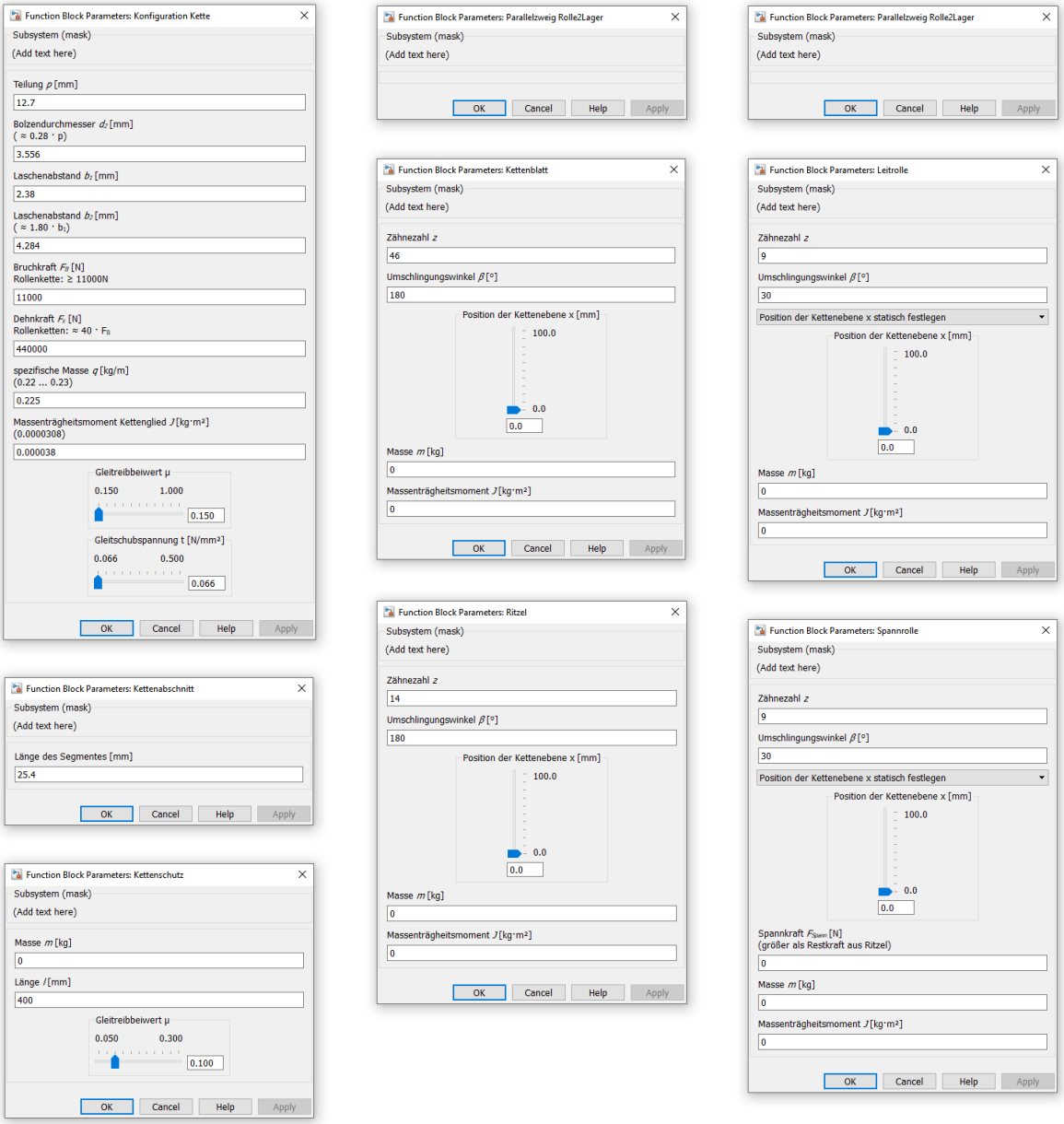


Abbildung 3-60: Parametrierungsoberflächen der „Atomischen Modelle“ zur freien Konfiguration eines Kettentriebes

Alle Modelle mit Kettenverzahnung werden mit einem kleinen Satz von Berechnungen (siehe Abbildung 3-61) initialisiert. Diese sollen die häufige Umrechnung von Gradmaß ins Bogenmaß abschalten. Für das Modell des Ritzels wird der Restkraftfaktor einmalig berechnet, um die Berechnungslandschaft im Innenleben übersichtlicher zu gestalten. Der Restkraftfaktor berücksichtigt den Kraftabbau der Kettenkraft in ein Abtriebsmoment.

Im Modell „Leitrolle“ und „Spannrolle“ wird der Auswahlindex „xMode“ zum Durchschleifen der Kettenposition um 1 reduziert, um den Parameter als Schaltsignal verwenden zu können.

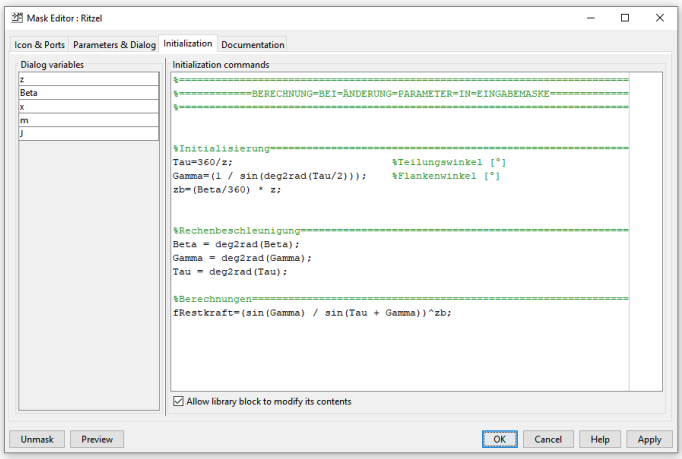


Abbildung 3-61: Initialisierende Berechnungen im Modell „Ritzel“. Berechnungen identisch in den Modellen „Kettenblatt“; „Leitrolle“ und „Spannrolle“ nur, dass auf die Berechnung des Restkraftfaktors (letzter Berechnungsschritt) verzichtet wird

In Abbildung 3-62 ist die vektorielle Positionierung der einzelnen Konfigurationsparameter der Kette zu ersichtlich. In allen mit diesem Vektor arbeitenden Systemen ist die Positionierung streng einzuhalten, da in aktueller Umsetzung kein fehlersicherer *key*-basierter Aufruf möglich ist. Die Bezeichnung der Schubspannung „tau“ als Widerstand gegen die Verdrehung der Kettenglieder im Leerlauf ist „unglücklich“, da der Bezeichner Verwechslungspotential mit dem Teilungswinkel „Tau“ aufweist (siehe Abbildung 3-61).

Es ist möglich den Wärmestromeingang auf die gesamte Kette zu leiten und so eine dynamische Änderung von „mue“ und „tau“ zu implementieren. Dieses Vorgehen ist jedoch nur sinnvoll, wenn längere Fahrtzeiten simuliert werden sollen.

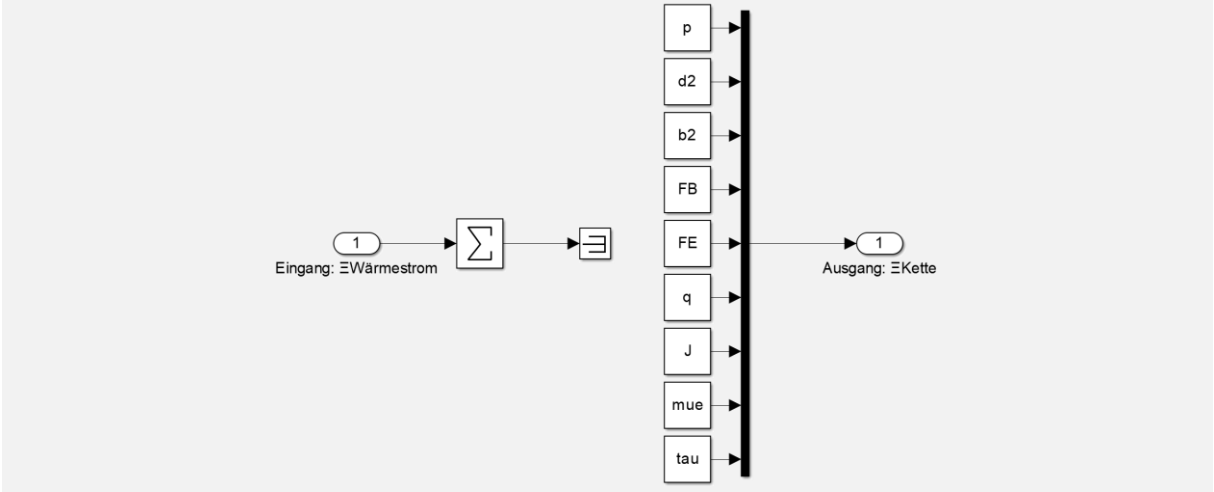


Abbildung 3-62: Bibliotheksmodell Kettentrieb – Konfiguration Kette

Im Parallelverbinder „Rolle2Lager“ (siehe Abbildung 3-63) wird für die Parallelschaltung eines Lagers das anliegende Moment; die kumulierte Masse und – Trägheitsmoment unterbrochen (Signalebene 1; 4 und 5). Die Geschwindigkeit (Signalfluss 2) wird in eine Drehzahl gewandelt. Analog dazu wird die faktorisierte Übersetzung gewandelt (Signalfluss 6). Beide Umwandlungen gelingen mithilfe von Teilung und Zähnezahl.

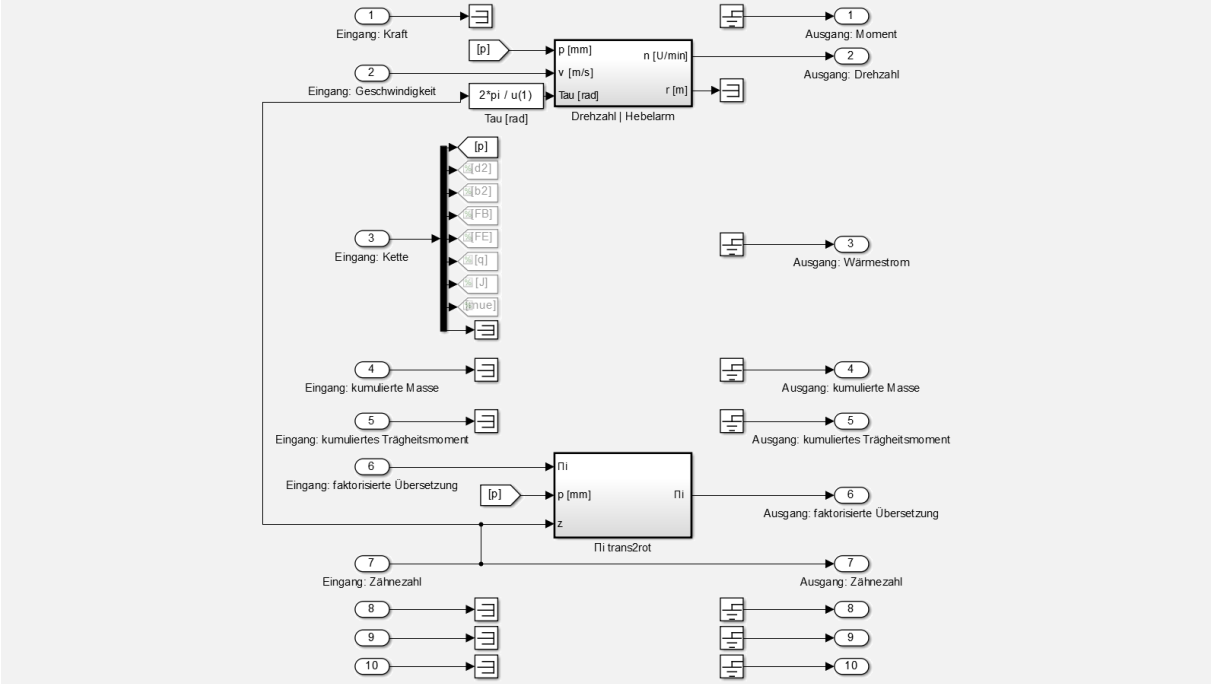


Abbildung 3-63: Bibliotheksmodell Kettentrieb – Rolle2Lager

Der Parallelterminator „Lager2Kette“ (siehe Abbildung 3-64) schleift Masse und Trägheitsmoment durch (Signalfluss 4 und 5), während die faktorisierte Übersetzung (Signalebene 6) und die Geschwindigkeit (Signalebene 2) blind geschaltet werden. Mithilfe von Teilung und Zähnezahl wird die Geschwindigkeit jedoch benutzt, um aus der anliegenden Verlustleistung eine Verlustkraft zu formen.

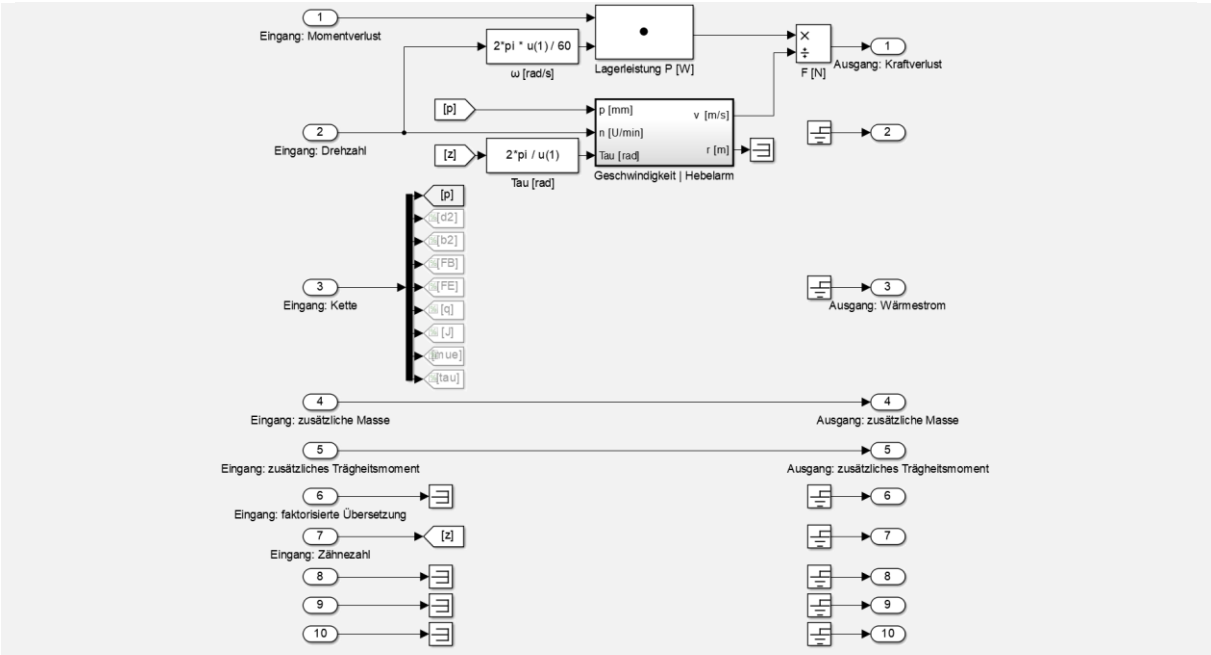


Abbildung 3-64: Bibliotheksmodell Kettentrieb – Lager2Kette

Im Modell „Kettenabschnitt“ werden frei hängende Kettenlängen abgehandelt. An der Übersetzung ändert sich nichts während der Leistungsfluss die Kette passiert. Die Masse und das Trägheitsmoment werden jedoch aufkummuliert. Entgegen des Kettengeschwindigkeitsvektor verlaufend treten sukzessiv Minderung / (Modulationen) der anliegenden Kettenkraft auf. Von Eintritt aus der Kettenverzahnung rührt ein Drehstoßkraftverlust her. Die nun freihängende Kette unterliegt der Polygon-gepumpten Resonanzkraft, welche die Kettenzugkraft sogar periodisch aufheben kann (Polygonkraft abgeschaltet / vernachlässigt). Über die Kettenlänge wirkt eine Minderung der Kettenkraft aus dem Schräglauf. Schließlich wirkt ein erneuter Drehstoßkraftverlust bei Austritt aus der Verzahnung[272]. Die Kette kann nur Zugkräfte aufnehmen, weswegen die Kettenkraft auf ein Minimum von 0N begrenzt wird.

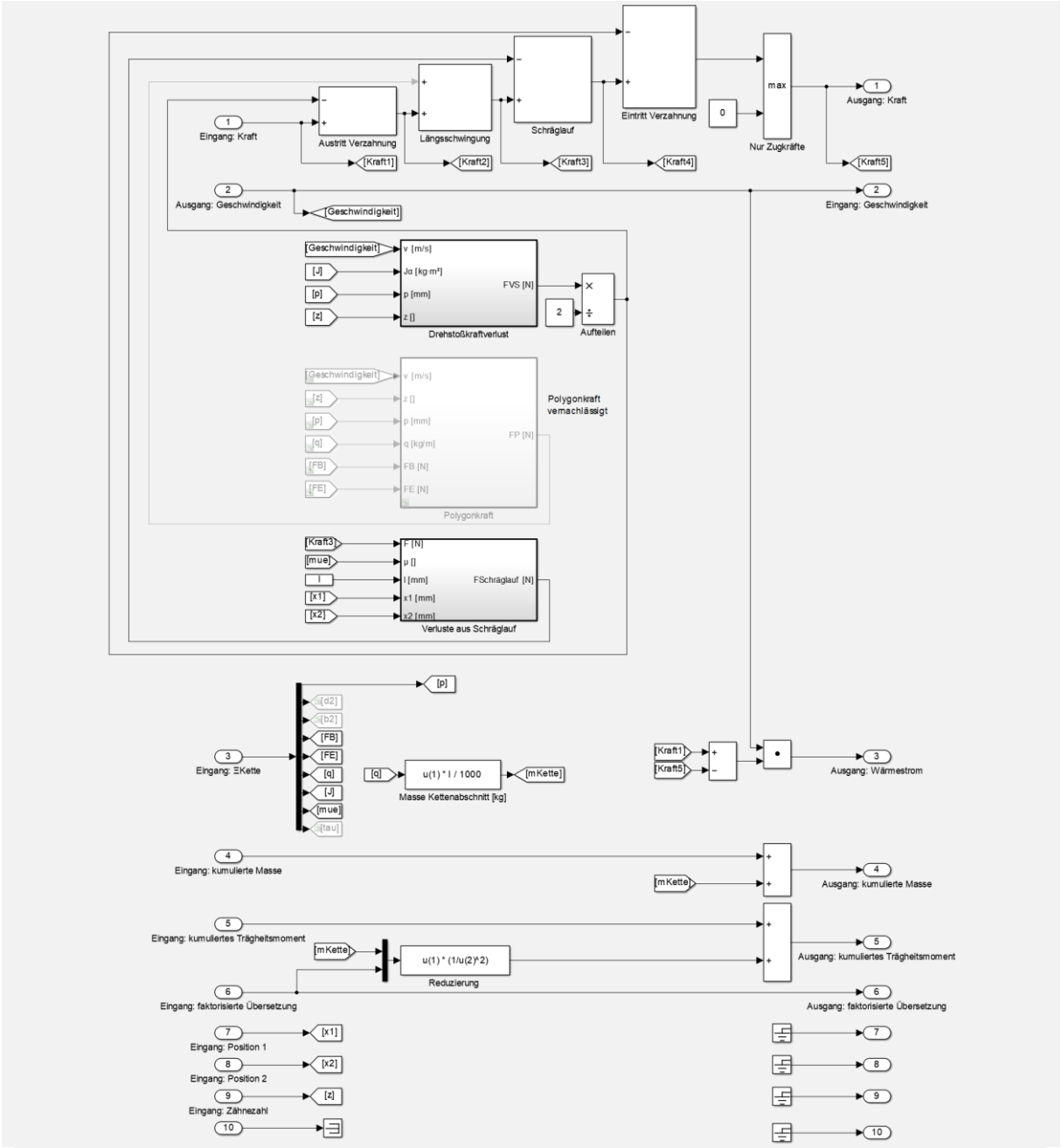


Abbildung 3-65: Bibliotheksmodell Kettentrieb – Kettenabschnitt

[272] Die Erklärung des Modells ist an dieser Stelle leicht unsauber, da dieser Drehstoßkraftverlust nicht an der Folgeverzahnung, sondern auf der vorhergeschalteten Verzahnung entsteht (im Einlauf und im Auslauf). Berechnungstechnisch ist das Vorgehen jedoch mit dem Leistungsansatz aus Kapitel 2.6 synchronisiert

Das Modell „Kettenblatt“ (siehe Abbildung 3-66) ist schaltbar zwischen Modus „111“ (Leistungsstrang) und „011“ (ungeschaltet). Die Abschaltung unterbricht Moment; Drehzahl; kumulierte Masse; – Trägheitsmoment; faktorisierte Übersetzung; Position und Zähnezahl (Ausgangssignale 1; 2; 4; 5; 6; 8 und 9). Damit wird nur die Delta-Masse und Trägheitsmoment und (nicht modulierte Verluste, wie Ventilationsverluste der Verzahnung) für die Summation hinter der Parallelschaltung weitergegeben.

Im geschalteten Fall (Modus „111“) wird über den Hebelarm die Kettenkraft berechnet. Zur Ermittlung der lastabhängigen Umlenkungsverluste wird die Kettenkraft um die summierte Fliehkraftkomponenten erhöht. Die Fliehkraftkomponenten verlassen das System jedoch aus bereits vermuteten geometrischen Gründen nicht. Die das System verlassende Kettenkraft wird um die Reibungsverluste verringert. Außerdem wird die rückgeleitete Zugkraft aus dem Leertrum (Signaleingang 7) von der Kraft abgezogen, da sie ein Gegenmoment zum Antriebsmoment erzeugt.

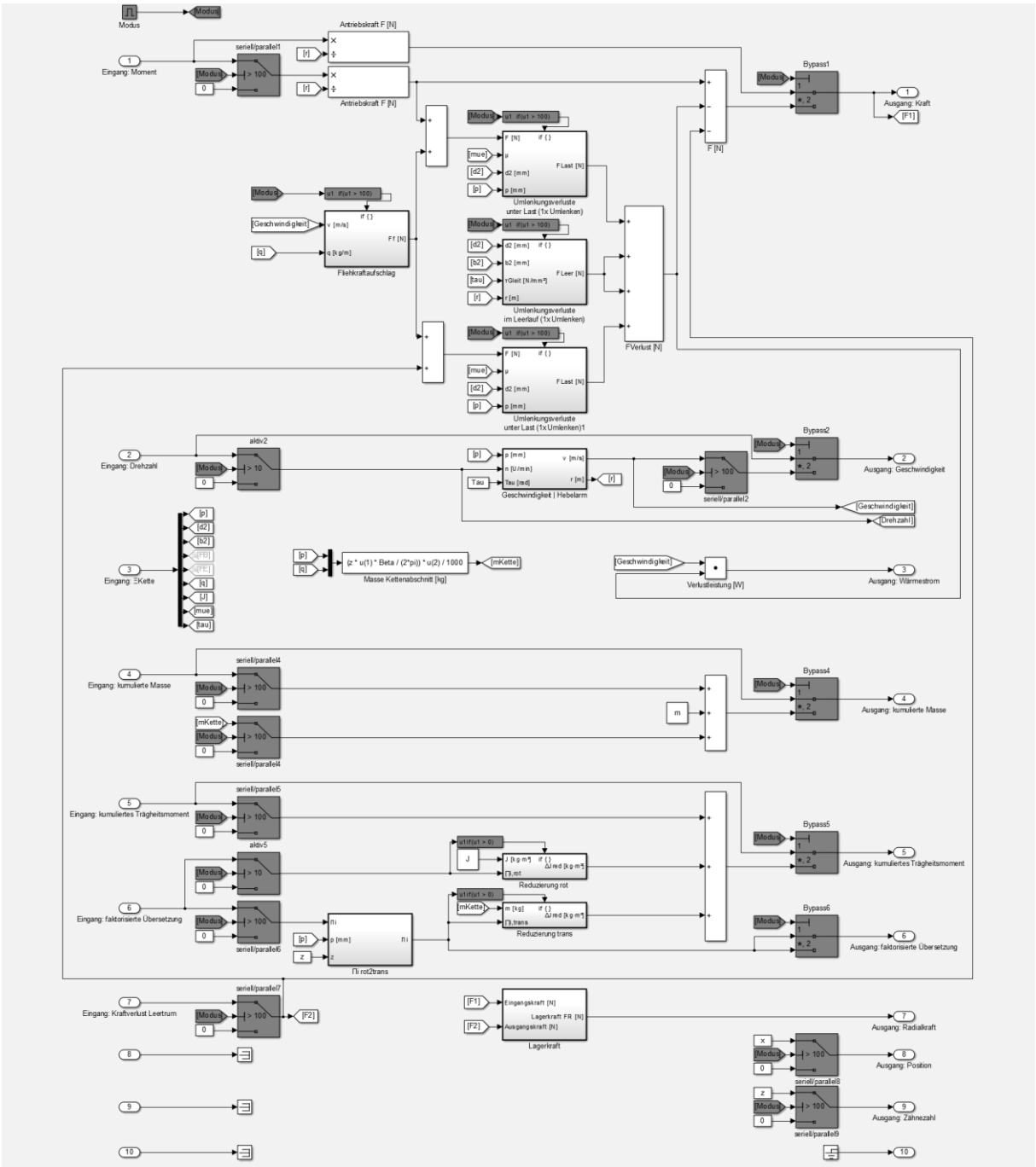


Abbildung 3-66: Bibliotheksmodell Kettentrieb – Kettenblatt

Das Modell „Ritzel“ (siehe Abbildung 3-67) ist schaltbar zwischen Modus „111“ (Leistungsstrang) und „011“ (ungeschaltet). Das Modell ist dem Modell „Kettenblatt“ (siehe Abbildung 3-66) sehr ähnlich. Die getroffenen Aussagen können weitestgehend übernommen werden.

Die Modelle unterscheiden sich darin, dass das Ritzel keinen Eingang für die Restkraft aus dem Leertrum hat, sondern diese Restkraft bereitstellt (Ausgang 7). Im geschalteten Fall (Modus „111“) wird die am Ritzel ankommende Kettenkraft zunächst um die Verluste der ersten Umlenkung reduziert. Die Verluste werden durch die summierten Fliehkraftkomponenten verstärkt. Die Fliehkraft wird jedoch nicht eingesetzt, um die Momentberechnung zu vollführen, da die Fliehkraft ein ebenso hohes Gegenmoment wie Abtriebsmoment erzeugt. Nachdem die Kettenkraft um die Verluste der ersten Umlenkung reduziert worden ist, wird mithilfe des Restkraftfaktors ermittelt wie viel Kettenkraft in das Abtriebsmoment abgebaut werden kann. Die im System verbleibende Kettenkraft erfährt nun die zweiten Umlenkungsverluste unter Einsatz der Fliehkraft und verlässt dann das System.

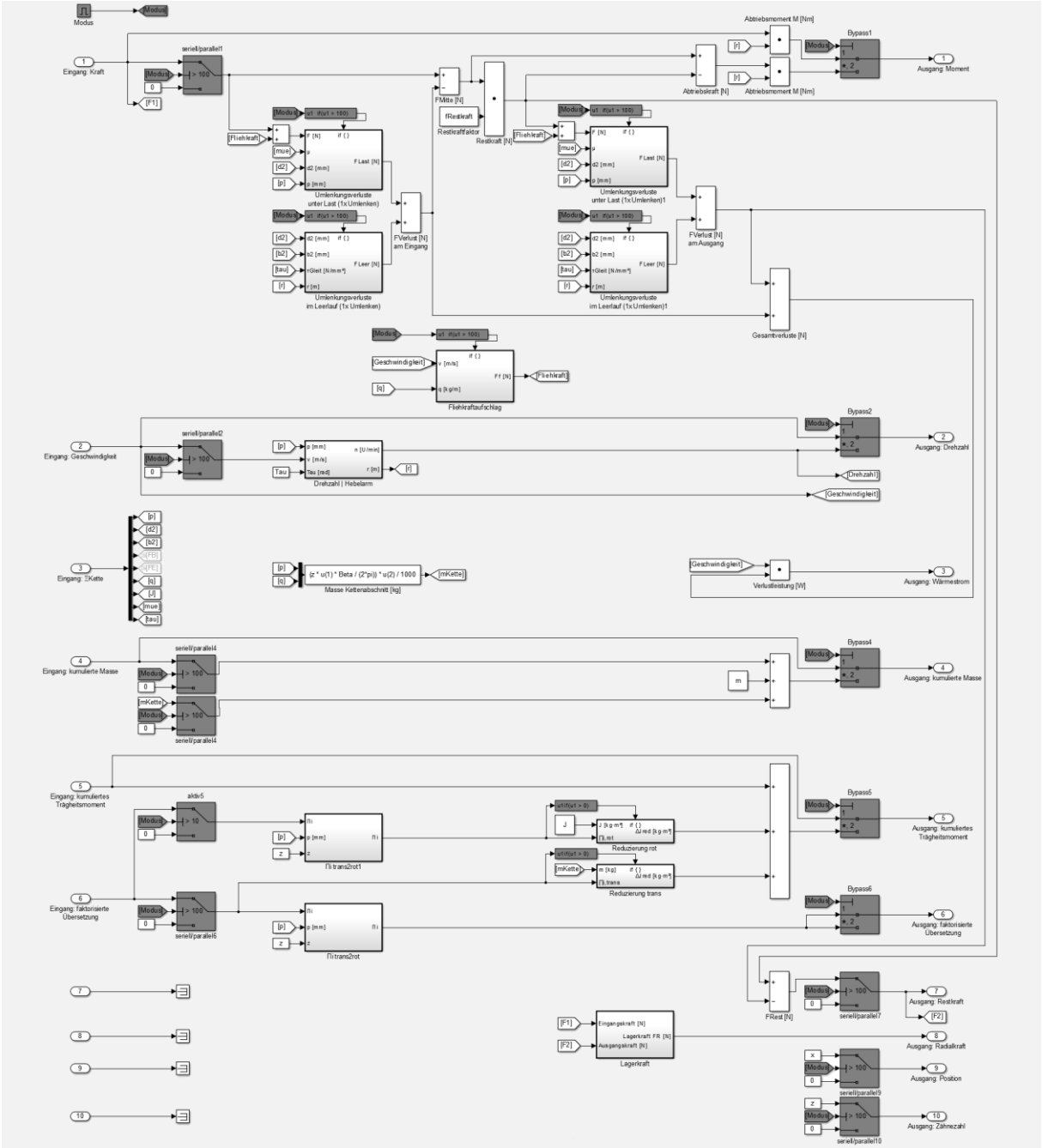


Abbildung 3-67: Bibliotheksmodell Kettentrieb – Ritzel

Die Modelle der „Leitrolle“ und der „Spannrolle“ unterscheiden sich lediglich durch die Aufsummation einer Spannkraft auf halbem Umschlingungswinkel (siehe Abbildung 3-68 oben mittig). Die Leitrolle verfügt über keine Spannkraft. Beide Modelle sind nicht schaltbar gestaltet und damit permanent im Eingriff.

Die Verlustberechnung der Kettenkraft deckt sich (bis auf die Aufsummation der Spannkraft) mit denen der Modelle „Ritzel“ (vergleiche Abbildung 3-67) und „Kettenblatt“ (vergleiche Abbildung 3-66). Da die Rollen im Kettenfluss nur eine unterstützende Rolle einnehmen, erfolgt keine Wandlung von Moment in Kraft, bzw. Drehzahl in Geschwindigkeit und anders herum, wie es bei diesen Modellen geschehen ist.

In den vorliegenden Modellen weicht die Berechnung der Leerlauf-Umlenkungsverluste sehr leicht ab, da mit einem mittleren Hebelarm gerechnet wird. Ein dynamischer Hebelarm kann bei Bedarf durch Einfügen des Moduls „Geschwindigkeit | Hebelarm“ nachgerüstet werden. Der Einfluss ist jedoch derart gering, dass er kaum auf dem Oszilloskop erkennbar sein wird, da der dynamische Hebelarm im Bereich der Leistungsberechnung dominiert.

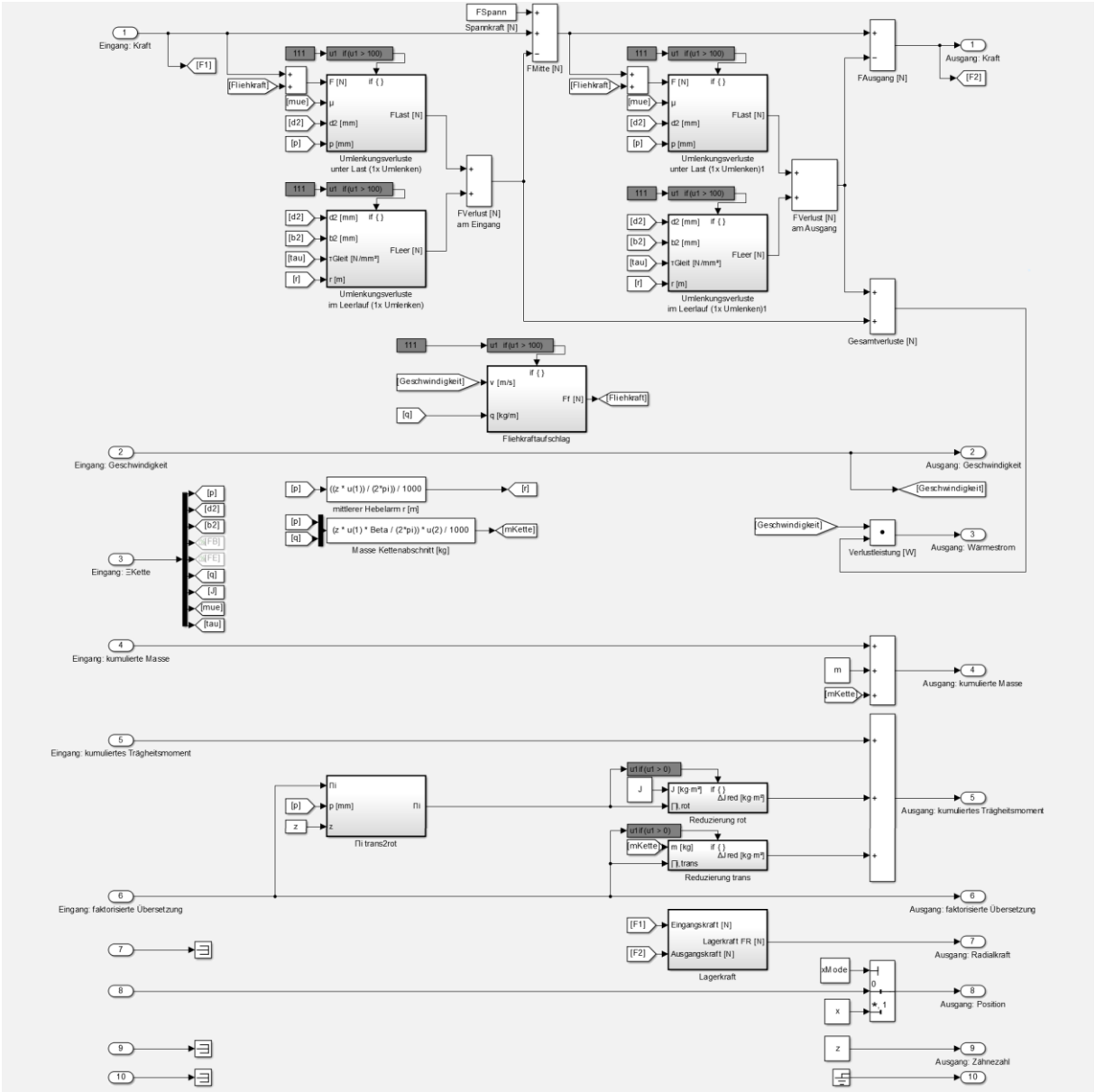


Abbildung 3-68: Bibliotheksmodell Kettentrieb – Spannrolle, Leitrolle. Leitrolle weist keine Spannkraft auf (siehe ganz oben)

Das letzte Modell des Kettenstufen-Baukastens stellt den Versuch dar einen Kettenschutz zu modellieren (siehe Abbildung 3-69). Ein Kettenschutz weist in der Realität mehrere Berührungspunkte auf. Darüber hinaus kann ein Kettenschutz schwimmend auf der Kette befestigt sein, sodass nicht örtliche Gewichtskraftanteile der Kette die Reibung im Kettenschutz hervorrufen, sondern die Gewichtskraftintegrale des Kettenschutzes auf die Kette. Interessant ist ebenfalls eine mögliche Verkantungswirkung der Kettenglieder, welche zum zyklischen Abfluss von Stoßenergie aus dem Leistungsstrang führt.

Die vorliegende Modellierung bedient sich einem einfachen *Coulomb'schen Modell*, indem die Masse des Kettenabschnitts in Verbindung mit einem Reibbeiwert eine Schmälerung der Kettenkraft hervorruft (siehe Signalfluss 1). Restliche Verbindungen werden durchgeschliffen. Die kumulierte Masse des Antriebsstrangs wird um die Masse des Kettenschutzes aufsummiert.

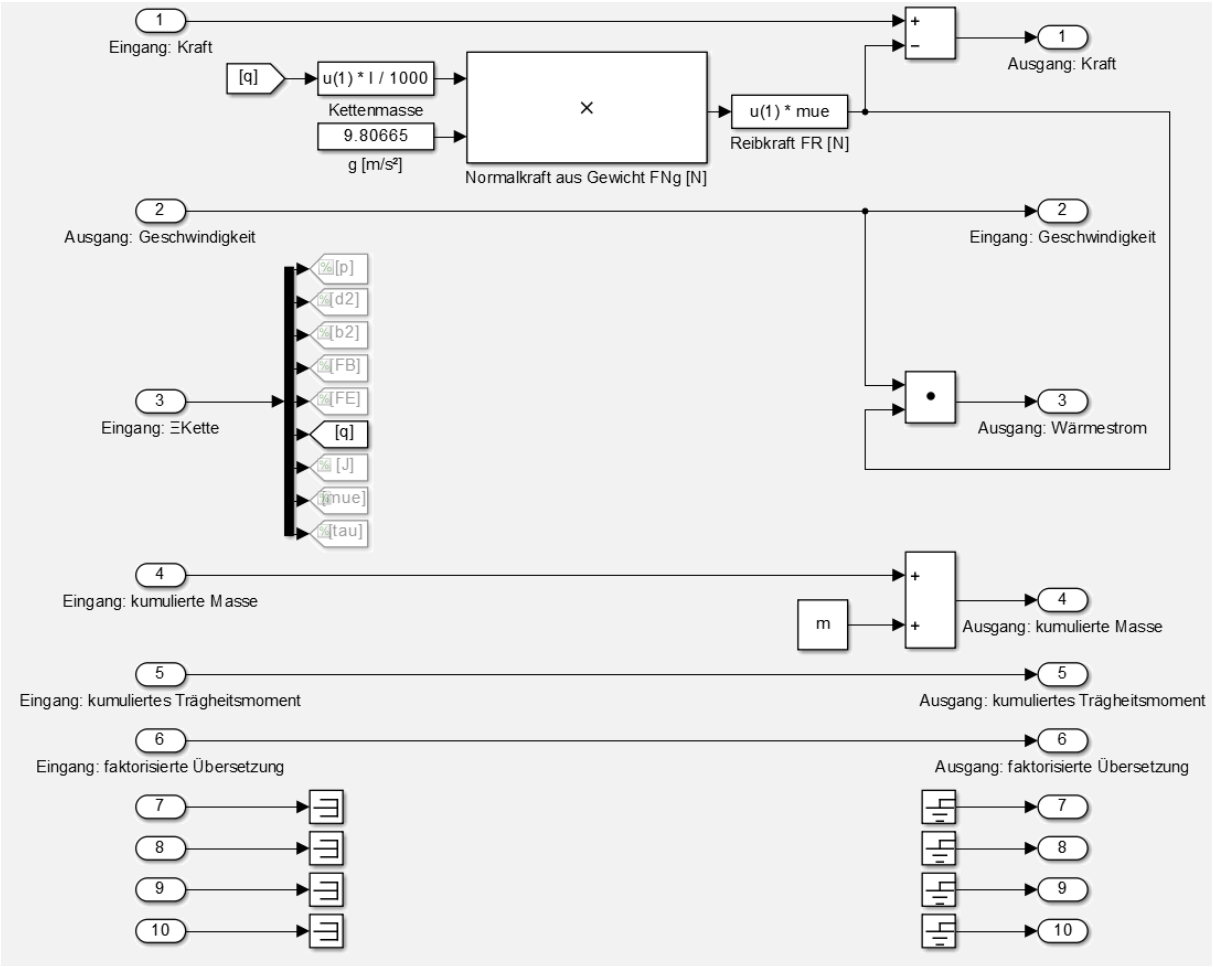


Abbildung 3-69: Bibliotheksmodell Kettentrieb – Kettenschutz

3.2.4 Zelluläre Modelle: Baugruppen

„Zelluläre Modelle“ stellen ein Hilfsmittel zur Kapselung komplizierter Berechnungsarchitekturen dar. Die Zellenbildung soll zur Möglichkeit führen auf einfachem Wege Baugruppen kombinieren zu können, ohne sich über die Korrektheit der inneren Berechnungsstrukturen Gedanken machen zu müssen. Sie repräsentieren Baugruppen, welche als Zulieferteile erworben werden oder innerhalb der Systemgrenze als ein eigenständiges noch umzusetzendes Konstruktionsprojekt verstanden werden können. Ein „Zelluläres Modell“ weist ein eigenes oder mehrere Wirkungsgradkennfeld(er) über der Leistung mit zugehöriger Spreizung der Gänge; ein (variierendes) Drehzahlverhalten und (variierende) Masseeigenschaften auf, anhand welcher die zugrundeliegenden Baugruppen bereits bewertet werden können.

In Abbildung 3-70 ist die gefundene Vereinbarung des Setzens von Systemgrenzen zwischen den „Zellulären Modellen“ dargestellt. Kurbelgarnituren, im Sinne von Pedal-Baugruppen und Kurbelarm-Baugruppen können sowohl an Tretlagern, als auch an Mittelgetrieben montiert werden. Sie benötigen Parameter wie der radialen Pedalkraft und Pedaldrehzahl, sowie Kurbeldrehzahl vom menschlichen Antrieb. Die Tretlager und Mittelgetriebe benötigen ebenfalls die radialen Pedalkräfte aus der Kurbelgarnitur. Als Schnittstelle zu einem Wegüberbrücker, wie einem Ketten-; oder Achsgetriebe benötigen sie außerdem radiale (und axiale) Belastungskomponenten an ihrem Ausgang. Die Überbrückungsgetriebe geben an ihren Ein- und Ausgängen Belastungskomponenten ab. Abtriebseitig werden die Komponenten an ein Verteilergetriebe oder ein Zwischengetriebe (z.B.: Nabengetriebe; Overdrive-Getriebe; Mittelgetriebe oder Tretlager) übergeben, wobei ein Zwischengetriebe den Einsatz eines weiteren Überbrückungsgetriebe ermöglicht. Am Ende des Antriebsstrangs steht bei dem Konzeptaufbaus des Fahrzeuges mit zwei Hinterrädern ein Verteilergetriebe (welches auch eine Starrachse sein kann). Zwischen den Radachsen und dem Verteilergetriebe sitzt ein Achsgetriebe (welches auch eine starre Achse sein kann). Ein Achsgetriebe in Form eines Gelenkes erzeugt Lagerreaktionen, welche sowohl in Radachse als auch Verteilergetriebe eingeleitet werden müssen. Die Radachsen erfahren Radial- und Axialkräfte, welche sich aus dem dynamischen Fahrbetrieb ergeben. An dieser Stelle stellt sich die Frage, ob die Radachsen und vorgelagerten optionalen Gelenke Teil der Fahrwerksbetrachtung werden müssen. Die Wirkungsgradbetrachtung des Antriebsstrangs kann an dieser Stelle mit der statischen Ruhelage einer Fahrwerksfederung und der statischen Belastung des Fahrzeuggewichts angesetzt werden.

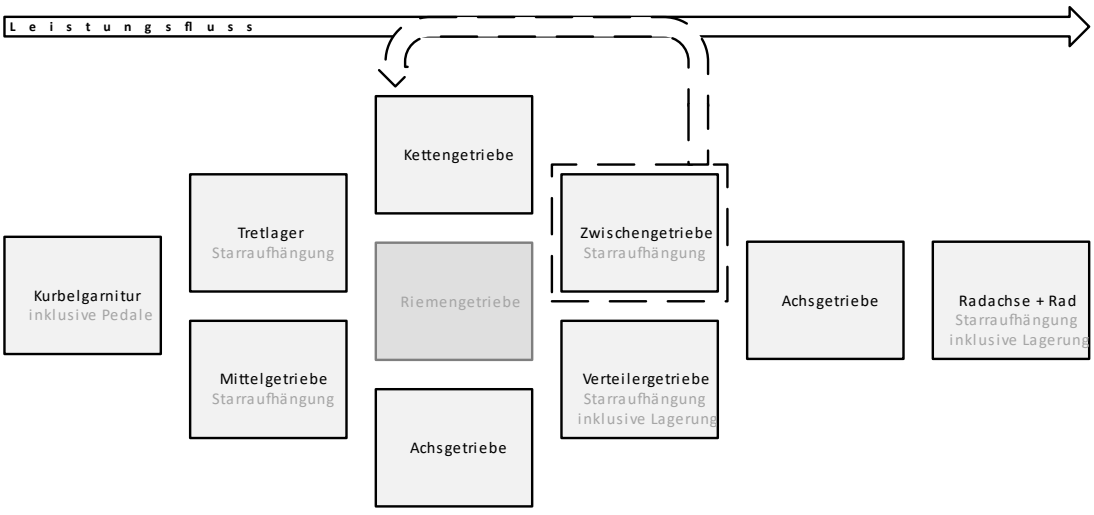


Abbildung 3-70: Festgelegte, generalisierte Systemgrenzen von Antriebsstrang-Baugruppen

Die in Kapitel 3.2.3 erstellten „Atomischen Modelle“ der Maschinenelemente stellen die Grundlage für den Modellaufbau der „Zellulären Modelle“ dar. Sie beherbergen ihrerseits komplizierte Rechnungen, über welche sich in der Modellierung keine Gedanken gemacht werden müssen. Das Vorgehen weist auf Ebene der „Zellulären Modelle“ damit ein Stück weit fraktalen Charakter auf.

Die Modellierung erfordert sehr spezifische Parameter. Während geometrische Größen teils in Kapitel 2 erarbeitet worden sind, werden Masseneigenschaften mithilfe von nachträglich bearbeiteten *Step*-Modellen[273] oder eigens konstruierten Modellen im CAD ermittelt.

Bevor die Modellierung beginnen kann, müssen zwei Fragestellungen zur Peripherie der Modelle behandelt werden. Dies ist zum einen die Rückkopplung der Wärmeemissionen auf den Schmiermittelsumpf und zum anderen ein Konzept zur übersichtlichen Schaltung von Getriebekomponenten.

3.2.4.1 Zelluläres Modell: Peripherie – Schmiermittelviskosität

Die Behandlung der Änderung der Schmiermittelviskosität durch den rückgekoppelten Wärmestrom aus den Verlusten der „Atomischen Modelle“ stellt sich als problematisch dar. Problematisch ist nicht nur die erforderliche Rechenleistung in Verbindung erhöhter Rückkopplungen, problematisch ist insbesondere die Qualität der gewonnenen Aussagen. Bis ein statischer Ruhezustand in der Erwärmung eines Schmiermittelsumpfes erreicht ist vergehen etliche Minuten Simulationszeit (nicht Rechenzeit). Um korrekte Aussagen zu treffen, müsste streng genommen jeder interessante Betriebszustand in ein Wärmestromgleichgewicht überführt werden. Das ist in dieser Form mit den zur Verfügung stehenden Kapazitäten und Rechenmethoden nicht möglich. Trotzdem kann die Untersuchung der Änderung der Schmiermittelviskosität extrem interessant und auch wichtig sein, denn eine Festlegung einer für die Simulation idealen Viskosität führt zu Ergebnissen, welcher von der Realität abweichen. Zu erwähnen sind die Änderungen der Außentemperatur zwischen Sommer und Winter, sowie letztendlich auch die Erwärmung der Schmiermittelsümpfe selber. Die folgende Modellierung berücksichtigt die Möglichkeit der optionalen Zuschaltung des Temperatureinflusses.

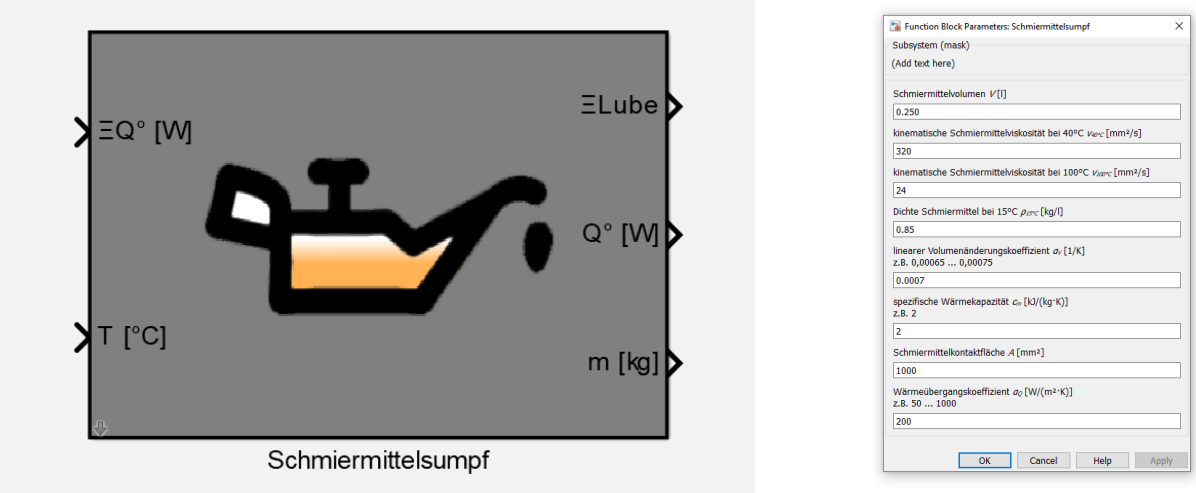


Abbildung 3-71: Bibliotheksmodell Schmiermittelsumpf mit äußeren Schnittstellen (links) und innerer Parametrierung (rechts)

[273] Neben den Standardkomponenten der Kugellager, welche beispielsweise auf https://traceparts.com bereitgestellt werden, werden Modelle von Drittleuten von https://grabcad.com bezogen. Ein großer Dank soll Макс Мороцов (https://grabcad.com/max.morozov-2) gewidmet sein, aus wessen detailgetreuen Modellen ein Großteil der Daten bezogen werden konnte

In Abbildung 3-71 ist das Modell zum Schmierstoffsumpf mit Parametrieroberfläche abgebildet. Da im Bereich der Kettengetriebe, welche eine Schnittstelle zwischen den „Atomischen Modellen“ und den „Zellulären Modellen“ darstellen, bereits ein zentraler Parametrierblock für die Kette notwendig und eine Programmier-Technik für den Eingang vektorieller Größen eingesetzt worden ist, wird der Schmiermittelsumpf analog dazu entwickelt. Alle „Atomischen Modelle“, welche einen singulären Viskositätseingang aufgewiesen haben erhalten nun nachträglich eine Änderung mit vektoriellem Eingang „Ξ Lube“ (englisch: Schmiermittel). Aus dem Schmiermittelsumpf werden außerdem ein Abwärmestrom herausgeführt, welcher beispielsweise ein Gehäuse auf „Organischer Ebene“ oder die Umgebung erwärmen kann. Die Masse des Schmiermittels kann an entsprechender Stelle auf die kumulierte Masse des „Zellulären Modells“ aufaddiert werden. Als Eingang für den Block dient die Umgebungstemperatur, wobei initial davon ausgegangen wird, dass der Schmiermittelsumpf diese angenommen hat. Die Abwärmeströme der „Zellulären Modelle“ können als vektorisierte Größe oder auch als Summe in den Block geführt werden.

Die Parameter (2; 4; 5) in Abbildung 3-71 rechts können problemlos in den meisten Schmiermittel-Datenblättern abgelesen werden, während der vierte Parameter (linearer Volumenänderungskoeffizient) exotisch ist. Dies sind die Parameter welche nötig sind um die Viskositäten zu errechnen und müssen unbedingt angegeben werden. Die Dichte wird nach Norm in Datenblättern stets bei 15°C angegeben, sodass folgende Formel für die Änderung der Dichte (Volumenausdehnung bei Temperaturerhöhung) angesetzt werden kann:

$$\rho = \rho_{15°C} \cdot \left(1 - \left(\alpha_{(T)} \cdot \left(T_{Ölbad[°C]} - 15[°C]\right)\right)\right)$$

$$\alpha_V \approx 0{,}00065 \ldots 0{,}00075[K^{-1}]$$

Weiterhin wird die Änderung der kinematischen Viskosität über der Temperatur benötigt. Hierzu wird vorgeschlagen die Berechnung mithilfe der Richtungskonstante nach [97] durchzuführen. Das Verfahren benötigt lediglich zwei kinematische Viskositäten an zwei beliebigen Temperaturen in Kelvin (welche idealerweise nahe am Betriebsbereich liegen). In Datenblättern wird die kinematische Viskosität bei 40°C und 100°C angegeben. Die Richtungskonstante m_{VT} berechnet sich damit wie folgt:

$$W_{40} = \log_{10}(\log_{10}(v_{40} + 0{,}8))$$
$$W_{100} = \log_{10}(\log_{10}(v_{100} + 0{,}8))$$

$$m_{VT} = \frac{W_{40} - W_{100}}{\log_{10}(T_{100}) - \log_{10}(T_{40})}$$

Die errechnete Richtungskonstante erlaubt nun die Errechnung der sich eingestellten Viskosität im Schmiermittelsumpf über der Temperatur. Hierzu wir die Berechnungsprozedur umgekehrt, indem beispielsweise der Parameter W_{100} durch W und der Parameter T_{100} durch T ersetzt wird:

$$W = \left(m_{VT} \cdot (\log_{10}(T_{40}) - \log_{10}(T))\right) + W_{40}$$

$$T = \left(10^{10^{W}} - 0{,}8 - [273{,}15K]\right) \cdot \left[\frac{°C}{K}\right]$$

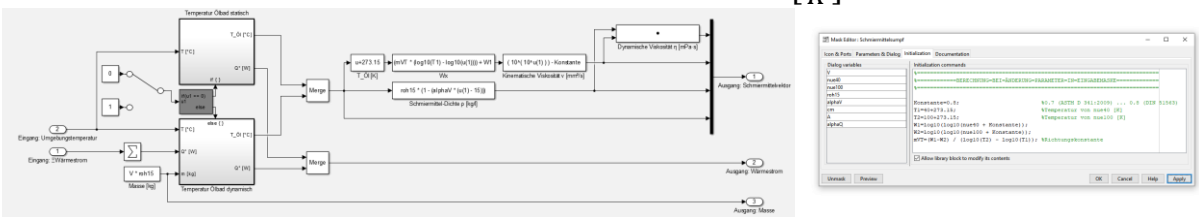


Abbildung 3-72: Bibliotheksmodell Schmiermittelsumpf – innere Berechnungsstruktur Ebene 1 (links oben) und Initialisierungsrechnung per Matlab-Interpreter in der Maske (rechts oben). Manueller Schalter in Ebene 1 (siehe links oben) wechselt zwischen statischer und dynamischer Schmiermitteltemperatur

Die entsprechenden Modell-Berechnungen befinden sich auf Ebene 1 und sind in Abbildung 3-72 dargestellt. Die Errechnung der Größen hängt jedoch von der Schmiermitteltemperatur selbst ab. Diese kann entweder mit einem Schalter (siehe Abbildung 3-72 ganz links) statisch erfolgen, sodass die Umgebungstemperatur schlicht durchgeschliffen wird (siehe Abbildung 3-73 links) oder es wird eine entsprechende Differentialgleichung gelöst.

Die Parameter 1; 6; 7; 8 in Abbildung 3-71 rechts werden hierfür benötigt. Während die spezifische Schmiermittelkapazität ein relativ einfach zu schätzender Parameter ist, müssen die übrigen Parameter aus dem CAD entnommen werden. Eine Vermessung des Schmiermittelvolumens und dessen Oberfläche stellt dabei eine mittelschwere Aufgabe dar, da exakte Daten benötigt werden. Der Wärmeübertragungskoeffizient muss jedoch bereits mittels einer komplizierten thermischen Analyse im CAD (z.B. *Creo Simulate*) durchgeführt werden, an welcher Stelle erneut weitere spezifische Parameter erforderlich werden und spätestens an diesem Punkt eine Kooperation mit der Produktentwicklung erfolgen kann. Auf der anderen Seite ist es ebenfalls möglich diesen Parameter zu iterativ zu finden, wenn die sich statisch einstellende Temperaturdifferenz eines Schmiermittelsumpfes bei einer bekannten Leistung bekannt ist (beispielsweise durch Infrarot-Thermometer-Messung).

Die in Abbildung 3-73 rechts dargestellte Berechnungsstruktur verfolgt die Idee, dass das Schmiermittelvolumen mit der Umgebungstemperatur aufgeladen ist (Speicher; initiales Integrationsoffset).

$$E_{Speicher,0} = c_m \cdot m \cdot T \cdot \left[\frac{1000J}{1kJ}\right]$$

Dieser Speicher wird nun mit der auf den Schmiermittelsumpf geleiteten Wärmeleistung beaufschlagt. Die Wärmeleistung integriert die gespeicherte Energie auf.

$$E_{Speicher} = E_{Speicher,0} + \int \left(\dot{Q}_{in} - \dot{Q}_{ab}\right)$$

Aus der gespeicherten Energie lässt sich wiederrum die Temperatur berechnen, was schlicht die Umkehrung der initialisierenden Berechnung darstellt. Die kritische Berechnung stellt den aus dem Schmiermittelsumpf abfließenden Wärmestrom in höhere Modellebenen dar (siehe Abbildung 3-73 rechts oben).

$$\dot{Q}_{ab} \approx \alpha_Q \cdot A \cdot \left(T_{Schmiersumpf} - T\right) \cdot \left[\frac{1m^2}{1000mm^2}\right]$$

Abschließend wird darauf hingewiesen, dass Berechnungen auf Ebene der „Atomischen Modelle“ bei Temperaturen unter 20°C nicht verlässlich sind. So hat *SKF* [96, S. 2] darauf hingewiesen, dass Umgebungstemperaturen größer gleich 20°C und Viskositäten zwischen 2 und 500 mm²/s verlässlich berechnet werden können. Der reguläre Einsatzbereich der Maschinenelemente Wellendichtring und Zahnradstufen erfolgt oberhalb der 20°C-Marke, sodass auch die den Formeln zugrundliegenden Versuche oberhalb dieser Temperaturgrenze gefahren worden sind.

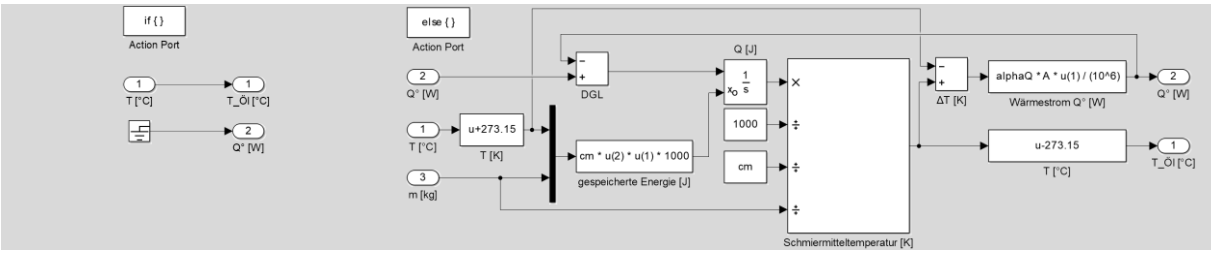


Abbildung 3-73: Bibliotheksmodell Schmiermittelsumpf – innere Berechnungsstruktur Ebene 2. Subsysteme zur statischen Berechnung der Schmiersumpftemperatur (links) und dynamischen Schmiermitteltemperatur (rechts)

3.2.4.2 Zelluläres Modell: Peripherie – Schaltung

In Kapitel 3.2.3.1 sind Modi eingeführt worden, mit welchen „Atomische Modelle“ zwischen einem seriellen Leistungsfluss und einem parallelen Leistungsfluss, oder auch – in Sonderfällen – in einen Bypass geschaltet werden können. Es wurde vereinbart die Schaltung mittels einer externen quasibinären Schaltvariable („001“; „011“ oder „111“) zu bewerkstelligen. Da Getriebe (bzw. „Zelluläre Modelle“) über mehrere Gänge verfügen, welche sich aus Kombinationen zusammensetzen können, die keiner offensichtlichen Reihenfolge folgen, muss eine Lösung implementiert werden welche einem fortlaufenden Gang eine Kombination an Schaltvariablen übersichtlich zuordnet.

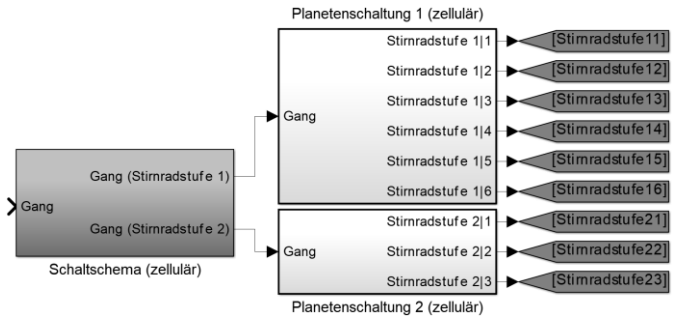


Abbildung 3-74: Umsetzung der Schaltbarkeit auf „Zellulärer Ebene“ am Beispiel des Getriebes *Pinion P1.18* Ebene 0

In Abbildung 3-74 ist am Beispiel des komplizierten 18-gängigen *Pinion*-Getriebes die Umsetzung der Schaltaufrufe durch die Vorgabe der laufenden Gangnummer dargestellt. Wie im Vergleich zwischen Abbildung 3-74 und Abbildung 3-75 zu erkennen ist, ist die zugrundeliegende Architektur fraktal. Das heißt es ist möglich auf „Organischer Ebene“ ein weiteres Schaltschema zu erstellen, um Getriebe (bzw. „Zelluläre Modelle“) miteinander zu kombinieren. Die Methodik hinter der Architektur besteht darin für jeden Gang die Modi an alle serielle Leistungsstränge einer Parallelschaltung (hier 2 Stufen) zuzuweisen. „Zelluläre Modelle“ weisen in der Regel zwischen 1 und 2 Stufen auf. Die Schemata sind individuell.

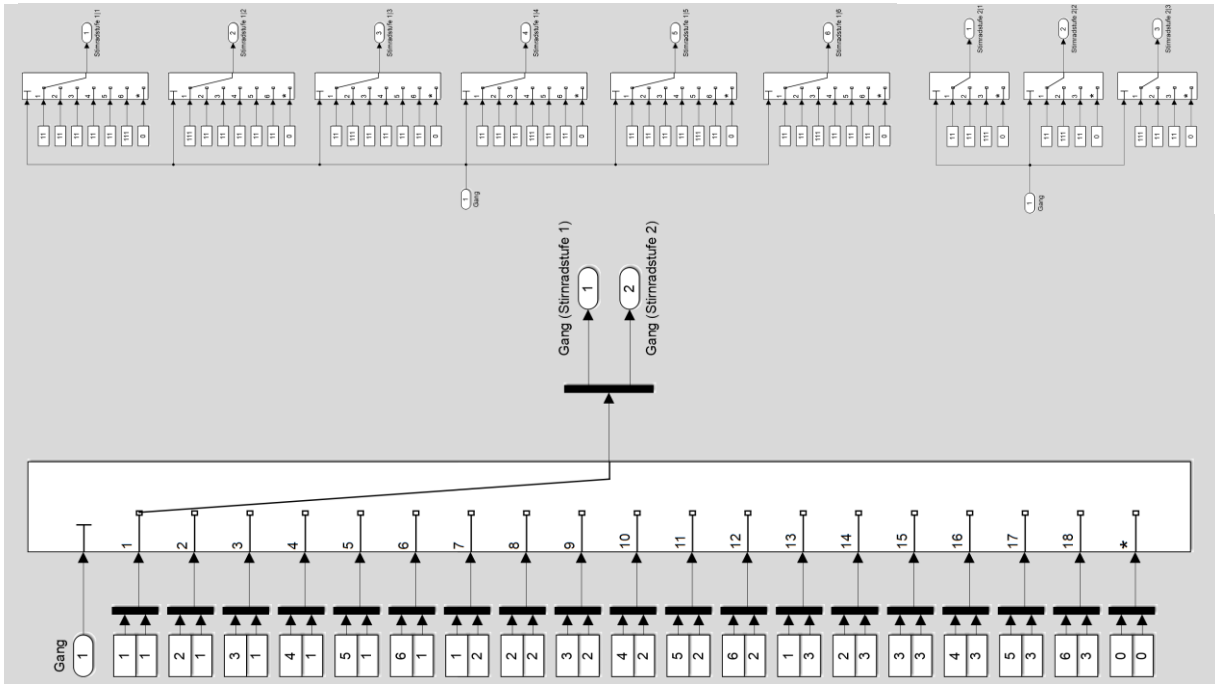


Abbildung 3-75: Umsetzung der Schaltbarkeit auf „Zellulärer Ebene“ am Beispiel des Getriebes *Pinion P1.18* Ebene 1. Zuweisung der Kombinationen beider Getriebestufen zu den fortlaufenden Gängen im Schaltschema (unten). Zuweisung der Modi an die Getriebestufen 1 und 2 (oben links und oben rechts)

3.2.4.3 Zelluläres Modell: Peripherie – Serieller Leistungsstrang | Paralleler Leistungsstrang

Für den Aufbau der „Zellulären Modelle“ haben sich einige grundlegende Regeln eingestellt und herausgestellt. Diese werden im Folgenden vom Groben ins Feine mittels vereinfachter Blockschaltbilder dargestellt. Grundlegend ist die Möglichkeit der Verschaltung der Blöcke auf die zweidimensionale Ebene beschränkt. Dadurch ergibt sich nur die Möglichkeit seriell oder parallel zu schalten. Die Berechnungen werden jedoch inkorrekt sein oder seitens *SIMULINK®* sogar scheitern, wenn die folgenden Regeln nicht eingehalten werden[274]. Hinweise zu den Modi sind in Kapitel 3.2.3.1 zu finden.

Grundsätzlich gilt, dass seriell geschaltete Blockschaltbilder mit dem Modus „111“ gefahren werden müssen. Wenn ein Element keinen Schalteingang aufweist, so kann dieses Element per *default* ausschließlich seriell (also quasi im Modus „111“) betrieben werden[275].

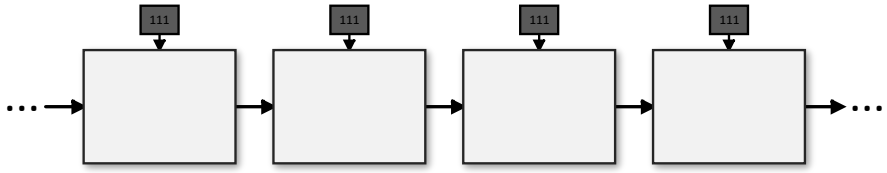


Abbildung 3-76: Verschaltung „Atomischer Modelle“ – Serieller Antriebsstrang

Grundsätzlich gilt ebenfalls, dass jeweils das erste und das letzte Element parallel-geschalteter Leistungsstränge mit dem Modus „011“ gefahren werden und der Ausgang der letzten Elemente durch Summation in einen einzigen Leistungsstrang zusammengeführt werden muss. **Achtung:** nur der Leistungsstrang, welcher aktiv im Eingriff ist darf und muss durchgängig mit dem Modus „111“ gefahren werden. Im Beispiel der Abbildung 3-77 ist der obere Leistungsstrang aktiv im Eingriff. Das könnte z.B.: eine Welle sein, während der parallele Leistungsstrang zwei Gehäuselager darstellt, welche als Verlustsenke das Moment der Welle herabsetzen. Im Fall einer Getriebeschaltung könnten beliebig weitere parallele Leistungsstränge eingesetzt werden, wobei das erste Element jeweils mit dem Modus „011“ betrieben werden muss. Die Schaltung eines Getriebes kann dynamisch mittels der Ausführungen in Kapitel 3.2.4.2 erfolgen. Als letztes Element kann immer ein „Parallel-Terminator“ genutzt werden.

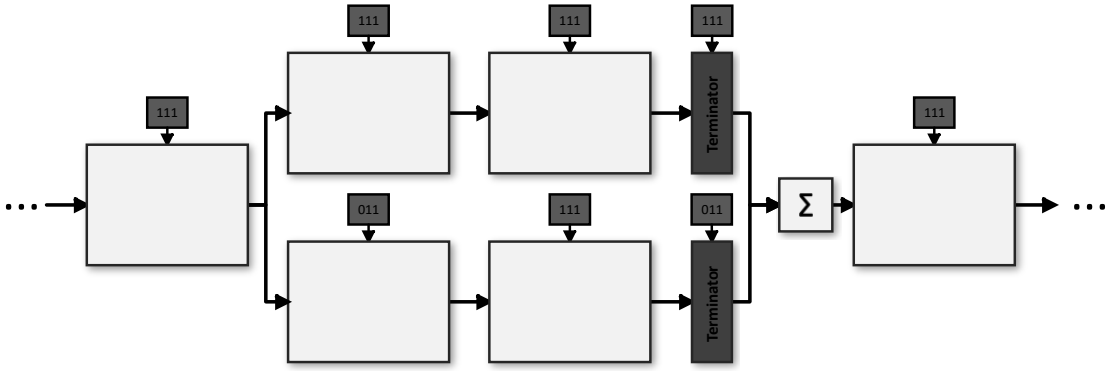


Abbildung 3-77: Verschaltung „Atomischer Modelle“ – Serieller Antriebsstrang

[274] Bei der Modellierung “Zellulärer Modelle” erfolgen Fehler aus der Verschaltung tatsächlich recht häufig. Die Ursachenbehebung stellt sich als kompliziert heraus, da Details schnell übersehen werden

[275] Ein einfaches aktuelles Beispiel hierfür ist eine Welle. Es ist bisher nicht erforderlich gewesen Wellen zu schalten

Alternativ zum Parallelterminator kann auch ein abtriebseitiger Freilauf eingesetzt werden. Es entstehen keine Fehler, wenn hinter einem abtriebseitigen Freilauf ein Parallelterminator geschaltet wird, selbst dann nicht wenn die Parallelstränge eines Getriebes über den Parallelterminator geschaltet werden. Ein Freilauf, egal ob antriebseitig oder abtriebseitig, kann damit als gleichwertiges „Atomisches Modell“ gesehen werden, für welche es keine Sonderregeln bedarf.

Für ein Lager welches nach einem geschalteten antriebseitigen Freilauf folgt (siehe Abbildung 3-78 oben mittig) muss jedoch beachtet werden, dass es ein relativ zu seinen Nachbarn stillstehendes Bauteil darstellt. Dieser Umstand wird mit dem Modus „001“ im Bypass erfasst, andernfalls werden Reibungsverluste berechnet, welche nicht auftreten. Im Fall der Schaltung eines Getriebes ist es übersichtlicher das Modul aus Abbildung 3-79 zu wählen um den Modus dynamisch zu konvertieren, anstatt eine weitere Schaltvariable in den Ausführungen von Kapitel 3.2.4.2 einzuführen.

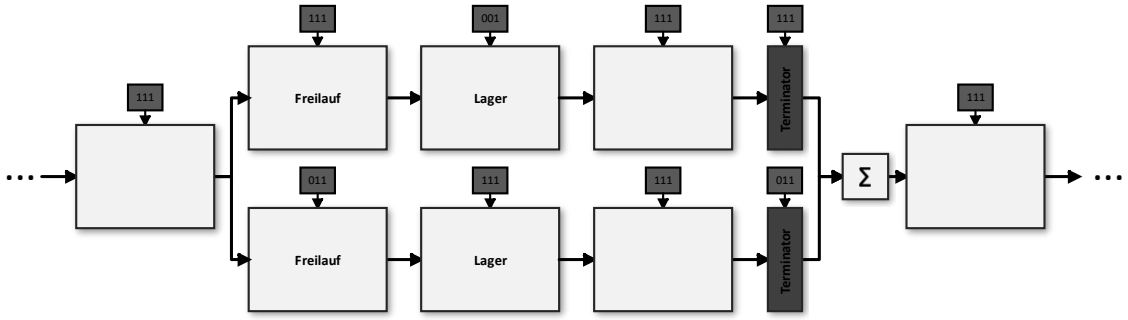


Abbildung 3-78: Verschaltung „Atomischer Modelle“ – Serieller Antriebsstrang

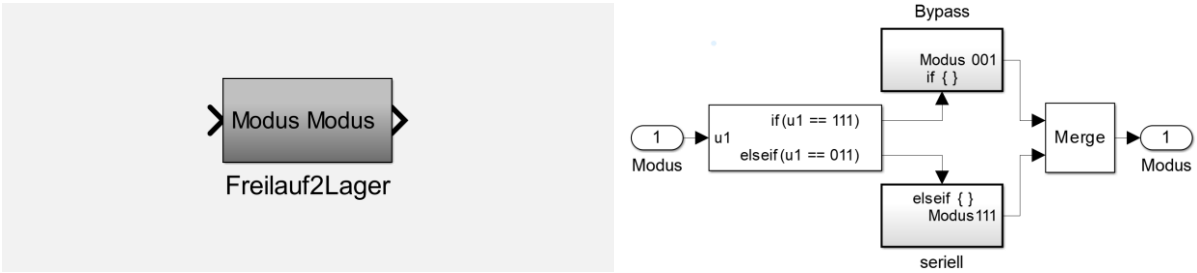


Abbildung 3-79: Bibliotheksmodell zur Konvertierung des Lagermodus bei einem auf einen antriebseitigen Freilauf folgendem Lager. Innenleben (rechts)

Die folgenden Ausführungen umfassen Maßnahmen, um die Lösbarkeit der Blockschaltbilder in *SIMULINK®* zu beschleunigen / zu ermöglichen. Das Berechnen von Reibungsverlusten aller parallelen Antriebstränge bremst *SIMULINK®* in seinem Potential aus, algebraische Schleifen zu lösen. Mit dem Setzen des Blocks in Abbildung 3-80 vor die jeweils ersten Drehzahleingänge paralleler Leistungsstränge kann Rechenkapazität gewonnen werden. Auf „Zellulärer Ebene“ ist das allerdings nicht zwingend.

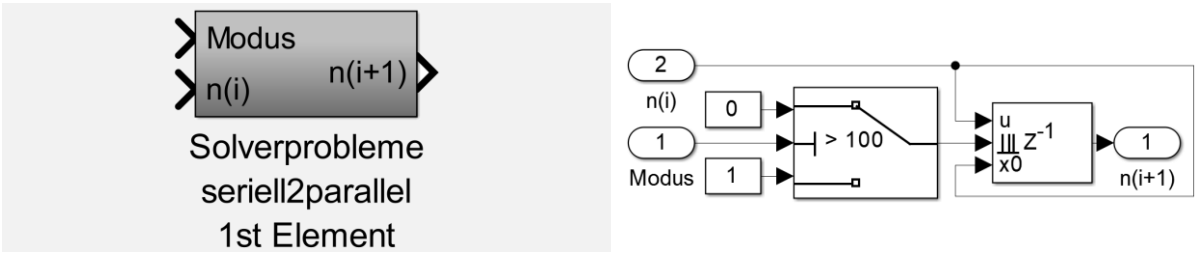


Abbildung 3-80: Bibliotheksmodell zur dynamischen Zwischenspeicherung der Drehzahl im Falle ungeschalteter Parallelstränge. Innenleben (rechts). Anpassungen der *Sample time* bei Solver mit fester Schrittweite erforderlich (vergleiche Abbildung 3-81)

Um Iterationsschleifen zu umgehen und das volle Lösungspotential von *SIMULINK®* auszuschöpfen algebraische Schleifen zu lösen ist jede Art von Signalrückführung eines folgenden „Atomischen Modells“ mit einem *delay-Block* zu versehen (siehe Abbildung 3-81). Dieser Block hat die selbe Wirkung wie das Wirkprinzip hinter Abbildung 3-80. In beiden Blöcken muss die *Sample time*, welche das Δt darstellt, angepasst werden wenn ein Solver mit fester Schrittweite benutzt wird. Hierfür ist in beiden Bibliotheksblöcken der Wert der Schrittweite einzusetzen. Es kann eventuell möglich sein diese Prozedur an allen Blöcken eines „Zellulären Modells“ manuell durchzuführen. Im Falle des Rückführungsblockes kann Bedarf bestehen den Initialwert (siehe blaue Markierung in Abbildung 3-81 rechts oben) anzupassen, da die Folge-Berechnungen induziert aus „Atomischen Modellen“ scheitern können, wenn durch null geteilt wurde. So sollte beispielsweise eine rückgeführte faktorisierte Übersetzung niemals null sein, sondern im Zweifel eins.

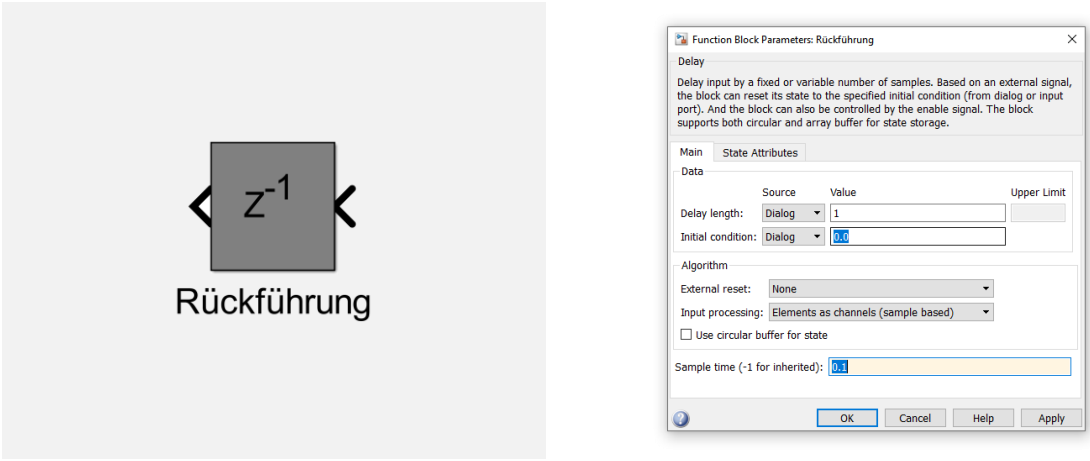


Abbildung 3-81: Bibliotheksmodell zur dynamischen Zwischenspeicherung der Drehzahl im Falle ungeschalteter Parallelstränge. Innenleben (rechts). Anpassungen der *Sample time* bei Solver mit fester Schrittweite erforderlich. Je nach Anwendung kann es erforderlich sein eine von Null abweichende *Initial Condition* zu parametrieren (z.B.: Teilen durch Null)

Der mögliche Einsatz der Blöcke ist in Abbildung 3-82 skizziert. Weitere Tipps sind das Einsetzen der Bibliotheksmodelle der Parallelsumierer (∑-Symbol), welche einen geringeren Rechenaufwand aufweisen als die hauseigenen Summierer. Parallele Leistungsstränge erhöhen den Rechenaufwand. Falls erforderlich, kann eine parallele Lagerung der Welle (Verlustsenke) mit der Welle in Reihe geschaltet werden. Kleine Erfolge erzielt, eine zwischenzeitliche Auslesung des Signalflusses mittels Displays (Zwischenspeicher). Ansonsten sind alle atomischen Bibliotheksmodelle auf „Minimize Algebraic Loops“ gesetzt. An letzter Stelle kann noch die Vorgabe von Initialwerten, bzw. *Algebraic constraints* dienen. Sollte das Versagen, hilft nur die Berechnung im Prüfstand.

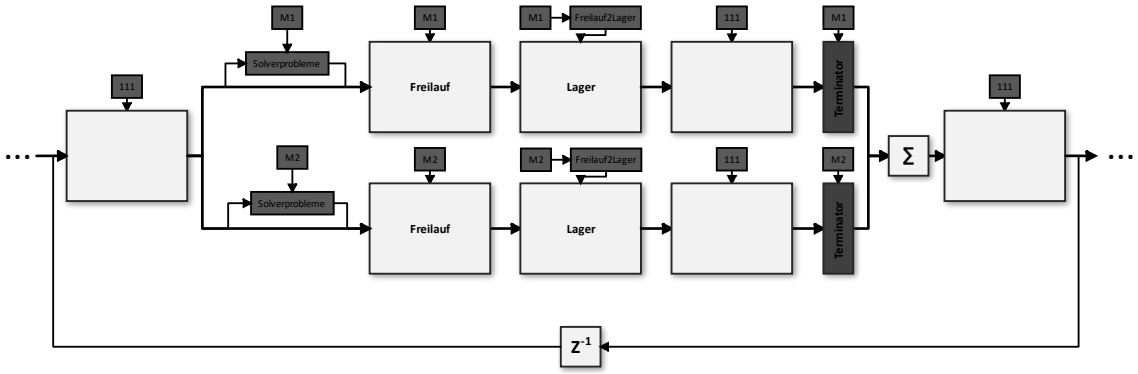


Abbildung 3-82: Verschaltung „Atomischer Modelle“ – unter Nutzung von Schaltvariablen (siehe Variablen M1 und M2); einer Rückführung (mittig unten, siehe z^{-1}); sowie Lösung von Solverproblemen durch dynamische Speicherung der Drehzahl für den nächsten Berechnungsschritt (jeweils links); als auch der dynamischen Modus-Änderung für ein nach einem antriebseitig-geschalteten Freilauf (mittig, oben)

3.2.4.4 Zelluläres Modell: Peripherie – Prüfstand zur Kennfelderstellung

Ein Prüfstand bietet die Möglichkeit Kennfelder aus den „Zellulären Modellen“ abzuleiten. Die Kennfelder können auf die Einflussgröße Antriebsmoment und Antriebsdrehzahl reduziert werden, indem Randbedingungen wie die Schmierstoffviskositäten fest vereinbart werden. Der große Vorteil von Kennfeldern besteht nicht nur in der Veranschaulichung, sondern in der extremsten Herabsetzung von Rechenzeiten. Im Laufe der Entwicklung hat sich herausgestellt, dass *SIMULINK®* nicht mehr in der Lage ist die Hauptdifferentialgleichung des Modellorganismus (siehe Kapitel 3.2.2) zu lösen, wenn mehrere „Zelluläre Modelle“ in Reihe geschaltet werden. Eine Sondierung hat jedoch ergeben, dass eine ganze Reihe „Zellulärer Modelle“ im Prüfstand berechnet werden kann.

Der Prüfstand gibt sämtliche Berechnungsgrößen vor, sodass in weiten Teilen von einer Vorwärtsrechnung gesprochen werden kann. Innerhalb der Vorwärtsrechnung tauchen vereinzelte kleine Rückkopplungen auf. Diese kann *SIMULINK®* jedoch lösen und anschließend zum nächsten Berechnungsschritt übergehen.

Der Prüfstand stellt also sowohl für die „Zellulären Modelle“, als auch die „Organischen Modelle“ eine sehr gute Lösung dar. Grundsätzlich besteht die Möglichkeit „Zelluläre Modelle“ in Kennfelder zu transformieren und auf „Organischer Ebene“ seriell zu schalten. Problematisch dabei ist jedoch, dass zwischen den „Zellulären Modellen“ in der Regel Übergabekräfte (Axial-; und Radialkräfte) vorliegen. Diese würden zwei weitere Dimensionen für die nötige Kennfeldermittlung darstellen, weswegen davon abgeraten wird.

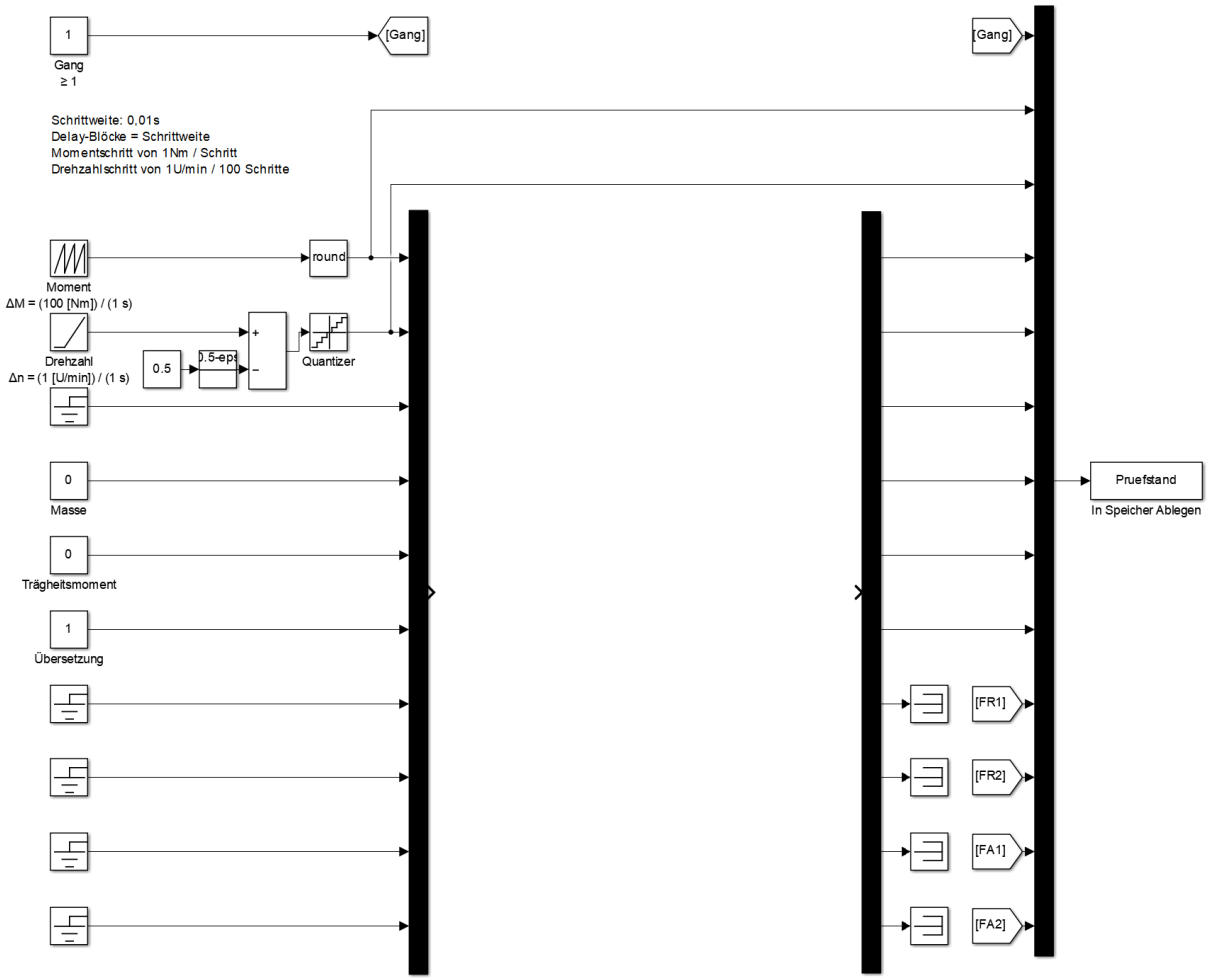


Abbildung 3-83: Prüfstandsmodell in *SIMULINK®* mit Solver fester Schrittweite

Der Prüfstand legt grundsätzlich die Null-Initialwerte für Masse und Trägheitsmoment fest. Analog dazu wird mit der faktorisierten Übersetzung vorgegangen. Die Viskosität (siehe Modellaufbau in Kapitel 3.2.4.1) wird in der aktuellen Umsetzung konstant gehalten. Eine Einbeziehung der Viskosität in eine Look-Up-Table ist nur vertretbar, wenn ein Schmiermittelreservoir im System betrachtet wird. Jedes weitere Schmiermittelreservoir stellt eine weitere Prüf-Dimension dar. Die Abfahrt der Drehzahl und des Moments erfolgt in einer Art verschachtelten *for*-Schleife.

Die äußere Schleife stellt die Drehzahl dar, welche als Rampe sukzessive hoch gefahren wird. Getaktet wird die Drehzahlrampe mit einer Steigung von [1U/min] pro Sekunde. Die Rampe wird durch einen Baustein in [1U/min]-Bausteine quantisiert. Da der Baustein intern mit einer kaufmännischen Rundung verfährt, wird die Drehzahl mit einem Offset von -0,5 U/min beaufschlagt. Das Offset wird um die Maschinengenauigkeit gesenkt, da es zu Problemen bei der Interpretation der Drehzahl 0 U/min kommt.

Das Moment wird mit einem periodischen Rampengenerator erzeugt. In einer Sekunde fährt dieser von 0N·m auf 100N·m herauf. Bei einer eingestellten Schrittweite von 0,01s ergibt das genau 1N·m pro Zeitschritt. In der Zeit, in welcher der Rampengenerator einen Steigvorgang vollzogen hat, hat der Quantisierer die Drehzahl auf einem konstanten Niveau gehalten. Eine Rundung des Moments beugt Problemen im geringen Nachkommabereich vor. Dies ist nötig, um die Ergebnisse in ein Messdatenkennfeld exakt rasterförmig einzuordnen.

Zwischen den beiden dicken Balken in Abbildung 3-83 wird das „Zelluläre Modell“ oder das „Organische Modell“ eingespannt. Die Messergebnisse werden im Workspace von *MATLAB®* unter der Variable „Pruefstand“ abgelegt.

Im Bereich der Weiterverarbeitung der Daten wird sich entschieden auf Ebene der zweidimensionalen Arrays, also Matrizen, zu bleiben um keinen Datenmüll[276] zu produzieren. Mithilfe von Simulink ist es möglich eine akzeptable Weiterverarbeitung mittels maximal zweidimensionalen *Look-Up-Tables* zu bewerkstelligen. Dabei ist die Idee den eingelegten Gang als Dimension aus den Daten zu entfernen und dafür die Daten nach eingelegten Gängen zu sortieren. Die Abhängigkeiten der Übergabegrößen[277] lässt sich wie folgt festhalten:

- $M_2 = f(Gang, M_1, n_1)$ → quasi *2D-Look-Up-Table*
- $n_2 = f(Gang, n_1)$ → quasi *1D-Look-Up-Table*
- $\dot{Q} = f(Gang, M_1, n_1)$ → quasi *2D-Look-Up-Table*
- $\sum m = const$ → Konstante
- $\sum J = f(Gang)$ → quasi Konstante
- $\Pi i = f(Gang)$ → quasi Konstante
- $F_{R,1} = f(Gang, M_1, n_1)$ → quasi *2D-Look-Up-Table*
- $F_{R,2} = f(Gang, M_1, n_1)$ → quasi *2D-Look-Up-Table*
- $F_{A,1} = f(Gang, M_1, n_1)$ → quasi *2D-Look-Up-Table*
- $F_{R,2} = f(Gang, M_1, n_1)$ → quasi *2D-Look-Up-Table*

[276] Das bedeutet, dass eine Matrix noch menschenlesbar ist und schnell in einen Plot überführt werden kann, während höherdimensionale Datenformate und Schreibweisen zwar effizienter sein können, jedoch dafür undurchsichtiger sind

[277] M ist Moment; n ist Drehzahl; $\dot{Q}$ ist Wärmestrom; ∑m ist Gesamtmasse; ∑J ist reduziertes Trägheitsmoment; Πi ist Gesamtübersetzung; F_R ist Radialkraft; F_A ist Axialkraft. Index 2 bedeutet Systemausgang; Index 1 bedeutet Eingang

Die Daten aus dem Prüfstand werden extrahiert und in eine Matrizenform überführt (siehe Tabelle 71 Zeile 41 bis 75), wobei die Schleifenlogik des Prüfstandes nachempfunden wird, und abgespeichert (Zeile 78 bis 92). Die Speicherung erfolgt mittels dynamischer Speicherplatzzuweisung, sodass eine Änderung des Gangs im Prüfstand, nach Ausführung des Skriptes (Tabelle 71) automatisch zur Ablage der Look-Up-Daten in einem Unterspeicherplatz erfolgt. Auf diese Weise können alle Gänge auf dem Prüfstand in *SIMULINK®* abgefahren und auf *MATLAB®* gespeichert werden. Nach Abschluss der Prüfungen kann die Speichervariable „SpeicherMichInDieBibliothek“ per Rechtsklick aus dem Workspace fest hinterlegt werden, um mit Hilfe von Look-Up-Blöcken die Daten in *SIMULINK®* auslesen zu können.

In einer späteren Iterationsschleife der Entwicklung (betrachte Kapitel 3.2.4.5 und 3.2.4.7) ist es notwendig geworden den Prüfstand, welcher dem Prüfzyklus durch einen Elektromotor ähnelt (siehe Abbildung 3-83) umzubauen, sodass auch ein Prüfzyklus über die Muskelanstrengung des menschlichen Kurbeltriebs realisiert werden kann. Für diese Variante ist der Parameter „Modus“ in Zeile 2 eingefügt worden. Das Wirkungsgradkennfeld und die LookUpTable-Daten werden in der Folge als Funktion von Drehzahl und dem Anstrengungsfaktor (0 … 1 siehe f_t in Kapitel 2.8.6 Abschnitt „Steuerungskurven“) gebildet.

Tabelle 71: Quelltext zur sukzessiven Kennfeldextraktion vom Prüfstand in eine Struktur zur Auslesung durch Look-Up-Blöcke. Quelltext für den regulären Prüfstand nach Art eines Elektromotors und dem Prüfstand nach Art eines Reglers für den menschlichen Kurbeltrieb kompatibel

```
1   Kennfelderstellung={'M', 'fA'};
2   Modus=Kennfelderstellung(1);
3
4   %% Adressierung der Time-Series-------------------------------------------
5   clear('tout');
6   Data=Pruefstand.Data;
7   Index.Gang= 1;
8   Index.M1=   2;
9   Index.n1=   3;
10  Index.M2=   4;
11  Index.n2=   5;
12  Index.Q=    6;
13  Index.m=    7;
14  Index.J=    8;
15  Index.i=    9;
16  Index.FR1= 10;
17  Index.FR2= 11;
18  Index.FA1= 12;
19  Index.FA2= 13;
20  if(strcmp(Modus, 'fA'))
21      Index.fA= 14;
22  end
23  %==========================================================================
24
25
26  %% Fehlerkorrektur (optional. Nicht zu empfehlen)
27  %{
28  if(strcmp(Modus, 'M'))
29      Fehlerkorrekturvektor=1 - ((( Data(:, Index.M1)-round(Data(:, Index.M1)))
                                  ./ Data(:, Index.M1)) .* Data(:, Index.i));
30      Data(:, Index.M1)=  round(Data(:, Index.M1));
31      Data(:, Index.M2)=  Data(:, Index.M2)  .* Fehlerkorrekturvektor;
32      Data(:, Index.Q)=   Data(:, Index.Q)   .* Fehlerkorrekturvektor;
33      Data(:, Index.FR1)= Data(:, Index.FR1) .* Fehlerkorrekturvektor;
34      Data(:, Index.FR2)= Data(:, Index.FR2) .* Fehlerkorrekturvektor;
35      Data(:, Index.FA1)= Data(:, Index.FA1) .* Fehlerkorrekturvektor;
```

```
36      Data(:, Index.FA2)= Data(:, Index.FA2) .* Fehlerkorrekturvektor;
37  end
38  %}
39
40
41  %% Extraktion-----------------------------------------------------------
42  X=unique(Data(:, Index.M1));
43  if(strcmp(Modus, 'fA'))
44      X=unique(Data(:, Index.fA));
45  end
46  Y=unique(Data(:, Index.n1));
47  Y(end)=[];                                                          278
48  k=0;                                                                279
49  for i=1:1:size(Y,1)                                                 280
50      for j=1:1:size(X,1)                                             281
51          %Datensatzzähler
52          k=k+1;
53
54          %2D-LookUpTables
55          M(i,j)=Data(k, Index.M2);                   %Ausgangsmoment
56          Q(i,j)=Data(k, Index.Q);                    %Abwärme
57          Eta(i,j)=( Data(k, Index.M2) * Data(k, Index.n2) ) /
                     ( Data(k,   Index.M1) * Data(k, Index.n1) ); %Wirkungsgrad
58          FR1=Data(k, Index.FR1);                     %Radialkraft am Eingang
59          FR2=Data(k, Index.FR2);                     %Radialkraft am Ausgang
60          FA1=Data(k, Index.FA1);                     %Axialkraft am Eingang
61          FA2=Data(k, Index.FA2);                     %Axialkraft am Ausgang
62      end
63
64      %1D-LookUpTables
65      n(i)=Data(k, Index.n2);                         %Drehzahl
66  end
67  n=n';
68  clear('i', 'j', 'k');
69
70  %Konstanten
71  m=      Data(1, Index.m);                           %Gesamtmasse
72  J=      Data(1, Index.J);                           %red. Trägheitsmoment
73  i=      Data(1, Index.i);                           %Gesamtübersetzung  282
74  Gang=   Data(1, Index.Gang);                        %eingelegter Gang
75  %=========================================================================
76
77
78  %% Speicherung----------------------------------------------------------
79  evalin('base', strcat('SpeicherMichInDieBibliothek.Gang', num2str(Gang),
    '.M',    ' =   M'));
80  evalin('base', strcat('SpeicherMichInDieBibliothek.Gang', num2str(Gang),
    '.n',    ' =   n'));
81  evalin('base', strcat('SpeicherMichInDieBibliothek.Gang', num2str(Gang),
    '.Q',    ' =   Q'));
82  evalin('base', strcat('SpeicherMichInDieBibliothek.Gang', num2str(Gang),
    '.m',    ' =   m'));
83  evalin('base', strcat('SpeicherMichInDieBibliothek.Gang', num2str(Gang),
    '.J',    ' =   J'));
84  evalin('base', strcat('SpeicherMichInDieBibliothek.Gang', num2str(Gang),
    '.i',    ' =   i'));
85  evalin('base', strcat('SpeicherMichInDieBibliothek.Gang', num2str(Gang),
    '.FR1', ' = FR1'));
86  evalin('base', strcat('SpeicherMichInDieBibliothek.Gang', num2str(Gang),
    '.FR2', ' = FR2'));
```

---

278 %Im Datensatz taucht die letzte Drehzahl nur einmal mit einem Momentwert auf. Deswegen wird der letzte Wert gelöscht

279 %Zähler für die Zeilen des Datensatzes

280 %äußere Schleife ist die Eingangsdrehzahl (siehe Datensatz)

281 %Innere Schleife ist das Eingangsmoment (siehe Datensatz)

282 %ACHTUNG: das keine Schleife den Mummpitz überschreibt

```
87  evalin('base', strcat('SpeicherMichInDieBibliothek.Gang', num2str(Gang),
    '.FA1', ' = FA1'));
88  evalin('base', strcat('SpeicherMichInDieBibliothek.Gang', num2str(Gang),
    '.FA2', ' = FA2'));
89  evalin('base', strcat('SpeicherMichInDieBibliothek.Gang', num2str(Gang),
    '.Eta', ' = Eta'));
90  clear('Data', 'Index');
91  clear('M', 'n', 'Q', 'm', 'J', 'i', 'FR1', 'FR2', 'FA1', 'FA2');
92  %=========================================================================
93
94
95  %% Plot-----------------------------------------------------------------
96  p = surf(X, Y, Eta);
97  colorbar;
98  xlabel('M_{Eingang} [Nm]');
99  if(strcmp(Modus, 'fA'))
100     xlabel('Anstrengung');
101 end
102 ylabel('n_{Eingang} [U/min]');
103 zlabel('\eta');
104 %zlim([0.9 1]);
105 title(strcat('eingelegter Gang:', {' '}, num2str(Gang)), 'FontSize', 14);
106 set(gca,'FontSize',14);
107 clear('X', 'Y', 'Eta', 'Gang');
108
```

Ein abschließender Plot des Wirkungsgradkennfeldes (siehe Abbildung 3-84) dient zur Fehlerüberprüfung/Qualitätssicherung und zu Diskussionszwecken. Die z-Achse ist dynamisch um Fehler in der Berechnung rasch zu identifizieren. Falls der Informationsgehalt der Flächen zu ungenau ist kann mit der Zeile 104 in Tabelle 71 eine Eingrenzung der Achsenwerte geschehen (quasi heranzoomen).

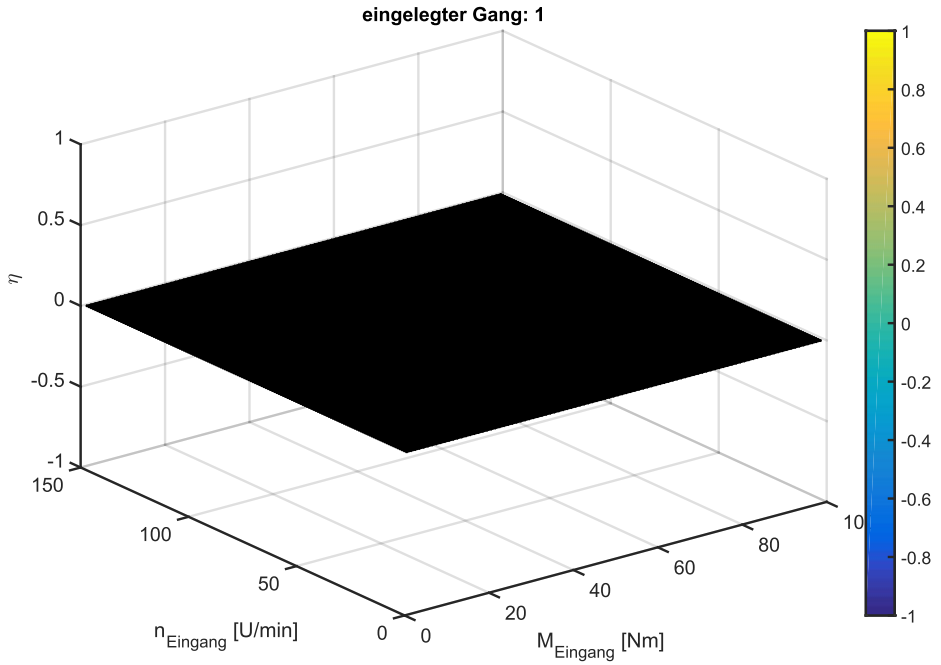


Abbildung 3-84: generisches Wirkungsgradkennfeld (alternativ über den Anstrengungsfaktor statt dem Eingangsmoment)

3.2.4.5 Zelluläres Modell: Mensch

Die Modellierung des Kurbeltriebs, wie es in Kapitel 2.8 geschehen ist, ist extrem aufwändig und im Rahmen der zur Verfügung stehenden Zeit nicht möglich [283] . Gerade die Errechnung der Kompensationsrechnungs-Methode ist für *SIMULINK®* völlig ungeeignet.

> Auf der einen Seite ist das schade, da das Modell des Kurbeltriebs mit einer ganzen Reihe von Parametern zum Fahrer (und Sitzposition) und dem Einfluss der Hanglage, sowie Fahrtbeschleunigungen (und potentiell Fahrwerksbeschleunigungen) parametriert werden kann…
>
> …auf der anderen Seite errechnet das Modell dynamische Werte, welche sich im Drehwinkelbereich einer jeden Antriebsumdrehung abspielen.

Die dynamischen Werte können mit der zur Verfügung stehenden Rechenleistung in angemessener Zeit nicht nur nicht erfasst werden, sie verfälschen durch die stark variierende Amplitude sogar die Prüfstandskennfelder, wenn nicht mit einer Drehwinkel-gesteuerten Integrierung und Mittelung sämtlicher Ergebnisse gearbeitet wird.

An dieser Stelle wird deshalb festgelegt die Modellgrundlage in *R-Studio* aus Kapitel Abbildung 2-8 zu nutzen. Die Ergebnisse sind hinreichend genau und werden mit den in Kapitel 3.1 identifizierten idealen Sitzpositionen gespeist. Da der Auftraggeber zu Projektbeginn gewünscht hat Fahrer mit einer Größe von circa 1,60m bis 1,80m zu berücksichtigen, werden für die Simulation zwei Gruppen von Kennfeldern: für die 50%-Perzentil-Frau und den 50%-Perzentil-Mann festgelegt, auch wenn die Festlegung der Sitzposition unter Einfluss der Karosserieform und der Antriebsleistung am 50%-Perzentil-Mann vorgenommen worden ist[284]. Aus dem Modell werden Mittelwerte und Maximalwerte für folgende Parameter extrahiert, sodass bei Bedarf mit einer geschätzten Funktionskurve eine Dynamik auf die Reibungseigenschaften sekundär getestet werden kann, jedoch primär Mittelwerte ausgegeben werden.

- Pedalradialkraft für beide Pedale (Druckkraft)
- Pedaltangentialkraft für beide Pedale
- Pedaldrehzahl (in Bezug auf Koordinatensystem Kurbelgarnitur)
- Waagerechte Sitzkraft (Druckkraft)
- Senkrechte Sitzkraft (Druckkraft)

---

[283] Das Berechnungsmodell kann im Rahmen einer Doktorarbeit überarbeitet werden. Dabei kann das Vorgehen eine MKS-Analyse zur Bewegungsablauferstellung beibehalten werden. Erweiternd muss hierfür die Bewegung des Sprunggelenks in mehreren Versuchsreihen vorgegeben werden, um den Einfluss auf die Änderung des Bewegungsablaufes zu erfassen und der Effekt des Drehscharniergelenkes am Knie modelliert werden.
Die Statik-Ansätze müssen nochmals kritisch überarbeitet werden. Das derzeitige Stabkraftmodell ist vermutlich nicht komplett richtig, da ein Gelenk durch Anspannung von Flexoren und Tensoren zwischen einem Gelenk und einer festen Einspannung stufenlos wechselt.
Mittels eines Trial-&-Error-Algorithmus (für eine statische Sitzposition) oder einer durch die Vortriebs- und Kontaktkraft bestärkten Künstliche-Intelligenz-Algorithmus (für alle möglichen Sitzpositionen) können Steuerkurven der Muskelgruppen in Abhängigkeit des Kurbelwinkels; der Gelenkwinkels; und der Pedalkraftkomponenten erstellt werden, welche die Muskelmomente abrufen.
Die Lastverteilung zwischen Sitz und Pedale muss nochmals überarbeitet und der Einfluss der Abstützung durch die Arme berücksichtigt werden.
Eine Plausibilitätsprüfung kann über einen entsprechenden Prüfstand erfolgen. Plausible Steuerkurvenkennfelder könnten durch Steuerung eines Androiden validiert werden, wenn die Berechnungen mit den entsprechenden Parametern wiederholt werden würde.

[284] Der konzeptionelle Ansatz zur Verstellung des Tretlagers führt jedoch zu keinen Kollisionsproblemen

Die Berechnung der folgenden Parameter geschieht nicht exakt nach Tabelle 44, sondern es wird vereinfacht, wie in Kapitel 2.8 geschehen, eine Parameterskalierung allein durch die Körperhöhe H vorgenommen.

Tabelle 72: Vereinfachte Festlegung der Fahrerparameter für die virtuelle 50%-Perzentil-Frau und den 50%-Perzentil-Mann. Die virtuelle Frau wird auf 1,60m abgerundet, damit das MKS-Modell verzerrungsfrei skaliert werden kann

	50%-Perzentil-Frau	50%-Perzentil-Mann
Eingefrorene Modell-Parameter	$Geschlecht = weiblich$	$Geschlecht = männlich$
Körperhöhe	$H = 1600mm$	$H = 1750mm$
Pedallänge	$r = 160mm$	$r = 175mm$
Körpermasse	$m = 66kg$	$m = 78g$
Alter	$Alter = 18 \dots 65 \approx 40$	
Symmetriefaktor	$f_{\|\|} = 95$	
Rechteckfaktor	$f_{\sqcap} = 95$	
Rundheitsfaktor	$f_{\cap} = 5$	
Gravitationsbeschleunigung	$g = 9{,}80665\, m/s^2$	
Parameter im ermittelten Betriebspunkt		
Sitzentfernung	$l = 720mm$	$l = 790mm$
Sitzwinkel	$\beta = 75°$	
Rückenwinkel	$\beta_R = 30°$	
(Nackenwinkel)	$\beta_N = 45°$	
(Koordinaten Verteilerachse Abtrieb)	$[x_{Abtrieb} \quad y_{Abtrieb}]^T = [0 \quad 0]^T$	
(Koordinaten Tretlager $_x$)	$x_{Tretlager} = 1260mm$	$x_{Tretlager} = 1325mm$
(Koordinaten Tretlager $_z$)	$z_{Tretlager} = 60mm$	$z_{Tretlager} = 53mm$
(Koordinaten Hüfte $_x$)	$x_{Hüfte} = 565mm$	$x_{Hüfte} = 565mm$
(Koordinaten Hüfte $_z$)	$z_{Hüfte} = 35mm$	$z_{Hüfte} = 26mm$
(Koordinaten Knick $_x$)	$x_{Knick} = 685mm$	$x_{Knick} = 685mm$
(Koordinaten Knick $_z$)	$z_{Knick} = 0mm$	$z_{Knick} = 0mm$
(Knickwinkel $_{xz}$)	$\angle_{Knick} = 6°$	$\angle_{Knick} = 5°$
LookUpVariablen		(mit Schrittweite Δ_z)
Drehzahl	$n = 0 \dots 150\, U/min$	$mit\ \Delta_z = 1\, U/min$
Drehwinkel	$\varphi = 0 \dots 359°$	$mit\ \Delta_z = 1°$
Horizontalbeschleunigung	$a_h = -0{,}5 \dots 0{,}5\, m/s^2$	$mit\ \Delta_z = 0{,}1\, m/s^2$
Gravitationswinkel	$\varphi_G = -25° \dots 25°$	$mit\ \Delta_z = 5°$
VariablenOfInterest		
Radiale Pedalkraft$_{1,\ Leerlauf}$	$F_{r1,0}$	
Radiale Pedalkraft$_{2,\ Leerlauf}$	$F_{r2,0}$	
Radiale Pedalkraft$_{1,\ Volllast}$	$F_{r1,ges}$	
Radiale Pedalkraft$_{2,\ Volllast}$	$F_{r2,ges}$	
Tangentiale Pedalkraft$_{1,\ Leerlauf}$	$F_{t1,0}$	
Tangentiale Pedalkraft$_{2,\ Leerlauf}$	$F_{t2,0}$	
Tangentiale Pedalkraft$_{1,\ Volllast}$	$F_{t1,ges}$	
Tangentiale Pedalkraft$_{2,\ Volllast}$	$F_{t2,ges}$	
Pedaldrehzahl$_1$	ω_1	
Pedaldrehzahl$_2$	ω_2	
Horizontale Sitzkraft $_{Leerlauf}$	$F_{Sh,0}$	
Horizontale Sitzkraft $_{Volllast}$	$F_{Sh,ges}$	
Vertikale Sitzkraft $_{Leerlauf}$	$F_{Sv,0}$	
Vertikale Sitzkraft $_{Volllast}$	$F_{Sv,ges}$	

SIMULINK® bietet die Möglichkeit *Look-Up-Tables* auch mit vier Variablen zu implementieren, wie es in Tabelle 72 vorgeschlagen ist. *R-Studio* liefert eine Liste[285] mit 2 mal 14 *VariablenOfInterest* mit je 6.577.560 entsprechenden Werten[286], welche auf *MATLAB®*-Ebene in Arrays transformiert werden müssen[287]. Mit diesem Arrayvolumen ist die vorliegende Rechenmaschine[288] im Auslesen der *Look-Up-Tables* unangemessen gefordert (Berechnung schneller als *LookUp*-Methode). Grundsätzlich besteht die Option das dynamische Verhalten des Kurbeltriebs im Rahmen einer Fahrsimulation (auf Organismus-Ebene) oder die tribologischen Auswirkungen in einem kleinen Drehzahlbereich auf nachgeschaltete Antriebskomponenten zu ermitteln. Vorrangig werden die Arrays durch Mittelwertbildung über die Drehzahl auf 18.271 Elemente reduziert[289]. Außerdem kann eine enorme Performance-Steigerung erreicht werden, indem im Falle eines Null-Gravitationswinkel, bzw. einer Null-Horizontalbeschleunigung (*default* Modelleingang) weiter dimensionsbeschnittene Arrays mit 1.661 Elementen oder 151 Elementen zum Einsatz kommen.

Tabelle 73: Konzept für die strukturelle Datenorganisation der *Look-Up-Tables* des Kurbeltrieb mit Fokus auf die Rechenbeschleunigung. Links: Aufbau der Struktur; Rechts: Inhalt der jeweiligen Strukturebene

1. Geschlechterebene		2	Geschlechter
1.1. Parameterebene		14	Parameter
1.1.1. Datenebene		8	LookUpTable – Varianten
1.1.1.1.	LUT4D	6.577.560	Werte in 4D-Array
1.1.1.2.	LUT4D – a	597.960	Werte in 3D-Array
1.1.1.3.	LUT4D – g	597.960	Werte in 3D-Array
1.1.1.4.	LUT4D – a, g	54.360	Werte in 2D-Array
1.1.1.5.	$LUT3D_{gemittelt@360°}$	18.271	Werte in 3D-Array
1.1.1.6.	$LUT3D_{gemittelt@360°}$ – a	1.661	Werte in 2D-Array
1.1.1.7.	$LUT3D_{gemittelt@360°}$ – g	1.661	Werte in 2D-Array
1.1.1.8.	$LUT3D_{gemittelt@360°}$ – a, g	151	Werte in 1D-Array

[285] Die Berechnung in *R-Studio* erfolgt über 4 Schleifen, welche je ein Array nach [286] formen. Um die Arrays in *MATLAB®* einlesen zu können, werden diese am Ende über 4 Schleifen in eine zweidimensionale Liste explodiert. Die ersten 4 Spalten (Tabulator-getrennte Textdatei nach Stil einer *csv*-Datei) enthalten die Arrayadressen (das heißt die Indexe). Die letzte Zeile die entsprechende *VariableOfInterest*. In Matlab wird die Textdatei dann zeilenweise über die Indexe in ein Array eingelesen und damit verfügbar. Zusätzlich zu den .csv-Dateien wird eine Übersetzungsdatei zwischen den 4 Indexreihen und den dazugehörigen physikalischen Größen (Drehwinkel in Grad; Drehzahl in U/min; Horizontalbeschleunigung in m/s² und Gravitationswinkel in °) exportiert. Diese Datei dient für die sogenannten „Breakpoints“, welche in den *Look-Up-Blöcken* in *SIMULINK®* parametriert/angegegeben werden müssen.

[286] Es werden grundlegende 2 Datensatzgruppen für die virtuelle 50%-Perzentil-Frau und den 50%-Perzentil-Mann erstellt, welche je 14 Variablen aufweisen, welche in einem Array mit 360 Drehwinkel-; 151 Drehzahl-; 11 Fahrzeug-Horizontalbeschleunigungs- und 11 Fahrzeug-Gravitationswinkel-Abhängigkeiten abgelegt sind.

[287] Der Versuch die Übertragung der Listenwerte in ein Array mittels einer *parfor-Schleife* (Parallel-Processing der Prozessorkerne nach Kapitel 3.2.3 Abschnitt „Sondierungen zu den anwendbaren Programmiermethoden“) zu bewerkstelligen scheitert an der Forderung den Speicher mittels der Schleifenvariable adressieren zu müssen. Durch die systematische Schleifenbeschreibung der Liste, lässt sich die Übertragung in Bruchteil einer Sekunde mittels dem Hardware-nahen Befehl „Array=reshape(Liste(:, 5), [360, 151, 11, 11]);“ bewerkstelligen. Dabei wird sinngemäß mittels 4 Schleifen mit den Zählern „ϕ=1:360“; „n=1:151“; „a=1:11“; „g=1:11“ die Wertübertragung umgesetzt.

[288] Vierkern-CPU getaktet auf 4,5GHz; 2 x *DDR3* Arbeitsspeicher zu je 0,8GHz

[289] Eine Mittelwertbildung ist schneller ohne die Nutzung der Graphikkartenunterstützung mittels *gpuArray (*nach Kapitel 3.2.3 Abschnitt „Sondierungen zu den anwendbaren Programmiermethoden“). Mittels „Array=squeeze(mean(Array, 1))“ wird die erste Dimension des *Arrays* in einen Mittelwert gewandelt und anschließend vollends eliminiert, sodass eine Dimensionsreduktion von 4 auf 3 erfolgt.

Bei der Mittelwertbildung der Drehzahlen der Pedalen tritt ein Problem auf, was als Auslöschung bezeichnet werden kann. Die mittlere Drehzahl der Pedalen (bei der die Pedalposition eine Parallelausrichtungsbedingung zur Fahrbahn erhält) entspricht exakt der Kurbeldrehzahl. Im realen Kurbelbetrieb schwankt die Drehzahl jedoch um diesen Mittelwert. Diese Schwankung ist essentiell für die Reibungsentwicklung in den Pedallagern. Aus diesem Grund wird ausschließlich mit den Pedaldrehzahlen gesondert verfahren.

Die vollständige Dokumentation zur Übertragung der Daten aus *R-Studio* nach *MATLAB®* ist zu aufwändig. Die Daten werden in Textform nach *csv*-Philosophie übermittelt, wobei die ersten 4 Datenfelder die Zähler für Drehwinkel, Drehzahl, Beschleunigung und Gravitationswinkel und die Spalte 5 den jeweiligen Parameter (z.B. Tangentialkraft$_1$) darstellen. Diese Zähler sind in Zeile 00 in Tabelle 80 wiederzufinden. Die genutzte Funktion ist hochgradig performant und wandelt die in Zeile 0 aus der Textdatei eingelesene Matrix in ein 4-dimensionales Array um.

…

Für den Fall der Mittelwertbildung[290] der Pedaldrehzahlen (omega$_1$ und omega$_2$) wird zunächst die mittlere Drehzahl ermittelt (Zeile 3), genauso wie es auch für die anderen Parameter (z.B.: Kraft, siehe Zeile 10 und 11) durchgeführt wird. Im nächsten Schritt wird jedem (Zeile 4) Drehzahlwert die Mitteldrehzahl abgezogen um die Amplitude zu erhalten (Zeile 5). Obwohl interessanterweise alleine Zeile 8 einen Mittelwert bildet welcher nicht 0 ist, werden explizit die negativen Schwingungsanteile ins Positive umgeklappt (Zeile 7). Schließlich wird die virtuelle mittlere Pedaldrehzahl aus Mittelwert und Amplitude gebildet (Zeile 9)[291]. Aus den 4-dimensionalen *LookUpTable*-Daten werden durch Zeile 14 3-dimensionale *LookUpTable*-Daten erzeugt (vergleiche Philosophie „LUT4D“ und „LUT3D$_{gemittelt}$“ in Tabelle 73).

Tabelle 74: Quelltextausschnitt zur Bildung des virtuellen Mittelwertes der Pedaldrehzahlen

```
0   Speicher=importdata(char(PFAD.adresse{i}), '    ', 0);
00  Array=reshape(Speicher(:, 5), [360, 151, 11, 11]);

    …

1   if( strcmp(char(PFAD.suffix{i}), 'omega1_') ||
2       strcmp(char(PFAD.suffix{i}), 'omega2_') )
3       Mittelwert=mean(Array, 1);
4       for(j = 1:size(Array, 1))
5           Amplitude(j, :, :, :)=Array(j, :, :, :)-Mittelwert;
6       end
7       Amplitude=abs(Amplitude);
8       Amplitude=mean(Amplitude, 1);
9       Array=Mittelwert-Amplitude;
10      clear('Mittelwert', 'j', 'Amplitude')
11  else
12      Array=mean(Array, 1);
13  end
14  Array=squeeze(mean(Array, 1));
15
```

[290] bei welcher der Einfluss des Drehwinkels eliminiert wird

[291] Aufgrund der Generalisierungs-Festlegungen in Kapitel 2.8.8 ist die Drehzahl wider Erwarten negativ und es erfolgt eine Subtrahierung der mittleren Amplitude. Hinweis: dieser errechnete Wert ist virtuell um die Reibung abzubilden – es handelt sich nicht um eine mittlere Drehzahl im mathematischen, bzw. physikalischen Sinn

In Abbildung 3-85 ist das „Zelluläre Modell“ für den Menschen dargestellt. Das Modell ist ein *LookUpTable*-Konstrukt aus den Daten aus *R-Studio* (siehe Kapitel 2.8). Ausgewählt werden kann ein 50%-Perzentil-Mann und eine virtuelle 50%-Perzentil-Frau[292]. Als Eingangsgrößen benötigt das Modell einen Anstrengungsfaktor f_A und eine auferzwungene Drehzahl n. Optionale Eingangsparameter stellen die Horizontalbeschleunigung des Fahrzeuges a_H und der Gravitationswinkel des Fahrzeuges φ_G dar. Diese Eingangsgrößen weichen von der bisherigen Modellphilosophie ab und unterstreichen den Unterschied dieses Modells zu den technischen Modellen.

Auf dem Ausgang liegen ein Tangentialkraftvektor[293] der Pedalen ΞF und ein Drehzahlvektor[294] des Kurbeltriebs und der Pedalen Ξn vor. Soweit stimmen die weiteren Schnittstellen mit der bisherigen Modellphilosophie überein. Weitere Ausgänge umfassen einen Druckkraftvektor[293] der Pedalen $\Xi F_{Pedal,R}$; die horizontale und vertikale Sitzdruckkraft $F_{Sitz,*}$ (entstanden aus nichtlinearen Kontakten) und schließlich den Moment-bildenden Kurbelradius r.

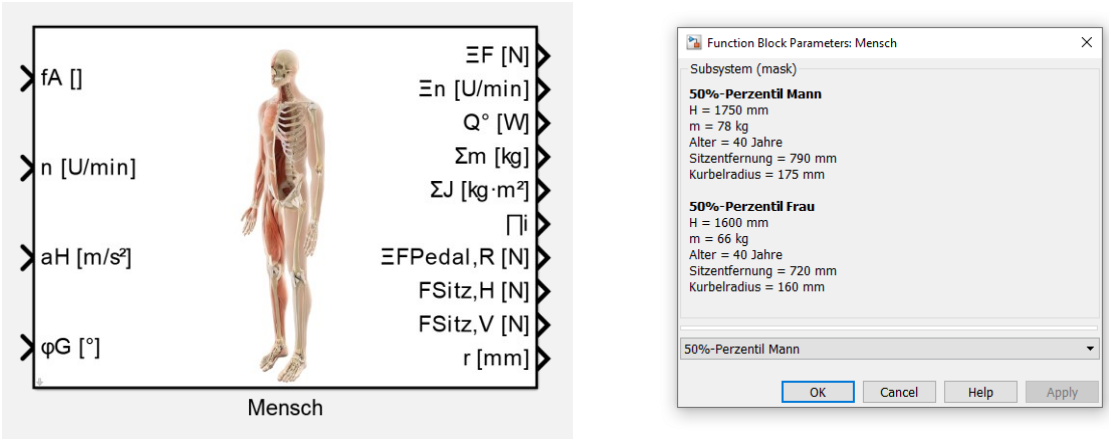


Abbildung 3-85: Bibliotheksmodell des Menschen (Bild mit freundlicher Genehmigung von *CAT Production GmbH*). Parametriert für eine feste Sitzposition für den 50%-Perzentil-Mann und die virtuelle 50%-Perzentil-Frau



Abbildung 3-86: Bibliotheksmodell Mensch – Innenleben (Überblick)

---

[292] Virtuell heißt in diesem Zusammenhang, dass die Massen; Trägheitsmomente und Längen der Gliedmaßen aus dem 50%-Perzentil-Mann-Modell skaliert worden sind. Das heißt, dass eine Körpergrößen- und Massenskalierung des Mann-Modells vorgenommen worden ist. Das Vorgehen wurde so gewählt, weil eine erneute Entwicklungsschleife des Modells zu viel Zeit in Anspruch genommen hätte. Das Problem liegt nicht in der tabellarischen Zuweisung der Massen und Längen (siehe Tabelle 44), sondern ein erneuter Export und die Datenprüfung von 6 · 31 Datensätzen.
Das Frauen-Modell ist dadurch geometrisch und von den Masseneigenschaften eine Annäherung, jedoch nahezu identisch. Die Muskelleistung ist ordnungsgemäß skaliert worden (siehe Tabelle 53)

[293] Mit Element 1 als fahrerseitig rechte Pedalkraftkomponente und Element 2 als linke Pedalkraftkomponente

[294] Mit Element 1 als durchgeschliffene auferzwungene Kurbeldrehzahl; Element 2 als fahrerseitig rechte Pedaldrehzahl und Element 3 als linke Pedaldrehzahl

Die innere Berechnungsstruktur ist derart übersichtlich (siehe Abbildung 3-86), dass eine segmentweise Dokumentation des Innenlebens erfolgt. Der Eingang des Anstrengungsfaktors wird auf den Wertebereich {0; …; 1} begrenzt (siehe Abbildung 3-87 oben). Der Drehzahleingang wird in die Winkelgeschwindigkeit transformiert und der Winkel im Radiantsystem integriert. Der Winkel wird auf den Wertebereich {0; …; 2π} begrenzt (siehe Abbildung 3-87 unten).

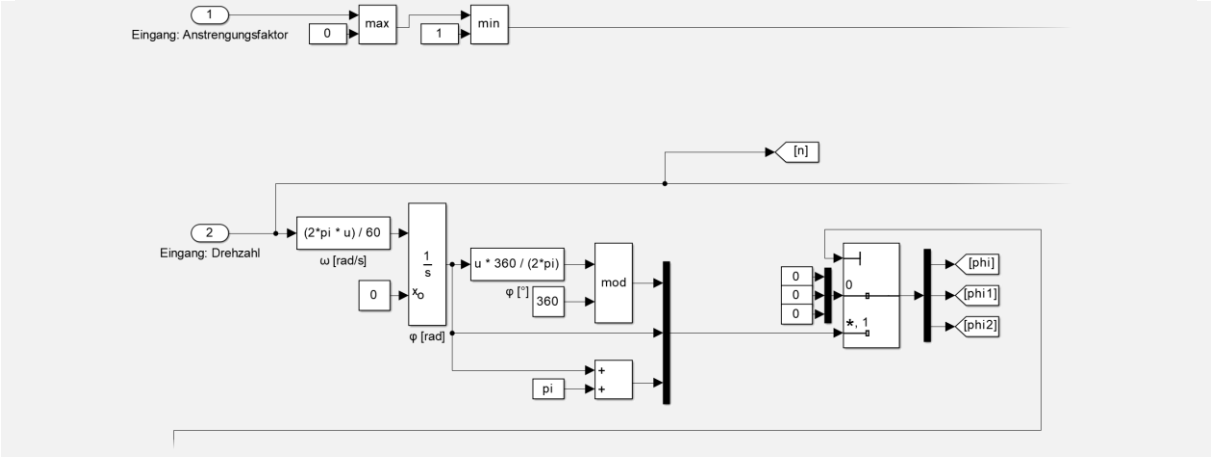
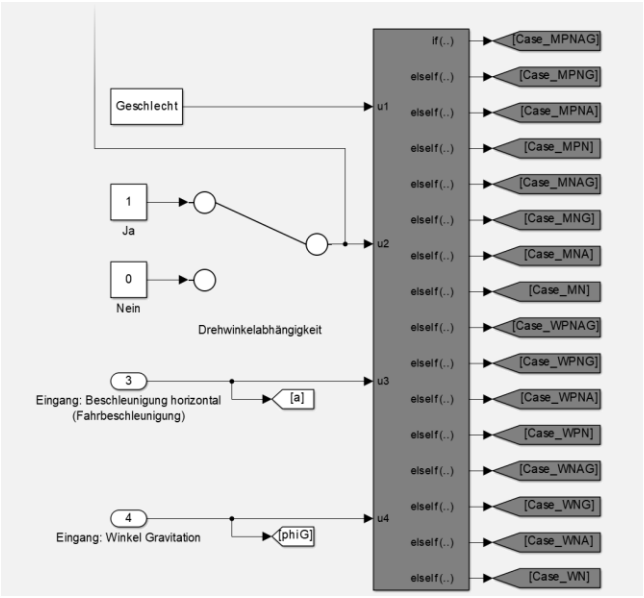


Abbildung 3-87: Bibliotheksmodell Mensch – Innenleben (Behandlung Anstrengungsfaktor und Drehzahl)

In Abbildung 3-88 ist die Vergabe von *Case*-Tickets zu sehen. Sie werden in Abhängigkeit des Zustandes der Eingangsparameter[295] abgehandelt. Die Drehwinkelabhängigkeit hat extrem starken Einfluss auf die Rechenzeit. Damit können sehr genaue Ergebnisse ausgelesen werden. Sie kann per Schalter an dieser Stelle an oder aus geschaltet werden. Die Vergabe der *Case*-Tickets reduziert maßgeblich die Rechenzeit (vergleiche Anzahl Werte je Look-Up-Table in Tabelle 73).



(u1==0 & u2 == 1 & u3~=0 & u4 ~=0)
(u1==0 & u2 == 1 & u3==0 & u4 ~=0)
(u1==0 & u2 == 1 & u3~=0 & u4 ==0)
(u1==0 & u2 == 1 & u3==0 & u4 ==0)
(u1==0 & u2 == 0 & u3~=0 & u4 ~=0)
(u1==0 & u2 == 0 & u3==0 & u4 ~=0)
(u1==0 & u2 == 0 & u3~=0 & u4 ==0)
(u1==0 & u2 == 0 & u3==0 & u4 ==0)
(u1==1 & u2 == 1 & u3~=0 & u4 ~=0)
(u1==1 & u2 == 1 & u3==0 & u4 ~=0)
(u1==1 & u2 == 1 & u3~=0 & u4 ==0)
(u1==1 & u2 == 1 & u3==0 & u4 ==0)
(u1==1 & u2 == 0 & u3~=0 & u4 ~=0)
(u1==1 & u2 == 0 & u3==0 & u4 ~=0)
(u1==1 & u2 == 0 & u3~=0 & u4 ==0)
(u1==1 & u2 == 0 & u3==0 & u4 ==0)

Abbildung 3-88: Bibliotheksmodell Mensch – Innenleben (Abhandlung der Zuweisung von *Cases* zur Rechenbeschleunigung im Auslesen der *Look-Up-Tables*). Rechts die interne Programmierung: „~=“ gleichbedeutend mit „ungleich“

[295] Der Geschlechtsparameter entspringt der Dropdown-Adresse aus Abbildung 3-85 rechts. In der internen Initialisierung des Blocks wird die Dropdown-Adresse um 1 reduziert. Damit ist die erste Auswahl (50%-Perzentil Mann) der Wert „0“ und die zweite Auswahl (50%-Perzentil-Frau) der Wert „1“

Mit den *Case*-Tickets wird jeweils nur ein Subsystem ausgelöst, welche ganz ähnlich aussehen, wie das komplexeste Look-Up-Konstrukt mit 4 Eingangsparametern (siehe Abbildung 3-89). Neben den Pedaldrehzahlen werden zwei Datensätze getrennt eingelesen, welche die Zustände in der Leerlaufbelastung aus Trägheiten und Gravitationswirkung beschreiben, sowie dem Zustand unter voller Muskelanstrengung zur Kompensation der Kräfte und zur Erreichung des höchstmöglichen Antriebsmoments.

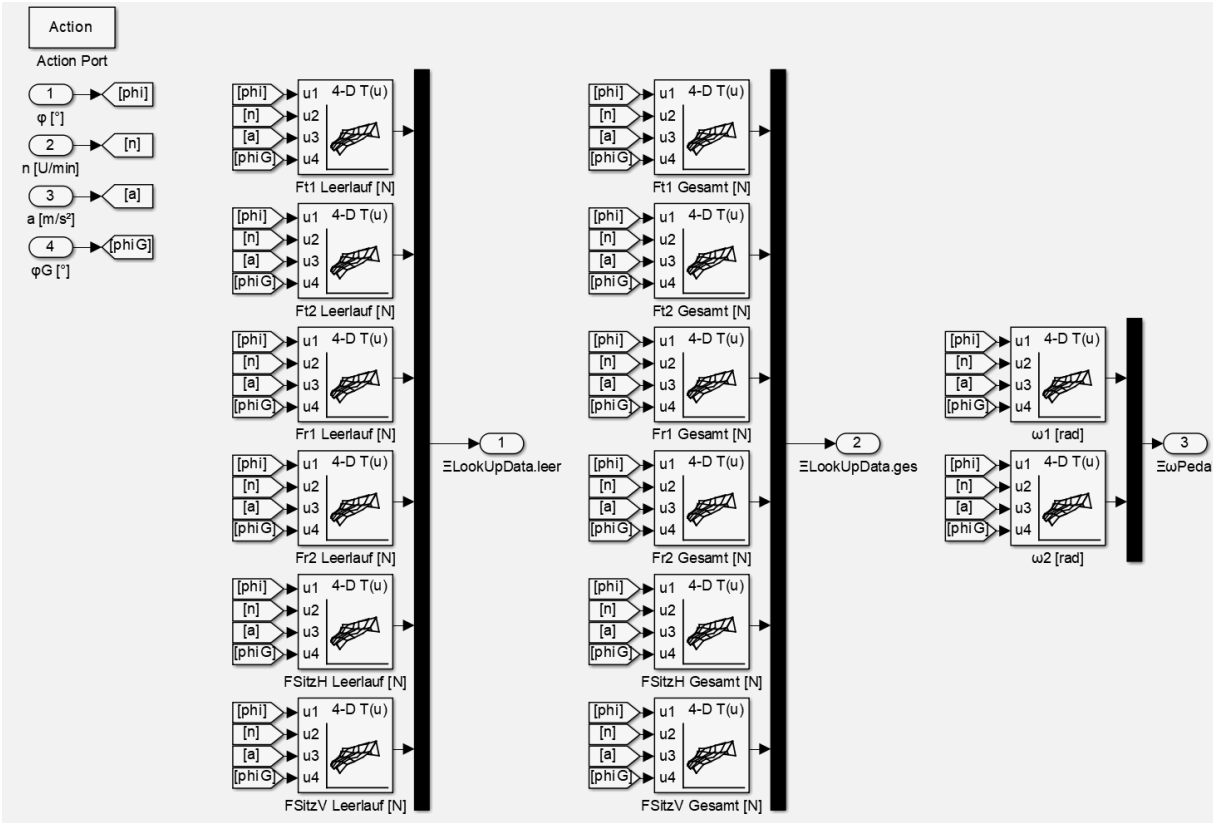


Abbildung 3-89: Bibliotheksmodell Mensch – Innenleben – Ebene 2 (exemplarische *Look-Up*-Bereitstellung am Beispielticket „MPNAG“: Männlich Phi Number_of_revolutions Acceleration Gravitation)

Die Ergebnisse werden durch *Merge*-Blöcke auf einer Speicheradresse weiter verarbeitbar[296] (siehe Abbildung 3-90). Entsprechend der Anzahl an Tickets folgen weitere 13 Subsysteme, die sehr ähnlich sind, jedoch aus der Graphik verblasst worden sind.

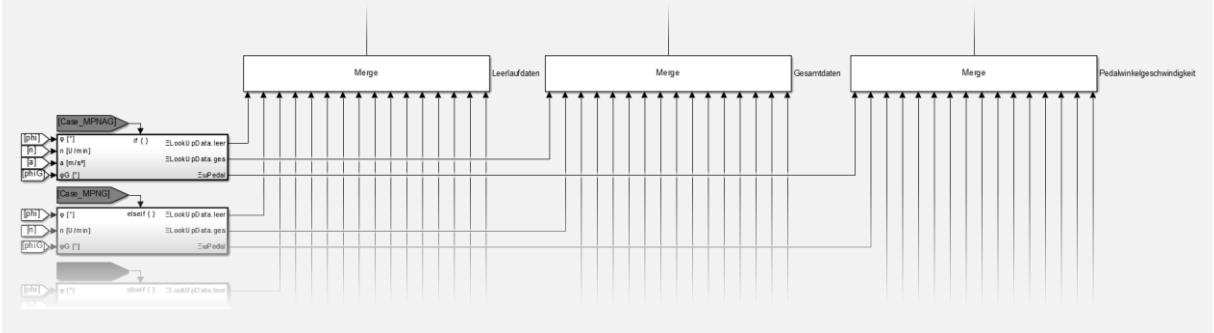


Abbildung 3-90: Bibliotheksmodell Mensch – Innenleben (Behandlung Anstrengungsfaktor und Drehzahl)

[296] Der Vorgang ist innerhalb der *SIMULINK®*-Architektur zwingend erforderlich, hat jedoch keine weitere Bedeutung

In Abbildung 3-91 ist die Signalverarbeitung am Ausgang dargestellt. Grundidee ist, dass über das Delta aus Leerlaufbelastung und Gesamtbelastung ein skalierbarer Betrag entsteht, welcher mithilfe des Anstrengungsfaktors auf die Leerlaufbelastung aufaddiert werden kann. Grundsätzlich ist das richtig. Auf der anderen Seite stellt dieses Vorgehen eine Linearisierung über die Randwerte Leerlauf und Volllast dar.

$$F_* = F_{*,Leerlauf} + f_A \cdot \left(F_{*,Volllast} - F_{*,Leerlauf}\right)$$

$$mit\ f_A = \{0; \dots; 1\}$$

Die Radialkräfte der Pedalen, sowie die Anpresskräfte des Sitzes in horizontaler und vertikaler Richtung werden Vorzeichen-gespiegelt und im Ausgang unterhalb 0 abgeschnitten[297]. Die Tangentialkräfte der Pedalen werden ohne weitere Behandlung an den Ausgang weitergereicht (obere beiden Signale in Abbildung 3-91 rechts).

Die Eingangsdrehzahl, welche dem Antrieb auferzwungen worden ist wird direkt auf dem ersten Drehzahlkanal weitergeschliffen. Die beiden Pedaldrehzahlen werden Vorzeichen-gespiegelt und vom Radiantsystem in das *rpm*-System[298] gewandelt.

Der Ausgang des Wärmestroms wird zu Null gesetzt, da die menschliche Abwärme nur auf das Vierfache der Antriebsleistung geschätzt werden kann. Der Kanal der kumulierten Masse wird mit der Fahrermasse, sowie das kumulierte Trägheitsmoment mit null initialisiert. Die faktorisierte Übersetzung ist am ersten Glied des Antriebsstrangs stets 1.

Die Kurbellänge, welche wesentlicher Teil der Berechnungen hinter den *Look-Up*-Daten darstellt wird vom System den Folgesystemen in aktueller Umsetzung aufgezwungen. Ein Aufzwang des Kurbelarmradius von der Kurbelgarnitur auf das Menschmodell ist zwar hochgradig interessant, jedoch führt diese Forderungen genau zum gleichen Problem wie [292].

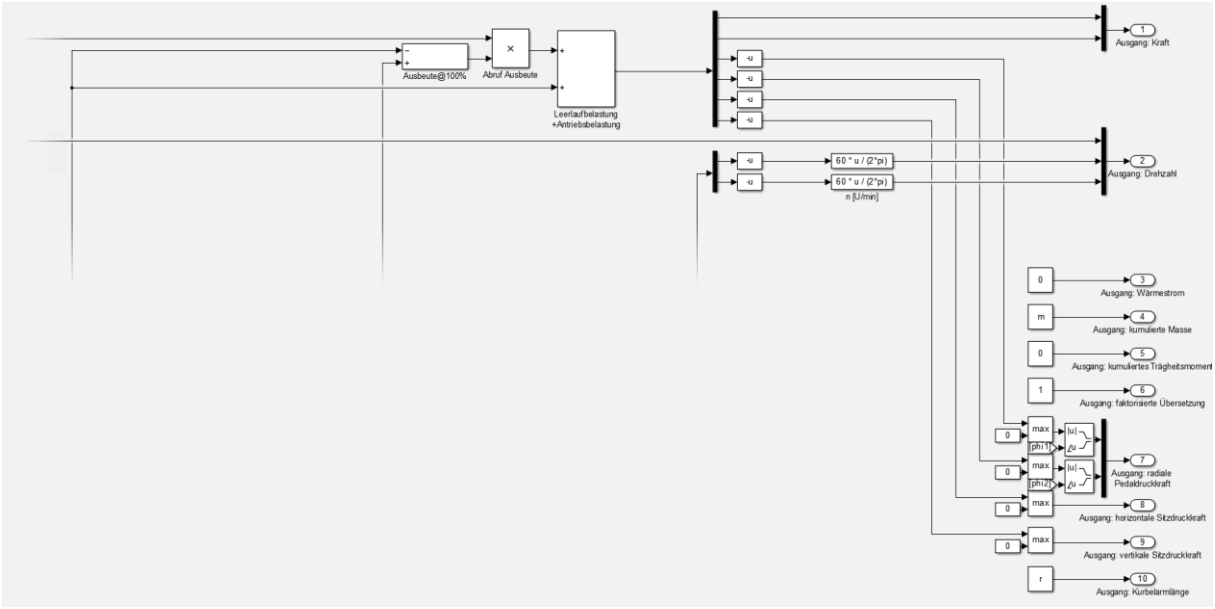


Abbildung 3-91: Bibliotheksmodell Mensch – Innenleben (Signalverarbeitung am Ausgang)

[297] Eine Druckkraft kleiner null entspricht dem Verlust des Kontaktes. Deswegen werden die Werte an dieser Stelle abgeschnitten. In den Auswirkungen für die Folgesysteme bedeutet das:
- eine Pedale, welche keinen Druck erfährt, erfährt auch keine Reibung
- ein Sitz welcher keinen Druck erfährt kann keine Schwingung auslösen

[298] *rpm* = „**r**ound **p**er **m**inute“

In Abbildung 3-92 ist die mittlere Leistung des menschlichen Antriebs über der Drehzahl dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass um die 130 U/min ein Break-Even-Point aus möglicher Muskelarbeit und den Trägheitskräften vorliegen muss[299]. Interessant ist, dass die Antriebsleistung der 50%-Perzentil-Frau deutlich besser ausfällt, als durch die Leistungsskalierung anhand Tabelle 53 zu erwarten gewesen wäre[300]. Hervorzuheben ist, dass auch wenn Abweichnung des Berechnungsmodells zum Realmodell vorliegen, die grundsätzlichen Ergbnisse und Kurven übereinstimmen und damit eine Simulation des Antriebsstrangs in einer Realitäts-nahen Stufe erfolgen kann.

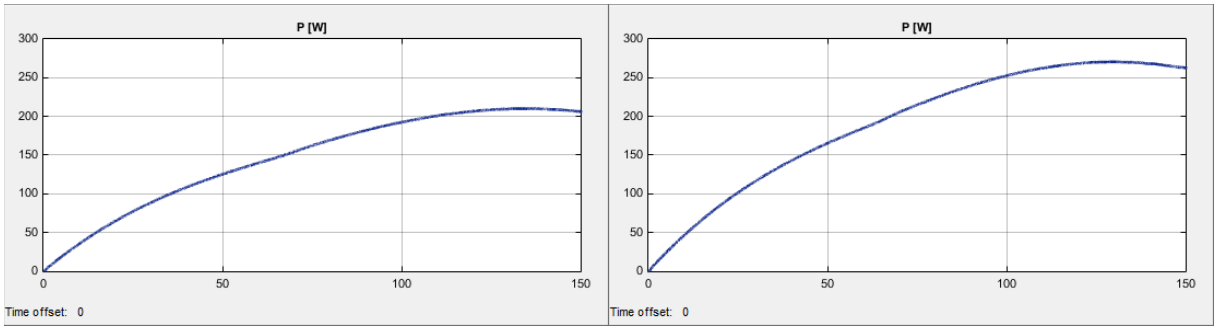


Abbildung 3-92: mittlere Abtriebsleistung der 50%-Perzentil Frau (links) und des 50%-Perzentil Manns (rechts). Die Drehzahl [U/min] ist mit der Simulationszeit [s] gleichzusetzen

In Abbildung 3-93 sind die „ungemittelten“ (vom Drehwinkel abhängigen) Messgrößen der Drehzahlen und Pedalkräften aufgetragen. Es ist zu erkennen, dass eine Mittelwertrechnung an den Kräften unter Inkaufnahme des Erkenntnisverlustes aus mikro-dynamischer Reibung problemlos vorgenommen werden kann, da keine Vorzeichenprobleme vorliegen. Die Pedaldrehzahlen (siehe Abbildung 3-93 links) gehen unter der gleichen Mittelwertrechnung jedoch verloren, da der Mittelwert derselbe ist, wie der Frequenzwert der Trägerwelle. Aus diesem Grund wird [291] ausgeführt.

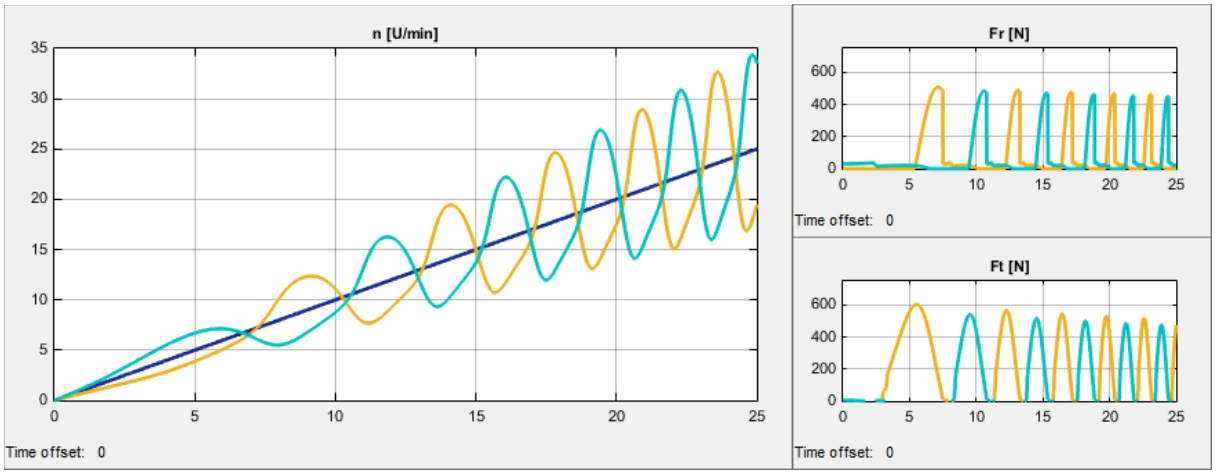


Abbildung 3-93: Drehzahlen (links), mit Kurbeldrehzahl in blau; fahrerseitig rechte Pedaldrehzahl in gelb und linke Pedaldrehzahl in cyan. Kräfte (rechts) mit Radialkraftkomponenten (oben) und Tangentialkraftkomponenten (unten)

---

[299] In Kapitel 2.8.8 wurde bereits erwähnt, dass das Modell physiologische Grenzen der Muskelkontraktion nicht beachtet und dass bei einer Drehzahl von 110 U/min ein reales Optimum zu erwarten ist

[300] Dieser Umstand liegt wahrscheinlich in dem Modellansatz begründet, welcher eine Drehzahl auferlegt, anstatt nach Art einer Differenzialgleichung die Drehzahl aus einem anliegenden Muskelmoment-Komplex entstehen zu lassen

3.2.4.6 Zelluläres Modell: Mensch-Emulator

Möchte man das menschliche Kurbelverhalten mit in die Prüfstandversuche aufnehmen, weil man die Pedalkraft- und –drehzahl-induzierten Verluste an der Kurbelgarnitur mit in die Kennfelderstellung miteinbeziehen möchte, so besteht die Möglichkeit das Verhalten der Kräfte und Drehzahlen mithilfe eines Emulators nachzuahmen (siehe Abbildung 3-94).

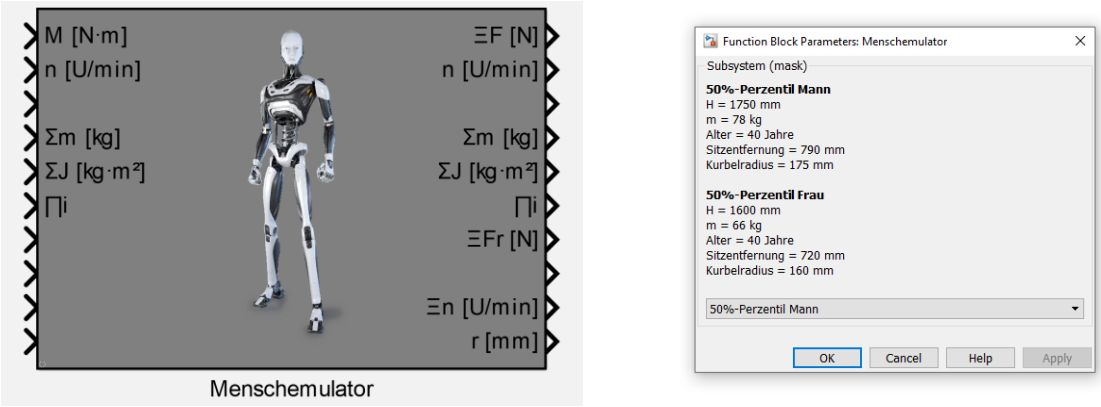


Abbildung 3-94: Bibliotheksmodell des Menschemulators. Die Auswahl eines Geschlechts parametriert den Kurbelradius

Die folgenden Aussagen stellen eine oberflächliche empirische (arbeitszeitlich effiziente) Untersuchung des Verhaltens des errechneten menschlichen Antriebs dar. Sie sind wenig werthaltig und dienen nur dem Zweck eine Berechnung zu ermöglichen.

Für das in *Creo* erstellte MKS-Modell welches durch das Modell in *R-Studio* skaliert wird und in *SIMULINK®* als *Look-Up-Table* zur Verfügung steht gilt grundsätzlich und zuverlässig, dass der virtuelle Mittelwert der Drehzahl des Pedales als lineare Funktion in Abhängigkeit der Kurbeldrehzahl beschrieben werden kann (siehe Abbildung 3-95 links). Die Pedaldruckkraft kann für den Anstrengungsfaktor 1 mit einem Polynom angenähert werden. Bei einem Anstrengungsfaktor von 0 sieht der Funktionsverlauf ähnlich aus, verschiebt sich jedoch bis unter null. Die Lösung sieht dementsprechend derart aus, dass das *Offset* des Polynoms zu einer Funktion des Anstrengungsfaktors erklärt wird. Da der Anstrengungsfaktor nicht bekannt ist, wird es erforderlich ein Kennfeld des Anstrengungsfaktors aus dem Abtriebsmoment und der erzwungenen Drehzahl zu gewinnen.

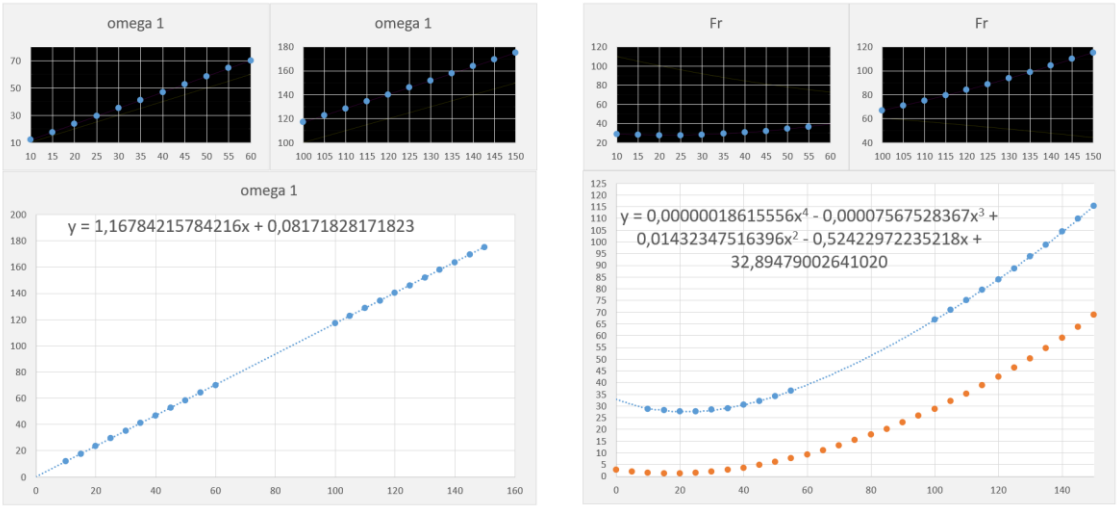


Abbildung 3-95: Einblick in die Untersuchungen des Verhaltens der Drehzahl der rechten Pedale in Abhängigkeit der Kurbeldrehzahl (links) und des Verhaltens der Radialen Pedalkraft in Abhängigkeit der tangentialen Pedalkraft und des Anstrengungsfaktors (rechts) in *Microsoft Excel®* am Beispiel der virtuellen 50%-Perzentil-Frau

In Abbildung 3-96 sind die Ergebnisse des Rechnungsmodells verständlich zusammengefasst. Das Eingangsmoment (welches vom Prüfstand nach Art eines Elektromotors bereitgestellt wird) wird auf beide Kurbelarme mit dem Faktor 0,5 gleichmäßig verteilt. Nach einer Umwandlung in „Nmm“ durch den Faktor 1000, wird das Teil-Moment durch den Kurbelradius geteilt, sodass daraus die mittleren Pedal-Tangentialkräfte ausgegeben werden können.

Die Antriebsdrehzahl, sowie kumulierte Masse und – Trägheitsmoment und faktorisierte Übersetzung werden vom Prüfstand durchgeschliffen. Ein derartiger Prüfzyklus hat die Eigenschaften des Antriebsstrangs, wie seine Masse und das Drehmoment/Drehzahl-Verhalten im Fokus. Der Kurbelarm ist ein innerer Parameter des Emulators und wird am letzten Ausgang hinausgeleitet.

Die Drehzahlemulation erfolgt mithilfe des Polynoms in Abbildung 3-95 links und wird auf beide Pedal-Drehzahlkanäle ausgeleitet. Die Errechnung der mittleren Pedal-Druckkraft gilt für beide Ausgänge. Ein Skalierer streckt das gesamte Polynom[301] aus (siehe exemplarisch für den weiblichen Probanden in Abbildung 3-95 rechts), wobei der Polynomanteil nullten Grades (das Offset) durch den Anstrengungsfaktor skaliert wird. Das Ergebnis des Polynoms ist in jedem Fall größer gleich null.

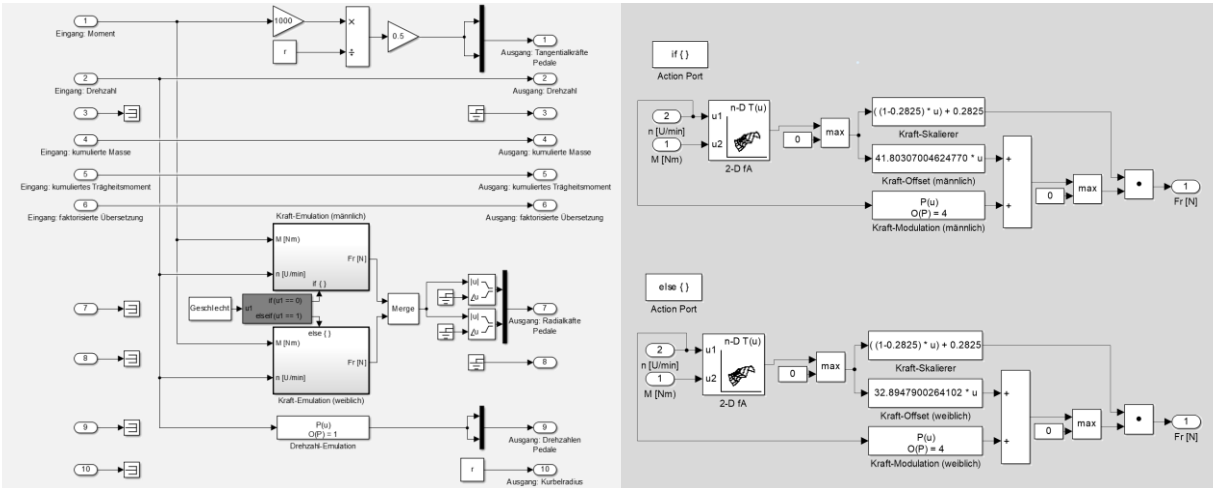


Abbildung 3-96: Bibliotheksmodell Menschemulator – Innenleben

Die Errechnung des Anstrengungsfaktors f_A erfolgt mittels linearer Regression des gemessenen Kennfeldes. Er wird anschließend absichtlich nicht auf den Wertebereich {0;…;1} begrenzt, sondern nach oben offen gelassen, um ein vollständiges Belastungskennfeld mithilfe des Emulators erzeugen zu können. Die Ermittlung des Kennfeldes ist nicht trivial[302] und wird auf den nächsten Seiten erklärt.

[301] Polynom für die virtuelle 50%-Perzentil-Frau:
$+ 0{,}00000018615556 \cdot n^4 - 0{,}00007567528367 \cdot n^3 + 0{,}01432347516396 \cdot n^2 - 0{,}52422972235218 \cdot n^1 + 0 \cdot n^0$
Polynom für den 50%-Perzentil-Mann:
$+ 0.00000023937616 \cdot n^4 - 0.00009029437993 \cdot n^3 + 0.01684688272509 \cdot n^2 - 0.61080848179063 \cdot n^1 + 0 \cdot n^0$

[302] Mit dem entwickelten Vorgehen ist es möglich Messwerte von einem Prüfstand, welche einer realen Schwankung unterworfen sind (das heißt keine feste Deltawerte aufweisen), in Raster-Messwerte zu transformieren und so eine *Look-Up-Table* aus den Messwerten zu erzeugen. Dabei ist es möglich die *VariableOfInterest* zu tauschen, sodass nicht y=f(x, z) ist, sondern beispielsweise x=f(y, z) ist

Zunächst wird der Mensch in den Prüfstand eingespannt, welcher nicht das Moment sequentiell inkrementiert, sondern den Anstrengungsfaktor (siehe Abbildung 3-97). Der menschliche Antrieb ist auf Mittelwertbildung zu reduzieren, da sonst das Kennfeld stark verrauscht ist. Damit kann zwar die lineare Regression umgehen, doch das ermittelte Kennfeld ist wertvoll, weil gleichzeitig eine Übersetzungsfläche für alle Prüfstandversuche, die mit dem menschlichen Antrieb gefahren werden.

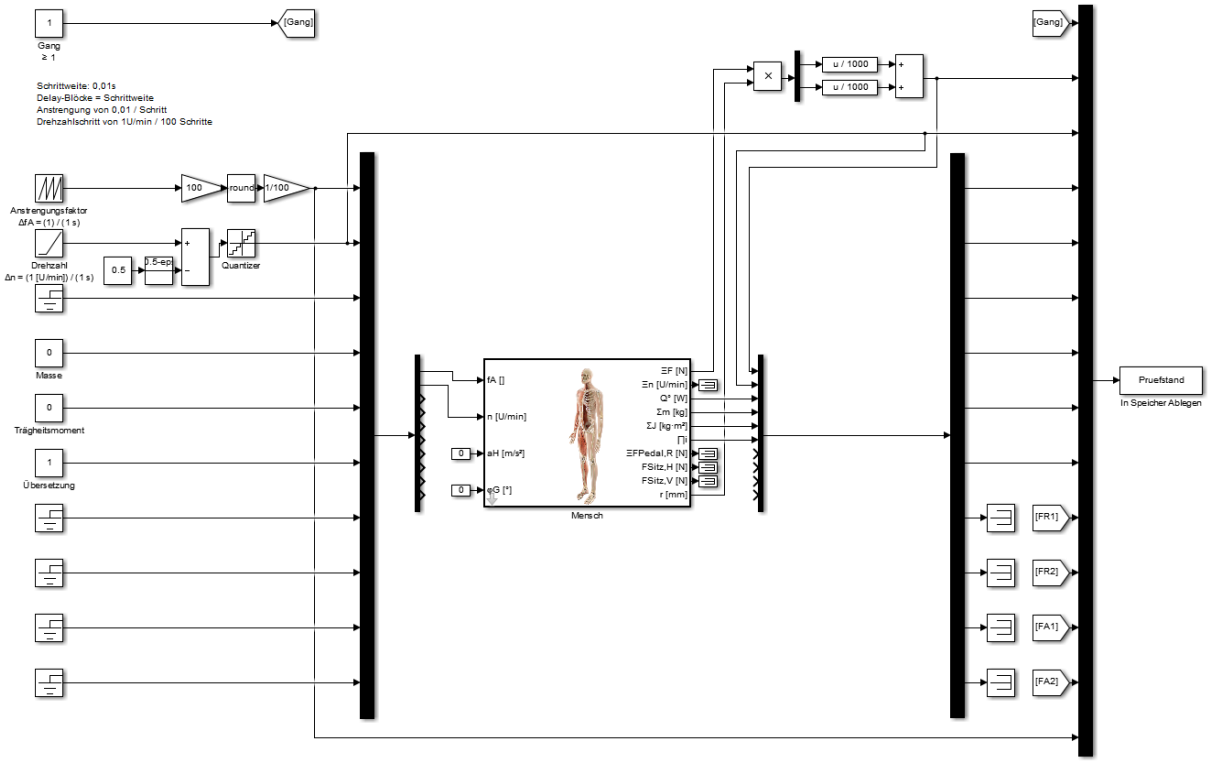


Abbildung 3-97: Mensch auf dem Prüfstand (50%-Perzentil-Frau und 50%-Perzentil-Mann) zur Kennfelderstellung des Ausgangsmomentes als Funktion des Anstrengungsfaktors und der Drehzahl (Mittelwertbildung des Antriebs erforderlich durch Ausschalten der Drehwinkelabhängigkeit, siehe Schalter in Abbildung 3-88)

Die Daten des Prüfstands werden mit dem Quelltext in Tabelle 71 im Modus „fA“ (Parametrierung in Zeile 2) erfasst. Das Darstellen des Kennfeldes muss mit dem Quelltext in Tabelle 75 erzwungen werden.

Tabelle 75: Quelltextausschnitt zur Bildung des virtuellen Mittelwertes der Pedaldrehzahlen. Um die Kennfelder auszulesen muss der entsprechende Abschnitt in Tabelle 71 wie folgt manipuliert werden

```
95  %% Plot-------------------------------------------------------------------
96  p = surf(X, Y, SpeicherMichInDieBibliothek.Gang1.M); %p = surf(X, Y, Eta);
97  colorbar;
98  xlabel('M_{Eingang} [Nm]');
99  if(strcmp(Modus, 'fA'))
100     xlabel('Anstrengung');
101 end
102 ylabel('n_{Eingang} [U/min]');
103 zlabel('M [Nm]'); %zlabel('\eta');
104 zlim([0 50]); %zlim([0.9 1]);
105 title(strcat('Anstrengungskennfeld'), 'FontSize', 14);
    %title(strcat('eingelegter Gang:', {' '}, num2str(Gang)), 'FontSize', 14);
106 set(gca, 'FontSize', 14);
107 clear('X', 'Y', 'Eta', 'Gang');
108
```

In Abbildung 3-98 sind die Leistungsflächen über den Anstrengungsfaktor dargestellt. An dieser Stelle ist zu erkennen, dass die virtuelle 50%-Perzentil-Frau aus dem 50%-Perzentil-Mann-Modell größtenteils abgeleitet wurde. Die Kennfelder wären andernfalls nicht derart ähnlich. Die Daten reichen in dieser Form leider nicht aus, um aus dem Moment und der Drehzahl (wie sie bei einem Elektromotor-Prüfstand vorgegeben werden) den Anstrengungsfaktor zu ermitteln. Das liegt daran, dass die Drehzahl und der Anstrengungsfaktor inkrementiert worden sind, das Moment jedoch eine komplett freie Größe im Zahlenraum ist. Um mithilfe einer interpolierenden *Look-Up-Table* eine Zuordnung bewerkstelligen zu können muss das Moment in eine inkrementierte Größe umgewandelt werden und der Anstrengungsfaktor darf eine freie Größe im Zahlenraum darstellen (Rasterung des Moments).

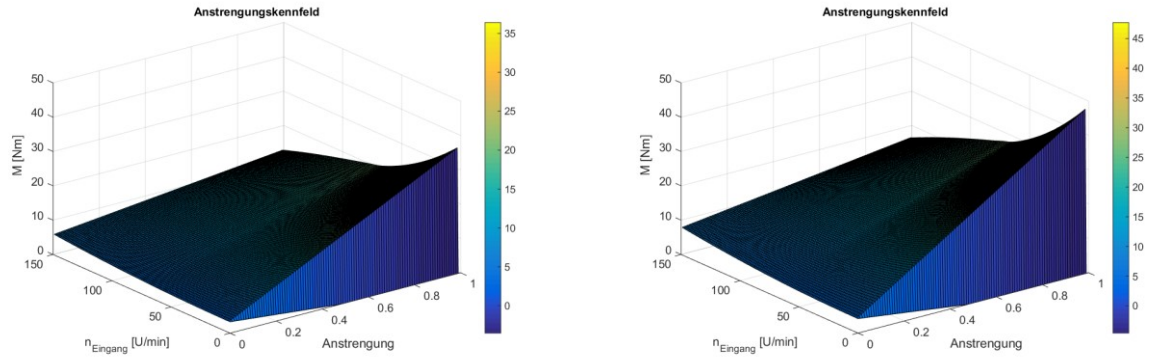


Abbildung 3-98: Leistungskennfelder der virtuellen 50%-Perzentil-Frau (links) und des 50%-Perzentil-Mann (rechts) über den Anstrengungsfaktor

Für die Umwandlung eignet sich der Ansatz der Linearisierung, der häufig in numerischen Ansätzen eingesetzt wird. Der Prüfstand inkrementiert den Faktor (folgend f genannt) mit einer festen Schrittweite $\Delta f_{const} = 0{,}01$. Jedem dieser Faktorwerte wird über ein Werteraster (Array) ein Wert zugeordnet. Über die Schritterfassung des Prüfstands des Moments stellt sich beliebiges Delta ein. Man kann formulieren: jeder konstanten Faktoränderung kann eine Momentänderung zugewiesen werden $\Delta f_{const} \Rightarrow \Delta M$. Das bedeutet explizit, dass $0{,}01 \Rightarrow M_{z+1} - M_z$ zugewiesen werden kann. Es soll aber $\Delta M_{const} \stackrel{!}{=} 1{,}00$ sein.

Ohne Probleme kann $round(M_z)$ durchgeführt werden, denn dadurch wird jeder Momentwert einer Rasterung unterzogen, bzw. darf existieren weil er dadurch adressierbar wird. Jedoch muss f um das Delta, welches durch die Rundung des Moments eine Verzerrung erzeugt hat, linearisiert werden. So kann formuliert werden, dass $round(M_z) - M_z = \Delta M_{erforderlich}$ ist. Damit ergibt sich die Hauptgleichung mit der die Linearisierung durchgeführt werden kann:

$$\Delta f_{linearisiert} = \Delta f_{const} \cdot \frac{\Delta M_{erforderlich}}{\Delta M}$$

$$f_{linearisiert} = f_z + \Delta f_{linearisiert}$$

Die Ergebnisse der Rechnung sind in Abbildung 3-99 dargestellt. Dabei ist sofort zu erkennen, dass der Anstrengungsfaktor nur im Bereich des Möglichen des simulierten Probanden aus den Messergebnissen beschrieben werden kann. Während klar ist, dass die Drehzahl sich am Limit der physiologischen Grenzen befindet, kann durchaus Interesse bestehen höhere Momente wie sie im Sportbereich auftreten im Prüfstand zu testen. Deswegen soll die Schätzung eines virtuellen Anstrengungsfaktors über die Größe 1 hinaus erfolgen.

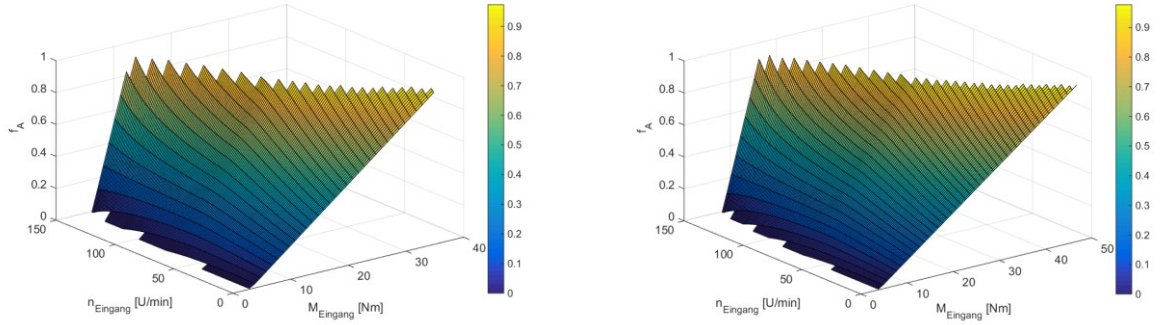


Abbildung 3-99: Anstrengungsfaktorkennfelder der virtuellen 50%-Perzentil-Frau (links) und des 50%-Perzentil-Mann (rechts) über der Leistung[303]

Betrachtet man die Fläche im 3D-Raum (im vorliegenden Dokument nur umständlich darstellbar), erkennt man einen gekrümmten Einfluss in der Dimension des Eingangsmomentes, sowie der Drehzahl. Darüber hinaus liegt ein Wechseleinfluss aus Drehmoment und Drehzahl vor.

Polynome oberhalb des 2. Grades eignen sich nicht für weite Extrapolationen, weil sie sich zwar hervorragend an den bekannten Datensatz anschmiegen (Interpolation), jedoch um das möglich zu machen in den Randbereichen, oder treffender der Unendlichkeit, unmögliche Raum-Modulationen annehmen, welche in keinster Weise das über die Grenzen hinaus geschätzte Verhalten des bekannten Datensatzes widerspiegeln. Aus den erwähnten Gründen wird eine lineare Regression mit maximalem sinnvollem Freiheitsgrad mit folgender Ansatzfunktion durchgeführt:

$$f_A \stackrel{?}{=} (a) + (b \cdot M) + (c \cdot n) + (d \cdot M^2) + (e \cdot n^2) + (f \cdot M \cdot n)$$

Die Ergebnisse sind in Abbildung 3-100 dargestellt. Werte unterhalb 0 sind aus dem Diagramm ausgeschlossen und müssen an entsprechender Stelle einer *Look-Up*-Auslesung eliminiert werden. Es ist logisch, dass die virtuelle 50%-Perzentil-Frau (links) sich virtuell mehr anstrengen müsste, um dieselbe Leistung wie der 50%-Perzentil Mann virtuell zu erbringen. Das dargestellte Extrapolations-Verhalten der Flächen ist, fußend auf der Natur Polynome 2. Grades, hervorragend.

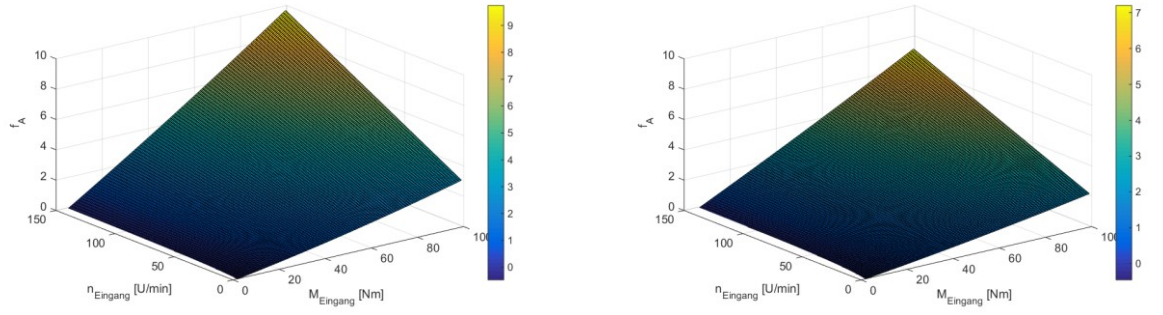


Abbildung 3-100:geschätzte Anstrengungsfaktorkennfelder der virtuellen 50%-Perzentil-Frau (links) und des 50%-Perzentil-Mann (rechts) über der Leistung

[303] Die ersten 4 Werte bei Drehzahl 0 wurden manuell im Quelltext eliminiert, da unplausibel. Dies ist auch nicht weiter kritisch, da in dieser Zeile und auch dem Spaltenbereich komplett Werte nicht berechnet werden konnten.
Hinweis: Da der Datensatz mit einem Delta arbeitet ist er an entsprechender Dimension um eine Adresse kleiner

Abschließend erfolgt ein Vertrauenstest des „Mensch-Emulators“ mit dem Muttermodell: dem „Mensch“. In Abbildung 3-101 ist zu erkennen, dass die Schätzung der radialen Pedaldruckkraft relativ gut funktioniert (vergleiche die gestrichelten Linien des Menschemulators mit den durchgezogenen Linien des Menschmodells). Die Untersuchung wurde unter Durchfahrung des Drehzahlbandes und des Anstrengungsfaktorbandes durchgeführt. Die Abweichungen unter 100 U/min sind in der Modulation des Polynoms 4. Grades begründet. Über 100 U/min liegen die Fehler in der Schätzung des Anstrengungsfaktors, welche unterhalb sehr gut funktioniert.

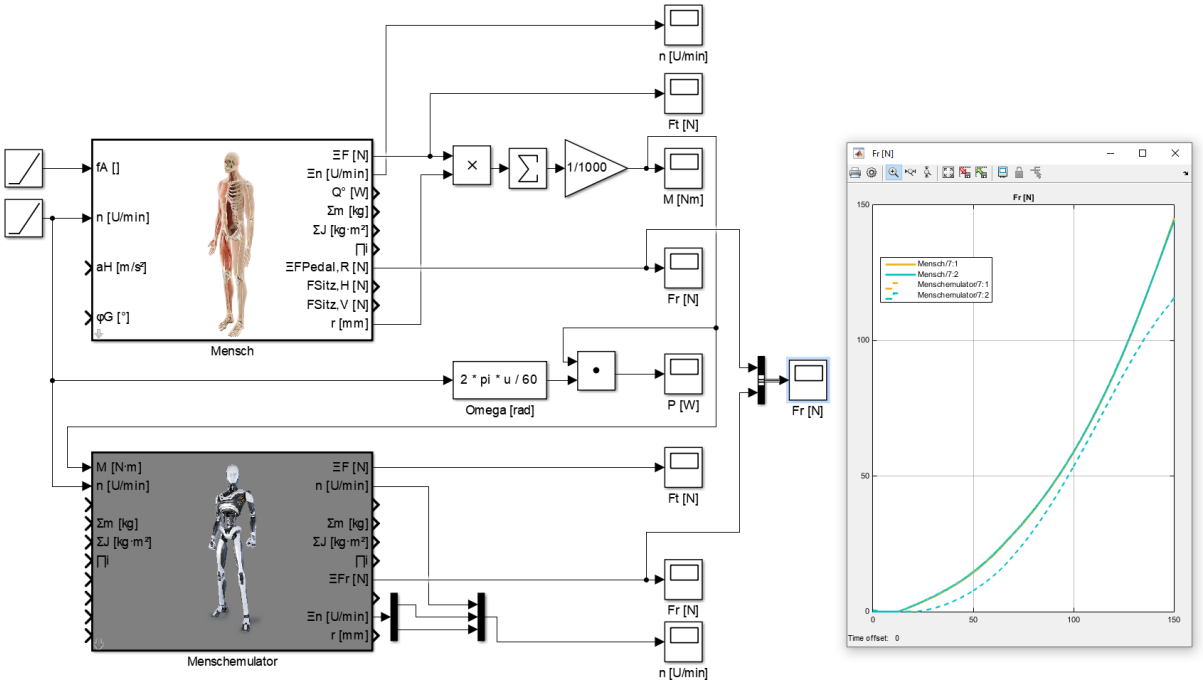


Abbildung 3-101: Vertrauenstest Mensch vs. Mensch-Emulator am Beispiel des 50%-Perzentil-Manns. Drehzahlrampe 0 bis 150 U/min bei Durchfahrung des Anstrengungsbandes von 0 bis 1. Im Menschemulator wird der Anstrengungsfaktor bei hohen Drehzahlen leicht unterschätzt. Bis Drehzahlen an die 100 U/min verläuft die Schätzung sehr gut. Während Drehzahlberechnung und Berechnung der Tangentialkraft trivial sind, steht die radiale Pedaldruckkraft im Fokus der Untersuchung.

Für eine Untersuchung von Antriebsstrangkomponenten im Moment- und Drehzahl-gebenden Prüfstand kann nun mit einer ausreichenden Genauigkeit der Reibeinfluss der Pedalierungsbewegung auf die Kurbelgarnitur und nachfolgende Komponenten, wie das Tretlager oder die Lager eines Mittelgetriebes untersucht werden.

Darüber hinaus besteht nun grundsätzlich die Möglichkeit den Anstrengungsfaktor innerhalb einer Prüfstanduntersuchung mit reinem menschlichem Antrieb in ein Eingangsmoment zu übersetzen. Damit ist es möglich Antriebsstrangkomponenten nur in einem Leistungsbereich zu prüfen, welcher tatsächlich im Betrieb vorliegt. Während diese Möglichkeit für die Wirkungsgraduntersuchung zweitrangig ist, spielt sie eine herausragende Rolle in dem Potential an Maschinenelementen anliegende Kräfte für eine statische und dynamische Festigkeitsrechnung heranzuziehen

3.2.4.7 Zelluläres Modell: Kurbelgarnitur

Das „zelluläre Modell“ der Kurbelgarnitur wurde an den faktischen Bauteilparametern einer Kurbelgarnitur *Force 1* des Herstellers *SRAM* und den Kunststoff BMX-Pedalen *Ravager* der Marke *The Shadow Consiracy* durchgeführt (siehe Abbildung 3-102). Die Parametrierungsoberfläche beschränkt sich auf die Masseneigenschaften, da diese innerhalb des Modells zu undurchsichtig untergebracht sein würden. Außerdem kann das Anzugsmoment vorgegeben werden. Der Wertebereich des Anzugsmoment wurde nach Angaben des Herstellers *Shimano* begrenzt, da zum *Ravager* keine Dokumente auffindbar sind. Reibungsverursacher im System der Kurbelgarnitur stellen die Lager dar. Nach Erfahrungen des Autors werden in Pedalen grundsätzlich Schrägkugellager verbaut, deren Dimensionen ähnlich sind. Außerdem können die Masseneigenschaften und das Trägheitsmoment der Achse abgeschaltet werden, wenn die Kurbelgarnitur direkt an ein Mittelgetriebe montiert werden soll.

Das Modell verfügt über einen optionalen Kraftkomponenteneingang „ΞFr, Fa“, welcher von einem Kettenblatt; Tangentialgetriebe oder Ähnlichem eingeleitet werden kann. Der Eingang ist kosmetischer Natur, da er lediglich auf den entsprechenden Radialausgang „ΞFr“ durchgeschliffen wird. Der Eingang „ΞFr“ bezeichnet die zu den Kurbeln radialen Druckkräfte, welche durch das Modell „Mensch“ (siehe Kapitel 3.2.4.5) oder „Menschemulator“ (siehe Kapitel 3.2.4.6) eingeleitet werden müssen. Aus den Modellen werden ebenfalls die Pedaldrehzahlen „Ξn“ abgegriffen, womit die Schwenkbewegung zwischen Pedalkörper und Pedalachse errechnet wird. Ungewöhnlich ist das Einschleifen des Kurbelradius „r“ aus den Antrieben, da eigentlich die Antriebe den Kurbelradius vorgegeben bekommen müssen[304]. Als Kompromiss werden nicht nur die Momentberechnung durch den Parameter angepasst, sondern auch die Masseneigenschaften der Pedale und Kurbeln.

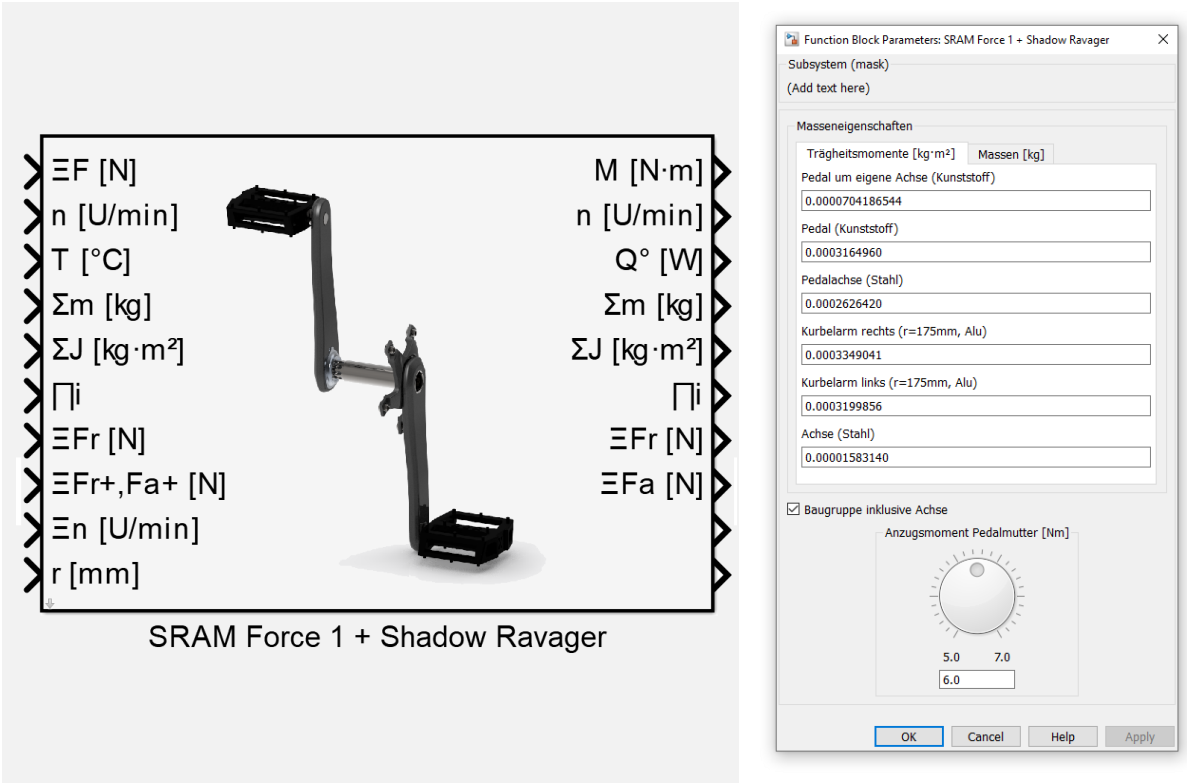


Abbildung 3-102:Bibliotheksmodell Kurbelgarnitur

[304] Aus zeitlichen Gründen ist dies jedoch nicht möglich, da ein variabler Kurbelradius den Export hunderter MKS-Daten erforderlich machen würde, um ein sauberes Spline-Modell für diese zusätzliche Dimension zu erstellen

Der Grundsätzliche Aufbau üblicher Pedale folgt Abbildung 3-103. Dabei werden Schrägkugellager eingesetzt, welche durch eine Mutter vorgespannt werden. Die Vorspannung erzeugt eine Axialkraft in beiden Schrägkugellagern. Konstruktiv ist diese Variante clever, da die Pedalachse den Innenring in sich integriert hat. Der Innenring stellt eine Entlastungskerbe an dem empfindlichsten Punkt der Achse dar. Die Vorspannung wird mit dem Innenring aufgebracht, welcher ein Innengewinde und einen Außensechskant aufweist, aufgebracht. Der Innenring ist im Bild nicht zu erkennen, da geschnitten. Mit der Mutter wird eine Konterung durchgeführt. Dabei sitzt zwischen Mutter und Innenring eine verdrehsichere Unterlegscheibe, welche als Rotationssperre fungiert. Das bedeutet, dass kein zweiter Schlüssel zum Kontern notwendig ist, da das Kontern ausschließlich zur Translationsverschiebung der Scheibe führt.

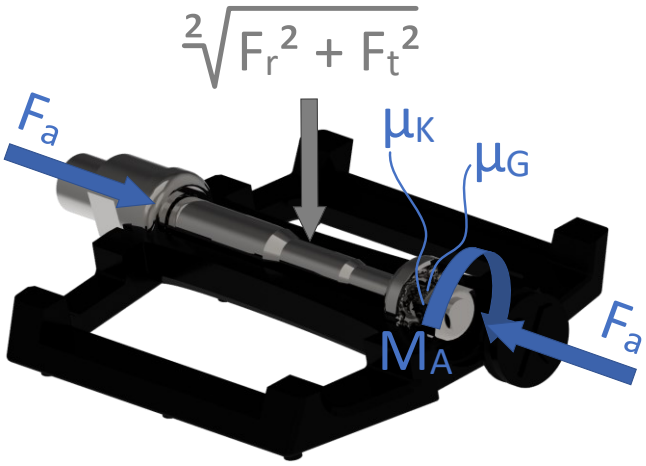


Abbildung 3-103:CAD-Modell Pedal *Shadow Ravager* im Schnitt mit Kraftschema

Die Reibung in den Lagern wird durch die Schwenkbewegung der Pedale relativ zur Achse induziert. Diese sind durch das Anzugsmoment vorgespannt. Die Berechnung der Axialkraft kann auf 4 bis 5 Variablen[305] D, P, d_K, μ_G, μ_K reduziert werden, wenn ein einfaches Modell ohne Setzkraftverluste und ähnlichem angesetzt wird [98, S. 61, 65, 135] [99, S. 148].

$$F_a = \frac{M_A}{\frac{\tan_{Deg}(\varphi + \varrho') \cdot d_2}{2} + \frac{\mu_K \cdot d_K}{2}}$$

$$mit\ \varrho' = \tan_{Deg}{}^{-1}\left(\frac{\mu_G}{\cos_{Deg}\left(\frac{\beta}{2}\right)}\right)\ mit\ \beta_{metrisch} = 60°$$

$$mit\ \varphi = \tan_{Deg}{}^{-1}\left(\frac{P \cdot 1}{d_2 \cdot \pi}\right) = \tan_{Deg}{}^{-1}\left(\frac{1}{D - \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt[2]{3}}{2} \cdot \pi\right)}\right)$$

$$mit\ d_2 = D - 2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right) \cdot H = D - \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt[2]{3}}{2} \cdot P\right)\ mit\ P\ in\ der\ Regel\ 1mm\ pro\ Steiggang$$

[305] $\mu_G \approx \mu_K \approx 0{,}14$ vergleiche:
$\mu_{K,galvanisch\ verzinkt} = \{0{,}12 \dots 0{,}18\} \approx 0{,}15$ $\mu_{G,gedreht,geölt,Stahl} = \{0{,}10 \dots 0{,}18\} \approx 0{,}14$ $\mu_{G,gewalzt,geölt,Stahl} = \{0{,}10 \dots 0{,}16\} \approx 0{,}13$

Die Berechnung der Axialkraft infolge des Moments erfolgt in der Initialisierungsrechnung des Systems und ist in Abbildung 3-104 nicht dargestellt. Ihr entspringt das Ticket „Fa“ für Axialkraft und wird in die vier Lager eingeleitet. Die Kraft wirkt aufgrund des Kräftegleichgewichts an allen Lagern voll, während sich die Radiale Belastung der Lager auf die Paare aufteilt. Die Tangentialkräfte (Signal 1) werden mit in die Belastung der Pedallager aufgenommen (vergleiche Pythagoras in Abbildung 3-103). Schließlich wird mit den Pedalkräften über den Hebelarm das Antriebsmoment errechnet. Die Reibungsmomente der Lager befinden sich in der gleichen Ebene wie das Abtriebsmoment und werden deswegen schlicht von ihm abgezogen (siehe Summation am Ausgang 1).

Weiterhin zu erwähnen ist, dass die Trägheitsmomente der radialen Pedalbaugruppen-Position durch die Beziehung $(r^2/(175mm)^2)$ skaliert werden. Dies konnte im CAD exakt bewiesen werden. Die Anwendung des Vorgehens auf die Trägheitsmomente der Kurbeln stellt dahingegen nur eine grobe Näherung dar, sowie auch die Skalierung der Massen durch die Beziehung $(r/175mm)$.

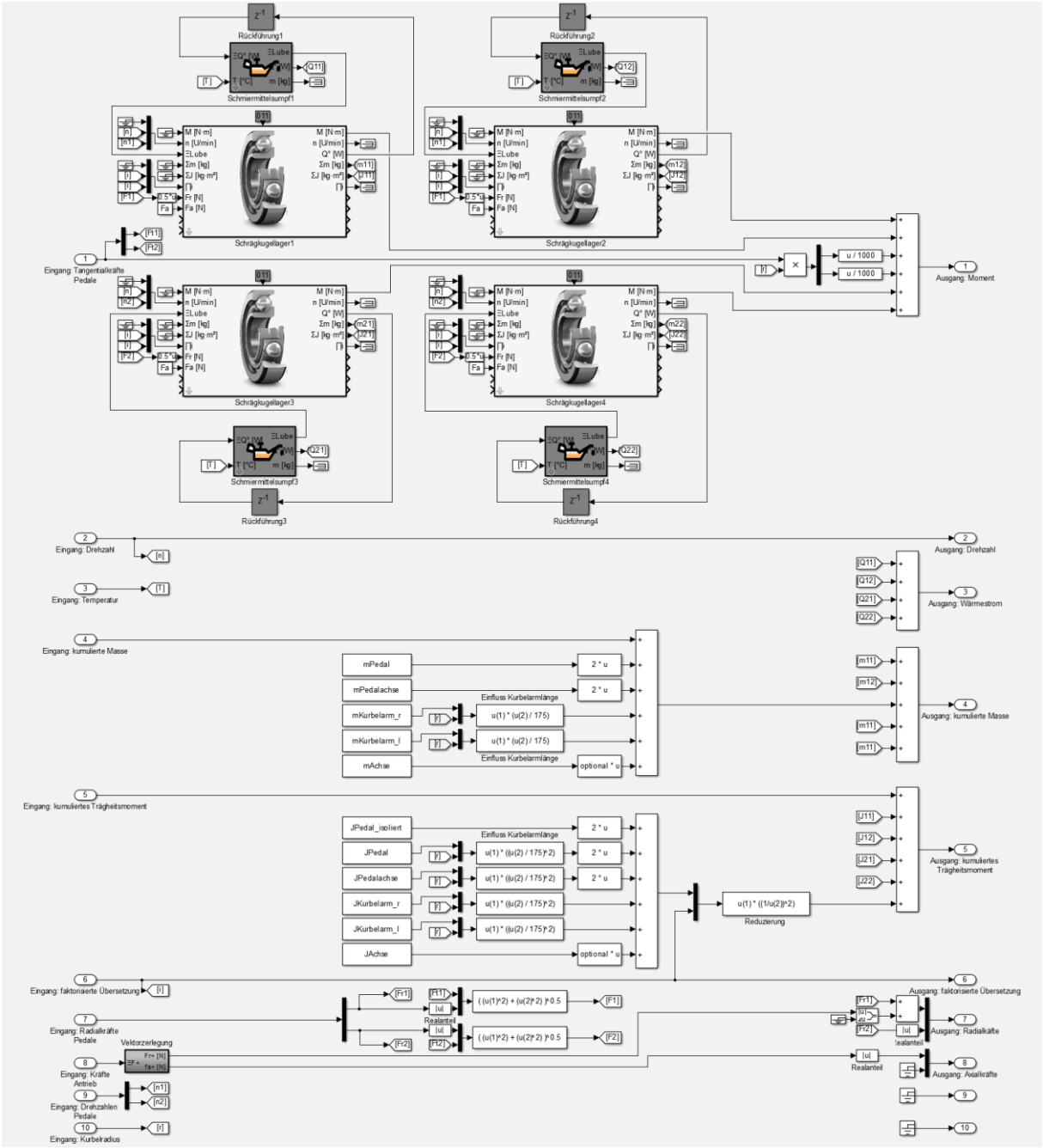


Abbildung 3-104: Bibliotheksmodell Kurbelgarnitur – Innenleben

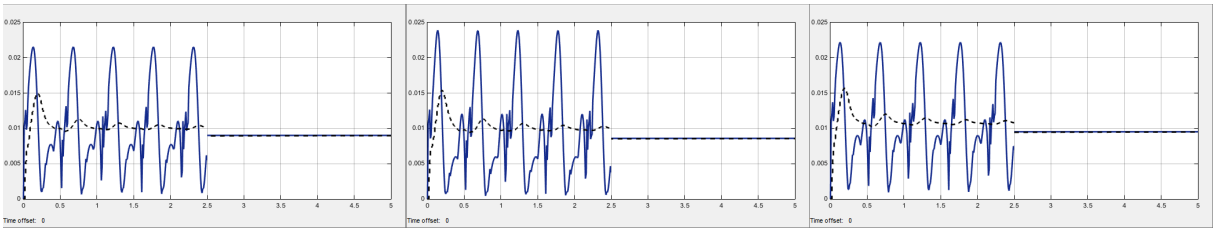
Erwähnenswert ist die Parametrierung des Schmiermittelsumpfes der Schrägkugellager. Für die Schmiermittelmenge wird der Kugeldurchmesser der Kugeln D_W und die Anzahl der Kugeln i_W herangezogen. Es wird die Oberfläche der Kugeln errechnet und mit einer Schmierfilmdicke t aufgedickt. Die Oberfläche des Schmierfilmkontaktes wird im CAD ausgemessen.

$$V_{Fett} = i_w \cdot \pi \cdot {D_W}^2 \cdot t \cdot \left[\frac{dm^3}{100^3 \cdot mm^3}\right] \cdot \left[\frac{l}{dm^3}\right] \approx 0{,}0005l$$

$$A_{Fett} \approx 367mm^2$$

Aufgrund der Schwenkbewegung der Lager (siehe Amplitudenverlauf um die Kurbeldrehzahl in Abbildung 3-93 links) wird sich für eine Schmiermittel-Parametrierung mit *SKF LGEM 2* (KPF2K-20 nach DIN 51825, NLGI 2) mit $\nu_{40°C} = 500\,mm^2/s$ und $\nu_{100°C} = 32\,mm^2/s$ entschieden. Es handelt sich um eine Mineralöl-Basis, eingebettet in ein Lithiumseifen-Fett. Dieses kann einen Schmierfilm unter Schwenkbewegung und hohen Belastungen bereitstellen und verfügt über die EP-AW-Zusätze [306] Molybdänsulfid und Graphit. Die Dichte muss auf $\rho_{15°C} = 0{,}89kg/l$ geschätzt werden. Diese Entscheidung wird getroffen im Wissen um ein hohes Anlaufmoment und Erwärmungsverluste durch Fettträger und Zähigkeit, da die Lager in den Pedalen aufgrund der durch die wechselnde Drehzahl induzierten kontinuierlichen Schmierfilmabrisse potentiell ausfallgefährdet sind.

Welchen Einfluss die Wahl des Schmiermittels auf die Reibungsverluste hat, soll kurz untersucht werden, da an dieser Stelle der Einsatz von Keramiklagern[307] interessant werden könnte. In Abbildung 3-105 sind die Versuchsergebnisse in einem Betriebspunkt maximaler Leistung dargestellt. Die gestrichelten Kurven stellen einen gleitenden Mittelwert dar. Jeweils ab 2,5s ist der drehwinkelunabhängige Betrieb des Menschmodells im Einsatz. Grundlegend ist erst einmal zu erkennen, dass die Verlustleistung mit Ausschaltung der Mikrodynamik sinkt. Diese Erkenntnis ist interessant, da sie bedeutet, dass gemittelte errechnete Wirkungsgrade grundsätzlich optimistischer sind als reale. Aus den Messdaten ist zu erkennen, dass die Änderung der Verluste durch ein Tieftemperaturfett, welches ebenfalls für Schwenkbewegung geeignet ist, unwesentlich ist. Im Verhältnis bewirkt die Viskositätsreduktion jedoch eine größere Verlustreduktion als eine Anzugsmomentüberhöhung.



$\dot{Q}_{dyn}$	= 0,010500	$W@110min^{-1}$	$\dot{Q}_{dyn}$	= 0,009920	$W@110min^{-1}$	$\dot{Q}_{dyn}$	= 0,010800	$W@110min^{-1}$
$\dot{Q}_{stat}$	= 0,009009	$W@110min^{-1}$	$\dot{Q}_{stat}$	= 0,008592	$W@110min^{-1}$	$\dot{Q}_{stat}$	= 0,009528	$W@110min^{-1}$
$\nu_{40°C}$	= 500	mm^2/s	$\nu_{40°C}$	=	mm^2/s	$\nu_{40°C}$	= 500	mm^2/s
$\nu_{100°C}$	= 32	mm^2/s	$\nu_{100°C}$	= 16	mm^2/s	$\nu_{100°C}$	= 32	mm^2/s
M_A	= 6	Nm	M_A	= 6	Nm	M_A	= 12	Nm

Abbildung 3-105: Untersuchung des Einflusses der Reduktion der Viskosität und der Erhöhung des Anzugsmomentes auf den Abwärmestrom. Untersuchungen jeweils bis 2,5s mit dynamischen Kurbelantrieb und jeweils bis 5s mit gemitteltem Kurbelantrieb. Betrieb unter Volllast (f_A=1) bei konstanter Drehzahl von 110min^{-1}. Abwärmestrom-Untersuchung ohne dynamische Aufwärmberechnung des Schmiermittels (direkter Output der Wärme aus den Lagern)

[306] ***E**xtreme **P**ressure / **A**nti **W**ear* siehe Kapitel 1.4.4

[307] Keramiklager vertragen Trockenlauf, wenn ein Grenzwert in der Hertz'schen Pressung nicht überschritten wird (siehe Kapitel 2.3.2).

In Abbildung 3-106 ist schließlich das Wirkungsgradkennfeld der Kurbelgarnitur aufgeführt. Das Kennfeld ist auf dem Moment-gebenden Prüfstand gefahren und mit einem Mensch-Emulator (50%-Perzentil-Mann) betrieben worden.

Der übliche Betriebsbereich der Kurbelgarnitur liegt im Sitzen zwischen 20 und 50 Nm. Bei Sportlern und im Stehen können durchaus phasenweise über 100Nm an der Kurbelgarnitur anliegen, jedoch auf keinen Fall bei Drehzahlen jenseits der 60 U/min.

Mit der Drehzahl sinkt der Wirkungsgrad ganz offensichtlich. Das ist unter anderem sicherlich auf die Ölverdrängung der Lager zurückzuführen. Im Falle der vorliegenden fettgeschmierten[308] Lager ist direkt nach Montage mit einem dramatisch schlechteren Wirkungsgrad zu rechnen, da das Fett zunächst aus den Bahnen verdrängt werden muss. Jedoch wirken die Schwenkbewegungen, durch die mit ihnen verbundenen Anlaufmomentphasen (Drehrichtungswechsel → Schmierfilmkollaps) mit steigender Drehzahl immer häufiger in die Leistung mit ein[309]. Im Grenzbereich der Belastung sinkt der Wirkungsgrad vermutlich so fatal ab, weil die dynamischen Leerlaufverluste die Lastverluste überwiegen. Dieser Effekt rührt vermutlich daher dass der Wirkungsgrad eine relative/bezogene Größe ist.

Berücksichtigt man in die Bewertung der Kurbelgarnitur, dass in der Baugruppe vier Lager zum Einsatz kommen, so ist die Fläche hervorragend. Laut den Faustformeln in Tabelle 60 ist je Lager ein Wirkungsgrad von bestenfalls 0,999 zu erwarten. Der Kurbeltrieb hätte nach dieser Schätzung einen Wirkungsgrad von 0,996 aufweisen müssen.

Es besteht Potential die Baugruppe mit Leichtlauf-Fett zu fahren. Hierfür wird erforderlich die Schrägkugellager durch vorgespannte Rillenkugellager aus Siliciumnitrid zu ersetzen.

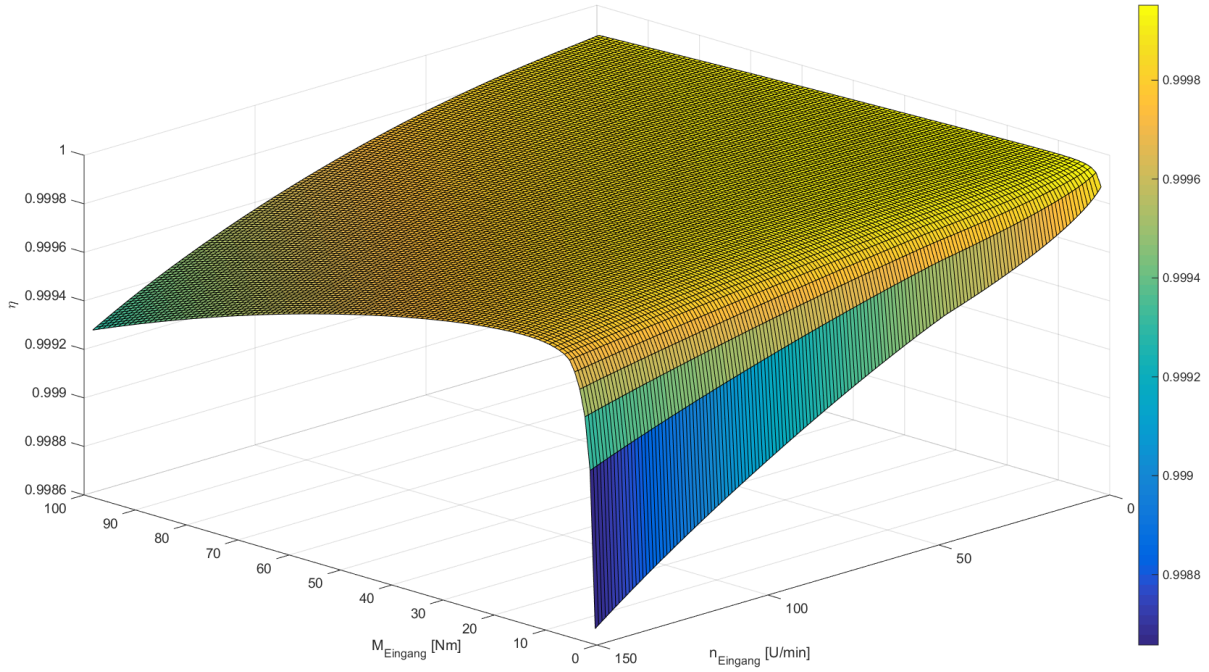


Abbildung 3-106:mittleres Wirkungsgradkennfeld der Kurbelgarnitur

[308] Die Lithiumseife fungiert wie ein anorganischer Schwamm für das Öl, welcher unter Druckbelastung das Öl aus seiner Struktur freigibt. Freigegebenes Öl unterliegt Verdrängungsverlusten. Fett wird großteilig aus dem Laufbahnbereich während des Einlaufvorgangs gewälzt und geschleudert

[309] Der dynamische Verlustanteil steigt mit der Drehzahl, weil er in einem quantisierten Zeitintervall häufiger auftritt

3.2.4.8 Zelluläres Modell: Tretlager

Von der Art der modernen Ausführung der Kurbelgarnitur mit Hohlwelle in Kapitel 3.2.4.7 wird aus dem CAD-Daten-Pool ein Tretlager gewählt was in den Grundzügen mit einer solchen Kurbelgarnitur kompatibel ist. Die gesamte Einheit Kurbelgarnitur und Tretlager stellt gleich nach den Getrieben den größten Massefaktor dar. Der Einsatz von Hohlwellen und Aluminium-Kurbeln setzt auf die Gewichtsersparnis durch Festigkeit über Steifigkeit. Es liegen auch CAD-Modelle konventioneller Tretlager mit Kartusche vor, diese werden jedoch aus Zeitgründen nicht weiter untersucht.

Das Modell in Abbildung 3-107 verfügt über die über die in den „Atomischen Modelle“ genutzten Standard-Ein– und Ausgänge. Ein Radialvektor und ein Axialvektor wird von der Kurbelgarnitur übergeben. Sie beinhalten die Druckbelastung der Kurbeln und die Belastung durch das an die Kurbelgarnitur angeschlossene Getriebe.

Die Parametrierung ist relativ einfach gehalten (siehe Abbildung 3-107 rechts). Im inneren Modell wird die Massenkumulation nicht durchgeführt, sodass eine globale Angabe der Baugruppe ausreichend ist. Das Anzugsmoment ist bezogen auf die Kurbelgarnitur. Das Anzugsmoment ist vom Hersteller *Shimano* auf den angegebenen Bereich begrenzt und führt zu einer Vorspannung der Lager und der Lagerdichtung.

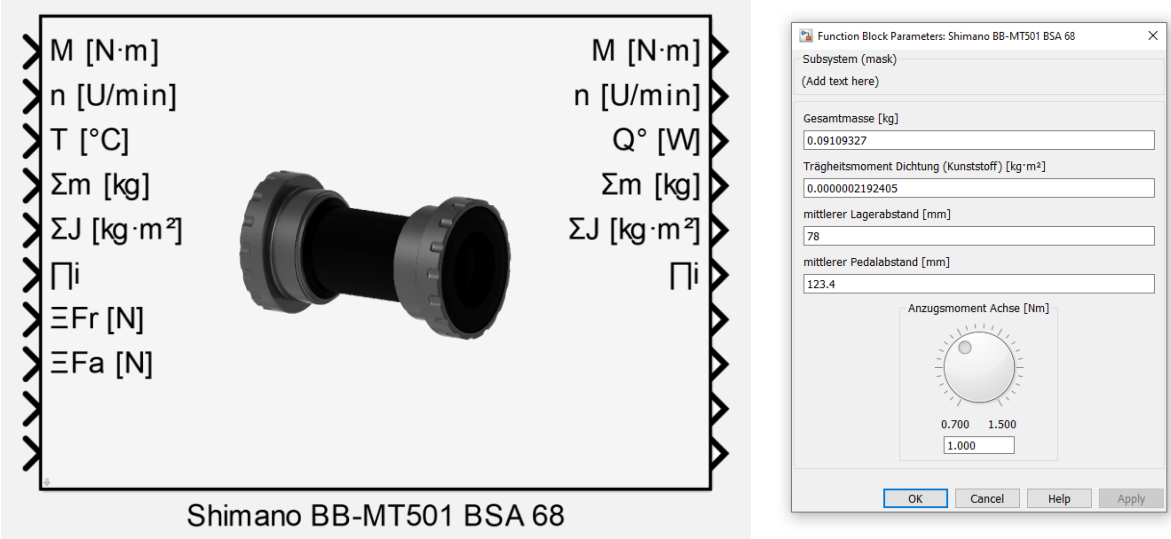


Abbildung 3-107:Bibliotheksmodell Tretlager

Die Lager in Abbildung 3-108 konnten als Baureihe „61805“ identifiziert werden. Für die Lager wurde das extreme Leichtlauffett *SKF LGLT2* gewählt. Dabei handelt es sich um ein Tieftemperaturfett (Bezeichnung nach DIN 81528 „KP2G-50“; NLGI 2) mit synthetischem Mineralöl, welches in eine Lithiumseifen-Matrix eingebettet ist. Die Viskositäten des Fettes sind $\nu_{40°C} = 18\,mm^2/s$ und $\nu_{100°C} = 4{,}5\,mm^2/s$. Die Auswahl ist kritisch hinsichtlich der Instandhaltung des Schmierfilms zu sehen. Auf der anderen Seite treten keine Richtungswechsel in den Lagern auf und das Fett erreicht in hiesigen Breitengraden nicht annähernd Temperaturen um 40°C. Die Kontaktfläche des Öls zum Gehäuse beträgt circa 805mm².

Die Lager sind mit einer besonders reibarmen Labyrinthdichtung von der staubigen und schlammigen Umgebung abgeschirmt (siehe Abbildung 3-108 rechts oben). Da für diese Art der Dichtung kein „Atomische Modell“ existiert, wurde sich entschieden über das *Gümbel*-Diagramm, welches bereits im

Radialen Wellendichtring genutzt wurde (siehe Kapitel 2.2), eine Reibmodellierung umzusetzen. Diese ermöglicht unter Zuhilfenahme der Drehzahl; Viskosität und des Kontaktdruckes einen Reibbeiwert zu schätzen. Hierzu wird mit der anliegenden Reibfläche von $A = 159{,}844mm^2$ der dynamische Kontaktdruck ermittelt und nach Ermittlung der Gümbelzahl das Reibmoment mit dem mittleren Reibdurchmesser von $d_{reib} = 31{,}775mm$ gebildet. Das Modell wird nicht weiter dokumentiert, da es nahezu identisch mit dem „Atomischen Modell“ des Radialen Wellendichtrings ist.

$$p = \frac{F_a}{A}$$

$$M_{reib} = F_a \cdot \mu_{Gümbel} \cdot \frac{d_{reib}}{2} \cdot \left[\frac{1m}{1000mm}\right]$$

Betrachtet man mit dem Wissen, dass schwarz-farbene Teile aus Kunststoff und Elastomer bestehen, Abbildung 3-108 genauer so erkennt man, dass das System eine elastische Natur aufweist. Durch die Vorspannung der Lager mit der Achsschraube verteilt sich die Axialkraft zu gleichen Teilen auf die Lager. Sollte jedoch über ein angeschlossenes Getriebe oder andere Einflüsse eine Axialkraft F_{a+} zusätzlich eingeleitet werden, so wird ein Lager mit ihr beaufschlagt, während das gegenüberliegende entlastet wird.

An dieser Stelle fällt auf, dass die Addition der Radialkräfte wie es in den bisherigen Modellen geschehen ist nicht ohne vektorielle Betrachtung möglich ist. Die Kurbeln bewegen sich zu 180° versetzt umlaufend, während die Kraft aus einem angeschlossenen Getriebe eine feste Richtung haben kann. An dieser Stelle wurden deshalb Modifikation am menschlichen Kurbeltrieb (siehe Abbildung 3-87 rechts und Abbildung 3-91 rechts unten) vorgenommen, welche eine komplexe Übertragung der radialen Druckkräfte einleiten, wenn eine Winkelabhängigkeit eingestellt ist. Eine weitere Modifikation musste an der Kurbelgarnitur (siehe Abbildung 2-102 rechts unten) vorgenommen werden, sodass eine komplexe Signalaufnahme optional wird. Die komplexe Kraft ermöglicht die Übergabe der Information über den in der reellen Zahlenebene nicht sichtbaren Winkel[310] der absoluten Kraft zu einem Zeitpunkt t.

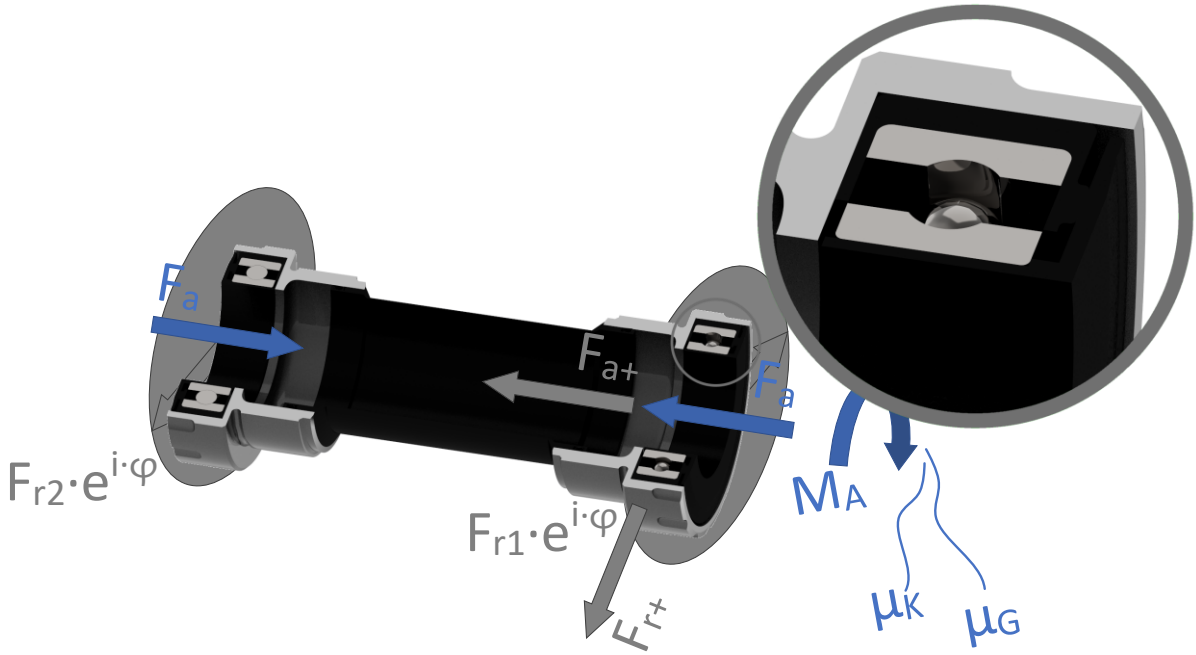


Abbildung 3-108: CAD-Modell Tretlager *Shimano BB-MT501 BSA68* im Schnitt mit Kraftschema

[310] Eine Sinusschwingung in der reellen Zahlenebene ist eine Spiralbewegung in der nicht sichtbaren Ebene

Die Oszillation und Überlagerung der Radialkräfte mit der Radialkraft des Getriebes sind in Abbildung 3-109 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Rechnung unter Ausschluss der Winkelabhängigkeit fast identische Mittelwerte erzeugt. Fehlererzeugend ist die Vektoraddition der Getrieberadialkraft.

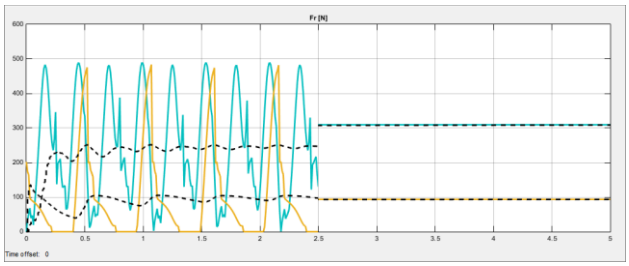


Abbildung 3-109: Einfluss der Modulation durch die Oszillation der Pedalkurbeldruckkräfte bei 110U/min und voller Anstrengung (50%-Perzentil-Mann). Bis 2,5s Simulationszeit unter Winkeleinfluss; darüber Abschaltung des Winkeleinflusses

In Abbildung 3-110 ist der innere Modellaufbau aufgezeigt. Hierbei ist die Errechnung der Axialkräfte erwähnenswert, wobei die Zusatzkraft ein Lager beaufschlagt und das andere entlastet. Der Aufbau ist gegenüber den bisherigen vorgestellten Modellen trivial und muss nicht weiter erläutert werden.

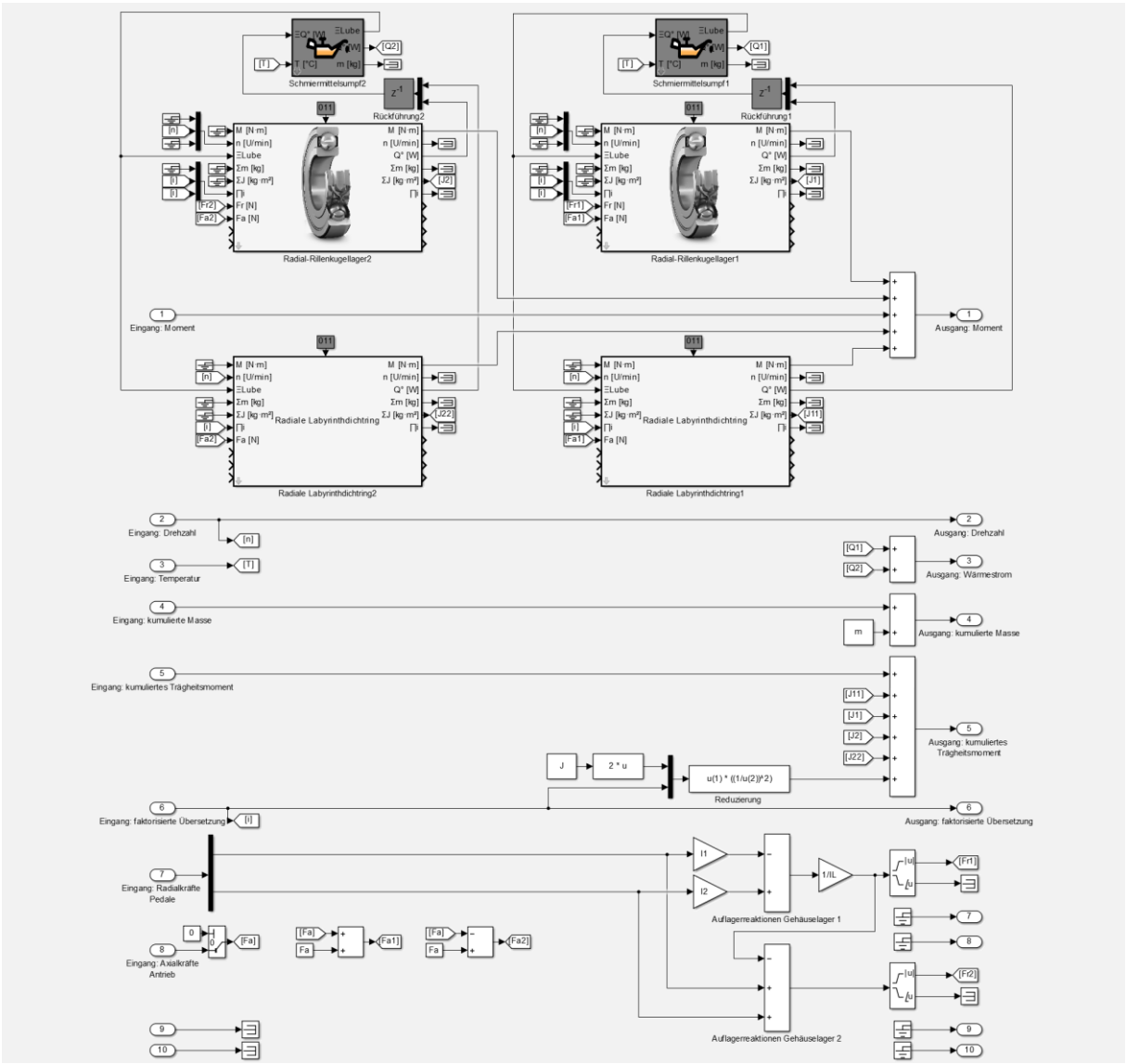


Abbildung 3-110: Bibliotheksmodell Tretlager – Innenleben

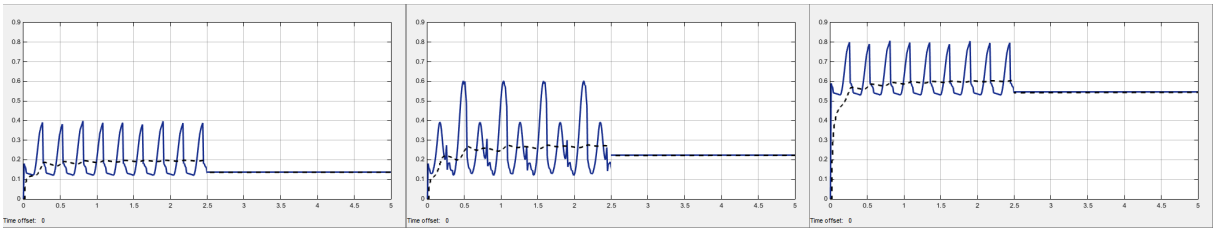
Aus dem Modell wird die absolute Wärmeemission in dem festen Betriebspunkt von 110U/min unter Volllast (50%-Perzentil-Mann) untersucht (siehe Abbildung 3-111), um Einflüsse der Reibdynamik abzuschätzen, da diese im gemittelten Prüfstandsbetrieb vernachlässigt werden. Das Modell des Tretlagers kann nicht sinnvoll untersucht werden ohne seine Schnittstelle zur Kurbelgarnitur und einem angeschlossenen Leistungsüberträger.

Die linke Abbildung zeigt die Rechenergebnisse ohne angeschlossenes Getriebe. An dieser Stelle ist ähnlich wie bereits bei der Untersuchung der Kurbelgarnitur zu erkennen, dass die Ergebnisse des Prüfstands mit mittlerer Belastung grundsätzlich optimistisch sind. Die Ergebnisse ohne Drehwinkeleinfluss liegen beinahe auf dem Fuß des dynamischen Wärmestroms.

Die Beaufschlagung mit einer radialen Kraft wurde anhand des Beispiels eines 52-Zähne Kettenblattes vorgenommen (siehe mittlere Abbildung). Die angegebene Formel bezieht den Hebelarm aus der Berechnung des Kettenblattumfangs mit der Standardteilung p. Die Kettenzugkraft ist tatsächlich eine dynamische Größe aufgrund der Polygonkraft (siehe Kapitel 2.6). Das wurde an dieser Stelle jedoch nicht beachtet. Es ist zu erkennen, dass die Kraftkomponente einen großen Einfluss auf die Verluste hat.

Dramatische Steigerung der Verluste werden durch eine Überspannung der Lagerung hervorgerufen (siehe Abbildung rechts). Die Beaufschlagung der Lagerung mit einem zu hohen Moment wird keine Seltenheit darstellen, da das Moment derart gering ist, dass nur Fachwerkstätten über derartige Drehmomentschlüssel verfügen. Herstellerseitig wird hierfür ein Handrad zur Verfügung gestellt, welches wahrscheinlich zum Drehwinkel-gesteuerten Anziehen genutzt wird.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass die Errechnung der mittleren Reibungsverluste sehr nahe an die Berechnung der dynamischen Reibungsverluste heranreicht und damit hinreichend ist.



$\dot{Q}_{dyn}$	=	$0,1441W@110min^{-1}$	$\dot{Q}_{dyn}$	=	$0,2237W@110min^{-1}$	$\dot{Q}_{dyn}$	=	$0,5522W@110min^{-1}$
$\dot{Q}_{stat}$	=	$0,1205W@110min^{-1}$	$\dot{Q}_{stat}$	=	$0,1721W@110min^{-1}$	$\dot{Q}_{stat}$	=	$0,5305W@110min^{-1}$
M_A	=	$1 \quad Nm$	M_A	=	$1 \quad Nm$	M_A	=	$5 \quad Nm$
F_{r+}	=	$0 \quad N$	F_{r+}	=	$\frac{M}{2} \cdot \frac{1 \cdot \pi}{p_{12,7mm} \cdot z_{52}}$	F_{r+}	=	$0 \quad N$

Abbildung 3-111: Untersuchung des Einflusses der Zusatzkraft F_{r+} aus dem Kettentrieb oder Ähnlichem und der Einfluss der O-Ring-Dichtkraft auf den Abwärmestrom. Untersuchungen jeweils bis 2,5s mit dynamischen Kurbelantrieb und jeweils bis 5s mit gemitteltem Kurbelantrieb. Betrieb unter Volllast (f_A=1) bei konstanter Drehzahl von 110min^{-1}. Abwärmestrom-Untersuchung ohne dynamische Aufwärmberechnung des Schmiermittels (direkter Output der Wärme aus den Lagern)

Das Wirkungsgradkennfeld des Tretlagers lässt sich nicht ohne weitere Modellierungen aus dem Prüfstand ermitteln. Da das Tretlager die Kurbelgarnitur und eine Referenzbelastung benötigt, wird der Aufbau wie folgt (siehe Abbildung 3-112) vorgenommen. Die in der Matrix „Eta“ gespeicherten Ergebnisse (vergleiche Zeile 89 in Tabelle 71) werden zwischengespeichert. Danach wird der Prüfstandversuch der Kurbelgarnitur aus Kapitel 3.2.4.7 wiederholt und die „Eta“-Matrix zwischengespeichert. Der isolierte Wirkungsgrad ergibt sich dann durch die Teilung der Matrizen:

$$\bar{\bar{\eta}}_{Tretlager,isoliert} = \frac{\bar{\bar{\eta}}_{Kurbelgarnitur \rightarrow Tretlager}}{\bar{\bar{\eta}}_{Kurbelgarnitur}}$$

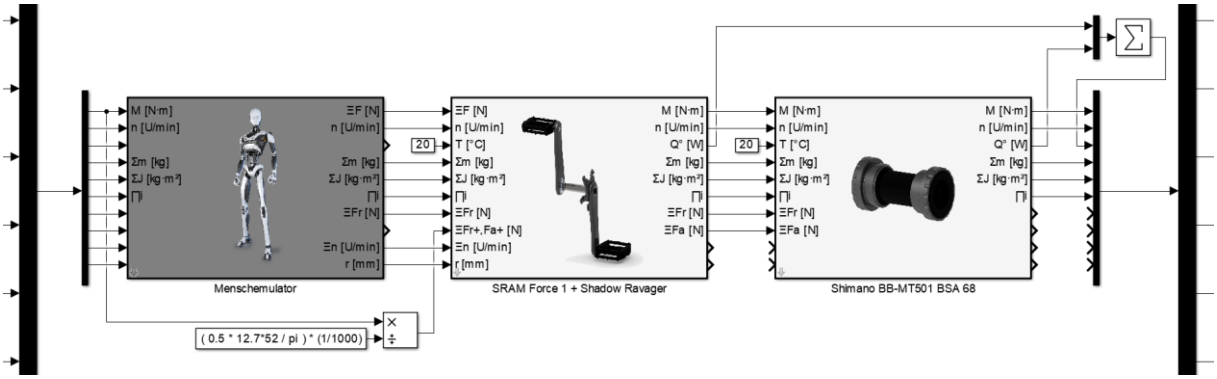


Abbildung 3-112: Aufbau des Prüfstands zur Annäherung des Belastungszustandes des Tretlagers im Betrieb

In Abbildung 3-113 ist das isolierte Wirkungsgradkennfeld aufgezeigt. Vergleicht man das Kennfeld mit Abbildung 3-106 zeigt sich, dass zwei relativ große Lager mit einer ähnlichen Kraftbeaufschlagung wie vier relativ kleine Lager größere Verluste einfahren können. Betrachtet man die Auswirkungen, welche die Radialkraft des Kettengetriebes hat (Abbildung 3-111), sind die Verluste nicht allein darauf zurückzuführen. Der Flächenabfall bei niedrigen Momenten führt dazu, dass Leerlaufverluste eine höhere Wichtung in der bezogenen Größe des Wirkungsgrades erhalten.

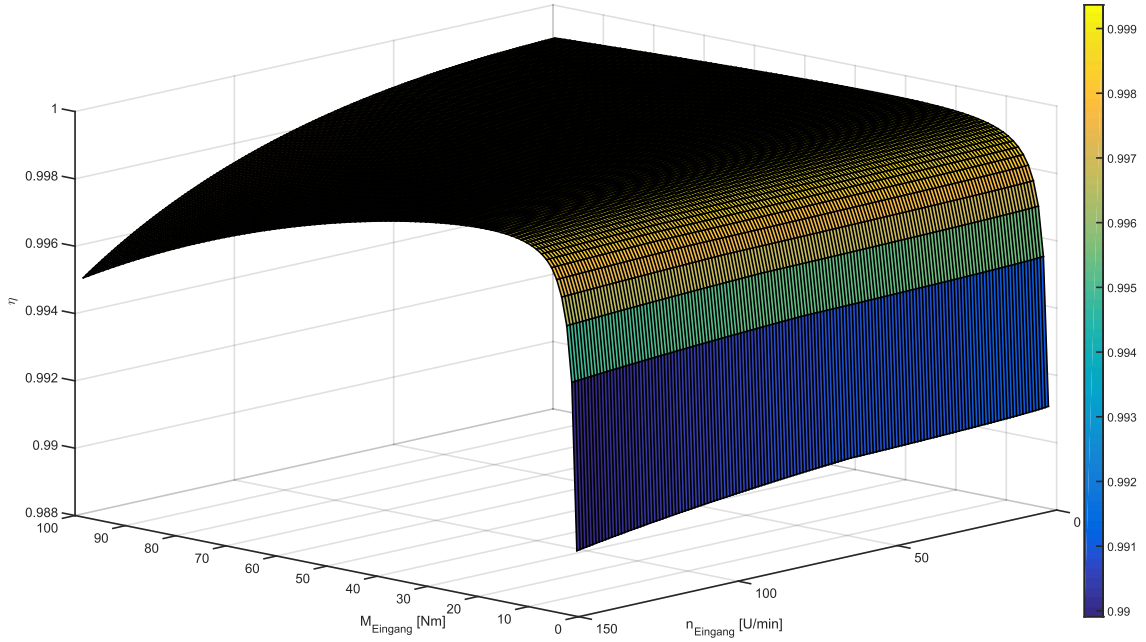


Abbildung 3-113:mittleres von der Kurbelgarnitur isoliertes Wirkungsgradkennfeld des Tretlagers. Belastung des Tretlagers durch die radialen Pedalkräfte und ein hypothetisches 52-Zähne Kettenblatt

3.2.4.9 Zelluläres Modell: Mittelgetriebe – Schlumpfgetriebe

Die *Schlumpf*-Getriebe sind in drei grundsätzlichen Ausführungen für die Übersetzung verfügbar (siehe Kapitel 2.5.3). Aus zeitlichen Gründen kann sich nur auf eines der Getriebe fokussiert werden. Die Ergebnisse werden jedoch sehr ähnlich ausfallen. Es wird sich für die Variante des *Mountain Drive* entschieden. Diese Variante ist sinnvoll für Antriebe, welche bereits über ein breites Gangspektrum verfügen, jedoch im bergigen Gelände nochmals extrem untersetzt werden können.

Die *Schlumpf*-Getriebe verfügen über zwei Gänge, wovon einer eine 1:1 Übersetzung darstellt. Der reguläre Schaltbereich eines nachgelagerten Getriebes sollte auf die 1:1 Übersetzung des *Schlumpf*-Getriebes ausgelegt werden. Damit ergibt sich die interessante Möglichkeit eine selten benötigte weitere Gesamtspreizung des Antriebsstranges mittels des Overdrive-Gangs unter Inkaufnahme einer Wirkungsgradverschlechterung zu erreichen. Nach Tabelle 70 wird das geschaltete *Mountain Drive* mit dem Modus „114“ und der Bypass 1:1 mit dem Modus „111“ parametriert. An der äußeren „Zellulären Schnittstelle“ (siehe Abbildung 3-114) sollten die Gänge so geordnet werden, dass der langsamste Gang (also das höchste Übersetzungsverhältnis) den Gangbezeichner 1 bekommt und der andere Gang den Bezeichner 2.

Da das Getriebe Belastungen aus dem Leistungsüberträger und den Pedalen empfängt, sind (optional) komplexe Eingänge aus Tretkurbel und dem Eingang der Belastung durch den Leistungsüberträger erforderlich. Um diese äußeren Kräfte auf die Lagerung verteilen zu können werden entsprechende Abstände in der Parametrierung benötigt (siehe Abbildung 3-114 rechts). Mit dem Anzugsmoment soll keine Vorspannung des Systems, sondern die Spielfreiheit eingestellt werden.

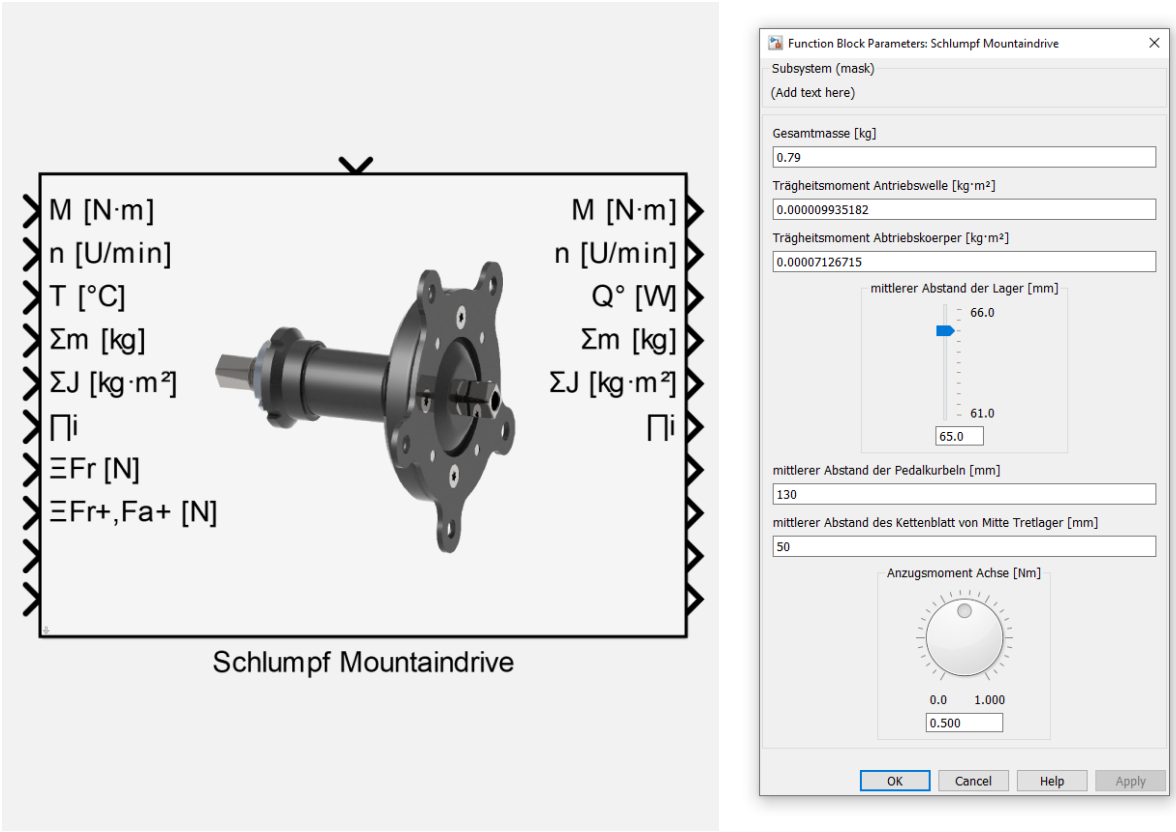


Abbildung 3-114: Bibliotheksmodell *Schlumpf Mountain Drive* (links) und innere Parametrierung (rechts). Über den oberen Eingang kann das Getriebe mit dem Parameter 1 und 2 geschaltet werden

Um das Getriebe zu parametrieren; die Angaben aus der Bildrekonstruktion aus Kapitel 2.5.3 zu verifizieren und die inneren Vorgänge abzubilden ist ein CAD-Modell notwendig. Aus den Angaben des Herstellers lassen sich einige konkrete Anhaltspunkte finden. So liegt eine Achslänge von 148mm vor. Über die Geometrie der Vierkantaufnahme (JIS-Standard) kann abgeleitet werden, dass der Wellendurchmesser 15mm sein muss. Es existieren Wellenmuttern KM2 mit 15x1-Gewinde. Die Getriebe sind für Tretlagerbreiten des BSA-Standards zwischen 68 und 73mm konzipiert. Die Tretlager können Bohrungsdurchmesser zwischen 33,6 und 34,5mm aufweisen. Außerdem kann ein Kettenblatt mit einem Lochkreis von 110mm an das Getriebe montiert werden.

In einer Iterationsschleife wird festgestellt, dass der in der ursprünglichen Bildrekonstruktion ermittelte Modul von 1mm nicht stimmen kann. Dieser wird auf den bereits vermuteten Randbereich von 0,8mm verschoben. Damit lassen sich mit hoher Genauigkeit sämtliche weiteren Maße abschätzen, die zu dem CAD-Modell in Abbildung 3-115 führen. Module kleiner 1 werden in Kapitel 2.5 nicht mit Messdaten für die mittlere Rauheit berücksichtigt. Es muss geschätzt werden, dass sich diese erneut halbieren.

In diesem Zusammenhang ist zu erkennen, dass das Hohlrad nur gefräst werden kann, da ein Zugang mittels Schleifmittel unmöglich ist. Planetenräder und Sonnenrad sind laut Hersteller präzisionsgeschliffen. Die Gehäuseabdichtung erfolgt mittels eines O-Ring, welcher mit minimalem Anpressdruck arbeitet. Ein geringer Anpressdruck reduziert zwar die Reibung, weist jedoch ein geringeres Rückhaltevermögen auf (siehe Abbildung 2-18). Der Einsatz eines Fließfettes anstatt eines, Öles bewirkt bis auf die Leckage ausgeschiedener Ölbestandteile, ein höheres Rückhaltevermögen des O-Rings. Aufgrund des bekannten Innendurchmessers bietet sich als Tretlager die Reihe 61902 an. Diese Reihe kann bei *SKF* nur mit der Ausführung *2RS1* bezogen werden. In den Abbildungen des Herstellers werden Kettenblattseitig im Großteil der Fälle 2 Lager eingesetzt, wobei nicht zu erkennen ist ob 2 Dichtringe entfernt werden sollen. Außerdem wird in fragwürdiger Weise im Handbuch des *Mountain Drive* angegeben, dass auf ein Lager verzichtet werden kann. In den Handbüchern wird erklärt, dass die „Axiallager“ mit 4mm Kugeln bestückt sind. Die Wälzkreise werden auf 22mm und 45mm identifiziert. Auf ersterem Wälzkreis liegt quasi eine 100%-Füllung vor, während auf letzterem 2 Kugeln aus der quasi 100%-Füllung entfernt werden sollen. Tatsächlich handelt es sich bei beiden kleineren „Axiallagern“ um Schrägkugellager, wie in Abbildung 3-117 gut zu erkennen ist.

Der Kopfdurchmesser der Nutmutter zur Eliminierung des Axialspiels ist als Reibungsarm begrenzt auf den Durchmesser des Lagerinnenrings mit 18,75mm.

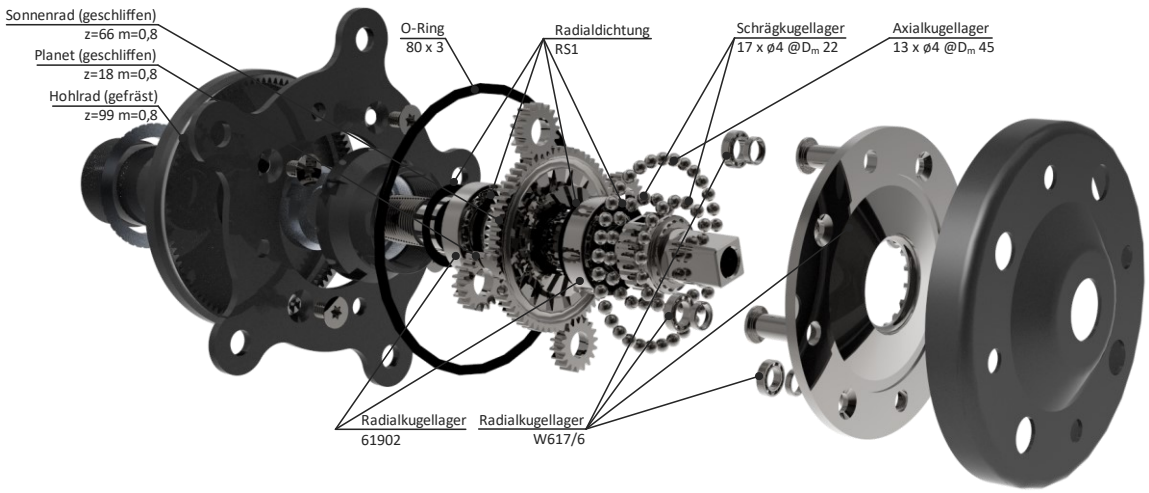


Abbildung 3-115:Rückwärts konstruiertes CAD-Modell des *Schlumpf Mountain Drive* (Explosionsdarstellung)

Der Außendurchmesser der Dichtung liegt schätzungsweise bei 87mm bei einem Ringquerschnitt von schätzungsweise 3mm. Die mittlere Reibungsberührungsfläche wird auf 2mm vermessen. Es wird von ausgegangen, dass der O-Ring nicht auf das Hohlrad aufgelegt wird, sondern unter Untermaß auf das Hohlrad aufgedrückt wird. Dadurch liegt bereits ein gezogenes elliptisches Profil vor. Damit würde der Ring vorteilhaft sitzen, um nicht in Relativbewegungen zwischen Hohlrad und Gehäuse zu geraten.

Der Hersteller gibt an ein Tieftemperatur-Fließfett (schätzungsweise im Bereich *NLGI 00*) zu nutzen. Das Fett verfügt über EP/AW-Zusätze, wie Molubdänsulfid (siehe Kapitel 1.4.4). Es wird davon ausgegangen, dass ein Viskositätspaar von $\nu_{40°C} = 18\,mm^2/s$ und $\nu_{100°C} = 4{,}5\,mm^2/s$ vorliegt. Dies ist eine Festlegung mangels Daten. Der Hersteller gibt an ein Füllvolumen von 2ml Initial in den Getrieberaum zu füllen. Aus dieser Angabe lassen sich die Eintauchtiefen der Zahnräder ableiten (siehe Abbildung 3-116). So stehen die Planetenräder zyklisch bis zur Hälfte im Fettsumpf, wenn die Verteilungsvorgänge des sehr flüssigen Fettes über die Verzahnung vernachlässigt wird.

Die Kontaktfläche welche das Öl zu den äußeren metallischen Flächen benetzen kann liegt bei circa 10400mm².

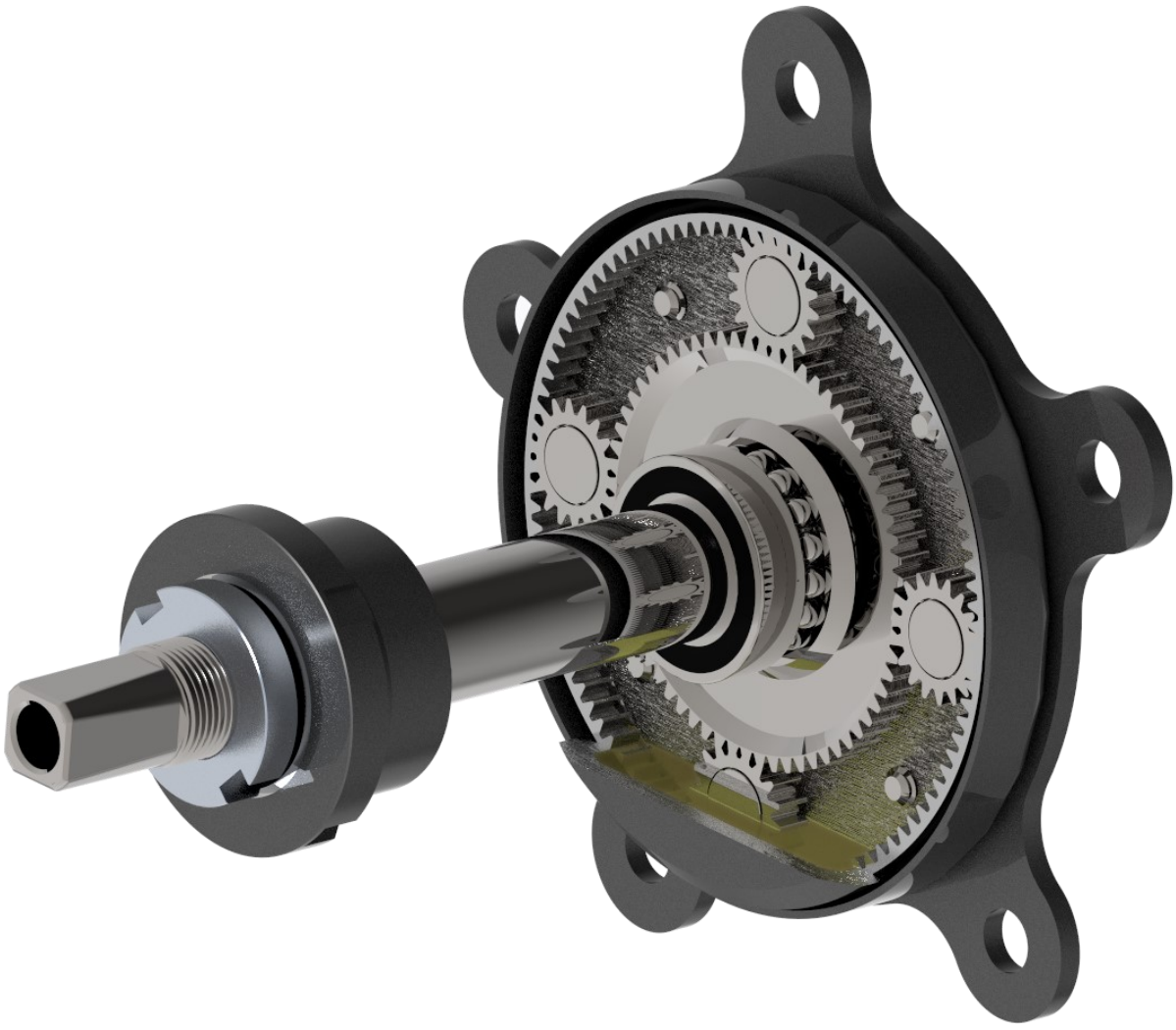


Abbildung 3-116: Rückwärts konstruiertes CAD-Modell - Mittelgetriebe Schlumpf Mountain-Drive (geschnitten). 2ml Fließfettvolumen in Gehäuse (Initialisierungsschmierungszustand). Für die Berechnung wird angenommen, dass die Planeten Dissipationsverluste verursachen. Umlaufender O-Ring zur Rückhaltung von abgeschiedenem Öl (kein vollständiger Rückhaltungsgrad)

Für das Axiallager und die beiden Schrägkugellager müssen Ersatzmodelle gewählt werden. In fast allen Modellen geht stets $D + d$, welches ungefähr dem Wälzkreisdurchmesser entspricht, in die Berechnung ein (siehe Kapitel 2.3). In der Berechnung von der Ölschmierung tritt $D - d$ im Nenner auf. Einzeln tauchen die Parameter nicht auf. Es wird sich entschieden D als $D_{Wk} + D_W$ und d als $D_{Wk} - D_W$ zu parametrieren.

Der Einfluss von d_m, welcher näherungsweise dem Wälzkreis D_{Wk} entspricht, wirkt stets faktorisierend auf Kraft und Drehzahl. Der Geometriefaktor wird stets mit d_m skaliert. Daraus wird geschlossen, dass ein Alias-Lagertyp gewählt werden muss, welcher primär den Kugeldurchmesser von 4mm bei einem sekundär vergleichbarem d_m aufweist. In der Berechnung von Axiallagern muss das allerdings nicht beachtet werden, da alle einreihigen Lager dieselben Geometriefaktoren aufweisen. Damit spielt der Lagertyp keine Rolle. Es wird der Lagertyp *511* gewählt.

Die Belastung des Lagers aufgrund der abweichenden Kugelzahlen könnte durch schlichte Skalierung der statischen Tragfähigkeit erfolgen. Jedoch benutzen die Berechnungsmodelle des Axiallagers und Schrägkugellagers diese Information nicht.

Fraglich ist die extreme Fülldichte der Kugeln, welche nahezu 100% ist. Dies ist nicht der Fall bei normalen Lagern. Aus diesem Grund wird die beaufschlagende Kraft F_a mit einem Faktor skaliert, welcher die vorliegende Lagerung mit einer Ersatzlagerung ins Verhältnis setzt.

$$\frac{i_{W,7200}}{d_{m,7200}} = \frac{9}{20mm} \qquad \frac{i_{W,51102}}{d_{m,51102}} = \frac{12}{21{,}5mm}$$

$$\frac{i_{W,13}}{d_{m,13}} = \frac{17}{22{,}0mm} \qquad \frac{i_{W,2}}{d_{m,2}} = \frac{33}{45{,}0mm}$$

$$F_{a,korrigiert} = F_a \cdot \frac{i_{W,7200}}{d_{m,7200}} \cdot \frac{d_{m,13}}{i_{W,13}} \qquad F_{a,korrigiert} = F_a \cdot \frac{i_{W,51102}}{d_{m,51102}} \cdot \frac{d_{m,2}}{i_{W,2}}$$

Die radiale Belastung der Schrägkugellager wird mit $0{,}5 \cdot F_{r+}$ angesetzt, was aus Abbildung 3-117 abgeleitet wird.

Es wird davon ausgegangen, dass die Planetenlager lediglich aus der Differenz zwischen den Radialkräften der gegenüberliegenden Verzahnungskontakte belastet werden. Die Drehzahl des Lagerinnenrings der Planetenlager kann direkt mit der Planetenträgerdrehzahl gleichgesetzt werden.

Die Tretlagerreaktionen werden mittels der Grundlagen der Statik errechnet. Im Modell (siehe Abbildung 3-118 unten) werden die Hebelarme der Gleichung in die Parameter in l1, l2 und l+ in einer Initialisierungsrechnung übersetzt. Die Berechnung erfolgt im komplexen Raum, anstatt auf 2 Ebenen. So kann der Wirkzeiger der resultierenden Kraft bei Bedarf ausgelesen werden

$$\sum M_1 = 0 = +\left(\frac{l_P - l_L}{2}\right) \cdot F_{r,1(komplex)} + \left(l_Z - \frac{l_L}{2}\right) \cdot F_{r+} - \left(l_L + \frac{l_P - l_L}{2}\right) \cdot F_{r,2(komplex)} + l_L \cdot F_{rL2}$$

$$\Rightarrow F_{rL2} = \frac{-\left(\frac{l_P - l_L}{2}\right) \cdot F_{r,1(komplex)} - \left(l_Z - \frac{l_L}{2}\right) \cdot F_{r+} + \left(l_L + \frac{l_P - l_L}{2}\right) \cdot F_{r,2(komplex)}}{l_L}$$

$$\sum F_r = 0 = F_{rL1} + F_{rL2} - F_{r,1(komplex)} - F_{r,2(komplex)} - F_{r+}$$

$$\Rightarrow F_{rL1} = -F_{rL2} + F_{r,1(komplex)} + F_{r,2(komplex)} + F_{r+}$$

In Abbildung 3-117 sind die äußeren Kräfte eingezeichnet. Dabei wird mit der gelb-farbenen Symbolik angedeutet wie eine axiale Vorspannung durch den Anzug der Nutmutter auf den Null-Axialkraft-Verlauf in der Lagerung wirkt. Die beiden Tretlager scheinen durch die Axialkraft aus dem Anzugsmoment unberührt zu sein, während an beiden Schrägkugellagern und dem Axiallager eine Axialkraft vorliegt.

Äußere axiale Kräfte wirken auf diese Vorspannung je nach Richtung beaufschlagend oder entlastend (siehe blau-farbene Symbolik mit Beschriftung „F_{a+}“).

Zusatzkräfte welche durch einen angeschlossenen Leistungsüberträger eingeleitet werden bahnen sich den Weg durch die Schrägkugellager. Obwohl davon ausgegangen wird, dass ein geringer Teil der Belastung durch die Planetenlager wandern könnte, wird dieser Einfluss nicht modelliert. Zusätzlich zur Frage wie groß der Anteil ist, stellt sich die Frage der Oszillation durch die Drehung des Planetenträgers in Relativität zum Kraftvektor des Leistungsüberträgers. Es wird vereinfacht davon ausgegangen, dass sich beide Schrägkugellager die Radialbelastung aus der Zusatzkraft F_{r+} teilen.

$$F_{r,Schrägkugellager} = 0{,}5 \cdot F_{r+}$$

In wie weit das System als angestellte Lagerung betrachtet werden kann, ist aufgrund der genauen geometrischen Daten unklar. Der Einsatz eines dritten Tretlagers, wie in den überwiegenden Fällen der Produktbilder zu beobachten, ließe das vermuten. Jedoch muss unter Einsatz von Distanzscheiben ein reibungsarmer Zustand hergestellt werden.

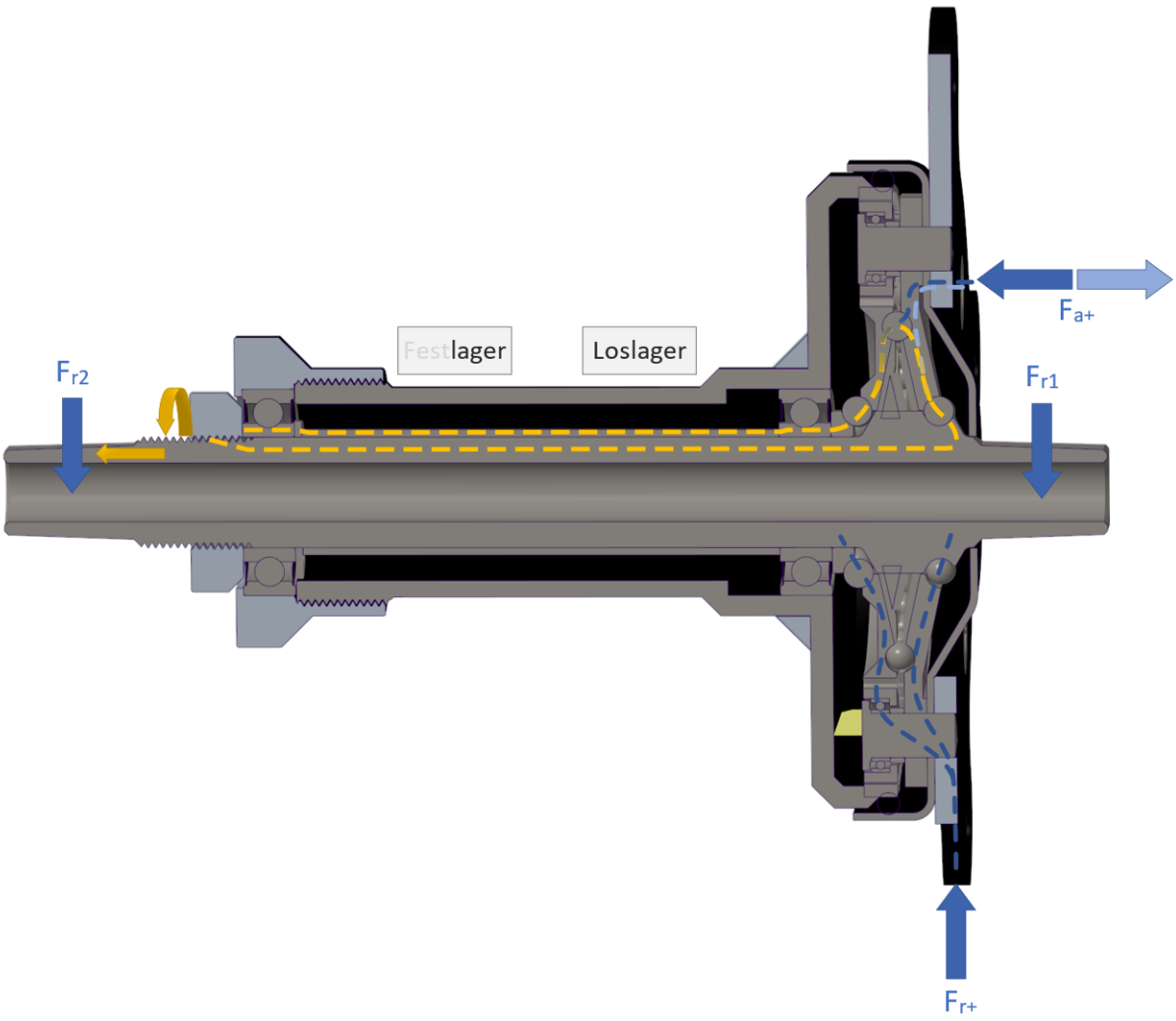


Abbildung 3-117: Schnitt des rückwärts konstruierten CAD-Modells des *Schlumpf Mountain Drive* mit äußeren Kräften

In Abbildung 3-118 sind die Berechnungen zu den peripheren Signalflüssen dokumentiert. Besonders ist die optionale Behandlung komplexer Größen auf Signalfluss 7 und 8. Eine Auslesung des Kraftzeigers der Tretlager kann an dem terminierten Ausgang oberhalb Signalausgang 7 und unterhalb Signalausgang 8 vollzogen werden.

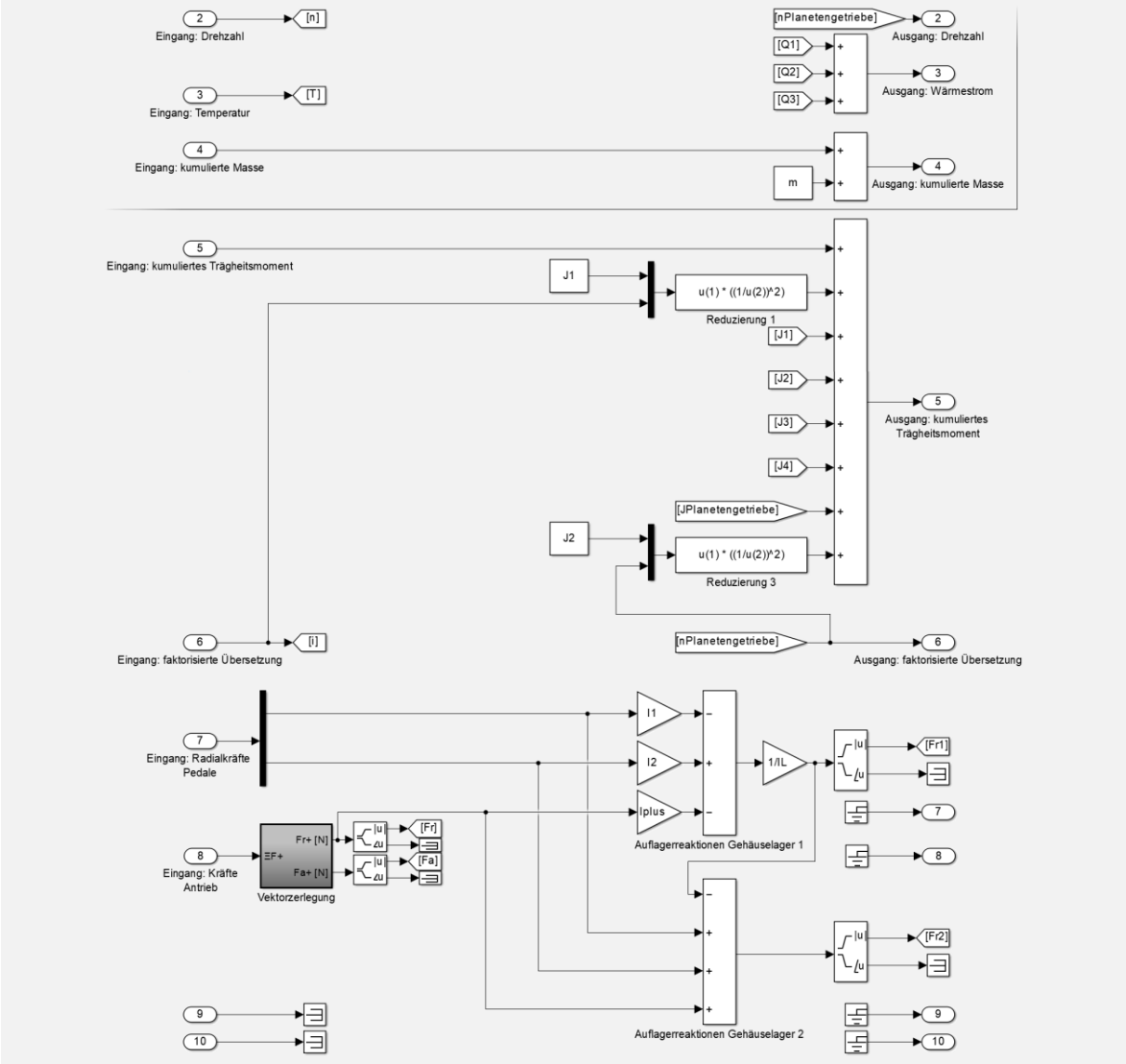


Abbildung 3-118: Bibliotheksmodell *Schlumpf Mountain Drive* – Innenleben Peripheriesignale

Abbildung 3-119 legt die Interpretation des Momentfluss offen. Im oberen Teil der Abbildung sind die Tretlager und die beiden Schrägkugellager, welche sich zwischen Achse/Sonnenrad und Achse/Planetenträger befinden, als Parallelverluste zum Eingangsmoment geschaltet. Das bedeutet, dass ein durch den Kurbeltrieb eingeleitetes Moment zunächst um die Reibung dieser Lager reduziert wird, ehe es in die Verzahnung eingeleitet wird.

Während die Reibmomente der Schrägkugellager außerhalb des Planetengetriebes angreifen, liegt das Reibmoment des Axiallagers innerhalb des Planetengetriebes. An dieser Stelle zeigt sich der starke Konflikt auf das Planetengetriebe als „Atomisches Reibungsmodell“ zu verstehen, da es in dieser Form bereits ein „Zelluläres Reibungsmodell“ darstellt, welches die Schnittstellen zur Reibmomenteinleitung gekapselt hat. Da die Ausgangsdrehzahl des Planetengetriebes der Drehzahl des Planetenträgers entspricht, steht die (durch Übersetzungsverhältnisse) unskalierte Aufsummation der Verluste in Abbildung 3-119 unten nicht in Widerspruch.

Die Lagerung der Planeten wird ebenfalls als Parallelverlust gefahren, obwohl sie streng genommen ebenfalls Teil des Planetengetriebemodells sein müsste. Abschließend erfolgt die serielle Momentreduktion durch den O-Ring.

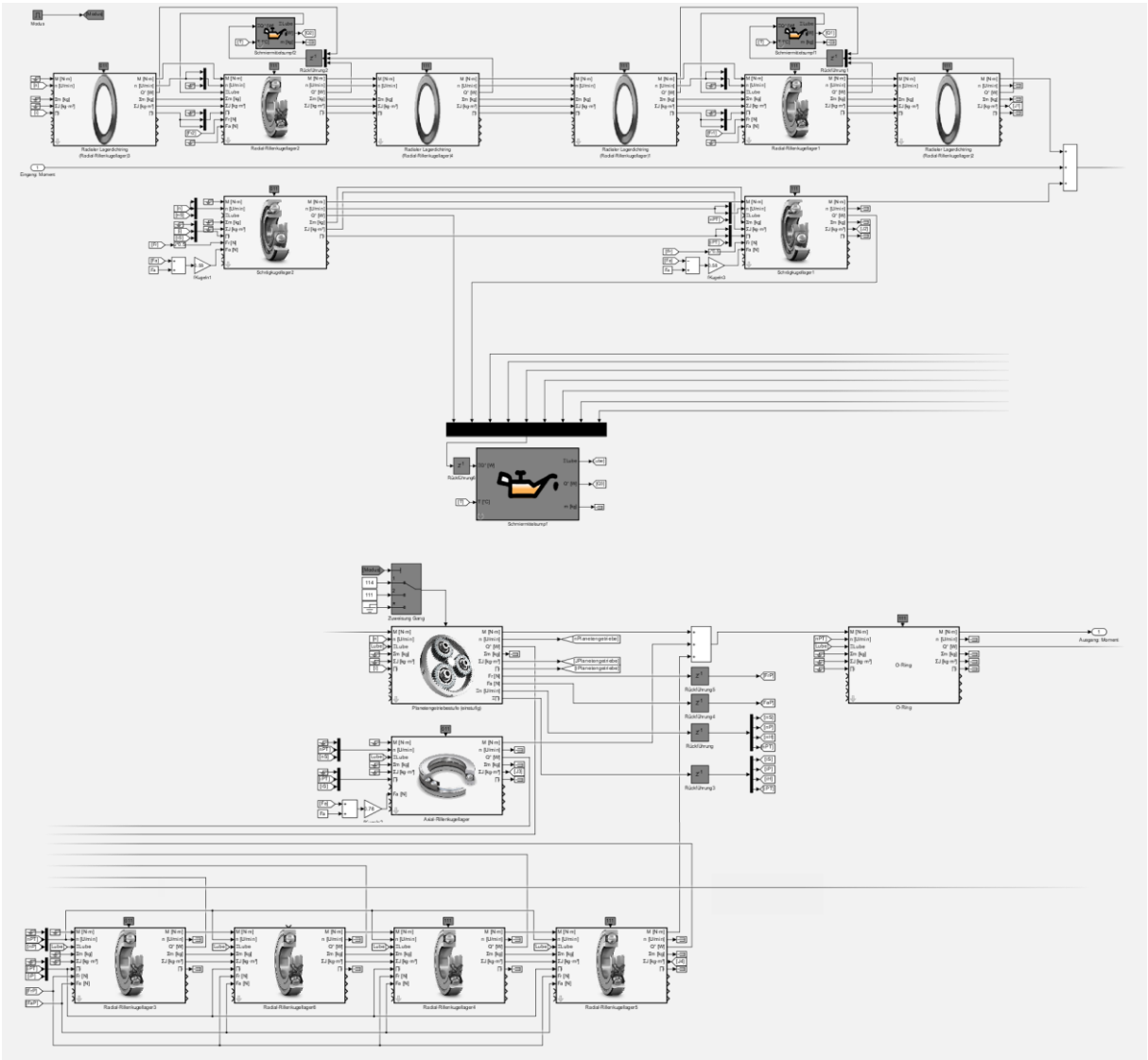
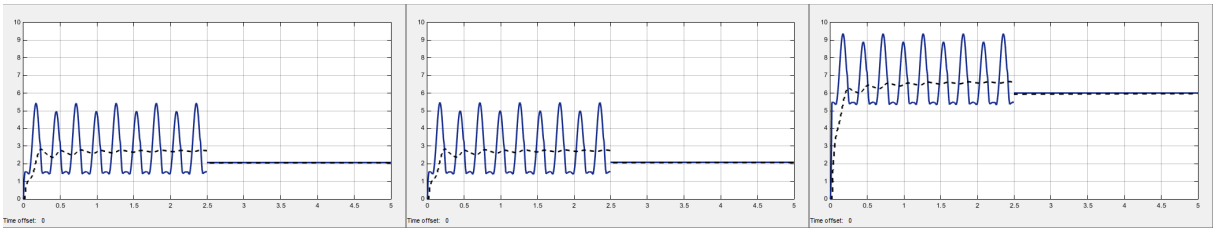


Abbildung 3-119:Bibliotheksmodell *Schlumpf Mountain Drive* – Innenleben Momentkette

In der Auswertung wird zunächst ein Versuch mit dem menschlichen Antrieb gefahren, um die Auswirkungen der Mittelwertbildung auf mittlere Verlustleistung zu untersuchen. An dieser Stelle bestätigen sich die bereits erlangten Ergebnisse, dass der reale Wirkungsgrad schlechter sein muss, als der Wirkungsgrad eines gemittelten Modells (vergleiche jeweils die Offsetniveaus in Abbildung 3-120).

Es wird festgestellt, dass der Einfluss eines Leistungsüberträgers keinen nennenswerten Einfluss auf die Verluste hat (vergleiche numerische Werte in Abbildung 3-120 links und mittig).

Außerdem wird festgestellt wie dramatisch die Krafterhöhung (Dichtflächendruck) des O-Rings[311] auf die Verluste wirkt. Die Einschätzung dieser Dichtung stellt sich als sehr schwierig dar, da sie über den geprüften statischen Drehzahlbereich an dieser Stelle Wirkungsgradverschiebungen im Niedriglast- und Drehzahlbereich hervorruft.



$\dot{Q}_{dyn}$	$=$	$2,740W@110min^{-1}$	$\dot{Q}_{dyn}$	$=$	$2,755\ W@110min^{-1}$	$\dot{Q}_{dyn}$	$=$	$6,655W@110min^{-1}$
$\dot{Q}_{stat}$	$=$	$2,065W@110min^{-1}$	$\dot{Q}_{stat}$	$=$	$2,077\ W@110min^{-1}$	$\dot{Q}_{stat}$	$=$	$6,004W@110min^{-1}$
F_{dicht}	$=$	$2,73\ N$	F_{dicht}	$=$	$2,73\ N$	F_{dicht}	$=$	$27,3\ N$
F_{r+}	$=$	$0\ N$	F_{r+}	$=$	$\frac{M}{2} \cdot \frac{1 \cdot \pi}{p_{12,7mm} \cdot z_{52}}$	F_{r+}	$=$	$0\ N$

Abbildung 3-120: Untersuchung des Einflusses der Zusatzkraft F_{r+} aus dem Kettentrieb oder Ähnlichem und die Überhöhung der Vorspannung auf den Abwärmestrom. Untersuchungen jeweils bis 2,5s mit dynamischen Kurbelantrieb und jeweils bis 5s mit gemitteltem Kurbelantrieb. Betrieb unter Volllast (f_A=1) bei konstanter Drehzahl von 110min^{-1}. Abwärmestrom-Untersuchung ohne dynamische Aufwärmberechnung des Schmiermittels (direkter Output der Wärme aus den Lagern)

Der Hersteller der *Schlumpf*-Getriebe gibt einen Wirkungsgrad zwischen 95 … 97% im oberen Ende der Skala an. Mit den angewendeten Parametern kann diese Aussage nicht bestätigt werden. Der von den Pedalverlusten isolierte Wirkungsgrad des Getriebes beläuft sich auf circa 95% im geschalteten Zustand (siehe Abbildung 3-121) und 99,5% im ungeschalteten Zustand[312] (siehe Abbildung 3-122).

Im niedrigen Lastbereich liegen relativ hohe Leerlaufverluste aus den Schmierstoffen und dem O-Ring vor. Dieser Bereich ist aufgrund der mangelnden Viskosität – und Dichtflächendaten schwer einzuschätzen, was eine extrem ungünstige Aussage ist, da dieser Lastbereich den Arbeitsbereich des Getriebes umfasst (siehe Leistungskennfelder in Abhängigkeit des Anstrengungsfaktors in Abbildung 3-98) und der effektive Wirkungsgrad bei geringer Anstrengung im Einsatz schlechter ist als 95%.

Es ist jedoch davon auszugehen, dass ein Zahnradgetriebe welches mit Tretlagerdrehzahl betrieben wird grundsätzlich einen schlechteren Wirkungsgrad aufweisen muss als ein Nabengetriebe, welches bereits übersetzt angetrieben wird.

---

311 Das Modell des O-Rings beruht auf dem „Atomischen Modell“ des Radialen Wellendichtrings (siehe Kapitel 3.2.3.5). Es wird eine äußerst geringe umfangsbezogene Kraft von 0,01 N/mm geschätzt

312 Wobei zu beachten ist, dass die Baugruppe bereits ein Tretlager in sich integriert hat

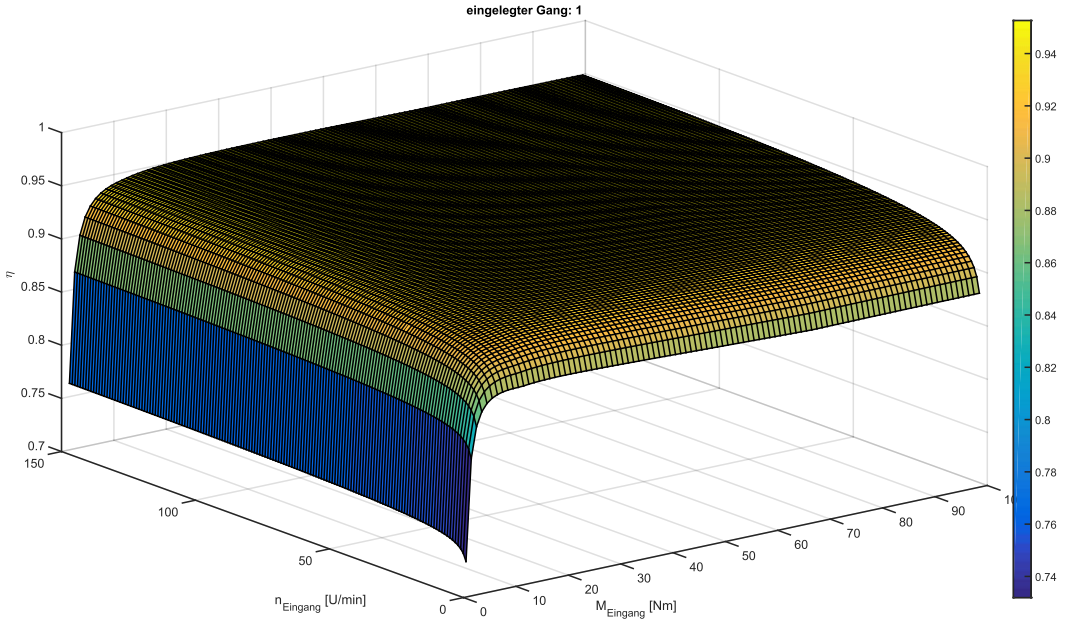


Abbildung 3-121: mittleres von der Kurbelgarnitur isoliertes Wirkungsgradkennfeld des Schlumpf Mountain-Drive im untersetzten Gang. Belastung des Tretlagers durch die radialen Pedalkräfte und ein hypothetisches 52-Zähne Kettenblatt

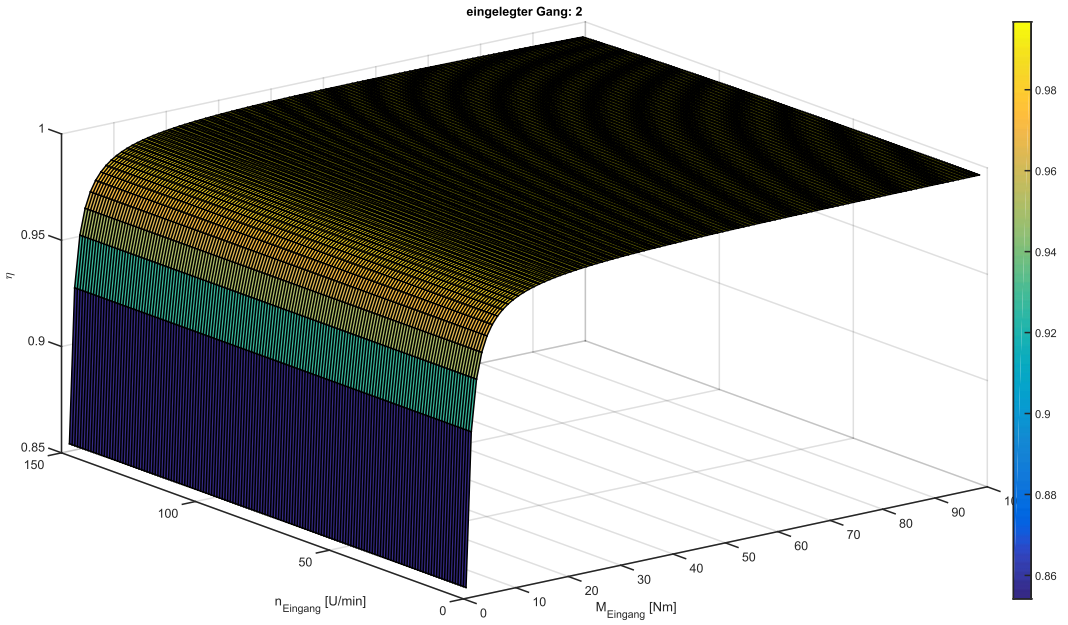


Abbildung 3-122: mittleres von der Kurbelgarnitur isoliertes Wirkungsgradkennfeld des Schlumpf Mountain-Drive im 1:1 Gang. Belastung des Tretlagers durch die radialen Pedalkräfte und ein hypothetisches 52-Zähne Kettenblatt

3.2.4.10 Zelluläres Modell: Mittelgetriebe – Pinion-Getriebe

Die Getriebe von *Pinion* sind in 7 verschiedenen Varianten verfügbar (siehe Tabelle 29). Aus zeitlichen Gründen wird nur die Variante *P1.18* betrachtet. Sie weist die größte Spreizung und Gangzahl auf. Die Variante hat von allen Getrieben das größte Potential in einem muskelbetriebenen Velomobil, mit der Option der Elektromotor-Unterstützung, eingesetzt zu werden.

Als Mittelgetriebe vereint die Bauart Schaltung und Tretlager in einer Einheit, wodurch potentiell Verluste eingespart werden. Im Gegensatz zu dem untersuchten *Schlumpf*-Getriebe oder den Tretlagern fallen bei der Konstruktion keine Verluste durch Vorspannung der Lager an. Das Getriebe ist damit recht bedienerfreundlich. Im Gegensatz zu den *Schlumpf*-Getriebevarianten werden Zahnräder und Lager im Ölbad geführt, wodurch Reibungsverluste durch Berührungsdichtungen entfallen. Die Dichtung der Einheit erfolgt quasi einhundertprozentig; es sind keine Leckagen zu erwarten, wie es im Fall der *Schlumpf*-Getriebevarianten auftritt.

Das „Zelluläre Modell“ des *Pinion P1.18* und seine innere Parametrierung sind in Abbildung 3-123 dargestellt. Sämtliche Parameter sind konstruktionsgebunden und stellen Konstanten des Getriebes dar. Zur Erstellung der inneren Berechnungsstruktur des Getriebes sind viele Parameter der Konstruktion nötig, welche nur durch ein Vermessen des realen Bauteils erlangt werden können. Aus diesem Grund wird sich entschieden eine relativ detailreiche Rückwärts-Konstruktion des Getriebes anzustoßen, um aus ihr den Leistungsfluss; die Reibungsverursacher und ihre Parameter, sowie die zur Berechnung der Verluste im Ölbad erforderlichen Variablen zu ermitteln.

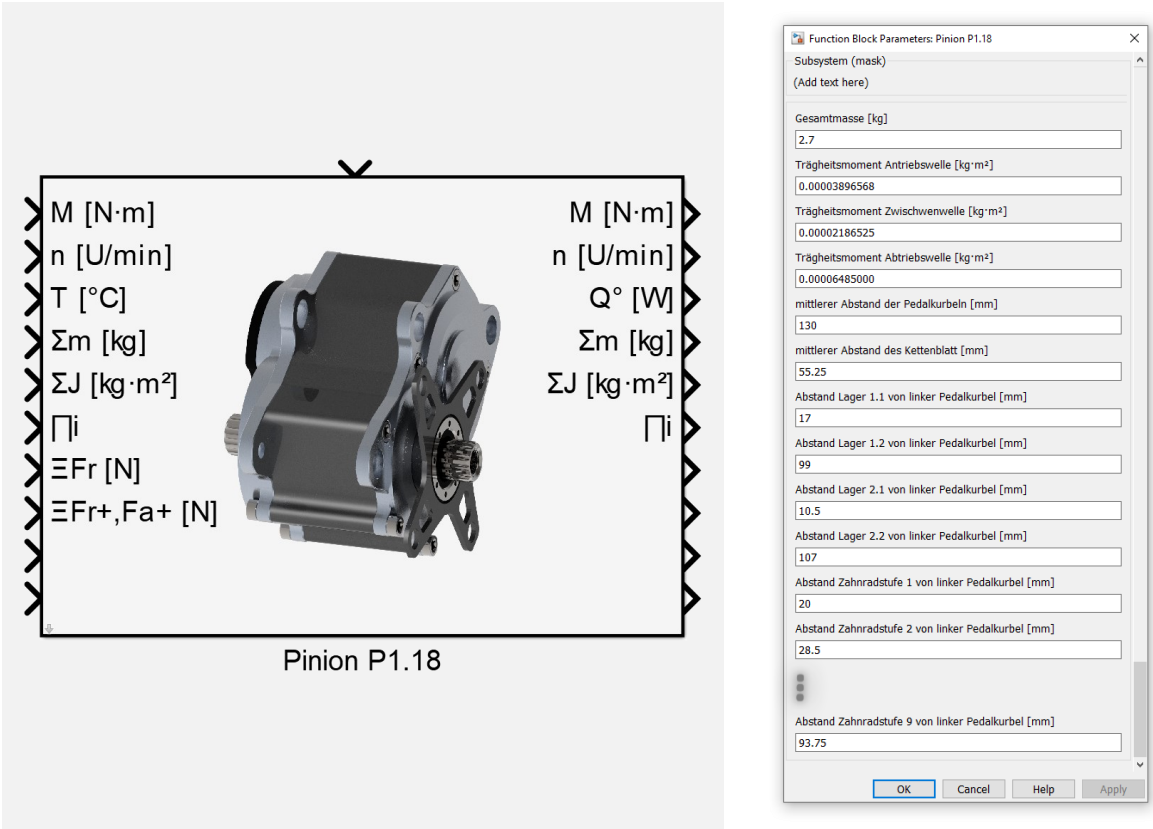


Abbildung 3-123: Bibliotheksmodell *Pinion P1.18* (links) und innere Parametrierung (rechts). Über den oberen Eingang kann das Getriebe mit dem Parameter 1 bis 18 geschaltet werden

Die *Pinion*-Getriebefamilie baut auf 2 Getriebestufen. Die Getriebestufen werden auf 2 Wellen und einer Hohlwelle untergebracht (siehe Abbildung 3-124). Dabei wird die Abtriebswelle auf der Eingangswelle auf einer Nadellagerhülse gelagert. Die Zahnräder auf der Abtriebswelle sind auf eine unbestimmte Art fest mit der Hohlwelle verbunden. Auf der Eingangswelle sind die Zahnräder auf ein Zahnprofil aufgesteckt. Die Wellenenden von Eingangs- und Ausgangswelle werden jeweils mit einer eingeklebten Kontermutter fixiert, wobei lediglich Lagerinnenringe verspannt werden (Fest-Los-Lagerung; keine angestellte Lagerung). Die Zahnräder auf der Zwischenwelle sind gleitend gelagert und können mit im Inneren der Welle gelagerten Kipphebeln geschaltet werden.

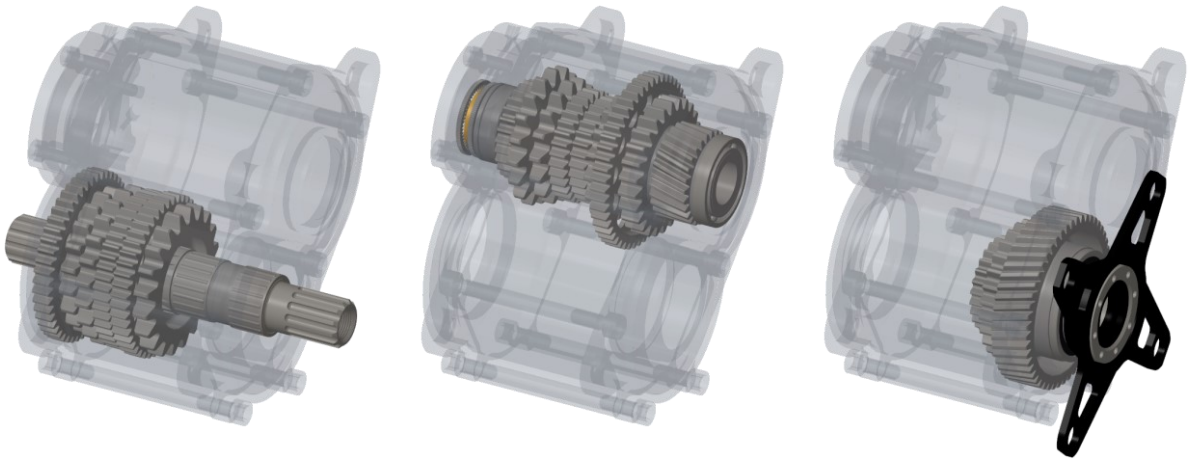


Abbildung 3-124: Rekonstruierter Aufbau des *Pinion P1.18*. Eingangswelle (links); Zwischenwelle / Schaltwelle (mittig); Ausgangswelle (rechts)

Die Schaltung im Inneren erfolgt über eine Nockenwelle, welche in Abbildung 3-125 nicht rekonstruiert wurde. In der Abbildung ist zu erkennen, dass unter den Zahnrädern Aussparungen in die massive Schaltwelle gefräst sind. In diesen Aussparungen werden die Kipphebel gelagert. Wenn ein Kipphebel im Eingriff ist, scheint dieser das Moment direkt an die massive Welle weiterzuleiten und nicht in die Nockenwelle.

Die Nockenwelle wird mittels eines Seilzugs geschaltet, welcher direkt mit dem äußeren Hohlrad des gestuften Planetengetriebes verbunden ist. Das innere Hohlrad ist fest in das Gehäuse mittels Verzahnung eingepresst. Im inneren der Welle ist ein kronenförmiges Bauteil zu erkenne, welches über sechs Aussparungen verfügt, in welchem die drei Lagerkugeln einrasten können. Durch eine Federvorspannung scheint es so möglich die Getriebegänge rasten zu lassen.

Die drei Kugeln sind mit einem Haltering scheinbar in der massiven Welle gelagert, um die Relativbewegung der Nockenwelle bei einem Schaltvorgang zu ermöglichen. In diesen Haltering ist das innere Sonnenrad scheinbar eingepresst.

Stufenplanetengetriebe konnten im Verlauf der Arbeit nicht rekonstruiert werden. Im Bereich der Nabenschaltungen konnte beobachtet werden, dass derartig gekoppelte Getriebe das Verhalten aufweisen können zwischen den Sonnen eine abweichende Drehzahl einzustellen. Das vorliegende Getriebe wird über den Planetenträger gekoppelt. Da dieser aus Messing zu bestehen scheint, wird angenommen, dass er eine Gleitlagerfunktion aufweisen soll. Damit die Verstellung kinematisch funktioniert, müsste vermutlich den äußeren Planeten auf den Bolzen ebenfalls eine Gleitbewegung gestattet sein. Auf diese Weise könnte es möglich sein, dass eine innere und eine äußere Welle die Zahnräder der ersten und zweiten Stufe wie ein Uhrwerk schaltet, wobei die sechs Gänge der ersten Stufe als Minutenzeiger und die drei Gänge der zweiten Stufe als Stundenzeiger zu verstehen sind.

Der Planetenträger selbst ist mittels Rillenkugellager auf der Schaltwelle gelagert. Das System ist mittels Wellendichtring vom Ölbad abgekapselt und wird mit Fett geschmiert. Wesentlich für die Reibungsmodellierung ist, dass das Planetengetriebe im ungeschalteten Zustand nur Gleitreibung am Messing-Planetenträger, dem Rillenkugellager und den Zahnflanken des gestuften Planetengetriebes erzeugt. Die Nockenwelle dreht sich mit derselben Drehzahl wie die gesamte Zwischenwelle.

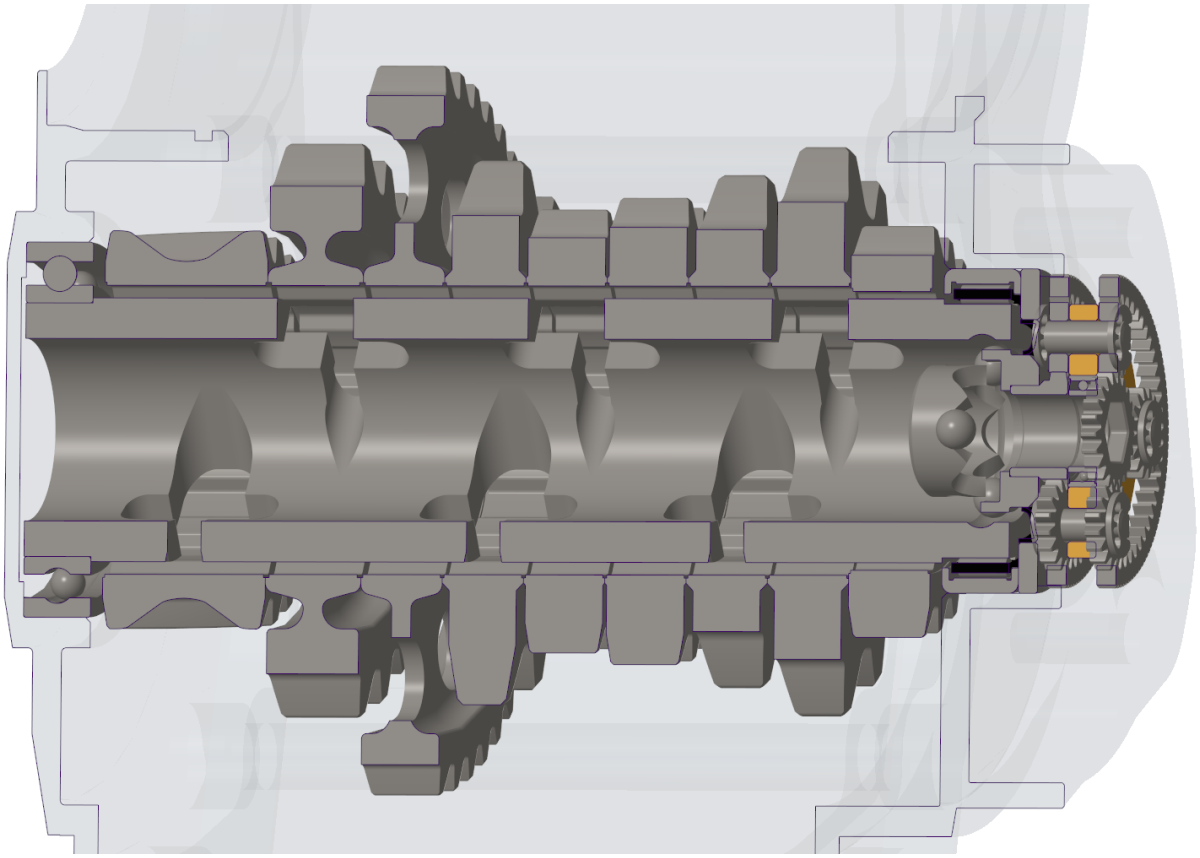


Abbildung 3-125:Detaillierter Schnitt der rekonstruierten Zwischenwelle ohne Nockenwelle und Kipphebel des *Pinion P1.18*

Die eingesetzten Lager werden wie folgt identifiziert. Der Ansicht nach Abbildung 3-124 handelt es sich bei dem Rillenkugellager links auf Welle 1 um ein *SKF 61807*. Der Nadelkranz rechts kann als zweifache Ausführung eines *SKF K22x26x17* betrachtet werden. Das Rillenkugellager auf der Welle 2 rechts ist ein *SKF 61807*. Das Nadellager auf der linken Seite ist ein *HK2508*. Dabei sind die Maße aus dem *SKF HK2512* anzusetzen. Das Miniatur-Rillenkugellager im Planetenträger wird als *Misumi MR117ZZ* identifiziert. Das zweireihige Rillenkugellager auf Welle 3 entspricht der zweireihigen Ausführung eines *SKF 61906-2RS1*, wobei die leichte Lagerreihe *42* anzusetzen ist. Es wird von ausgegangen, dass alle gedichteten Lager mit Standard-Wälzlagerfett werksmäßig befüllt worden sind[313].

In Abbildung 3-126 ist der Haupt-Leistungsfluss des Getriebes dargestellt. Dabei soll unterstrichen werden, dass das Moment den kürzesten Weg über die großdimensionierte Zwischenwelle beschreitet. Der Leistungsfluss läuft nicht über die Planetengetriebe. Das erscheint auf dem ersten Blick trivial, hat jedoch maßgeblichen Einfluss auf die Reibmechanismen, da die Planetengetriebe unbelastet sind und folglich nur geringste Leerlaufverluste erzeugen. Für den Aufbau des Leistungsstrangs im „Zellulären Modell“ werden die Mechanismen aufgelistet:

[313] Als Fett wird von Lithiumseifenfett mit Mineralölbasis *LGMT2* von *SKF* ausgegangen (K2K-30 nach DIN51825; NLGI 2) mit $v_{40°C}$ = 110 mm²/s und $v_{100°C}$ = 11 mm²/s

Welle 1 → Stirnräder (1.1 bis 1.6) über Zahnwellenverbindung
- Parallelverlust Rillenkugellager und RWDR/Labyrinthdichtung
- Parallelverlust Nadellagerhülse und Dichtung

Stirnräder (1.1 bis 1.6) auf (2.1 bis 2.6)
- Parallelverlust Planschverluste

Stirnräder (2.1 bis 2.6) über Schaltplättchen → Welle 2
- Parallelverlust Gleitvorgänge 5 Stirnräder

Welle 2 → Stirnräder (2.7 bis 2.9) über Schaltplättchen
- Parallelverlust Gleitvorgänge 2 Stirnräder
- Parallelverlust Nadellager und RWDR
- Parallelverlust Rillenkugellager
- Parallelverlust gestuftes Planetengetriebe

  Ungeschaltet: 4 Gleitlager + 1 Rillenkugellager + Leerlaufverluste

  Geschaltet: 8 Gleitlager + 2 Rillenkugellager + Leerlaufverluste + Schaltlast

Stirnräder (2.7 bis 2.9) → Stirnräder (3.7 bis 3.9)
- Parallelverlust Planschverluste

Stirnräder (3.7 bis 3.9) fester Bestandteil Teil der Welle 3
- Parallelverlust zweireihiges Rillenkugellager und RWDR

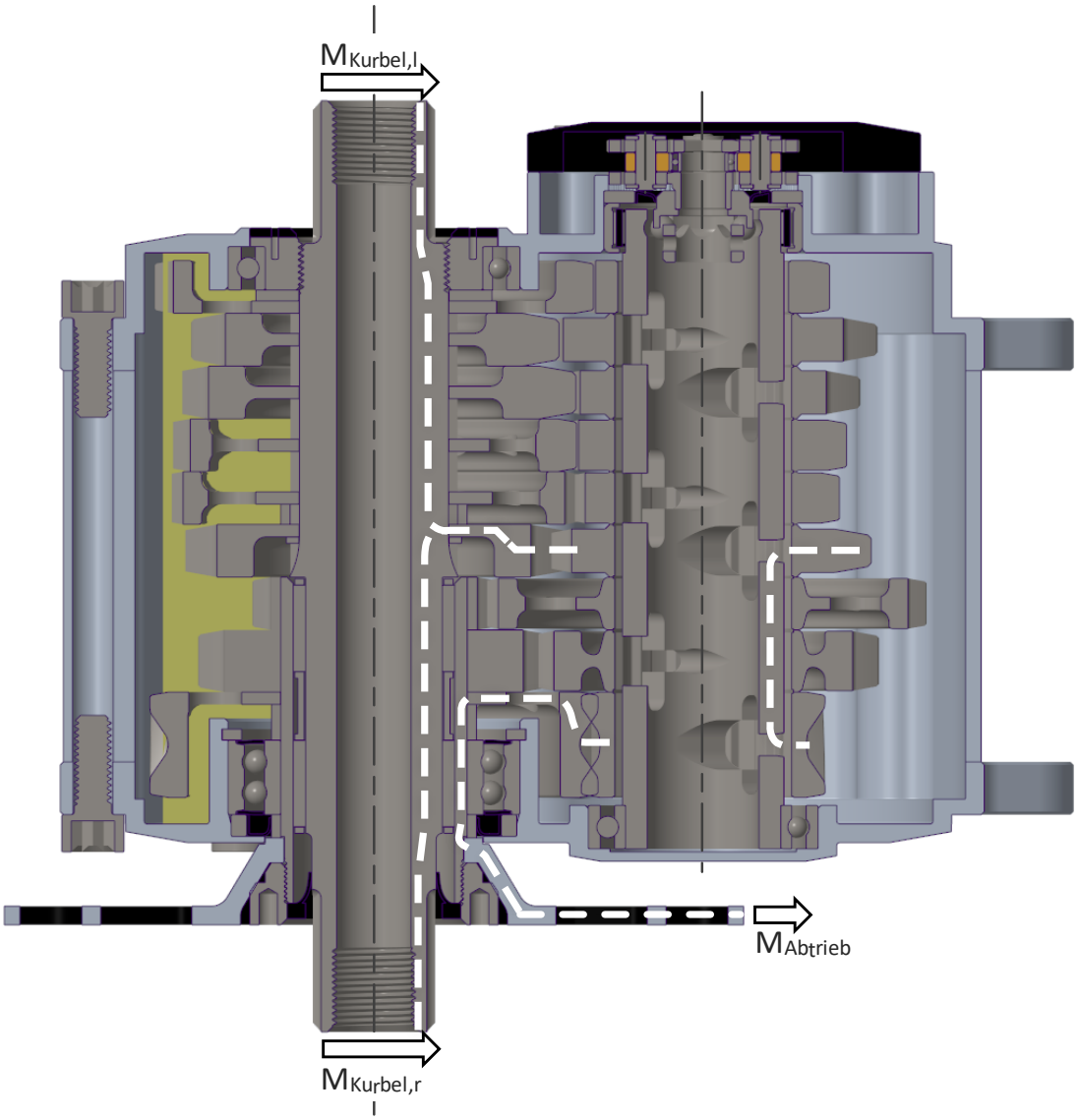


Abbildung 3-126:Leistungsfluss im *Pinion P1.18* am Beispiel des 13. Ganges

Das *Pinion P1.18* wird im Ölbad betrieben (siehe Abbildung 2-127 links). Der Hersteller vertreibt sein eigenes Getriebeöl, welches höchstwahrscheinlich synthetischer Natur ist, um das Viskositätsverhalten über der Temperatur besser steuern zu können. Im Maschinenbau ist es üblich ein *ISO VG 220* in Getrieben einzusetzen. Aufgrund der geringen Verlustwärme und des sich daraus einstellenden Temperaturlevels im Ölbad wird geschätzt, dass ein *ISO VG 68* sehr viel wahrscheinlicher ist (siehe geschätzte Simulationsergebnisse der dynamischen Ölviskosität in Abbildung 2-127 rechts). Es ist zu vermuten, dass die Spezifikation *API GL5* auf das Getriebeöl angewendet wird[314].

Vom Hersteller wird eine Füllmenge von 60ml angegeben. Aus der Füllmenge ergeben sich die Eintauchtiefen der Zahnräder, welche zwischen 3,9mm und 11,5mm variieren. Ausnahme bildet das kleine Ritzel auf Welle 3, welches nicht eintaucht. Im Betrieb senkt sich der Ölstand, sodass vermutlich nur das große schrägverzahnte Rad auf Welle 3 und ein; zwei oder drei große Räder auf der Eingangswelle das Öl im Gehäuse zirkulieren lassen. Mit den geometrischen Daten lässt sich der Spritzölfaktor C_{sp} errechnen (siehe Abbildung 2-75). Mit einem Gehäuseumfang von circa 537mm und einer projizierten Gehäusefläche von circa 9517mm² ergeben sich Werte zwischen 0,05 und 0,22. Diese Werte sind verlusttechnisch sehr günstig.

Es ist zu erkennen, dass kein einziges Lager sich in Tauchschmierung befindet, sondern eine Ölnebelschmierung vorliegt. Auch dieser Umstand ist reibungsmindernd. Das zweireihige Rillenkugellager auf der Abtriebswelle scheint doppelt abgedichtet zu sein, sodass dieses mit Fett geschmiert zu sein scheint. Außerdem liegt eine Fettschmierung[313] im gekapselten Rillenkugellager des Messing- Planetenträgers vor. Die Lagerung der Planetenbolzen scheint sich zwischen Trockenlauf und einer Minimalschmierung durch die Ölausscheidungen aus der Befettung zu bewegen.

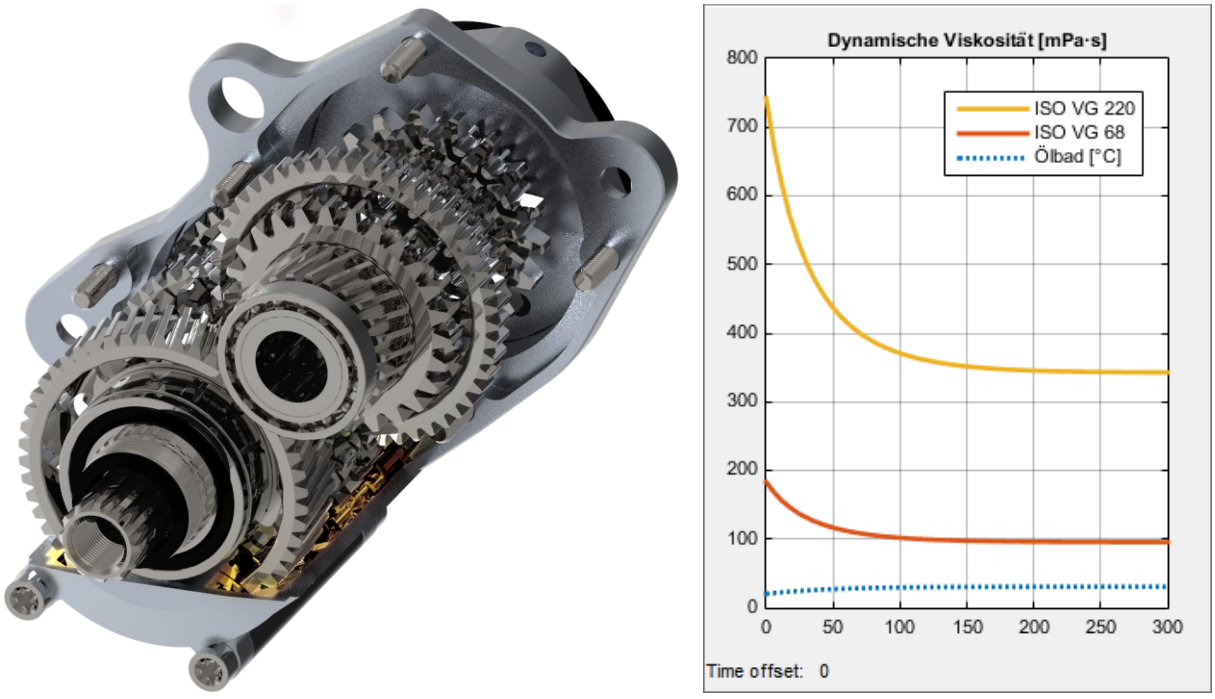


Abbildung 3-127: initialer Ölstand bei Füllmenge von 60ml in *Pinion P1.18* (links) und Simulation des Getriebes bei 20°C Umgebungstemperatur; einem geschätzten Wirkungsgrad von 90%; 250W Antriebsleistung; 47000mm² Gehäusefläche und einem Wärmeübergangskoeffizient von 50W/(m²·K)

[314] Erfahrungsgemäß kommt die Spezifikation bei hochbelasteten Planetengetrieben zum Einsatz. Die Öle sind in der Regel Mehrbereichsöle wie SAE85W90 ($v_{40°C} \approx 190mm^2/s$), jedoch auch SAE90 ($v_{40°C} \approx 140mm^2/s$), jeweils mit LS-Zusätzen (Low StickSlip)

Für die Modellierung in *SIMULINK®* wird es erforderlich Gleitlager abzubilden. Die Grundlagen zur Modellierung von Gleitlagern sind in Kapitel 2 aus Zeitgründen nicht erarbeitet worden[315]. Deswegen muss an dieser Stelle erneut das Gümbel-Diagramm zur Hilfe gezogen werden (siehe Kapitel 2.2). Das Gümbel-Diagramm eignet sich zwar zur Modellierung der dynamischen Reibbewegung, erfordert jedoch die Angabe einer Flächenpressung. Diese Bedingung wird problematisch, da die Lagerstellen in der Regel belastungsfrei[316] laufen. An dieser Stelle wird deshalb ein sehr einfaches statisches Reibungsmodell vorgeschlagen.

In Kapitel 1.4.1 wurde formuliert, dass die dynamische Viskosität η dem Verhältnis aus erforderlicher Scherspannung zur auf den Schmierspalt h bezogenen Schergeschwindigkeit v entspricht. Dieser Zusammenhang kann zur erforderlichen Scherkraft umgestellt werden. Diese entspricht der Reibkraft:

$$F_{reib} = \eta \cdot \frac{A \cdot v}{h}$$

Wickelt man die Gleitfläche des Lagers ab, kann man die Gleitgeschwindigkeit aus der Drehzahl n und die Oberfläche A berechnen. Kritischer Wert stellt die Schmierspalthöhe h dar. Aus den Passungsrechnungen von Verbindungen mit Spiel kann angenommen werden, dass ein kleines metallisches Gleitlager ein Spiel zwischen 50µm und 100µm aufweisen kann:

$$v = \pi \cdot d \cdot n \cdot \left[\frac{1m}{1000mm}\right] \cdot \left[\frac{1min}{60s}\right] = \omega \cdot \frac{d}{2} \cdot \left[\frac{1m}{1000mm}\right]$$

$$A = \pi \cdot d \cdot b \cdot \left[\frac{1m^2}{1000000mm^2}\right]$$

$$h = \{50 \dots 100\} \cdot \left[\frac{1m}{1000000\mu m}\right]$$

Aus der Reibkraft kann schließlich ein Reibmoment errechnet werden. Das Reibmoment wird als parallele Berechnung mit in das Modell integriert. Sollte die Berechnung des Gümbeldiagramms aufgrund einer Nullbelastung fehlschlagen, wird der einfache Scheransatz zur Reibmomentberechnung hinzugezogen. Dies wird mit einer Maximalwert-Filterung umgesetzt.

$$\Rightarrow F_{reib} = \eta \cdot \frac{\pi \cdot d \cdot b \cdot \pi \cdot d \cdot n}{t} = \eta \cdot \frac{\pi^2 \cdot d^2 \cdot b \cdot n}{t}$$

$$M_{reib} = F_{reib} \cdot \frac{d}{2} \cdot \left[\frac{1m}{1000mm}\right]$$

---

[315] An dieser Stelle wäre es sinnvoll die „Sommerfeld-Zahl“ mit in die Modellierung einzubeziehen

[316] Die im Leerlauf laufenden Zahnräder haben in der aktuellen Modellierung ein Nullmoment anliegen und weisen deswegen im Leerlauf auch keine Radialkraft auf.
Im Fall des Planetengetriebes ergibt sich eine Radialbelastung an den Planeten aus der Radialkraftdifferenz von Hohlradkontakt und Sonnenkontakt. Jedoch laufen auch die Planetengetriebe im Leerlauf und geben aus diesem Grund keine Radialkraft aus dem System aus

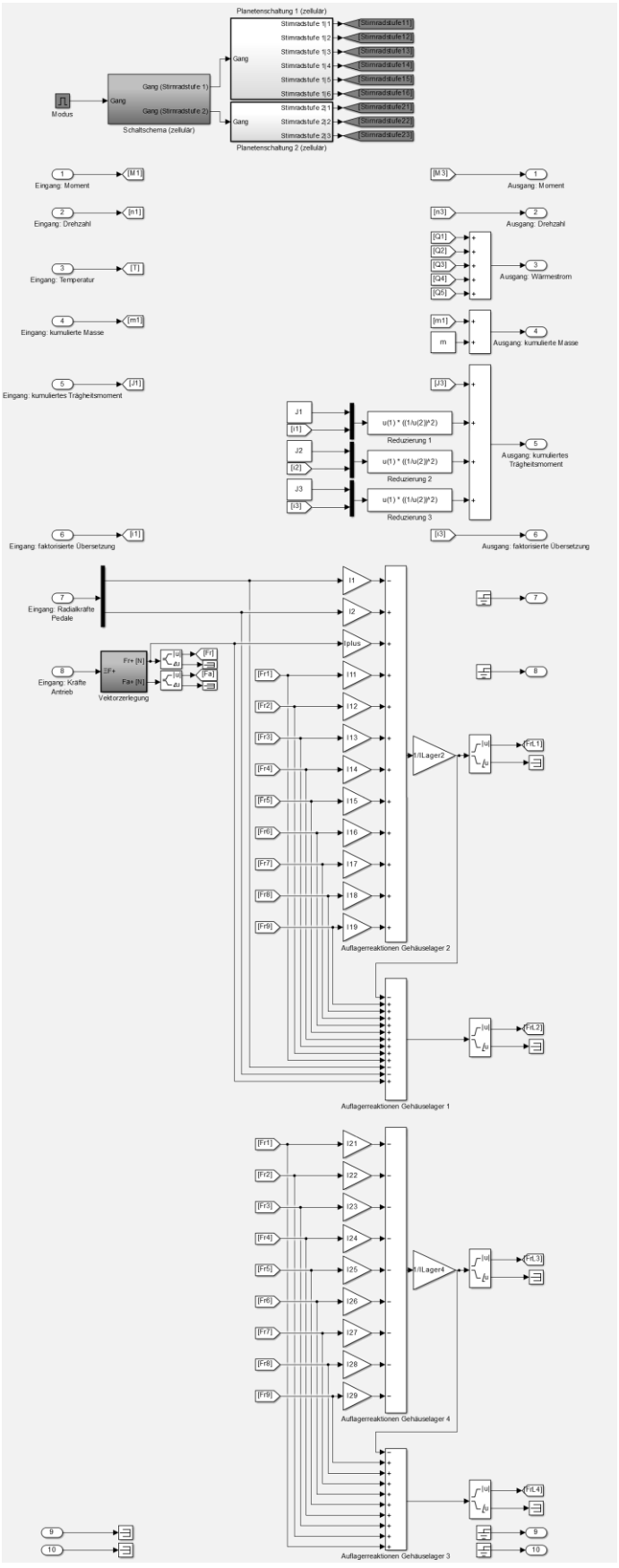


Abbildung 3-128: Bibliotheksmodell *Pinion P1.18* – Innenleben – Peripheriesignale

In Abbildung 3-128 ist die Organisation der peripheren Signalflüsse dargestellt. Der Leistungsfluss ist separat in Abbildung 3-129 dargestellt.

Die Aktivierung der Stirnradstufen erfolgt nach Kapitel 3.2.4.2. Das zugrunde liegende Schaltschema ist in Tabelle 76 dargestellt. Die Indexe der Stufen sind aus Fahrerperspektive in der Draufsicht des Getriebes von links nach rechts vergeben.

Tabelle 76: Schaltschema *Pinion P1.18*

Gang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Stufe 1	2	6	3	4	5	1	2	6	3	4	5	1	2	6	3	4	5	1
Stufe 2	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1

Die Masse wird global vergeben, da das CAD-Modell mit 2977g zzgl. 52g Schmiermittel leicht schwerer ist, als die Herstellerangabe. Die Trägheitsmomente werden im Leistungsstrang kumuliert. Lediglich die Trägheitsmomente der Wellen (ohne Lager und Verzahnung) werden in die Peripherie ausgelagert.

Die Lagerkraftberechnung erfolgt optional komplex nach den Gesetzen der Statik. Zwischen den Zahnradstufen liegt ein Abstand von 8,5mm vor (Ausnahme Stufe 2.2 mit 9,25mm und Stufe 2.3 mit 13,5mm). Der Kurbelabstand beträgt 130mm. Von der linken Kurbel gemessen, betragen die Abstände zu den Lagern 1; 2; 3 und 4 – 17-; 99-; 10,5- und 107mm. Es wird angenommen, dass Nadellagerhülse und zweireihiges Rillenkugellager identisch in Position des Lager 4 liegen.

$$F_{r,Lager2} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{9}\left(l_{1i} \cdot F_{r,i}\right)\right)}{l_{Lager2}} + \frac{\left(l_1 \cdot F_{Pedal,l}\right)}{l_{Lager2}} - \frac{\left(l_2 \cdot F_{Pedal,r}\right)}{l_{Lager2}} + \frac{\left(l_+ \cdot F_{r+}\right)}{l_{Lager2}}$$

$$F_{r,Lager1} = -F_{r,Lager2} - F_{Pedal,l} - F_{Pedal,r} + F_{r+} + \sum_{i=1}^{9}\left(F_{r,i}\right)$$

$$F_{r,Lager4} = -\frac{\sum_{i=1}^{9}\left(l_{2,i} \cdot F_{r,i}\right)}{l_{Lager4}}$$

$$F_{r,Lager3} = -F_{r,Lager4} - F_{r+} - \left(\sum_{i=1}^{9}\left(F_{r,i}\right)\right)$$

In Abbildung 3-129 ist die Modellierung des Leistungsflusses dargestellt. Es werden die Regeln für Seriell- und Parallelschaltung, sowie Rückführung; Modus-Transformation und Drehzahlverschleppung im Parallelbetrieb aus Kapitel 3.2.4.3 angewendet. Außerdem wird zur Verbesserung der Performance und Reduzierung der Schrittweitenverzerrung die unnötige Berechnung von Parallelverlusten an den 3 Wellen in eine Seriellstrang-Berechnung überführt.

Mangels Nadellagermodell wird ohne weitere Prüfung von einem nicht vollrolligem Zylinderrollenlager (Lagerreihe 2 | Nachsetzzeichen N) ausgegangen.

Das doppelte *SKF K22x26x17* wird mit dem Fuß- und Kopfdurchmesser parametriert. Die statische Belastbarkeit wird auf 45.6kN verdoppelt. Es werden 40 Wälzkörper eingesetzt. Es wird von ausgegangen, dass das Öl gut zwischen Welle 1 und 3 abfließen kann, jedoch trotzdem eine Stauwirkung von 2mm (Wälzkörperhöhe) in Form einer Tauschmierung wirkt.

Das *HK2508* erhält einen virtuellen Innenringdurchmesser von 22mm. Die Angabe des C_0 wird auf 6,62kN aus den Angaben eines *SKF HK2512* und *SKF HK2516* linearisiert

Die Erste Wellendichtung läuft mit Differenzdrehzahl aus Welle 1 und Welle 3 (Rückführung). Die Gleitlager der Zahnräder auf Welle 2 laufen mit Differenzdrehzahl aus ihrem Drehzahlzustand aus Antrieb Welle 1 und der Drehzahl der Welle 2, welche sich durch die geschaltete Zahnradstufe einstellt. An dieser Stelle werden die Radialkräfte für die Lagerreaktionsberechnung abgegriffen. Die errechneten Lagerkräfte werden auf die entsprechenden Lager zurückgeführt. Nach Summation der Größen auf die Welle 2 werden die Drehzahl und die sich eingestellte Übersetzung abgegriffen.

Die Planetengetriebegruppe stellt einen Parallelverlust zur Welle dar. Der Antrieb erfolgt über Sonnenrad, der Abtrieb über den Planetenträger. Im Parallelbetrieb entspricht dies nach Tabelle 70 dem Modus 014. Das nächste Planetengetriebe wird über den Planetenträger angetrieben. Der Abtrieb erfolgt über das Sonnenrad. Im Seriell-Betrieb entspricht dieser Zustand dem Modus 117 nach Tabelle 70. Die Gleitlager der Planeten werden im Modus „011“ betrieben (Parallelverlust) mit Differenzdrehzahl aus Planetendrehzahl und Trägerdrehzahl. Die Radialbelastung kommt aus der Differenz aus Hohlradkontakt und Sonnenkontakt[317].

Die Letzte Zahnradstufe erhält eine Rückführung der Drehzahl und der sich eingestellten Übersetzung von Welle 3. Sämtliche folgenden rückgeführten Übersetzungen sind ausdrücklich mindestens mit dem Wert 1 initialisiert[318]. Nicht geschaltete Zahnräder werden indirekt durch Welle 3 angetrieben. Hierzu wird die Übersetzung der jeweiligen Stufe in das Freilaufmodul zurückgeführt. Die Beaufschlagung des Gleitlagers auf Welle 3 wird mit einer Rückführung der Radialkraft umgesetzt. An dieser Stelle werden die Radialkräfte und die Axialkraft des Schrägverzahnungspaars für die Lagerreaktionsberechnung abgegriffen. Die errechneten Lagerkräfte werden auf die entsprechenden Lager zurückgeführt. Nach Summation der Größen auf die Welle 3 und dem Durchlaufen der letzten Verbraucher werden die Parameter des Ausgangsmoment und -drehzahl, sowie die kumulierte Masse und – Trägheitsmoment für die Rückführung und die Zuweisungen in der Peripherie in Abbildung 3-128 zur Verfügung gestellt.

---

[317] Welcher Null ist, da kein Moment über die Stufe fließt (Modellschwäche) und Gewichtskräfte in der bisherigen Modellierung vernachlässigt worden sind. Diese Berechnungen sind durch die Einführung der Berechnung mit komplexen Signalen möglich, jedoch stellt sich an diesem Punkt die Frage wer zuerst die Kräfte aufnehmen würde – Gleitlager oder Sonnenrad/Hohlrad. Dies sind dann bereits Fragestellungen der FEM. Die Vernachlässigung von Gewichtskräften beruht auf dem extremst geringen Einfluss auf das Modellverhalten

[318] Zur Verbesserung der Annäherung werden Wellendrehzahl und Übersetzung von der 2. Welle initialisierend übernommen

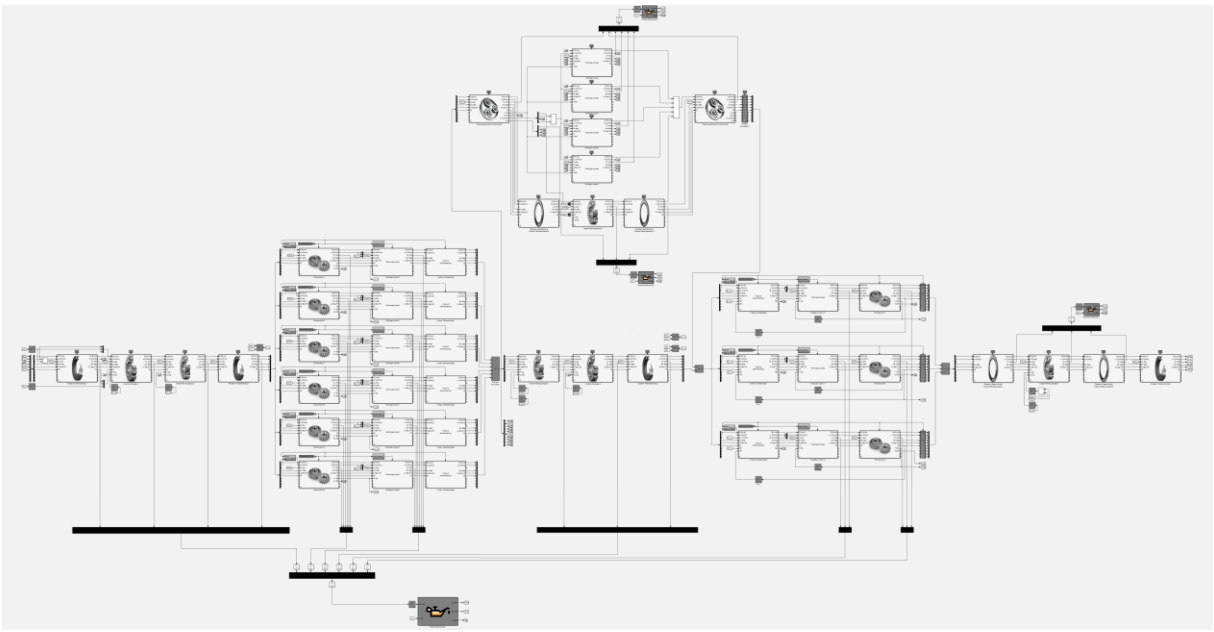
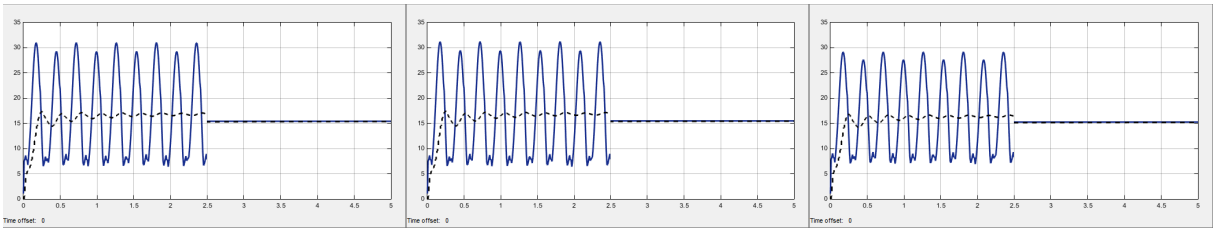


Abbildung 3-129: Bibliotheksmodell *Pinion P1.18* – Innenleben – Leistungsstrang

In Abbildung 3-130 wird untersucht welchen Einfluss die Zusatzkraft aus einem angeschlossenen Leistungsüberträger auf die Verlustleistung ausübt. Außerdem wird geprüft welchen Einfluss der Einsatz eines hochviskosen Öls auf die Verlustleistung hat. Bei dem vorliegenden Getriebe mit Tauchschmierung besteht grundsätzlich die Frage nach einem Sommer- und Winteröl, bzw. einem Mehrbereichsöl. Die Prüfungen erfolgen mit dem menschlichen Antriebsmodell unter Kurbelwinkel-Abhängigkeit und den gebildeten Mittelwerten.

Der Einfluss der Viskosität auf die Verluste ist überraschend gering und in erster Betrachtung sogar gegenläufig, da mit steigender Viskosität die Verluste im Betriebspunkt sogar sinken. Die höhere Zähigkeit des Schmierstoffs bietet eine größere Sicherheit zur Aufrechterhaltung des Schmierfilms. Doch gerade diese Zähigkeit sollte zu erhöhten Scherverlusten führen. Ob ein ISO VG 220 bei 20°C Ölbadtemperatur wirklich einen besseren Wirkungsgrad hervorbringt ist weiter zu untersuchen. Der Einfluss der Belastung durch den Leistungsüberträger ist vernachlässigbar.



$\dot{Q}_{dyn}$	$= 16,93$	$W@110min^{-1}$	$\dot{Q}_{dyn}$	$= 17,00$	$W@110min^{-1}$	$\dot{Q}_{dyn}$	$= 16,50$	$W@110min^{-1}$
$\dot{Q}_{stat}$	$= 15,43$	$W@110min^{-1}$	$\dot{Q}_{stat}$	$= 15,49$	$W@110min^{-1}$	$\dot{Q}_{stat}$	$= 15,26$	$W@110min^{-1}$
$\nu_{40°C}$	$= 68$	mm^2/s	$\nu_{40°C}$	$= 68$	mm^2/s	$\nu_{40°C}$	$= 220$	mm^2/s
F_{r+}	$= 0$	N	F_{r+}	$= \frac{M}{2} \cdot \frac{1 \cdot \pi}{p_{12,7mm} \cdot z_{52}}$		F_{r+}	$= 0$	N

Abbildung 3-130: Untersuchung des Einflusses der Zusatzkraft F_{r+} aus dem Kettentrieb oder Ähnlichem und die Auswahl der Grundviskosität auf den Abwärmestrom bei einer eingeschwungenen Öltemperatur von 20°C im ersten Gang. Untersuchungen jeweils bis 2,5s mit dynamischen Kurbelantrieb und jeweils bis 5s mit gemitteltem Kurbelantrieb. Betrieb unter Volllast (f_A=1) bei konstanter Drehzahl von 110min^{-1}. Abwärmestrom-Untersuchung ohne dynamische Aufwärmberechnung des Schmiermittels (direkter Output der Wärme aus den Lagern)

In Abbildung 3-131 wird die Messung des Wirkungsgrades des *Pinion P1.18* unter Einsatzbedingungen vorgenommen. Anders als in den Messungen in Abbildung 3-11 wird die Last nicht von einem Elektromotor aufgebracht, sondern von einem Menschen und den damit wirkenden Pedalkräften. Wesentlicher Unterschied ist, dass bei der Messung das Moment mit der Drehzahl sinkt. Man erkennt dass die Lastverluste der verschiedenen Stufen abweichende Verluste induzieren. Die Ergebnisse stimmen vom Trend nicht exakt mit denen der Realmessung überein. Ein weiterer modulierender Einfluss könnte in der Wellendurchbiegung und des damit verbundenen Eingriffsfehler liegen.

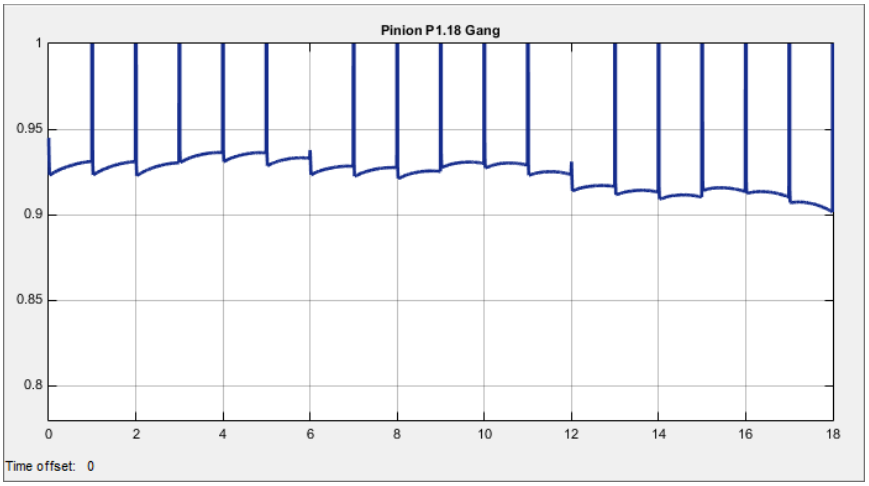


Abbildung 3-131: isolierte mittlere Wirkungsgradreihe des *Pinion P1.18* unter Durchfahren aller 18 Gänge unter Volllast auf Prüfstand mit Menschen und Rückwirkung eines Kettenblattes mit 52 Zähnen. Jeder Gang wurde vom Menschen von 60U/min bis 110U/min linear ausgefahren. Die Sprünge während der Schaltvorgänge entspringen den schrittversetzten Rückführungen, welche die numerische Berechnung erheblich vereinfachen und nur geringe Ungenauigkeiten erzeugen, wenn die Schrittweite relativ zur Zustandsänderung des Systems ausreichend klein gewählt wird. Öl ISO VG 68, Öltemperatur 20°C

Die Darstellung des Wirkungsgradkennfeldes erfolgt am Beispiel des ersten Ganges (siehe Abbildung 3-132). Dabei ist zu erkennen, dass der optimale Bereich von 95% außerhalb des menschlichen Betriebsbereiches liegt. Der Wirkungsgrad kann um 93% liegen. Unter geringer Last überwiegen die Leerlaufverluste. Es ist ebenfalls ein Drehzahlzusammenhang zu erkennen, der Widererwarten zu höheren Wirkungsgraden führt. Dabei überwiegt der vorteilhafte Schmierfilm die Planschverluste.

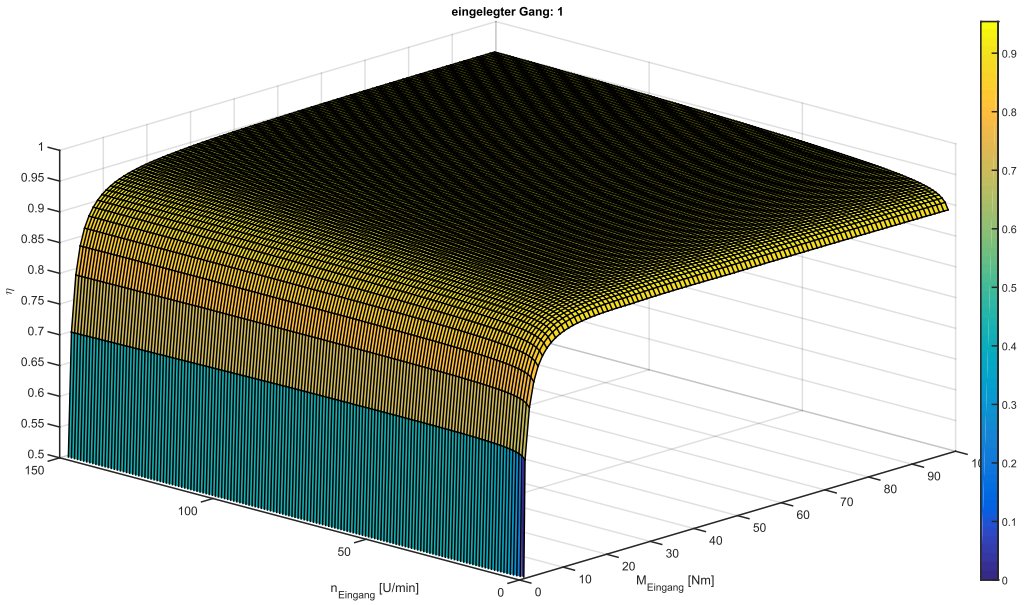


Abbildung 3-132: isoliertes Wirkungsgradkennfeld des ersten Gangs des Pinion P1.18

Welchen Einfluss die Wahl des Schmiermittels in Abhängigkeit der Jahreszeit auf den Wirkungsgrad des Getriebes haben kann ist in Abbildung 3-133 abzuschätzen. Bei einer Öltemperatur von 30°C, welche unter Volllast und einer Umgebungstemperatur von 20°C auftreten könnte, ist der Arbeitsbereich des *ISO VG 68* bereits überschritten.

Bei normaler Auslastung, bei welcher wird die Temperatur des Ölbads im Getriebe niedriger sein. Bei einer Temperatur von 20°C ist bereits zu erkennen, dass die Wirkungsgrade mit den Ölen der Viskosität *ISO VG 220* und *ISO VG 68* ziemlich deckungsgleich sind.

Bei winterlichen Temperaturen, bei welchen eine Öltemperatur von beispielsweise 10°C vorliegen ist der Arbeitsbereich des *ISO VG220* unterschritten.

Da die *Pinion GmbH* nur ein Öl anbietet könnte es möglich sein, dass es sich um ein synthetisches Mehrbereichsöl handelt, welches eine Viskositäts-Temperatur-Begradigung aufweist um einen optimalen Wirkungsgrad über ein relativ breites Temperaturspektrum abdecken zu können, ohne einen halbjährlichen Ölwechsel zu empfehlen.

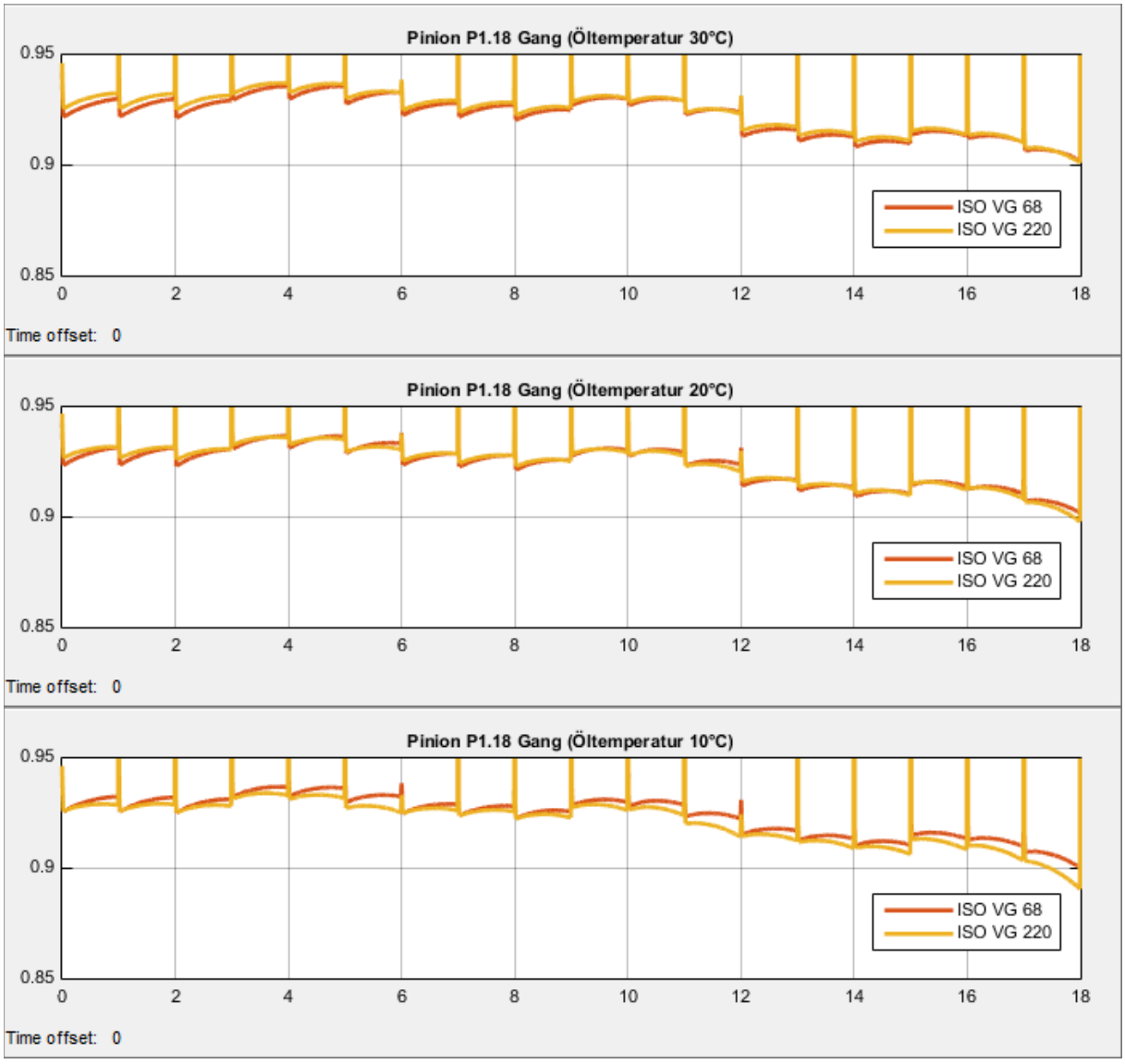


Abbildung 3-133:Erweiterung zu Abbildung 3-131: Zusammenspiel der Viskosität und der Öltemperatur mit dem Wirkungsgrad

3.2.4.11 Zelluläres Modell: Kettengetriebe – 1·1

Die Untersuchung des Single-Speed-Kettengetriebe wird für den Einsatz am *Pinion*-Getriebe *P1.18* (siehe Kapitel 3.2.4.10) vorgenommen, um die Parameter einzugrenzen. Laut Benutzerhandbuch wird eine Übersetzung des Leistungsüberträgers von 26:30 = 0,866 bei einem Raddurchmesser von 28“ empfohlen [100, S. 7]. Für das Projekt *Ballista* ist ein Raddurchmesser von 20“ vorgegeben (siehe Kapitel 1.1). Damit kann die empfohlene Übersetzung berechnet, mit welcher eine Reihe Tests unterschiedlicher Kettenblatt und Ritzeldurchmesser vollzogen werden kann. Dabei ist das kleinste Kettenblatt auf 30 Zähne durch den Lochkreis von 104mm begrenzt und das größte Kettenblatt durch den Kurbeldurchmesser von zwei Kurbelradien zu 175mm begrenzt

$$i_{Soll} = \frac{26}{30} \cdot \frac{20"}{28"} \approx 0{,}62$$

Die erste Prüfung erfolgt mit der in Tabelle 42 definierten Kette der Rohloff GmbH. Die Kettenlänge spielt in der Betrachtung keine Rolle, da kein Schräglauf und keine Resonanz betrachtet wird[319]. Die Umschlingungswinkel β_1 und β_2 werden aus den Zähnezahlen und dem Achsabstand a berechnet. Der Achsabstand lässt sich aus den Angaben in Tabelle 72 berechnet.

$$\beta_2 = 2 \cdot \cos_{Deg}{}^{-1}\left(\frac{\left(\frac{z_1 \cdot p}{2\pi}\right) - \left(\frac{z_2 \cdot p}{2\pi}\right)}{a}\right) \qquad \beta_1 = 360° - \beta_2$$

$$mit\ a = 1326{,}06$$

$$mit\ p = \frac{5 \cdot 1mm}{0{,}3937}$$

Die Ergebnisse der Berechnung sind in Abbildung 3-134 dargestellt. Bei einer Untersetzung und der 1:1 Übersetzung ist klar zu erkennen, dass der Wirkungsgrad hin zu großen Kettenblättern steigt. Durch die sättigende Funktion ist zu erwarten, dass ein Break-Even-Point mit der Gewichts-induzierten Rollreibung auftritt. Durch die Vergrößerung des Raddurchmessers und damit des Hebelarms wird die Kettenzugkraft kleiner. Die kleinere Zugkraft senkt die lastabhängigen Reibungsverluste. Außerdem werden die Leerlaufverluste durch den geringeren Hebelarm und damit geringeren Reibweg bei der Umlenkung abgesenkt. Die geringerer Kettenkraft rechtfertigt den Einsatz von Aluminiumblättern aufgrund der geringeren Belastung, um der Mehrmasse höherer Zähnezahlen entgegenzutreten.

Betrachtet man jedoch die Übersetzung in Abbildung 3-134 so ist zu erkennen, dass sich zwischen Leerlauf- und Lastverlusten ein Break-Even-Point im Kettenverhalten befinden muss. Die Verluste sind im Allgemeinen höher als bei der Untersetzung. Das liegt an dem Zusammenhang, dass die Kettenkraft weiter herabgesetzt wird, wodurch die Leerlaufverluste dominanter werden. Die Leerlaufverluste stellen ein absolutes Verlustoffset dar, während die Lastverluste einen relativen Verlust in Abhängigkeit zur Last darstellen, auf welche der Wirkungsgrad normiert wird.

Es wird vereinbart, dass ein Kettenblatt zwischen 30 und 50 Zähnen aufweisen sollte, da ein Velomobil in der Regel mittlere bis hohe Geschwindigkeiten fährt. Sollte sich ein Fahrzeug im bergigen Gelände im Einsatz befinden, so ist ein größeres Kettenblatt empfehlenswert.

---

[319] Kettengeschwindigkeit in Verbindung mit Kettenlänge befinden sich nicht im Resonanzbereich (siehe Kapitel 2.6)

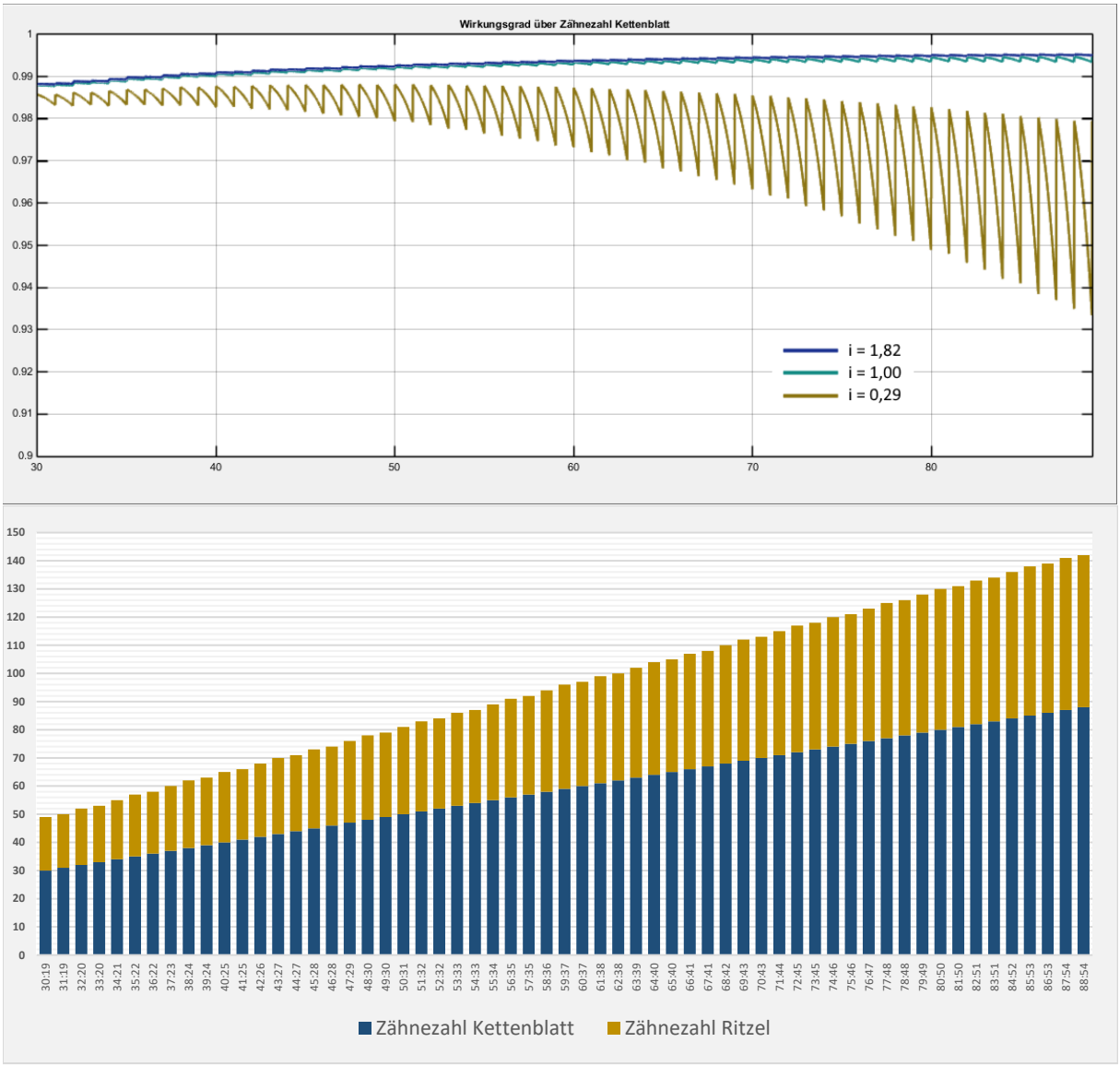


Abbildung 3-134: Kombination der Zähnezahlen zur Erreichung des von der *Pinion GmbH* empfohlenen Übersetzungsverhältnisses für das Mittelgetriebe *Pinion P1.18* (unten) und zugehörige Wirkungsgradermittlung ohne Spannrollen bei Durchfahrung eines Drehzahlbandes von 60U/min bis 110U/min mit dem Menschmodell unter 100% Anstrengung (oben). Test für den niedrigsten Gang des Mittelgetriebes (blaue Kurve); den höchsten Gang des Getriebes (ocker-farbene Kurbe); und die 1:1 Übersetzung (cyan-farbene Kurve)

Die nächste Prüfung umfasst den Einfluss der Wahl der Kette auf den Wirkungsgrad. In Abbildung 2-94 wurde eine Kette im CAD rückwärtsentwickelt und die Parameter mit den Marktangaben synchronisiert. Mithilfe dieses Modells werden unter Nutzung der Angaben für verschiedene Ketteninnenbreiten und Bolzenlängen die Parameter zur Konfiguration der Kette in den Reibungsmodellen erzeugt (siehe Tabelle 77). Ketten im Fahrradbereich werden zunehmend schmaler angeboten (siehe Abbildung 2-135), um möglichst viele Ritzel auf der Kassette im Hinterrad unterbringen zu können. Moderne Kettenschaltungen verzichten häufig auf einen Umwerfer und stellen die gesamte Übersetzung fein abgestuft über das komprimierte Ritzelpaket bereit.

Tabelle 77: Auszug der Masseneigenschaften und Geometrie der CAD-Modelle der Ketten

Kettenfamilie	Polares Trägheitsmoment[320]	Spezifische Masse	b_2
1-fach	$0{,}0000003862284\ kg \cdot m^2$	$0{,}26264354\ kg/m$	$5{,}483514\ mm$
5,6,7,8-fach	$0{,}0000003260015\ kg \cdot m^2$	$0{,}22727303\ kg/m$	$4{,}474338\ mm$
9-fach	$0{,}0000002951524\ kg \cdot m^2$	$0{,}20539953\ kg/m$	$4{,}062469\ mm$
10-fach	$0{,}0000002651366\ kg \cdot m^2$	$0{,}18048461\ kg/m$	$3{,}756086\ mm$
11-fach	$0{,}0000002555202\ kg \cdot m^2$	$0{,}17248961\ kg/m$	$3{,}658214\ mm$
12-fach	$0{,}0000002366671\ kg \cdot m^2$	$0{,}15679732\ kg/m$	$3{,}466725\ mm$
13-fach	$0{,}0000002240702\ kg \cdot m^2$	$0{,}14629917\ kg/m$	$3{,}339065\ mm$

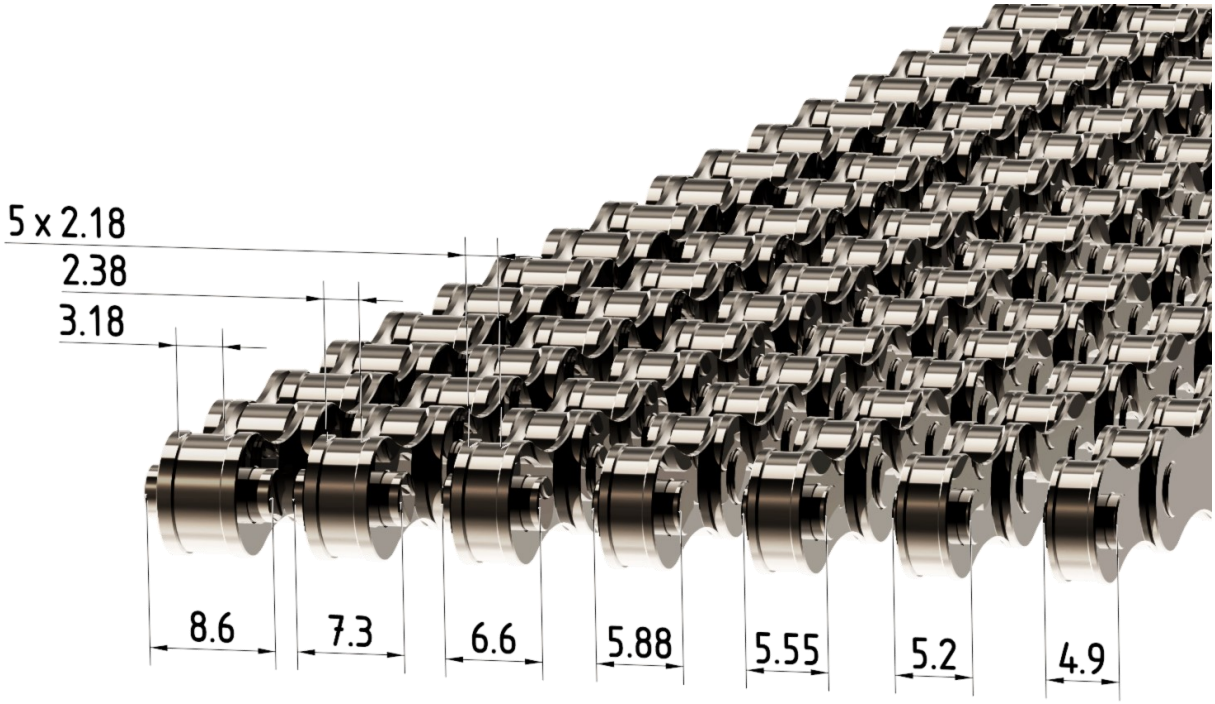


Abbildung 3-135: Kettenverschmalerung zur Realisierung von höhergängigen Kassetten unter Reduzierung der Schräglaufverluste. CAD-Modelle von links nach rechts: 1-fach| 5,6,7,8-fach | 9-fach | 10-fach | 11-fach | 12-fach | 13-fach

In Abbildung 3-136 ist zu erkennen, dass der Einfluss der Kette auf den Wirkungsgrad verschwindend gering ist. Die Verluste aus dem Stoßimpuls der Umlenkung (Trägheitsmoment) spielt keine messbare Rolle bei der niedrigen Geschwindigkeit (Kettenkraftverluste um circa $x \cdot 10^{-7}$ N). Der zweite Angriffspunkt der Masseneigenschaften umfasst den Fliehkraftaufschlag, welcher sich durch die Kettenumlenkung um den Umschlingungsbogen aufsummiert. Der Anteil liegt bei einer Kettenkrafterhöhung von circa 5N, was circa 1% entspricht. Dieser Anteil wirkt jedoch nur als Normalkraft-erhöhender Reibanteil, also circa eine Zehnerpotenz niedriger ein. Die Kette kann damit frei gewählt werden.

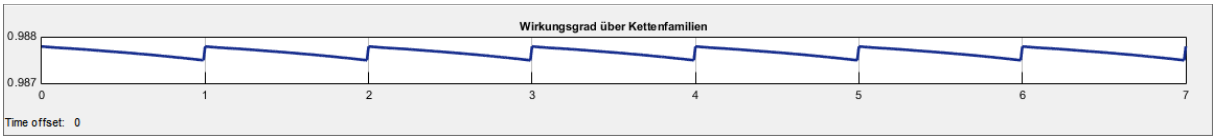


Abbildung 3-136: Wirkungsgrad bei 1:1-Übersetzung vor einem Kettengetriebe mit einem Kettenblatt von 30 Zähnen und einem Ritzel von 90 Zähnen in einer Sequenz der Variation von 7 Kettenfamilien mit einer Drehzahl von je 60 U/min bis 110 U/min bei maximaler menschlicher Anstrengung

[320] Gebildet anhand eines Gliedes um den Gelenkpunkt eines Bolzens

Für die Untersuchung des Single-Speed-Kettengetriebes wird ein Kettenblatt mit 40 Zähnen gewählt. Die Entscheidung fällt auf diese Zähnezahl, weil die Wirkungsgradkurve in Abbildung 3-134 oben bei der größten Übersetzung gerade in einen Wendepunkt eintaucht. Im Fall der Untersetzung steigt der Wirkungsgrad weiter mit der Zähnezahl, jedoch wird der Leistungsverlust im niederen Gangbereich mit einer höheren Endgeschwindigkeit im hohen Gangbereich erkauft. Nach Abbildung 3-134 unten muss ein Ritzel mit 25 Zähnen eingesetzt werden. Aufgrund der enormen Kettenlänge im Liegerad wird sich entschieden eine 9-fach Kette (siehe Abbildung 3-135) einzusetzen. Die Entscheidung ist mit der Empfehlung [100, S. 6] vom Mittelgetriebe Lieferant *Pinion* synchronisiert.

In Abbildung 3-137 ist der Aufbau der Konfiguration dargestellt. Dabei wird eine Umlenkrolle eingesetzt, um den Fahrer möglichst niedrig im Fahrzeug sitzen lassen zu können. Außerdem wird ein Spannmechanismus genutzt, welcher es ermöglicht die Sitzposition durch Verschiebung des Tretlagers an den Fahrer individuell anzupassen. Ein Kettenschutz ist in der Abbildung nicht dargestellt. Dieser verläuft jedoch über die freien Kettenlängen des Lasttrums und die freie Kettenlänge nach dem Ritzel bis zum Spannmechanismus. Einen Kettenschutz zu wählen ist ratsam, um den Wirkungsgrad über einen Zeitraum aufgrund von Verschmutzung nicht zu stark abfallen zu lassen.

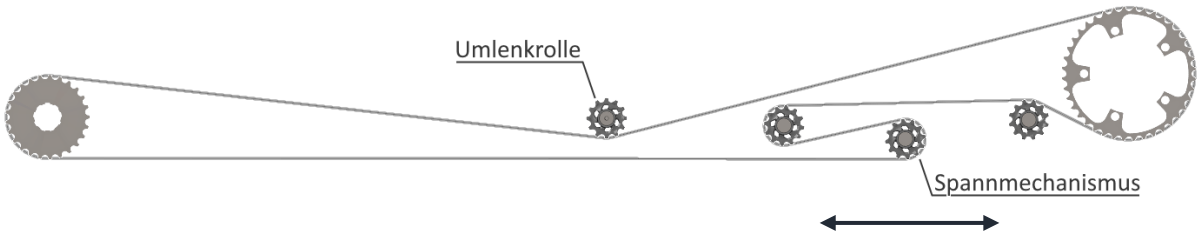


Abbildung 3-137:1x1-Kettengetriebe mit Umlenkrolle und Spannmechanismus; ohne Kettenschutz[321]

Die Kapselung des „Zellulären Modells“ ist identisch zu Abbildung 3-150. Die innere Struktur des Modellaufbaus kann aus Abbildung 3-151 abgeleitet werden. Das 1x1-Kettengetriebe verzichtet dabei lediglich auf die Parallelschaltung von Kettenblättern und Ritzeln, wodurch auch ein Schaltschema entfällt. In der Parametrierung nicht berücksichtigt ist die Masse des Gehäuses und der Feder des Spannmechanismus, sowie der Montagezapfen der Spannrolle. Hierzu ist noch keine konstruktive Lösung vorhanden. Der Mangel fällt jedoch nicht ins Gewicht, wenn ein Vergleich der Antriebstränge über die Masse geschehen sollte.

---

[321] Der Einsatz von Umlenkrolle; Spannmechanismus und Kettenschutz ist Basis-Bestandteil aller Modelle von Kapitel 3.2.4.11 bis 3.2.4.14. Für die drei Bauteile müssen einige Parameter festgelegt werden. So wird festgelegt, dass 12-Zahn-Rädchen verwendet werden. Im Lasttrum wird aufgrund der hohen Kettenlast und dadurch zu erwartender Verlustvorteile ein Radial-Rillenkugellager mit doppelter Berührungsdichtung eingesetzt. Anhand der scheinbar regulären Bolzendurchmesser von 5mm solcher Rädchen wird ein Lager 13x5x4 (*SKF 619/5 2RS*) mit Leichtlauffett ausgewählt. Die Rädchen im Leertrum werden, wie es bei Schaltwerken üblich zu sein scheint, mit einem Gleitlager versehen. Hierzu wird sich an dem *Werkstoff Iglidur® J3* der Firma *Igus GmbH* orientiert, welche als Lieferant für die Sparte in Frage kommt. Aufgrund der geringsten Belastung und Geschwindigkeit im Leertrum wird ein statischer Reibbeiwert von 0,22 festgelegt, da es nicht möglich ist ein Kennfeld aus den Daten des Herstellers zu extrahieren. Der Reibdurchmesser des Lagers beträgt 5mm. Als Spannweg werden 190mm frei angesetzt. Die Aufbringung der Leertrum-Spannkraft über eine vorgespannte Feder wird ungeprüft auf 5N angenommen, welche der Kettenkraft im Lasttrum entgegenwirkt. Schließlich wird dem Kettenschutz ein extrem guter Reibeiwert von 0,1 zugestanden, wie er bei einer geschmierten PTFE-Beschichtung vorliegen könnte. Es wird davon ausgegangen, dass der Kettenschutz in allen Richtungen schwimmend gelagert ist, was durch den niedrigen Reibbeiwert ebenfalls abgebildet werden soll, da die Reibungs-Berechnung über das Gewicht der Kette erfolgt (siehe Kapitel 3.2.3.10).

In Abbildung 3-138 ist zu erkennen, dass der Einsatz einer Umlenkrolle im Lasttrum die größten Verluste im gesamten System verursacht. Dieser Umstand ist der geringen Zähnezahl der Umlenkrolle geschuldet. Die Leerlaufverluste aus der Umlenkung der Kettenglieder erzeugt ein Reibmoment, welches über den Teilkreisradius in eine Kettenkraft übersetzt wird (siehe Kapitel 3.2.3.10). Um die Verluste an dem Modell abzumildern muss der Krümmungsradius der Umlenkung maximiert werden. Die Verluste durch den Einsatz eines Spannmechanismus sind stark davon abhängig wie groß die aufgebrachte Vorspannung auf die Kette ist. In Abbildung 3-139 ist zu erkennen, dass der Wirkungsgrad stark lastabhängig ist. Die Drehzahl spielt eine untergeordnete Rolle.

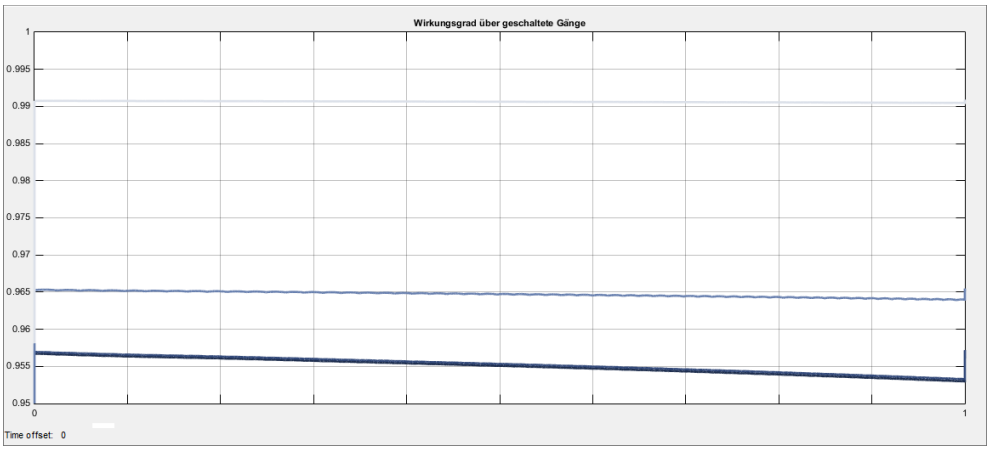


Abbildung 3-138: Wirkungsgradreihe des 1x1 Kettengetriebes mit einer mittleren menschlichen Belastung (50%-Perzentil-Mann) in einem Drehzahlband von 60 U/min bis 110U/min. 4 Prüfkurven für die sukzessiv vom kompletten Antriebsstrang (dunkelblau) bis zur durchgehenden Kette (hellblau) abgetragene Konfiguration [322]

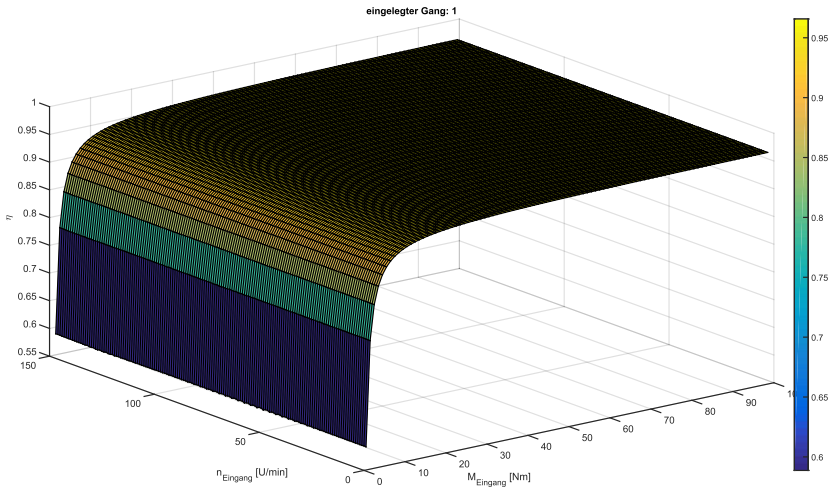


Abbildung 3-139: Wirkungsgradkennfeld des ersten Ganges des 1x1 Kettengetriebes[323]

---

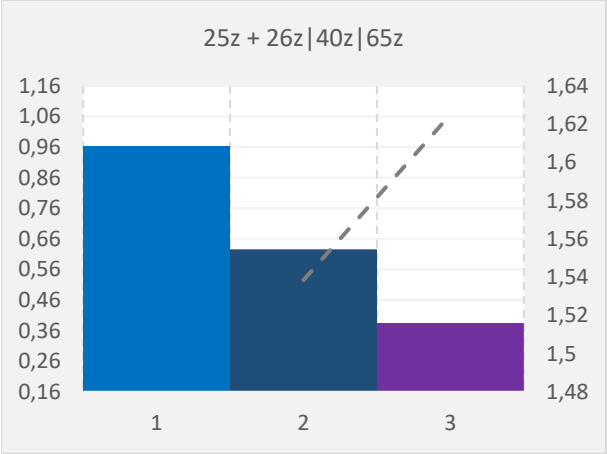
[322] Geprüft wird zunächst das Getriebekonzept inklusive Kettenschutz; Spannmechanismus und Umlenkrolle im Lasttrum. Um die Einflüsse der Reibungsverluste zu isolieren und eine Kostenabschätzung der Optionen zu ermöglichen, werden in genau dieser Reihenfolge die Bausteine dem Kettengetriebe entfernt. Die dunkelblaue Kurve überdeckt sich mit der blauen Kurve, da der Einfluss des Kettenschutzes sehr gering ist.
Die Prüfung erfolgt aus Zeitgründen unter Angabe der Kettenlängen und Umschlingungswinkel im Gang der in der dazugehörigen Abbildung des CAD-Modells vorliegenden Geometrie über alle Gänge hinweg. Die Abweichungen daraus sind sehr gering und können vernachlässigt werden. Eine Änderung der Kettenlängen und Umschlingungswinkel wird jedoch nach jeder weiteren Entfernung der Bausteine (Spannmechanismus; Umlenkrolle) vorgenommen

[323] Kennfeld auf Grundlage der Kettenlängen und Umschlingungswinkel des in der zugehörigen Abbildung des CAD-Modells zu entnehmenden Geometrie. Aus zeitlichen Gründen ist keine Anpassung vorgenommen worden, da der zeitliche Aufwand nicht im Verhältnis zur Ergebnisänderung steht

3.2.4.12 Zelluläres Modell: Kettengetriebe – 3·1 (Umwerfer)

Die folgende Untersuchung behandelt die Möglichkeit ein Mittelgetriebe mit einem *Overdrive*-Getriebe in Form eines Umwerfers zu versehen. Die Konfiguration ist für den Fahrradbereich völlig ungewöhnlich, da ein Umwerfer nicht ohne Schaltwerk eingesetzt werden kann, um die freie Kettenlänge aufzuspannen. Das Konzept kann nur mit einem Kettenspanner funktionieren. Der Kettenspanner dient gleichzeitig der Möglichkeit die Sitzentfernung zur Tretlagerachse zu verändern. Ein Umwerfer bietet die Möglichkeit auf dem mittleren Kettenblatt ohne Schräglaufverluste das Mittelgetriebe im regulären Bereich voll auszufahren. Für bergiges Gelände kann bei hohen Steigungen das kleinste Kettenblatt und bei hohen Gefällen oder allgemein bei Elektromotorunterstützung auf das größte Kettenblatt geschaltet werden.

Um ein sinnvolles *Overdrive*-Getriebe zu parametrieren sollte idealerweise das nutzbare Gangspektrum verdreifacht werden. Die Spreizung des *Pinion P1.18* Mittelgetriebes (siehe Kapitel 2.5.2) ist allerdings derart groß, dass eine Sonderkonstruktion eines Umwerfers nötig ist die entsprechende Anforderung umzusetzen. Da die Umsetzbarkeit nicht ohne Weiteres beantwortet werden kann wird ein Umwerfer-Modell genutzt, welches über seine Herstellerempfehlungen hinaus das Potential haben könnte eine Kettenblattkombination von 26-; 50- und 65 Zähnen zu schalten. Die Kettengröße wird genau wie in Kapitel 3.2.4.11 mit einem 9-fach-Modell (siehe Abbildung 3-135) an die Empfehlung von *Pinion* angelehnt.



$$i_{soll} = \frac{26}{30} \cdot \frac{20"}{28"} \approx 0{,}62$$

Abbildung 3-140: Gesamtübersetzungen und Gangstufung (gestrichelte Linie) mit einem 31 Zähne-Ritze. Und einer 3-fach Kettenblattkombinationen im Rahmen des technisch Machbaren mit einem Umwerfer *Shimano Dura-Ace FD-7703*

In Abbildung 3-141 ist das 3D-CAD-Modell des 3x1-Kettengetriebes abgebildet. Für die Festlegung der Kettenblattabstände wird vereinbart, dass das kleine zum mittleren Kettenblatt einen Abstand von 7,65mm aufweist, während das große Kettenblatt zum mittleren Kettenblatt einen Abstand von 7,3mm aufweist. Die Umlenkrolle ist ortsfest auf der Kettenlinie des mittleren Kettenblattes orientiert. Selbes gilt für den Spannmechanismus.

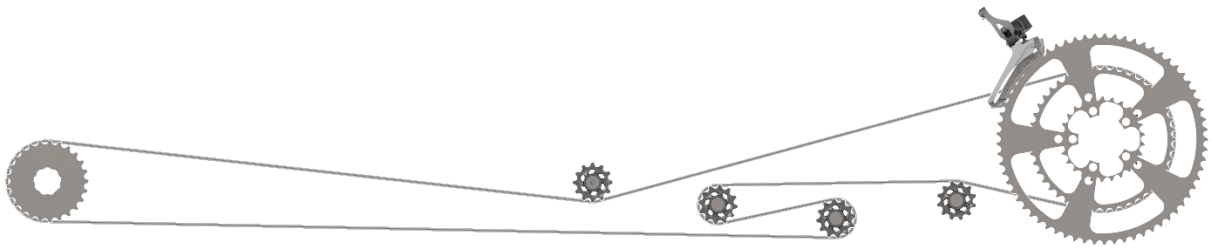


Abbildung 3-141: 3x1-Kettengetriebe mit Umlenkrolle und Spannmechanismus; ohne Kettenschutz[321]

Die Kapselung des „Zellulären Modells“ ist identisch zu Abbildung 3-150. Die innere Struktur des Modellaufbaus kann aus Abbildung 3-151 abgeleitet werden. Das 3x1-Kettengetriebe verzichtet dabei lediglich auf die Parallelschaltung von Ritzeln, wodurch ein Schaltschema zur Kombination von Kettenblattpaket und Ritzelpaket unnötig wird und der von außen aufgeforderte Gang direkt in die Zuweisung des Kettenblattpaketes geführt werden kann. In der Parametrierung nicht berücksichtigt ist die Masse des Gehäuses und der Feder des Spannmechanismus, sowie der Montagezapfen der Spannrolle. Hierzu ist noch keine konstruktive Lösung vorhanden. Der Mangel fällt jedoch nicht ins Gewicht, wenn ein Vergleich der Antriebstränge über die Masse geschehen sollte.

Auf Abbildung 3-142 lassen sich die Erkenntnisse aus Abbildung 3-138 übertragen. Interessant ist, dass trotz Schräglaufverlusten das erste Kettenblatt mit 25 Zähnen einen besseren Wirkungsgrad als das 40 Zähne Kettenblatt ohne Schräglaufverluste aufweist. Im Wirkungsgradkennfeld des ersten Ganges (siehe Abbildung 3-143) ist zu erkennen, dass die Lastabhängigkeit dominant ist, was aus den Leerlaufverlusten der Kettenumlenkung herrührt.

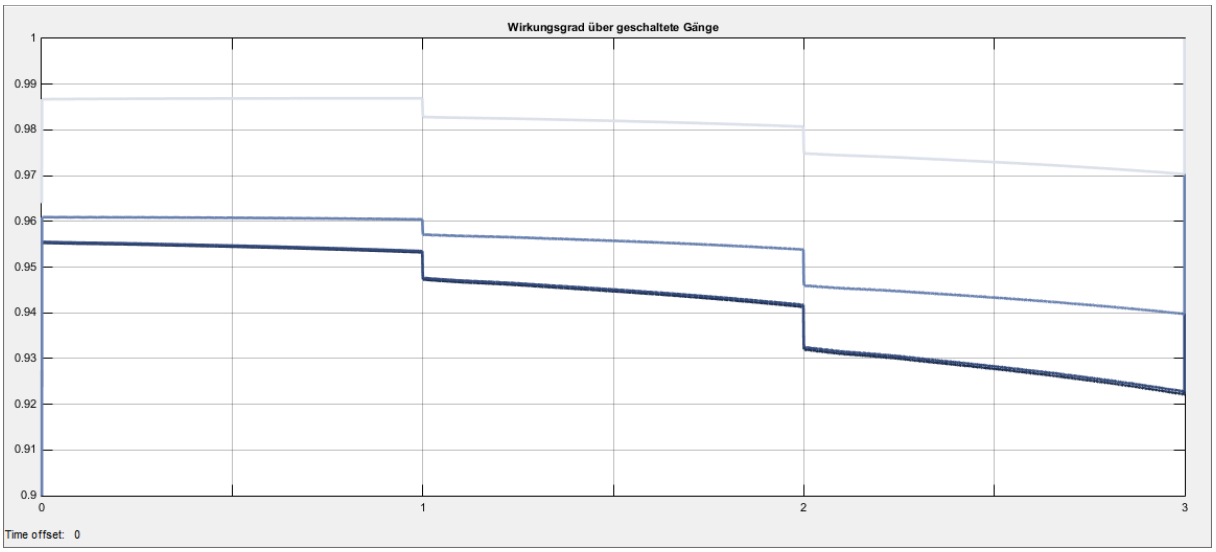


Abbildung 3-142: Wirkungsgradreihe der drei Gänge des 3x1 Kettengetriebes mit einer mittleren menschlichen Belastung (50%-Perzentil-Mann) in einem Drehzahlband von 60 U/min bis 110U/min. 4 Prüfkurven für die sukzessiv vom kompletten Antriebsstrang (dunkelblau) bis zur durchgehenden Kette (hellblau) abgetragene Konfiguration [322]

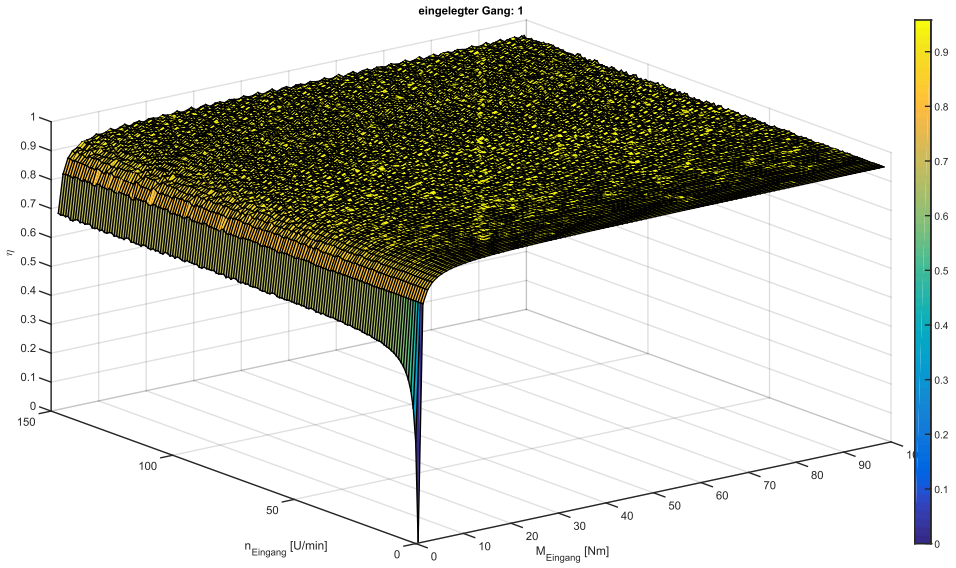
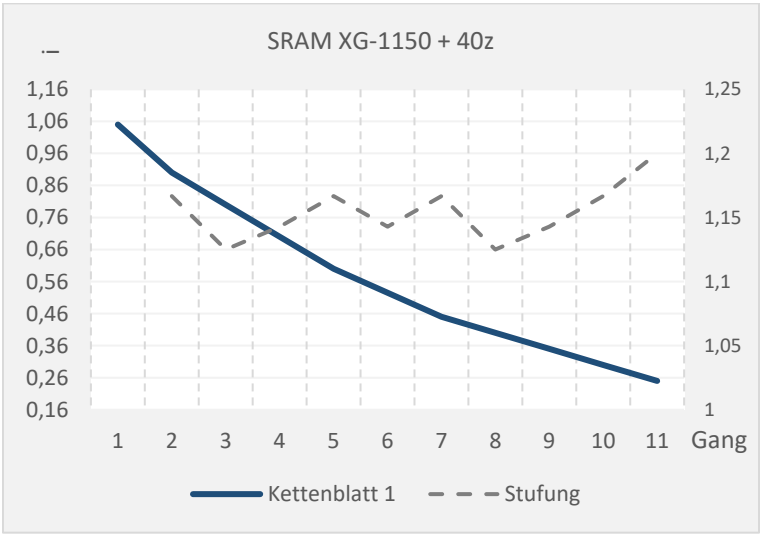


Abbildung 3-143: Wirkungsgradkennfeld des ersten Ganges des 3x1 Kettengetriebes[323]

3.2.4.13 Zelluläres Modell: Kettengetriebe – 1·11 (Schaltwerk)

Die Untersuchungen zu einer 1x11-Kettenschaltung erfolgen am Beispiel der CAD-Daten eines *SRAM-Apex-1*-Schaltwerks und einer Kassette *XG-1150* von *SRAM*. Das System wird mit einer 11-fach-Kette (siehe Abbildung 3-135) betrieben. Der Einsatz eines Schaltwerks ohne Umwerfer stellt in der Regel ein eigenständiges Komplettgetriebe dar, welches mit einem Mittelgetriebe wie dem *Schlumpf*-Getriebe (siehe Kapitel 2.5.3) kombiniert werden kann um Reserven für hohe Steigungen exklusiv oder Gefälle bereitzustellen. Da das Planetengetriebe im 1:1-Gang keine nennenswerten Verluste verursacht (siehe Abbildung 3-121), stellt es vor allem einen Massesummanden dar.

Die Auslegung der Übersetzung kann mithilfe der Annäherung an die Übersetzung des *Pinion P1.18* (siehe Kapitel 2.5.2) erfolgen. Mithilfe der Randübersetzungen i_{min} und i_{max} kann der Bereich aufgespannt werden, in welchem das 1x1-Kettengetriebe eingestellt werden sollte. Mit einem 40 Zähne Kettenblatt kann dieser Bereich im Mittel getroffen werden (siehe Abbildung 3-144). Die Stufung ist dabei relativ unregelmäßig.



$$i_{max} = 1{,}82 \cdot i_{Soll} \approx 1{,}13$$

$$i_{Soll} = \frac{26}{30} \cdot \frac{20"}{28"} \approx 0{,}62$$

$$i_{min} = 0{,}29 \cdot i_{Soll} \approx 0{,}18$$

Abbildung 3-144:Gesamtübersetzung 11-fach-Kasette *SRAM XG-1150* mit einem 40-Zähne Kettenblatt über der Anzahl Gänge

Das Schaltwerk verfügt über Laufrädchen mit 12 Zähnen. Diese werden in einem Gleitlager mit 5mm Bohrung gehalten. Den Gleitlagern wird ein Reibbeiwert von 0,22 unterstellt, da diese geringst belastet werden und relativ geringe Gleitgeschwindigkeiten aufweisen. Die Spannkraft des Schaltwerks ist ohne Versuch schwer zu schätzen[324] und wird auf 2,5N geschätzt, da der Spannweg niedrig ist. Aus dem Ritzelpaket wird vermessen, dass der Abstand zwischen den Ebenen 4mm beträgt. Die Umlenkrolle ist ortsfest auf der Kettenlinie des Kettenblattes orientiert. Selbes gilt für den Spannmechanismus.

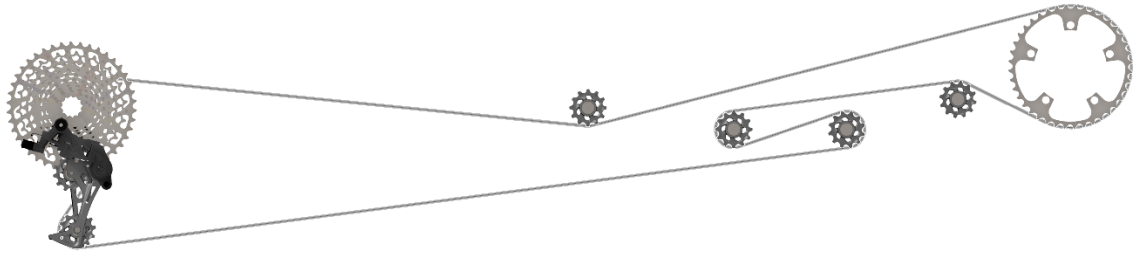


Abbildung 3-145: 1x11-Kettengetriebe mit Umlenkrolle und Spannmechanismus; ohne Kettenschutz[321]

[324] Die Forderung einer Spannkraft kann je nach Einsatzgebiet variieren. Während sie im städtischen Bereich so gering wie möglich sein sollte, um keine Leertrumverluste zu induzieren, kann im Geländebereich eine höhere Spannkraft dazu dienen die Kette vor dem Herunterrutschen abzuhalten

Die Kapselung des „Zellulären Modells“ ist identisch zu Abbildung 3-150. Die innere Struktur des Modellaufbaus kann aus Abbildung 3-151 abgeleitet werden. Das 1x11-Kettengetriebe verzichtet dabei lediglich auf die Parallelschaltung von Kettenblättern, wodurch ein Schaltschema zur Kombination von Kettenblattpaket und Ritzelpaket unnötig wird und der von außen aufgeforderte Gang direkt in die Zuweisung des Ritzelpaketes geführt werden kann. In der Parametrierung nicht berücksichtigt ist die Masse des Gehäuses und der Feder des Spannmechanismus, sowie der Montagezapfen der Spannrolle. Hierzu ist noch keine konstruktive Lösung vorhanden. Der Mangel fällt jedoch nicht ins Gewicht, wenn ein Vergleich der Antriebsstränge über die Masse geschehen sollte.

In Abbildung 3-146 ist zu erkennen, dass der Wirkunsggrad sukzessive mit kleinerer Ritzelzähnezahl abnimmt. Wie in Abbildung 3-142 tritt der Effekt auf, dass die ersten Gänge einen besseren Wirkungsgrad aufweisen als die Schnellgänge. Das kann auf die anteilig geringeren Leerlauffverluste zurückgeführt werden, welche das Wirkungsgradkennfeld in Abbildung 3-147 charakterisieren. Der Wirkungsgradabfall über die Gänge ist trotz der zunehmenden Einwirkung der Schräglaufverluste hin zu den Randbereichen sehr kontinuierlich. Für den Einfluss der Komponenten des Antriebsstrangs gelten die selben Ausführungen wie in Abbildung 3-138.

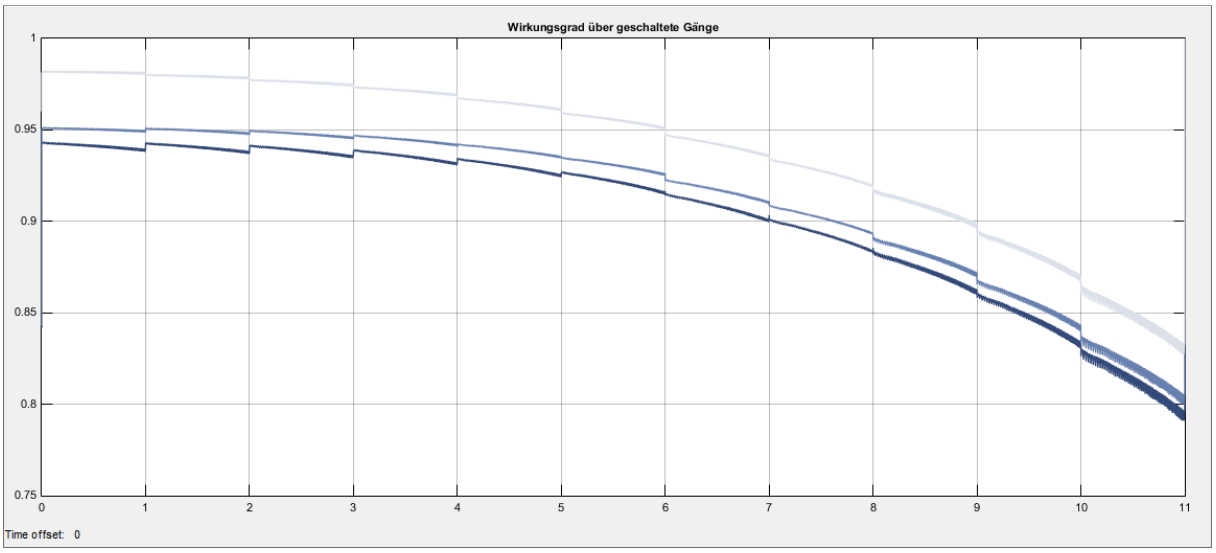


Abbildung 3-146: Wirkungsgradreihe der elf Gänge des 1x11 Kettengetriebes mit einer mittleren menschlichen Belastung (50%-Perzentil-Mann) in einem Drehzahlband von 60 U/min bis 110U/min. 4 Prüfkurven für die sukzessiv vom kompletten Antriebsstrang (dunkelblau) bis zur durchgehenden Kette (hellblau) abgetragene Konfiguration [322]

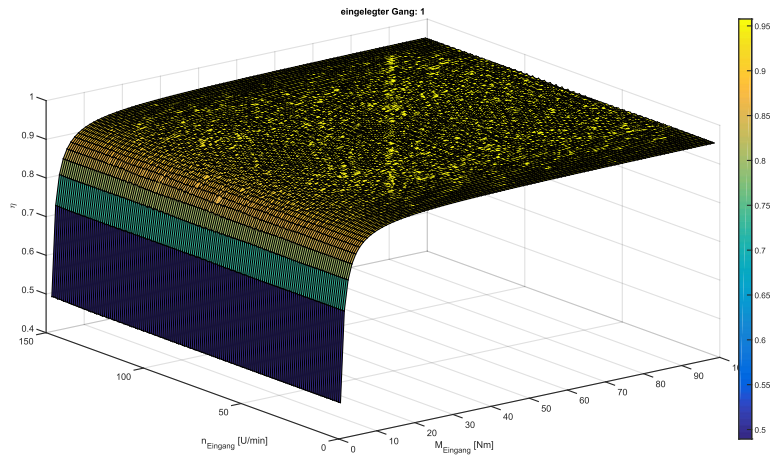


Abbildung 3-147: Wirkungsgradkennfeld des ersten Ganges des 3x1 Kettengetriebes[323]

3.2.4.14 Zelluläres Modell: Kettengetriebe – 3·11 (Umwerfer · Schaltwerk)

Die letzte Untersuchung zu den Kettengetrieben erfolgt an der klassischen Kombination eines Schaltwerks mit einem Umwerfer. Moderne 11-Gang-Schaltwerke werden in der Regel ohne Umwerfer betrieben. In den angebotenen Antriebssträngen aus der Marktanalyse in Kapitel 2.1 liegen jedoch 34 Varianten mit 2-fach-Umwerfer und 15 Varianten mit 3-fach-Umwerfer von 132 Antriebssträngen mit 11-Gang Schaltwerk vor.

Das 1x11-Schaltwerk wird die sauberste Kettenlinie auf dem sechsten Ritzel, d.h. genau auf Mitte des Ritzelpakets aufweisen. Auf diese Weise nehmen die Schräglaufverluste symmetrisch von diesem Punkt aus zu. Damit scheint sicher, dass die Kette einen zum Kettenblatt relativen Schräglauf von 5 Gängen verträgt. Aus diesem Ansatz sollten sich 21 Gänge unter Nutzung eines 3-fach Kettenblattes ergeben.

Als Datengrundlage wird ein CAD-Modell des Schaltwerks *Shimano 105* der Serie *R7000* gewählt. Passend dazu werden 4 Kasetten der Serie *CS-R7000* untersucht. Es wird davon ausgegangen, dass es mit entsprechendem Umwerfer möglich ist eine derart hohe Kapazität zu schalten. Dabei können Übersetzungsspektren gefahren werden, welche dem *Pinion P1.18* (siehe Kapitel 2.5.2) ähneln. Im Übersetzungsspektrum von Abbildung 3-148 unten links gehen 2 Gänge verloren. Es ist zu erwarten, dass das Schaltwerk auf eine zusätzliche Kettenspannvorrichtung angewiesen ist.

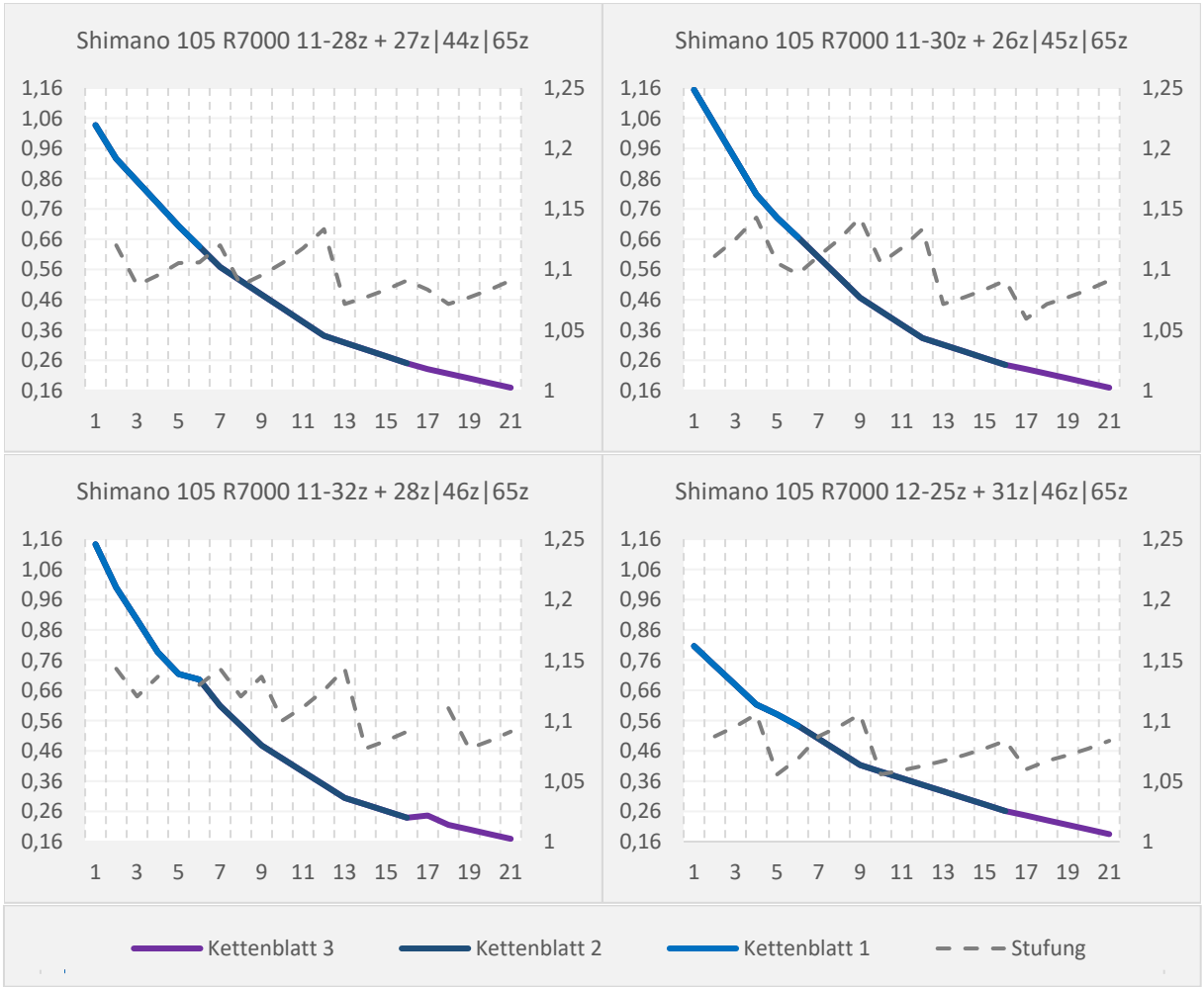


Abbildung 3-148: Gesamtübersetzungen (y-Achse) und Gangstufung (Sekundärachse) über der Anzahl Gänge (x-Achse) 4 verschiedener 11-fach Kassetten der Serie *105 R7000* von *Shimano* mit verschiedenen 3-fach Kettenblattkombinationen im Rahmen des technisch Machbaren mit einem Umwerfer *Shimano Dura-Ace FD-7703*. In Konfiguration unten links entfallen der 6. und der 17. Gang

Aufgrund der großen Spreizung und der feinen Abstufung wird sich für die Variante mit einem Kettenblattpaket von 26-; 45 und 65 Zähnen gepaart mit einem 11- bis 30 Zähnen Ritzelpaket entschieden. Aufgrund des fehlenden CAD-Modells werden die Masseneigenschaften des Ritzelpakets aus Stahl (Masse 304g) anhand der Masseneigenschaften des *SRAM XG1150* (Masse 424g im CAD | 394g laut Hersteller) interpoliert. Dabei werden für die Masse ein Polynom zweiten Grades gewählt, obwohl ein linearer Trend vorliegt, weil das Volumen aus einer quadratisch beeinflussten Ringfläche hervorgeht und für das Massenträgheitsmoment ein Polynom zweiten Grades gewählt, weil die Trägheit mit dem Hebelarm quadratisch wächst. Es wird kein Polynom vierten Grades für das Massenträgheitsmoment gewählt, weil die Extrapolation überprüft werden müsste.

$$m_{XG1150(z)} = f(z) = \frac{3{,}46385938593301}{10^6} \cdot z^2 + \frac{1{,}20954084894094}{10^3} \cdot z - \frac{1{,}3902161689505}{10^3}$$

$$m_{z11} = \left(m_{XG1150(11)} + \left(0{,}04320537kg - m_{XG1150(10)}\right)\right) \cdot \frac{304g}{424g}$$

$$m_{Ritzel} = m_{XG1150(z)} \cdot \frac{304g}{424g}$$

$$m_{z30} = \left(m_{XG1150(32)} + \left(0{,}132793kg - m_{XG1150(42)}\right)\right) \cdot \frac{304g}{424g}$$

$$J_{XG1150(z)} = f(z) = \frac{3{,}40382332857119}{10^7} \cdot z^2 - \frac{8{,}50735032555792}{10^6} \cdot z + \frac{6{,}04588343893776}{10^5}$$

$$J_{z11} = \left(J_{XG1150(11)} + \left(\frac{1{,}0933}{10^5} kg \cdot m^2 - J_{XG1150(10)}\right)\right) \cdot \frac{304g}{424g}$$

$$J_{Ritzel} = J_{XG1150(z)} \cdot \frac{304g}{424g}$$

$$J_{z30} = \left(J_{XG1150(32)} + \left(\frac{5{,}1995}{10^4} kg \cdot m^2 - J_{XG1150(42)}\right)\right) \cdot \frac{304g}{424g}$$

Als Kette wird ein 11-fach-Modell gewählt (siehe Abbildung 3-135). Der Abstand der Ritzel kann relativ zuverlässig auf 4mm geschätzt werden. Für die Festlegung der Kettenblattabstände wird vereinbart, dass das kleine zum mittleren Kettenblatt einen Abstand von 7,65mm aufweist, während das große Kettenblatt zum mittleren Kettenblatt einen Abstand von 7,3mm aufweist. Die Umlenkrolle ist ortsfest auf der Kettenlinie des mittleren Kettenblattes orientiert. Selbes gilt für den Spannmechanismus. Die Annahmen und Messungen zum Schaltwerk stimmen mit Kapitel 3.2.4.13 überein. Lediglich die Zähnezahl der Rädchen des Schaltwerks weicht mit 11 Zähnen ab.

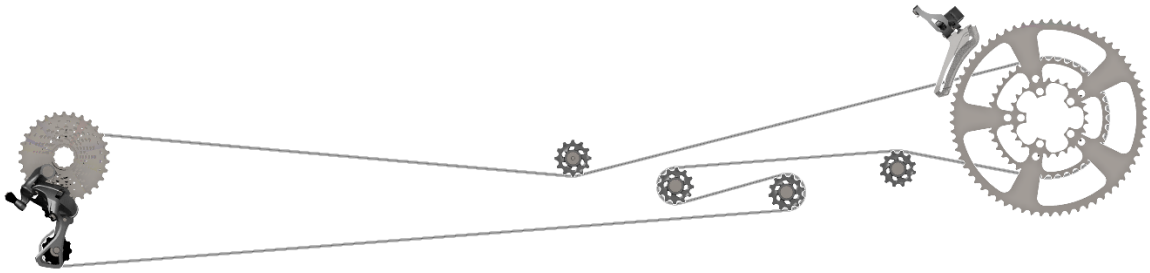


Abbildung 3-149:3x11-Kettengetriebe mit Umlenkrolle und Spannmechanismus; ohne Kettenschutz. In Abbildung versehentlich 40 Zähne Kettenblatt statt 45 Zähne Kettenblatt dargestellt[321]

In Abbildung 3-150 ist stellvertretend für Kapitel 3.2.4.10 bis 3.2.4.14 das „Zelluläre Modell“ des Antriebsstrangs dargestellt. Das Modell weist die üblichen Ein- und Ausgänge auf. Zusätzlich hat das Modell zwei Radialkraftausgänge mit Index 1 für die Kettenblattseite und Index 2 für die Ritzelseite. Die Radialkräfte können genutzt werden, um an die entsprechenden Schnittstellen anderer „Zelluläre Modelle“ als Zusatzbelastung (z.B.: „Fr+ [N]“) eingeleitet zu werden.

In der Parametrierung wird je nach Antriebstrang die Masse des Umwerfers oder/und des Schaltwerks angegeben. Die Masse des Gehäuses und der Feder des Spannmechanismus, sowie der Montagezapfen der Spannrolle sind nicht berücksichtigt. Hierzu ist noch keine konstruktive Lösung vorhanden. Der Mangel fällt jedoch nicht ins Gewicht, wenn ein Vergleich der Antriebstränge über die Masse geschehen sollte. An der Spitze des Modells kann das Getriebe mit *unsignedInteger*-Größen geschaltet werden.

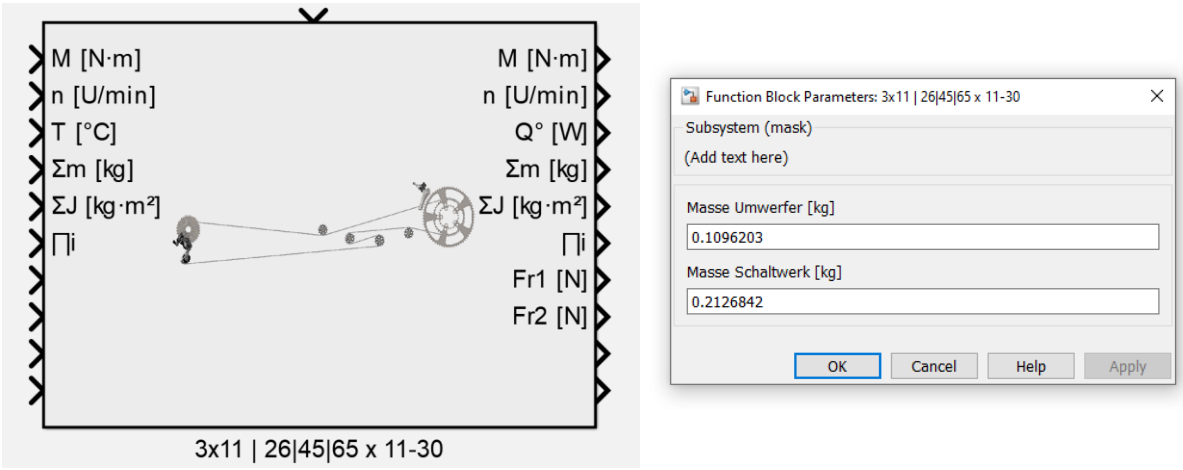


Abbildung 3-150:Bibliotheksmodell Kettengetriebe 3x11 mit äußeren Schnittstellen (links) und innerer Parametrierung (rechts)

Abbildung 3-151 steht repräsentativ für den Aufbau aller Kettengetriebe, da andere Kettengetriebe durch Löschen von Pfaden und Blöcken aus ihr abgeleitet werden können. Das Modell ist sehr sauber ohne Einsatz von Peripherie-Methoden aufgebaut und weist einen Leistungsfluss auf, welcher auf der Unterseite mit dem Leertrum zu einer Kraftschleife aufgebaut wird.

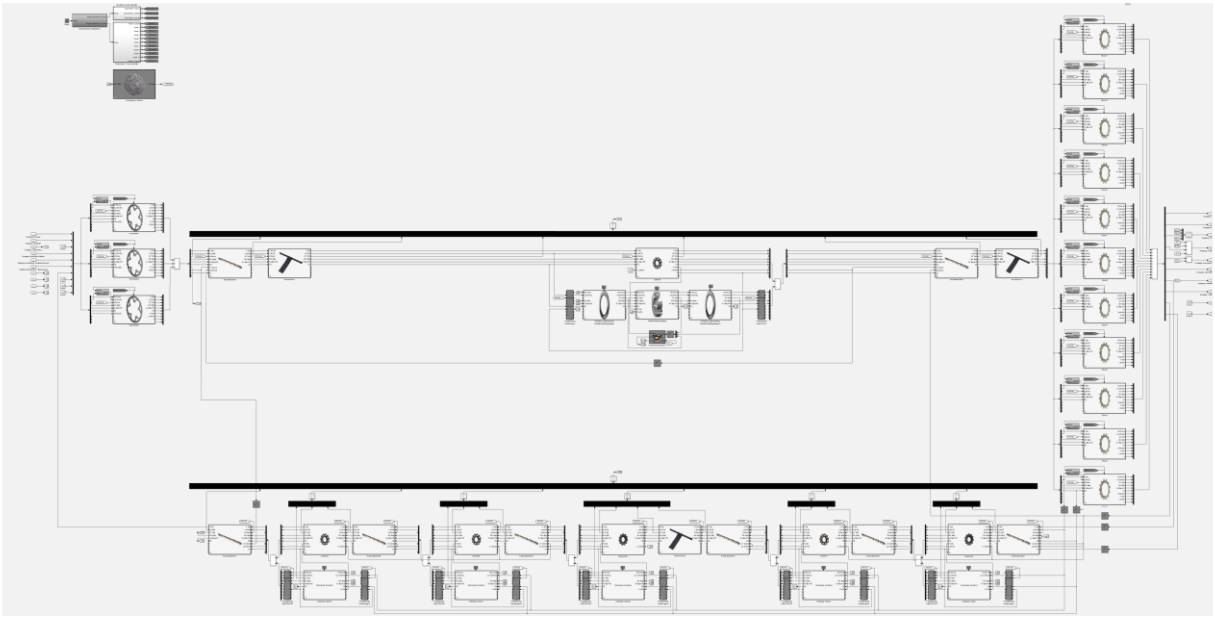


Abbildung 3-151:Bibliotheksmodell Kettengetriebe 3x11 – Innenleben

Abbildung 3-152 zeigt die Wirkungsgradcharakteristik unter regulärer Volllast. Für die Erklärung der Differenzen zwischen den vier Antriebsstrangkonfigurationen können die Erklärungen von Abbildung 3-138 entnommen werden. Mit dem sechsten Gang erfolgt ein Kettenblattwechsel. Aus Wirkungsgradsicht erfolgt der Gangwechsel um einen Schritt zu früh. Der Wechsel scheint sich positiv auf die Gleichförmigkeit der Kettenbewegung auszuüben. In Richtung der schnellen Gänge erfolgt abermals ein hohes Schwingungsverhalten. Bei einer Schrittweite von 0,01s nahe des üblichen 5-fachen *Nyquist-Shannon-Theorems* wird eine Fehlschwingung interpretiert. Bei der angewandten Schrittweite von 0,001s offenbaren sich aus dem Polygoneffekt der Verzahnungen induzierte Kettenmodulationen.

Es muss festgehalten werden, dass die hohe Übersetzung, welche das *Pinion P1.18*-Spektrum erfüllt mit relativ schlechten Wirkungsgraden erkauft werden (vergleiche Abbildung 3-131). Tatsächlich kann eine Ebnung des Wirkungsgradverlaufes dadurch erreicht werden die Kettenlinie zum kleinsten Ritzel hin auszurichten. Dabei wird das Kettenblattpaket; die Umlenkrolle und der Spannmechanismus um 8mm nach außen verschoben, wodurch auf dem ersten Kettenblatt 7 statt 5 Gänge ausgefahren werden müssen und auf dem zweiten Kettenblatt erst mit dem 3. Ritzel geschaltet wird.

Der Vorteil der vorliegenden Kettenschaltung ist, dass sie Leistungsüberträger und Schaltung in sich integriert, während ein Mittelgetriebe noch einen Leistungsüberträger benötigt, welcher zusätzliche Verluste auffährt. Auf der anderen Seite – jedoch unwesentlich wichtend – vereint ein Mittelgetriebe die Komponente des Tretlagers in der Wellenlagerung.

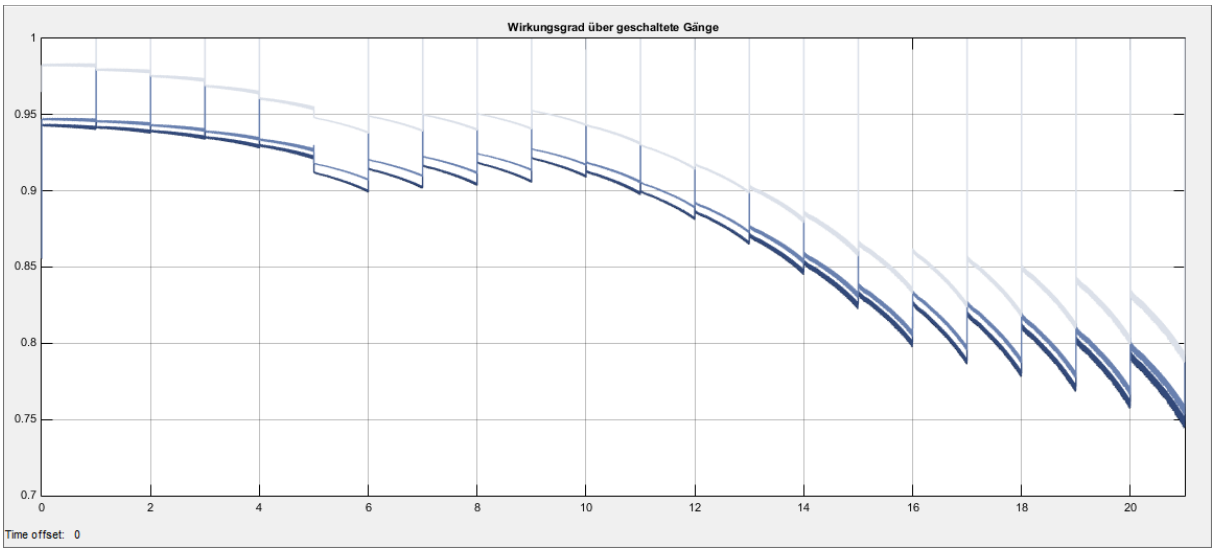


Abbildung 3-152: Wirkungsgradreihe der einundzwanzig „echten“ Gänge des 3x11 Kettengetriebes mit einer mittleren menschlichen Belastung (50%-Perzentil-Mann) in einem Drehzahlband von 60 U/min bis 110U/min. 4 Prüfkurven für die sukzessiv vom kompletten Antriebsstrang (dunkelblau) bis zur durchgehenden Kette (hellblau) abgetragene Konfiguration [322]

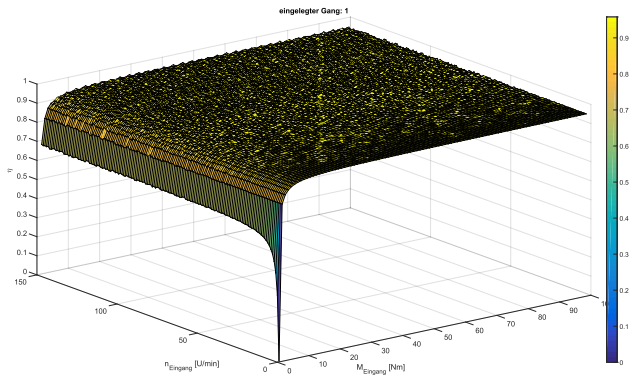


Abbildung 3-153: Wirkungsgradkennfeld des ersten Ganges des 3x1 Kettengetriebes[323]

3.2.4.15 Zelluläres Modell: Achsgetriebe – Tangentialgetriebe

Das Verhalten des Tangentialgetriebe wird in Kapitel 4 angenähert. Dabei wird das Verhalten des Systems Lagerkranz/Zahnrad vom System Lagerkranz/Zahnstange abgeleitet. In Abbildung 4-7 und Abbildung 4-8 sind die Ergebnisse eines Berechnungsmodells dargestellt, welches sich Schrittweiten-bedingt nur äußerst schlecht für Lagerzahlen abseits der Auflistung von Fußnote 341 für eine Interpolation einer *Look-Up-Table* eignet. Es muss ein Berechnungsansatz gewählt werden um das Verhalten schrittweise rechnerisch abbilden zu können. Aus dem Modell kann erkannt werden, dass das Verhalten sich wie zu erwarten auf 360° periodisch mit der Anzahl an Lagern z_1 am Lagerkranz verhält. Problematisch ist bei der Berechnung lediglich der negative Startwinkel Φ_{Start} ab welchem ein Lager den Antrieb übernimmt. Ist dieser Winkel bekannt, kann die Berechnung des Betriebsverhaltens mit der Modulo-Funktion in einem *SIMULINK®*-Modell umgesetzt werden. Dabei wird der von außen aus der Drehzahl integrierte Winkel Φ_z intern auf den Eingriffsbereich beschnitten und um den Startwinkel verschoben:

$$\Phi_{Sektor} = \frac{360°}{z_1}$$

$$\Phi = \mathrm{mod}(\Phi_z; \Phi_{Sektor}) + \Phi_{Start}$$

Mit der Maßnahme ist es möglich die Berechnung sauber in z_1 Sektoren zwischen 0° und 360° aufzuteilen. Es bildet sich jedoch ein Fehler im Drehzahlverhalten, wenn ein weiteres Getriebe nachgeschaltet ist und sich die Drehzahlmodulationen überlagern. Hierzu könnte ein Phasenwinkel in der Achsmontage eingeführt werden, um den Fehler auszugleichen. Aufgrund der schrittweisen Berechnungsnatur von *SIMULINK®* ist eine sauberere Lösung zu erstreben. Hierfür wird der „echte“ Eingangswinkel Φ_z für die Berechnung gewählt. Dafür wird die Modulo-Funktion angepasst, welche als Zählerbasis die Null verwendet und stattdessen die Negativwinkel-Basis Φ_{Start} verwenden muss:

$$\Phi_{Ende} = \Phi_{Start} + \Phi_{Sektor} = \{-\measuredangle°; \dots; +\measuredangle°\}$$

$$\Phi = \begin{cases} \Phi_{Start} + \mathrm{mod}(\mathrm{mod}(\Phi_z; \Phi_{Sektor}); \Phi_{Ende}) & f\ddot{u}r\ \mathrm{mod}(\Phi_z; \Phi_{Sektor}) > \Phi_{Ende} \\ \mathrm{mod}(\Phi_z; \Phi_{Sektor}) & andernfalls \end{cases}$$

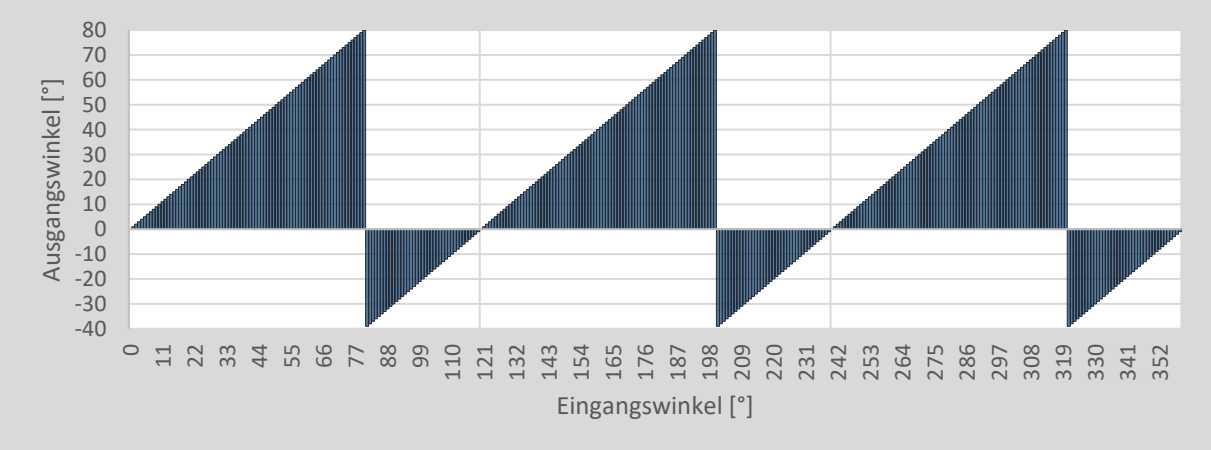


Abbildung 3-154:modifizierte asymmetrische Modulo-Funktion mit den Variablen ϕ_{Start} und i_1 am Beispiel von -40° und 3. Unempfindlichkeit gegen Eingangswinkel-Vorzeichen

Zur Modellierung der Winkelsequenz muss demnach der Startwinkel Φ_{Start} errechnet werden. Der analytische Weg zur Errechnung des Startwinkels über die folgenden Gleichungen[325] kann nicht aufgelöst werden:

$$w_{Eingriff} = x - x_{++} = p - \left(r_{w1} - \sqrt[2]{{r_{w1}}^2 - k^2}\right)$$

$$mit\ w_{Eingriff} = p - \left(r_{w1} - \sqrt[2]{{r_{w1}}^2 - k^2}\right)$$

$$mit\ x = (\sin(\Phi) \cdot r_{w1}) + \left(\cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{r_{w1} + k - (cos(\Phi) \cdot r_{w1})}{r_{Lager}}\right) + \Phi - \Phi\right) \cdot r_{Lager}\right)$$

An dieser Stelle kann eine numerische Lösung erfolgen. Die Lösung erfolgt mit einer Methode, der der *Klinotaxis* der Haie ähnelt[326]. Hierzu werden in einer 1000 Zähler fassenden Schleife immer drei Stichproben errechnet. Auf analytischem Wege lassen sich die linksseitigen Eingriffsgrenzen[327] des Getriebes ermitteln. Die Eingriffsgrenzen stellen die initialisierenden Berechnungsgrenzen dar. Eine erste Funktionsprüfung kann erfolgen, indem ermittelt wird ob die Eingriffsgrenzen den Getriebelauf ermöglichen. Die Bedingung ist erfüllt, wenn $2 \cdot \Phi_{Grenz++} < \Phi_{Sektor}$ ist.

$$r_{w1} + k = (cos(\Phi_{Grenz}) \cdot r_{w1}) + r_{Lager}$$

$$\Rightarrow \Phi_{Grenz} = \cos^{-1}\left(\frac{r_{w1} + k - r_{Lager}}{r_{w1}}\right)$$

$$\Rightarrow \Phi_{Grenz++} = \cos^{-1}\left(\frac{r_{w1} + k - r_{Lager}}{r_{w1}}\right) - \Phi_{Sektor}$$

Innerhalb des Berechnungsverlaufs (siehe Abbildung 3-155) wird überprüft wie groß die Abweichung des mittleren Winkelwerts zu den nach oben und unten grenzenden Winkelwertes ist. Der Winkelwert mit der geringsten Abweichung wird als Ausgangspunkt für die nächste Iteration gewählt. Dabei wird die S-Kurve immer enger gespannt indem das Delta für den Suchabstand durch 1,1 geteilt wird. Diese Teilung konvergiert zwar langsam, sie weist jedoch nicht die Gefahr auf während einer schnellen Konzentration das Minimum zu Überspringen[328]. Wenn die betragsmäßige ermittelte Abweichung kleiner als die Maschinengenauigkeit ist, gilt die Iteration als erfolgreich und wird abgebrochen. Der ermittelte Startwinkel wird negiert, um in die bisherigen Festlegungen zu passen.

Sollte ein Ergebnis einer Berechnung komplex sein, so weist das auf einen nichtvorhandenen Kontakt eines Lagers hin. In diesem Fall wird die Abweichung zu unendlich gesetzt. Am Ende der Iterationsrechnung wird schließlich geprüft, ob alle Abweichungen unendlich sind. Sollte dies der Fall sein, stellt dies die Unfunktionalität des Getriebes dar (z.B.: durch zu hohe Kopfkürzung oder zu hoher Teilungszugabe bei zu geringer Lageranzahl).

---

[325] Gleichungen aus Kapitel 4.2

[326] Bei dieser Methode schwimmen die Fische eine S-Kurve und nähern sich durch das Konzentrationsgefälle des Geruches so schrittweise dem Ziel an

[327] Jeweils die Berührungspunkte auf der linken Seite der Rillenkugellager

[328] Bei einer Teilung durch 2 wird das Minimum übersprungen für hohe Lagerzahlen und kleine Teilungszugaben

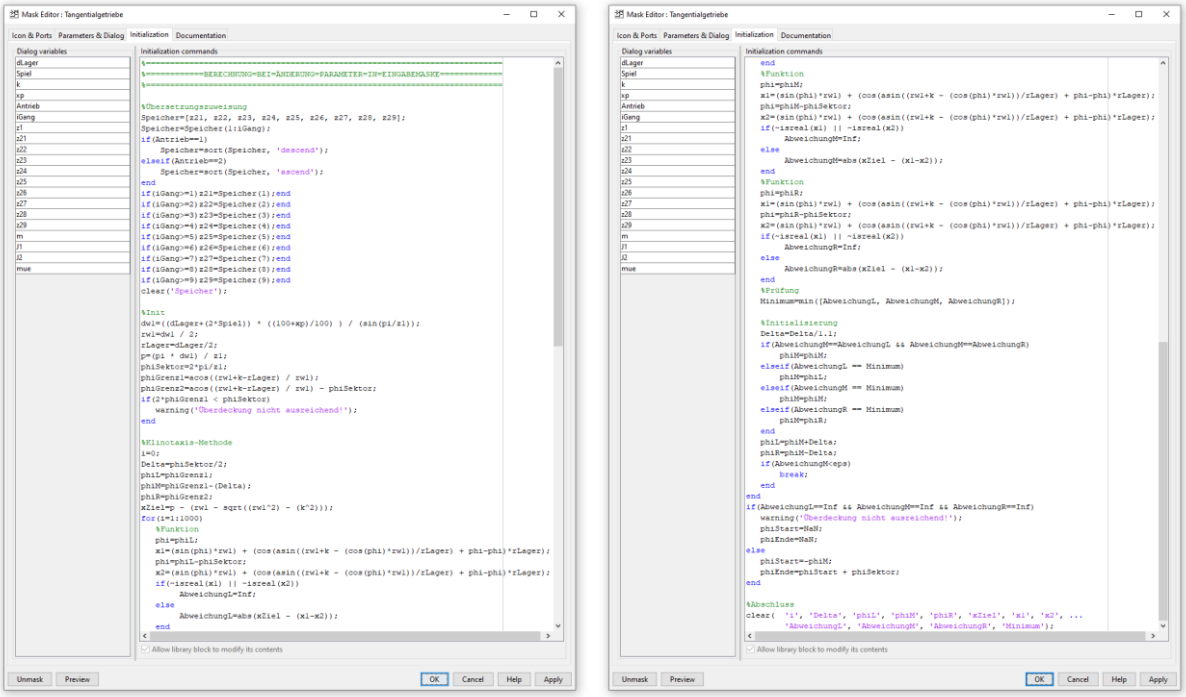


Abbildung 3-155: Zelluläres Modell Tangentialgetriebe – Initialisierung: Numerische Berechnung des Startwinkels für den Eingriff mithilfe der *Klinotaxis*-Methode

Es wird sich entschieden einen *Rapid-Prototype* auf Zellulärer Ebene aufzubauen, um ein Tangentialgetriebe mit Antrieb am Lagerkranz und dem Zahnrad unter der Option mehrerer Zahnräder aufzubauen. Dieses Vorgehen deckt sich nicht mit der Philosophie des „Atomischen Modells“, wird jedoch aus Zeitgründen bevorzugt. Um die Schaltung umzusetzen werden in Abbildung 3-155 die angegebenen Bohrungszahlen für die Zahnräder je nach Antriebseinleitung geordnet. Sie werden derart geordnet, dass der erste Gang stets der Gang mit der niedrigsten Drehzahl ist.

Das Vorgehen ein Modell für beide Antriebsrichtungen zu nutzen liegt in der Berechnung des Lagerkranz-Drehwinkels aus der abgewickelten Umfangsgeschwindigkeit dx/dt eines antreibenden Zahnrades begründet. Folgende Rechnungen zeigen den Versuch den Winkel Φ aus der Translationsgeschwindigkeit x zu errechnen. Die letzte gefundene Formel lässt sich mit den bekannten Methoden nicht zufriedenstellend in *SIMULINK®* implementieren, da sie nur numerisch gelöst werden kann:

$$x = (\sin(\Phi) \cdot r_{w1}) + \left(\cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{r_{w1} + k - (cos(\Phi) \cdot r_{w1})}{r_{Lager}}\right) + \Phi - \Phi\right) \cdot r_{Lager}\right)$$

$$\Rightarrow x = (\sin(\Phi) \cdot r_{w1}) + \left(\pm\sqrt[2]{1 - \left(\frac{r_{w1} + k - (cos(\Phi) \cdot r_{w1})}{r_{Lager}}\right)^2} \cdot r_{Lager}\right)$$

$$\Rightarrow \left(x - (\sin(\Phi) \cdot r_{w1})\right)^2 = \left(1 - \left(\frac{r_{w1} + k - (cos(\Phi) \cdot r_{w1})}{r_{Lager}}\right)^2\right) \cdot {r_{Lager}}^2$$

$$\Rightarrow \left(x - (\sin(\Phi) \cdot r_{w1})\right)^2 = {r_{Lager}}^2 - \left(r_{w1} + k - (cos(\Phi) \cdot r_{w1})\right)^2$$

$$\Rightarrow x^2 - (2 \cdot x \cdot \sin(\Phi) \cdot r_{w1}) + (\sin(\Phi))^2 \cdot {r_{w1}}^2 = {r_{Lager}}^2 - \left(r_{w1} + k - (cos(\Phi) \cdot r_{w1})\right)^2$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow x^2 - (2 \cdot x \cdot \sin(\Phi) \cdot r_{w1}) + (\sin(\Phi))^2 \cdot {r_{w1}}^2 \\ = {r_{Lager}}^2 \\ - \left({r_{w1}}^2 + k^2 + ((cos(\Phi))^2 \cdot {r_{w1}}^2) + (2 \cdot r_{w1} \cdot k) - \left(2 \cdot (cos(\Phi) \cdot {r_{w1}}^2)\right)\right. \\ \left. - \left(2 \cdot k \cdot (cos(\Phi) \cdot r_{w1})\right)\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow x^2 - (2 \cdot x \cdot \sin(\Phi) \cdot r_{w1}) + (\sin(\Phi))^2 \cdot {r_{w1}}^2 \\ = {r_{Lager}}^2 - {r_{w1}}^2 - k^2 - ((cos(\Phi))^2 \cdot {r_{w1}}^2) - (2 \cdot r_{w1} \cdot k) + \left(2 \cdot (cos(\Phi) \cdot {r_{w1}}^2)\right) \\ + \left(2 \cdot k \cdot (cos(\Phi) \cdot r_{w1})\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow x^2 - (2 \cdot x \cdot \sin(\Phi) \cdot r_{w1}) + \left(\frac{1}{2} \cdot (1 - cos(2\Phi)) \cdot {r_{w1}}^2\right) \\ = {r_{Lager}}^2 - {r_{w1}}^2 - k^2 - \left(\frac{1}{2} \cdot (1 + cos(2\Phi)) \cdot {r_{w1}}^2\right) - (2 \cdot r_{w1} \cdot k) \\ + \left(2 \cdot (cos(\Phi) \cdot {r_{w1}}^2)\right) + \left(2 \cdot k \cdot (cos(\Phi) \cdot r_{w1})\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow x^2 - (2 \cdot x \cdot \sin(\Phi) \cdot r_{w1}) + \left(\frac{1}{2} \cdot {r_{w1}}^2\right) - \left(\frac{1}{2} \cdot cos(2\Phi) \cdot {r_{w1}}^2\right) \\ = {r_{Lager}}^2 - {r_{w1}}^2 - k^2 - \left(\frac{1}{2} \cdot {r_{w1}}^2\right) - \left(\frac{1}{2} \cdot cos(2\Phi) \cdot {r_{w1}}^2\right) - (2 \cdot r_{w1} \cdot k) \\ + \left(2 \cdot (cos(\Phi) \cdot {r_{w1}}^2)\right) + \left(2 \cdot k \cdot (cos(\Phi) \cdot r_{w1})\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow x^2 - (2 \cdot x \cdot \sin(\Phi) \cdot r_{w1}) + \left(\frac{1}{2} \cdot {r_{w1}}^2\right) \\ = {r_{Lager}}^2 - {r_{w1}}^2 - k^2 - \left(\frac{1}{2} \cdot {r_{w1}}^2\right) - (2 \cdot r_{w1} \cdot k) + \left(2 \cdot (cos(\Phi) \cdot {r_{w1}}^2)\right) \\ + \left(2 \cdot k \cdot (cos(\Phi) \cdot r_{w1})\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow x^2 - (2 \cdot x \cdot \sin(\Phi) \cdot r_{w1}) + {r_{w1}}^2 \\ = {r_{Lager}}^2 - {r_{w1}}^2 - k^2 - (2 \cdot r_{w1} \cdot k) + \left(2 \cdot (cos(\Phi) \cdot {r_{w1}}^2)\right) \\ + \left(2 \cdot k \cdot (cos(\Phi) \cdot r_{w1})\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow x^2 - (2 \cdot x \cdot \sin(\Phi)) \cdot r_{w1} \\ = {r_{Lager}}^2 - \left(2 \cdot {r_{w1}}^2\right) - k^2 - (2 \cdot r_{w1} \cdot k) + \left(2 \cdot (cos(\Phi) \cdot {r_{w1}}^2)\right) \\ + \left(2 \cdot k \cdot (cos(\Phi) \cdot r_{w1})\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \frac{x^2}{r_{w1}} - (2 \cdot x \cdot \sin(\Phi)) \\ = \frac{{r_{Lager}}^2 - k^2}{r_{w1}} - (2 \cdot r_{w1}) - (2 \cdot k) + \left(2 \cdot r_{w1} \cdot (cos(\Phi))\right) + \left(2 \cdot k \cdot (cos(\Phi))\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow -(2 \cdot x \cdot \sin(\Phi)) - \left(2 \cdot r_{w1} \cdot (cos(\Phi))\right) - \left(2 \cdot k \cdot (cos(\Phi))\right) \\ = \frac{{r_{Lager}}^2 - k^2}{r_{w1}} - \left(2 \cdot (k + r_{w1})\right) - \frac{x^2}{r_{w1}}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow (2 \cdot x \cdot \sin(\Phi)) + \left(2 \cdot r_{w1} \cdot (cos(\Phi))\right) + \left(2 \cdot k \cdot (cos(\Phi))\right) = \left(2 \cdot (k + r_{w1})\right) - \frac{{r_{Lager}}^2 - k^2 - x^2}{r_{w1}}$$

$$\Rightarrow (x \cdot \sin(\Phi)) + (r_{w1} \cdot cos(\Phi)) + \left(k \cdot (cos(\Phi))\right) = (k + r_{w1}) - \frac{{r_{Lager}}^2 - k^2 - x^2}{2 \cdot r_{w1}}$$

$$\Rightarrow (x \cdot \sin(\Phi)) + cos(\Phi) \cdot (r_{w1} + k) = (k + r_{w1}) - \frac{{r_{Lager}}^2 - k^2 - x^2}{2 \cdot r_{w1}}$$

$$\Rightarrow cos(\Phi) + \left(\frac{x}{r_{w1} + k} \cdot \sin(\Phi)\right) = 1 - \frac{\frac{{r_{Lager}}^2 - k^2 - x^2}{2 \cdot r_{w1}}}{r_{w1} + k}$$

Für den initialen Startwert $x_0 = 0$ lässt sich der erste Winkel des Lagerkranzes nach folgendem Sonderfall der Formel errechnen. Dabei kann der Winkel negiert werden, um den bisherigen geometrischen Vereinbarungen treu zu bleiben.

$$\Phi_{x=0} = [-] \cos^{-1}\left(1 - \frac{\frac{{r_{Lager}}^2 - k^2 - 0^2}{2 \cdot r_{w1}}}{r_{w1} + k}\right)$$

Um den Winkel numerisch zu iterieren kann er mit folgender Formel ermittelt werden. Eine Umkehr des Vorzeichens sollte erst zum Schluss der Iteration vorgenommen werden. Andernfalls ist zu prüfen wie der Sinusterm vom Vorzeichen behandelt werden muss.

$$[-]\left(\Phi = \cos^{-1}\left(1 - \frac{\frac{{r_{Lager}}^2 - k^2 - x^2}{2 \cdot r_{w1}} - (x \cdot \sin(\Phi))}{r_{w1} + k}\right)\right)$$

Da ein Versuch der Implementierung in *SIMULINK®* nicht exakt genug war, wird mit einem Trick gearbeitet. Der Trick sieht vor, dass das Tangentialgetriebe immer mit antreibendem Lagerkranz berechnet wird. Im Fall eines antreibenden Zahnrades wird schlicht eine Manipulation der Eingangsparameter Moment M_1; Drehzahl n_1 und Faktorisierte Übersetzung Πi_1 vorgenommen:

$$M_1 = M_{1Eingang} \cdot \frac{1}{z_2/z_1} \qquad n_1 = n_{1Eingang} \cdot \frac{z_2/z_1}{1} \qquad \Pi i_1 = \Pi i_{1Eingang} \cdot \frac{1}{z_2/z_1}$$

Zur Korrektur dieser Manipulation muss am Ausgang ein Ausgleich an den Ausgangsparametern Moment M_2; Drehzahl n_2 und Faktorisierte Übersetzung Πi_2 erfolgen:

$$M_2 = M_{2errechnet} \cdot \frac{1}{z_2/z_1} \qquad n_2 = n_{2errechnet} \cdot \frac{z_2/z_1}{1} \qquad \Pi i_2 = \Pi i_1 \cdot \left(\frac{z_2/z_1}{1}\right)^2$$

In Abbildung 3-156 sind die Bibliotheksmodelle der Tangentialgetriebestufen abgebildet. Dabei wird keine Lagerung der Wellen implementiert. Diese ist im Modell in Kapitel 3.2.4.16 untergebracht. Die Modelle in Abbildung 3-156 links sind von der inneren Berechnungsstruktur vollkommen identisch. Die Berechnung wird intern mit der Angabe des Antriebselements in Abbildung 3-156 rechts (Reiter Übersetzung) entsprechend gesteuert.

In der Konfiguration wird eine Kopfkürzung von 0mm parametriert und das obwohl eine Kopfkürzung von -2mm (Kopferhöhung vorliegt)[329]. Kopfkürzung sollte nicht eingesetzt werden, da diese das Antriebsverhalten verschlechtert. Alternativ zur Kopfkürzung liegt die Teilungszugabe x_p zur Erhöhung der Festigkeit als Mittel vor. Die gewählte Teilungserhöhung um 30% ist minimal. Im Bereich der Ketten liegen Teilungserhöhung von 60% vor (siehe Kapitel 4.3). Die Angabe des Spiels von 50µm ist willkürlich und soll ein „Einklicken" der Lageraußenringe in die Verzahnung verhindern. Das Spiel hat einen verhältnismäßig geringen Einfluss. Der Lagerdurchmesser hat keinen Einfluss auf die Berechnung. Sein Einfluss ist indirekt, da über die Anzahl der Lager der Teilkreisdurchmesser bestimmt wird. Bei einem vorgegebenen Teilkreisdurchmesser wird mit dem Lagerdurchmesser und der Teilungszugabe die Anzahl an Lagern festgelegt. Die Anzahl der Lager auf dem Lagerkranz hat den maßgeblichen Einfluss auf die Berechnungsergebnisse.

Der Reibbeiwert in Abbildung 3-156 rechts ist für ein optimal geschmiertes System mit *EP-AW*-Zusätzen gewählt. Aus Abbildung 2-33 geht aus den Gleitreibungswerten von Lagern hervor, dass ein Wert von 0,15 erreichbar ist. Dies wird durch die Angaben in Kapitel 2.6 für gut geschmierte Ketten bestätigt. Die Angabe eines Reibbeiwertes von 0,2026 ist hingegen empirischer Natur[330] und kann weitere Einflüsse beinhalten.

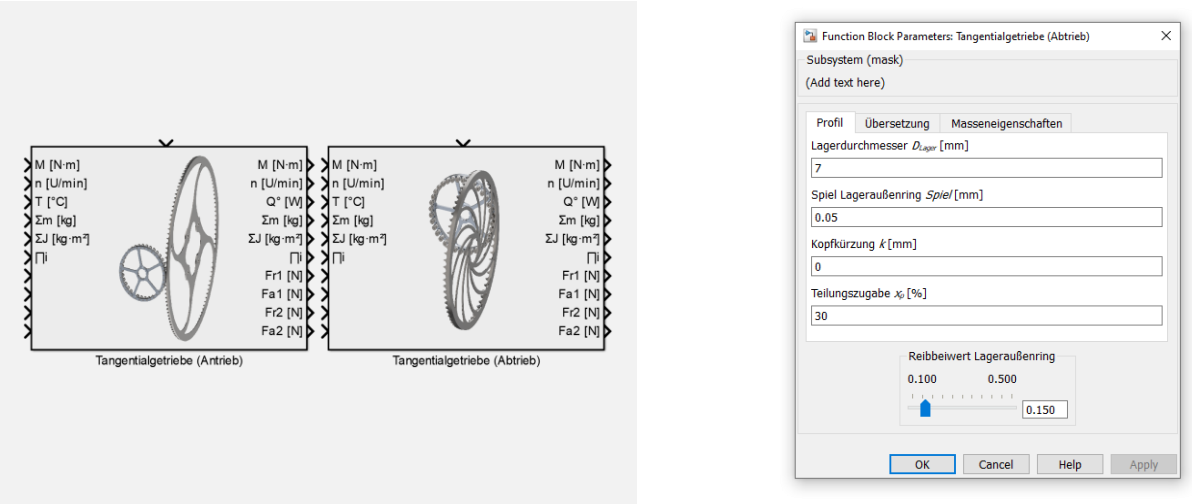


Abbildung 3-156:Bibliotheksmodell Tangentialgetriebe mit äußeren Schnittstellen (links) und innerer Parametrierung (rechts)

Auf der Oberseite der Modelle befindet sich ein Schalteingang, um verschiedene Zahnstufen schalten zu können. Die Angabe der Übersetzung-bildenden Bohrungszahlen werden im Reiter „Übersetzung" unter Angabe der verfügbaren Gänge dynamisch angeboten und in der Initialisierung (siehe Abbildung 3-155) geordnet.

---

[329] Da die Kopferhöhung jedoch mit einer gleich großen Rundung versehen ist, hat sie keinen Einfluss auf das Antriebsverhalten. Sie dient nur dem Abschalten der Kantenbruchgefahr.

[330] Die Zahl wird durch die Maskierung der Realmessdaten mit einem vereinfachten physikalischen Modell ermittelt

In Abbildung 3-157 ist das Innenleben der Modelle aufgezeigt. Die grau-farbenen Steuerblöcke auf der linken (Eingang) und rechten (Ausgang) Seite steuern die Manipulation der Signalpfade mithilfe der Übersetzung in Abhängigkeit der Angabe wie die Tangentialgetriebestufe angetrieben wird. Mit dem großen grauen Block oben links werden die Bohrungszahlen auf die Übersetzungsvariable z_2 zugeordnet. Der von außen zugeführte Gang wird dabei auf die Angabe der maximalen Gangzahl begrenzt. Da das Leistungsverhalten des Tangentialgetriebe aufgrund der hohen Lager- und Bohrungszahlen sehr fein zeitstrukturiert ist, kann die Drehzahl mittels Schalter gemittelt werden. Eine Detailuntersuchung muss mit sehr feiner Schrittweite vorgenommen werden, wenn normale Drehzahlen gefahren werden. Für eine Kennfeldabbildung ist es unerlässlich die Drehzahl zu mitteln, da die Drehzahlgradienten extrem werden können.

Der mittig platzierte lang gestreckte Pfad behandelt die Gleichungen welche sich aus dem Eingangswinkel ableiten. Der Eingangswinkel wird hierfür in Φ_z integriert und in die Dreiecksform[331] (siehe Abbildung 3-154) Φ übersetzt. Aus dem manipulierten Eingangswinkel ergeben sich der Lagerwinkel φ, aus welchem die Lagerdrehzahl[332] abgeleitet wird, und die abgerollte Strecke x. An dieser Stelle ergeben sich in einem nach oben ragenden Zweig die geometrischen Kräfte aus Φ und φ (siehe Kapitel 4.2). Die abgerollte Strecke x ist Grundlage für die Ableitung der Drehzahl des Zahnrades. Hierfür muss jedoch eine Korrektur vorgenommen werden.

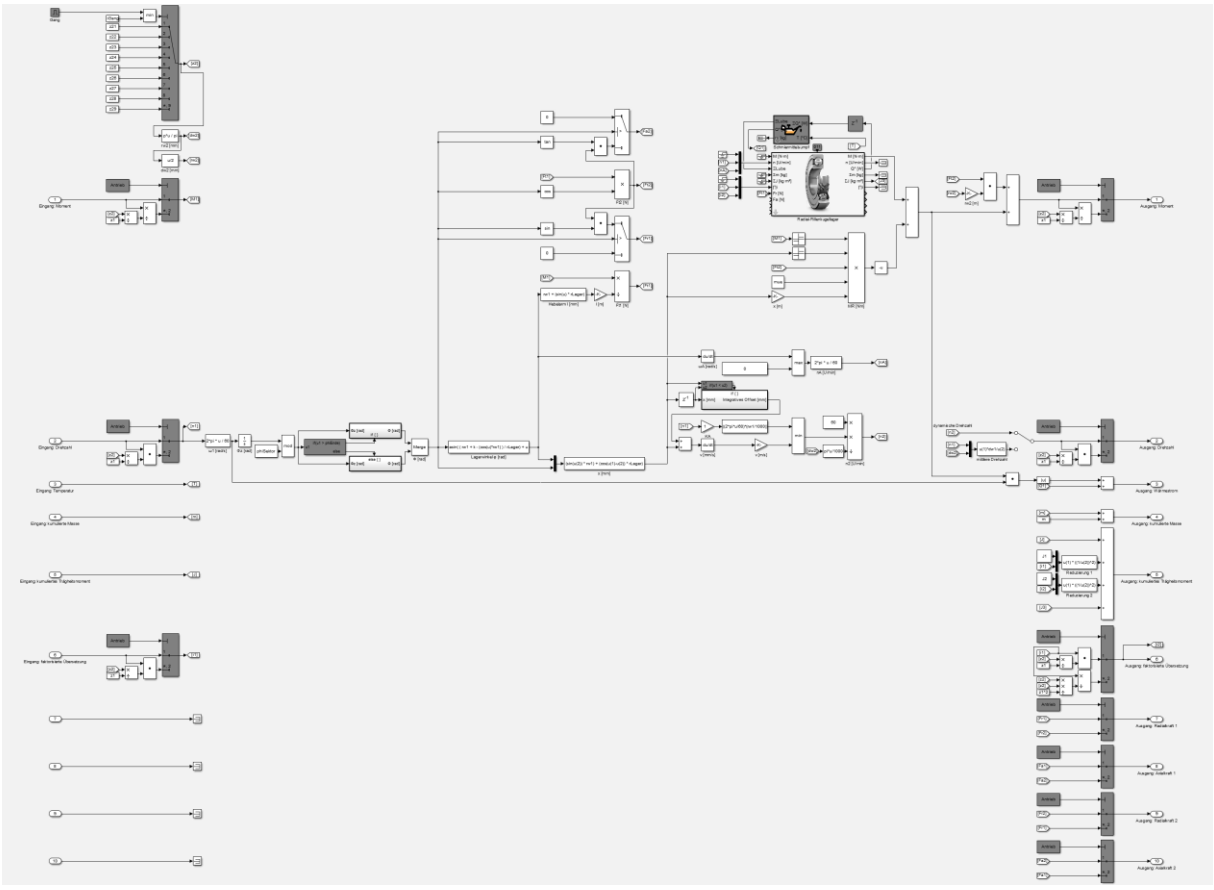


Abbildung 3-157:Bibliotheksmodell Tangentialgetriebe – Innenleben

[331] „Dreiecksform“ gilt nur für konstante Eingangsdrehzahl

[332] Die Lagerdrehzahl wird unterhalb Null abgeschnitten. Das wird auf diese Weise vorgenommen, da mit einem Lagermodell alle Lager beschrieben werden. Eine Nulldrehzahl erzeugt ein stark erhöhtes Anlaufreibmoment (siehe Kapitel 2.3). Dieses sollte nicht untergehen. Erst die Berechnung mit geringer Schrittweite offenbart den Effekt regelmäßig

Die erste Manipulation umfasst das integrative Aufsummieren eines Wegoffsets bei Neueingriff eines weiteren Lagers. Das Berechnungsmodell (siehe Abbildung 4-6) hat nur einen Gültigkeitsbereich für einen einzigen Lagereingriff, aus welchem Grund in Abbildung 3-154 eine Manipulation des Eingangswinkels vorgenommen wird. Das Subsystem in Abbildung 3-158 wird immer erst dann ausgeführt, wenn der letzte Wert von x, nämlich $x_{(z-1)}$ kleiner als der aktuelle Wert $x_{(z)}$ ist. In diesem Fall wird das letzte zwischengespeicherte Offset (initial 0) um den Wert $x_{(z-1)}$ erhöht und zur Aufsummation nach außen zur Verfügung gestellt.

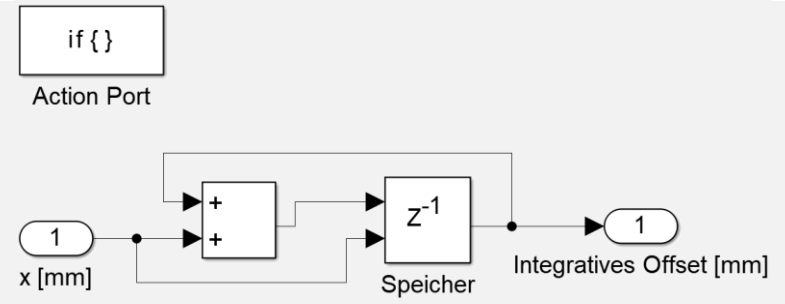


Abbildung 3-158:Bibliotheksmodell Tangentialgetriebe – Innenleben Ebene 2 – Integratives Offset

Nach Ableitung der Geschwindigkeit aus dem Weg muss eine zweite Manipulation erfolgen, da eine Unstetigkeit bei einem Lagereingriffswechsel stattfindet. In Abbildung 4-5 ist nachzuvollziehen, dass die Tangentialgeschwindigkeit mit dem Eingriff über den Lageraußenring-Radius abfällt. Bei einem Eingriffswechsel wird stoßartig die Geschwindigkeit wieder angehoben. Die Änderung der Geschwindigkeit führt zu einem Wert gegen Unendlich. Es ist keine Lösung gefunden worden diesen Stoß im Drehzahlverhalten beizubehalten und unabhängig von der Schrittweite auf einen positiven Überschwinger zu begrenzen, da die Methoden von *SIMULINK®* Schrittweiten-basiert sind. Die Gefahr wäre zu groß, eine Fehlinterpretation von Ergebnissen zu ermöglichen, wenn durch eine Schrittverfeinerung eine genauere Betrachtung vorgenommen werden soll.

Ein einfacher Ansatz über die Beschneidung mit einem Anwendungsfaktor führt zum Ziel. Dieser benötigt jedoch die relative Änderung des Signals und nicht den Absolutwert. Aus zeitlichen Gründen wird der Anwendungsfaktor zu 1 gesetzt und mit der mittleren idealen Tangentialgeschwindigkeit multipliziert. Werte oberhalb werden abgeschnitten (siehe Abbildung 3-159).

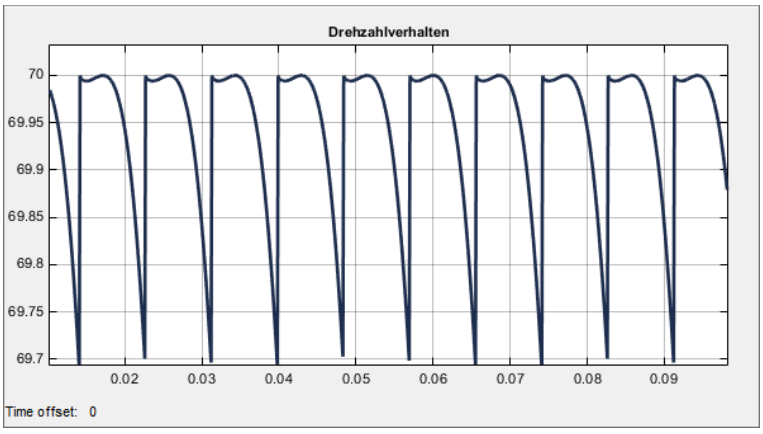


Abbildung 3-159:Tangentialgetriebe – Drehzahlverhalten. Beschnittene überspringende Sprünge bei Eingriffwechsel eines Lagers

Das Lagermoment und Gleitreibungsmoment wird vom Tangentialkraft-bildenden Moment abgezogen.

In Abbildung 3-160 ist der Wirkungsgradverlauf des Tangentialgetriebestufenpaares dargestellt. Die Ergebnisse auf der linken Seite der Abbildung resultieren bei einer Schrittweite von 0.000001s. Da die Ergebnisse schlecht auswertbar sind, werden folgende Berechnungen ausschließlich mit der mittleren Drehzahl vorgenommen (siehe Ergebnisse auf der rechten Seite). Die Ergebnisse sind mit einer Schrittweite von 0.00001s aufgenommen worden. Bei 100U/min tritt dabei eine Art Auslöschungseffekt auf. In gestrichelter Linie ist der fließende Mittelwert des Wirkungsgrades dargestellt. Dieser scheint von dem Auslöschungseffekt nur gering beeinflusst zu werden. Der fließende Mittelwert liegt stabil geringer als das Dichtezentrum der Schwingung vermuten lässt. Der Wirkungsgrad weist keine spürbare Drehzahlabhängigkeit auf.

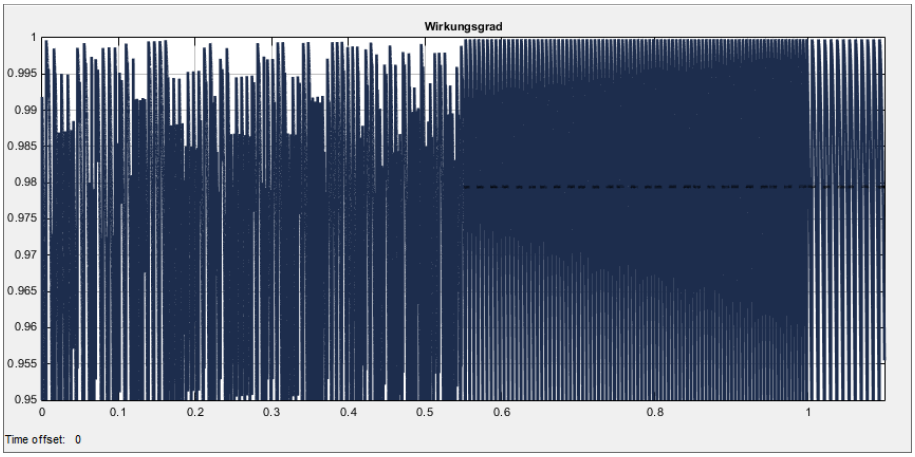


Abbildung 3-160: Wirkungsgrad der zwei konfigurierten Tangentialgetriebestufen unter Durchfahrung eines Drehzahlbandes von 60U/min bis 110U/min mit voller Anstrengung durch einen 50%-Perzentil-Mann. Reales Wirkungsgradverhalten (links) und Wirkungsgradverhalten mit gemittelter Drehzahl (rechts). Fließender Mittelwert des Wirkungsgradverhalten mit gemittelter Drehzahl in gestrichelter Linie (rechts)

Aufgrund der kritischen Auslegung der peripheren Batterie an Lagern in Kapitel 4.4 wird der massive Einfluss des geometrischen Wirkungsgrades (siehe Abbildung 4-8) und des Gleitreibung-Hebelarms in Abbildung 3-161 präsentiert. Die Einstellung des Wirkungsgrades stellt damit eine Kostenfunktion mit der Haltbarkeit des Getriebes dar. Der Einsatz von Vollkeramiklagern kann helfen Lagerschäden vorzubeugen. Diese müssen jedoch geschmiert sein. Die Blitztemperatur ist zu beachten. Der keramische Lageraußenring hilft Risse im Zahnkontakt glatt zu walzen und kaltzuverschweißen, wobei die Werkstoffpaarung nicht zur Verschweißung neigt. Das Zahnrad ist aus vergütetem Stahl härtbarem zu fertigen oder wenn möglich entsprechend nachträglich zu härten

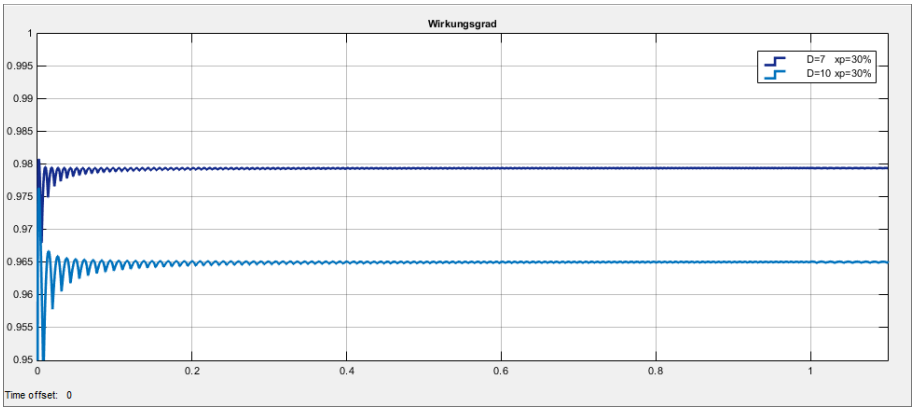


Abbildung 3-161: Fließende Mittelwerte des Wirkungsgradverhaltens mit selber Belastungssituation wie in Abbildung 3-160. Dunkelblaue Kurve für vorliegende Konfiguration mit 7mm Lageraußendurchmesser. Hellblaue Kurve für Konfiguration mit angepasster Lagertragfähigkeit bei einem Lageraußendurchmesser von 10mm

Aufgrund des Prüfstandskonzeptes (siehe Kapitel 3.2.4.4) zu jedem Zeitschritt eine Momentaufnahme der Prüfkomponente aufzunehmen und nicht etwa über eine Reihe von Aufnahmewerten einen Mittelwert zu bilden, eignet sich das Modell nicht für den Prüfstand (siehe Abbildung 3-162).

Es ist abzulesen das keine wesentliche Drehzahlabhängigkeit oder Lastabhängigkeit vorliegt. Die Lager, welche für den Antrieb genutzt werden weisen diese Abhängigkeiten zwar auf, jedoch ist der Verlustanteil aus der geometrischen Wandlung der Tangentialkraft und der Gleitreibungsanteil bedeutend stärker.

Folgende Untersuchungen müssen von einem Wirkungsgrad von 97,92% ausgehen. Der Verlauf der Axial- und Radialkräfte ist linear abhängig vom Eingangsmoment. Folgende Lineare Funktionen können angewandt werden:

$$F_{a1} \approx M_1 \cdot \frac{10{,}2N}{100Nm}$$

$$F_{r2} \approx M_1 \cdot \frac{-3{,}1N}{100Nm}$$

$$F_{r3} \approx M_1 \cdot \frac{97{,}92\%}{100\%} \cdot F_{a1} = M_2 \cdot \frac{97{,}92\%}{100\%} \cdot \frac{10{,}2N}{30Nm}$$

$$F_{a4} \approx M_1 \cdot \frac{97{,}92\%}{100\%} \cdot \frac{-3{,}1N}{100Nm} = M_2 \cdot \frac{97{,}92\%}{100\%} \cdot \frac{-3{,}1N}{30Nm}$$

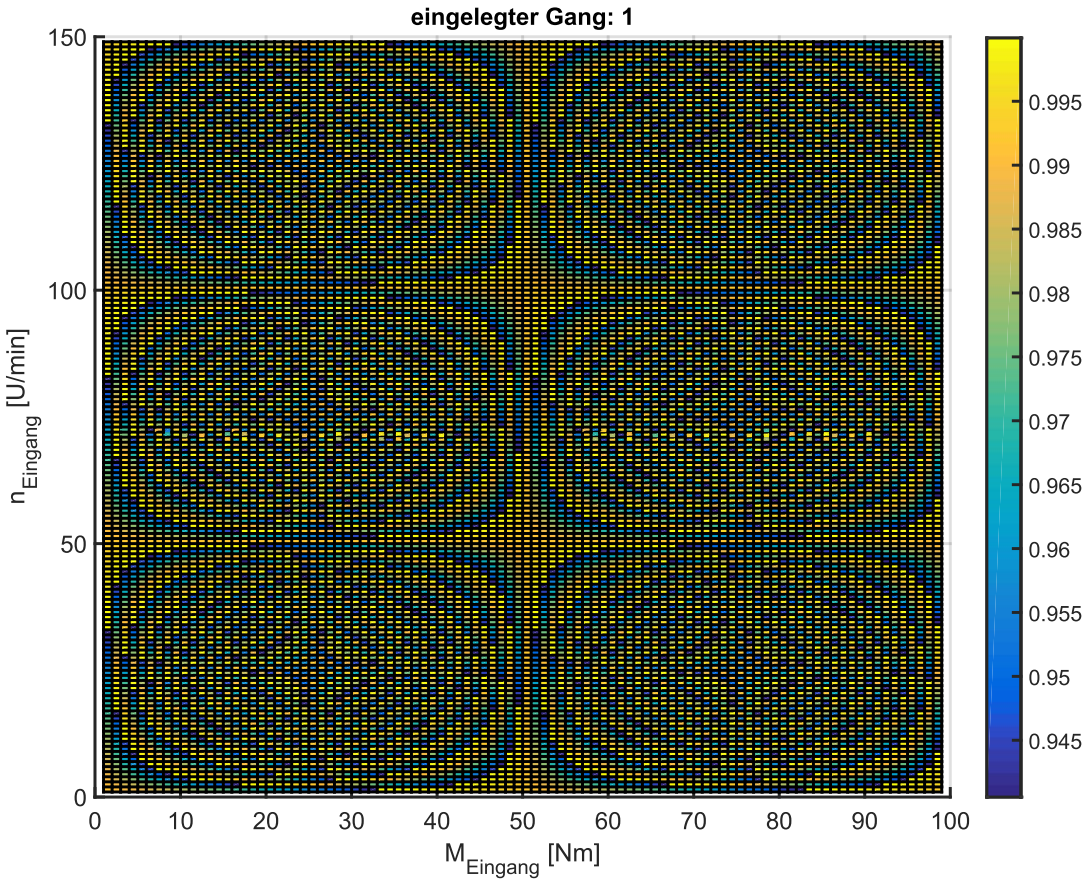


Abbildung 3-162:gescheitertes Wirkungsgradkennfeld des Tangentialgetriebepaars

3.2.4.16 Zelluläres Modell: Achsgetriebe – Gelenkwellen

In Abbildung 3-163 sind die Modelle der Gelenkwellen abgebildet. Beide Modelle sind fast identisch aufgebaut und können gemeinsam abgehandelt werden. Sie weisen beide den Einsatz von Tripodengelenken auf. In der Antriebswelle liegt ein einfaches Tripodengelenk und ein elastisches Kleinwinkelgelenk (z.B.: *Hardy-Scheibe*) vor; in den Antriebswellen liegt ein doppeltes Tripodengelenk vor. Neben den Standard-Ein- und Ausgängen werden in die Gelenkwellen die äußeren radialen und axialen Kräfte auf die Lagerungen eingeführt (siehe Abbildung 3-163 links). In der Parametrierung können die Reibverluste maßgeblich mit dem Reibbeiwert gesteuert werden.

Im Modell der Antriebsachse hat die Angabe eines statischen Wirkungsgrades für das elastische Kleinwinkelgelenk direkten Einfluss auf die Verluste. Es muss der Lagerabstand der Fest-Los-Lagerung am Abtrieb und die freie Wellenlänge am Abtrieb angegeben werden. Der Einfluss ist jedoch verschwindend gering. Im Modell der Abtriebsachsen müssen die axialen Vorspannungen der zweireihigen Schrägkugellager an den Radachsen und am Schrägkugellager, welches das Verteilergetriebe lagert, eingegeben werden.

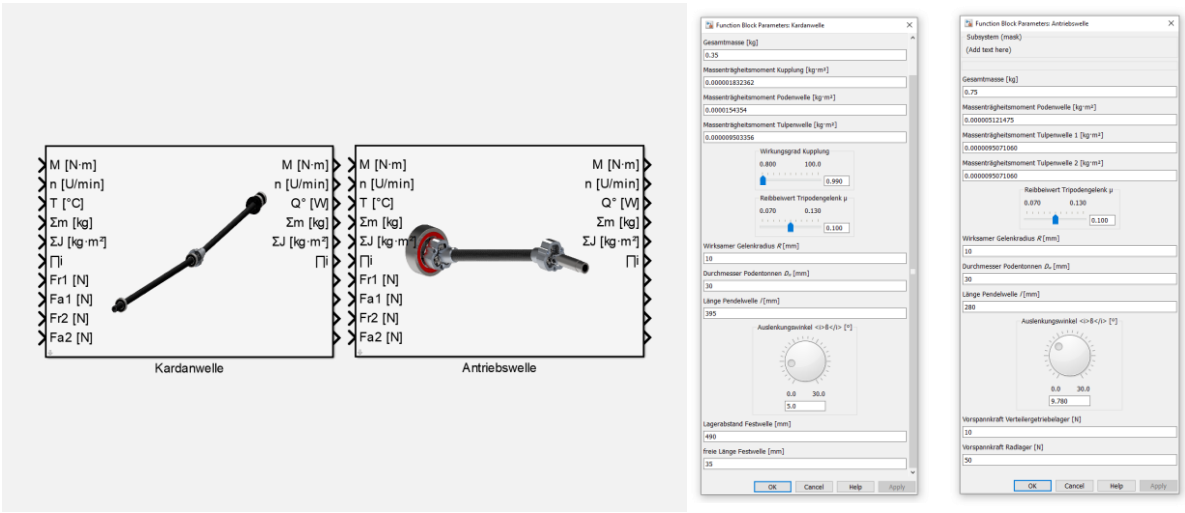


Abbildung 3-163:Bibliotheksmodelle der Gelenkwellen mit äußeren Schnittstellen (links) und innerer Parametrierung (rechts)

Aufgrund von zeitlicher Ressourcenknappheit wurde die sehr weit vorangeschrittene Entwicklung der Reibungsberechnung in Kapitel 2.4.3 abgebrochen. Deswegen wird an dieser Stelle eine statische Rechnung aus den Erkenntnissen gepresst. Abbildung 2-63 ist zu entnehmen, dass das resultierende Lagerreaktionsmoment quer zur Wellenachse einer Oszillation unterworfen ist, welche Ähnlichkeit mit der Drehzahlschwankung aufweist. Das resultierende Belastungsmoment wird im vorliegenden Fall von 30° Auslenkung und 1Nm Antriebsmoment treffend mit der folgenden Beziehung beschrieben:

$$M_{Lagerung,res} = M_1 \cdot \tan\left(\frac{\beta}{2}\right)$$

Das umlaufende Lagermoment quer zur Tripodenwelle kann über den Hebelarm der pendelnden Welle wirkend in einen axialen und radialen Anteil aufgeteilt werden. Dabei wird der radiale Anteil aus Sicht der Tulpenwelle aufgenommen, während der aus Sicht der Podenwelle axiale Anteil aus den restlichen Kraftrichtungskomponenten als rückwirkende Zusatzkraft entsteht. Der radiale Kraftanteil verteilt sich auf die Lagerung der Tulpenwelle (hier Fest-Los-gelagerte Welle).

$$F_{a,Pendelwelle} = \frac{M_1 \cdot \tan\left(\frac{\beta}{2}\right)}{l_{Pendelwelle}} \cdot \left[\frac{1000mm}{1m}\right] \cdot \tan(\beta)$$

$$F_{R1,Festwelle} = \frac{M_1 \cdot \tan\left(\frac{\beta}{2}\right)}{l_{Pendelwelle}} \cdot \left[\frac{1000mm}{1m}\right] \cdot \cos(\beta) \cdot \frac{l_{Festwelle}}{l_{Lagerabstand}}$$

$$F_{R2,Festwelle} = \frac{M_1 \cdot \tan\left(\frac{\beta}{2}\right)}{l_{Pendelwelle}} \cdot \left[\frac{1000mm}{1m}\right] \cdot \cos(\beta) - F_{R1}$$

Die Leistungsverluste am Tripodengelenk werden vom Moment über den Wirkungsgrad η abgezogen. Für die Berechnung werden der Positionierungsradius der Podentonnen (wirksamer Gelenkradius R) und der Durchmesser der sphärisch geformten Podentonnen D_w benötigt. Für die Berechnung der Drehzahlschwankungen wird die Länge der Pendelwelle l benötigt: in vorliegenden Fällen die Länge der Podenwelle.

$$\eta = 1 - 6 \cdot \mu \cdot \left(\frac{1 - \cos(\beta)}{\pi \cdot \cos(\beta)} + \frac{\xi \cdot (1 - \cos(\beta))}{\pi \cdot (1 + \cos(\beta))}\right)$$

$$mit\ \xi = \frac{D_w/2}{3 \cdot R}$$

$$mit\ \mu \approx 0{,}07 \ldots 0{,}13$$

$$\omega_2 = \omega_1 - 3 \cdot A \cdot cos(3 \cdot \varphi_1) \cdot \omega_1$$

$$mit\ A = \frac{R}{2 \cdot l} \cdot \left(\tan\left(\frac{\beta}{2}\right)\right)^2 \cdot \tan(\beta)$$

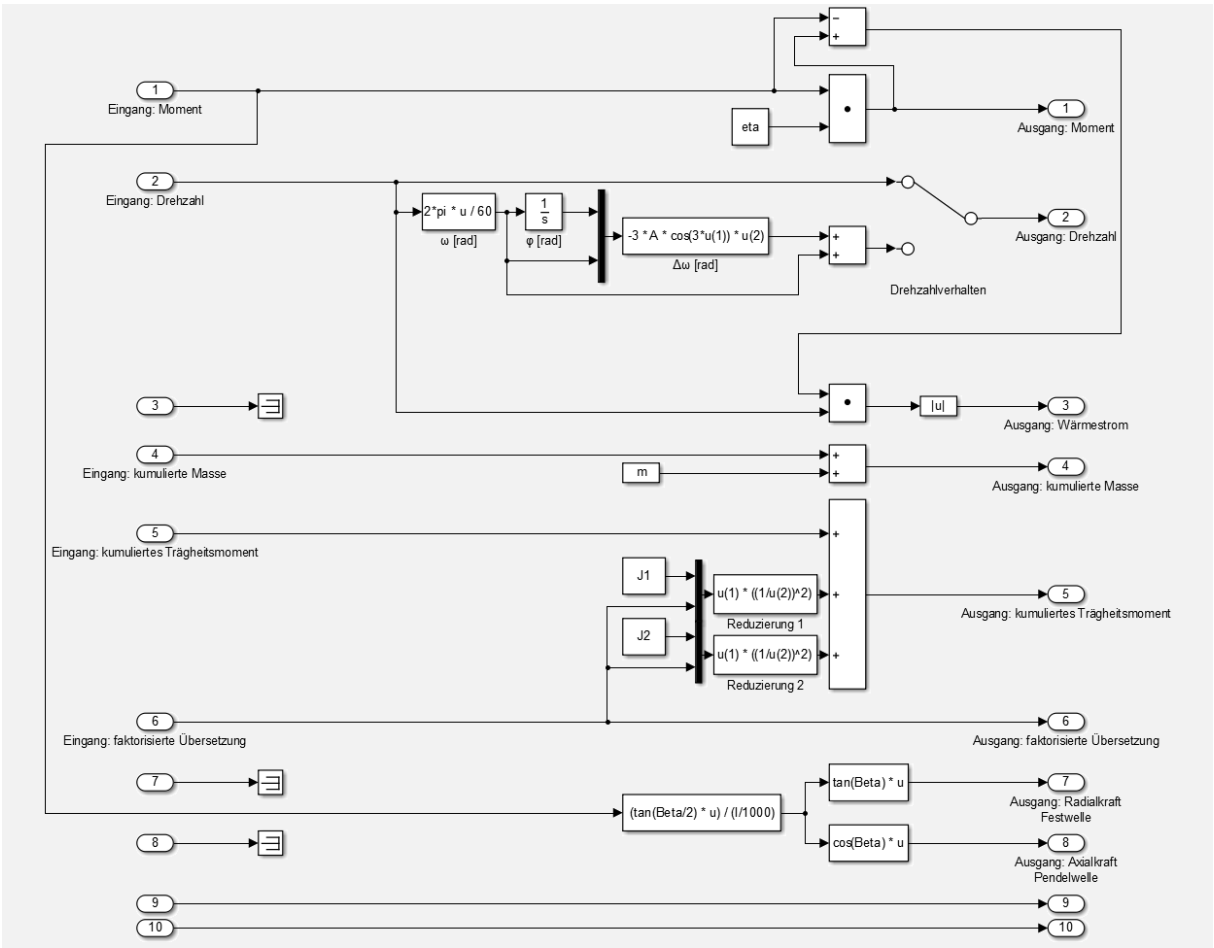


Abbildung 3-164:Bibliotheksmodul Tripodengelenk auf Ebene 2 – Innenleben

In Abbildung 3-165 ist die „Zelluläre Verkettung“ der Komponenten dargestellt. Die Modelle sind fast identisch aufgebaut. Im Fall der Antriebswelle werden zwei Tripodengelenke eingesetzt. Diese Maßnahme löscht die Drehzahlschwankung aus, sodass ein idealer Gleichlauf in der Leistung vorliegt. Für die Berechnung bedeutet, dass das die Podenwelle von 2 Tulpen geteilt wird. Dementsprechend wird nur jeweils ein halbes Massenträgheitsmoment in der Kumulation verwendet.

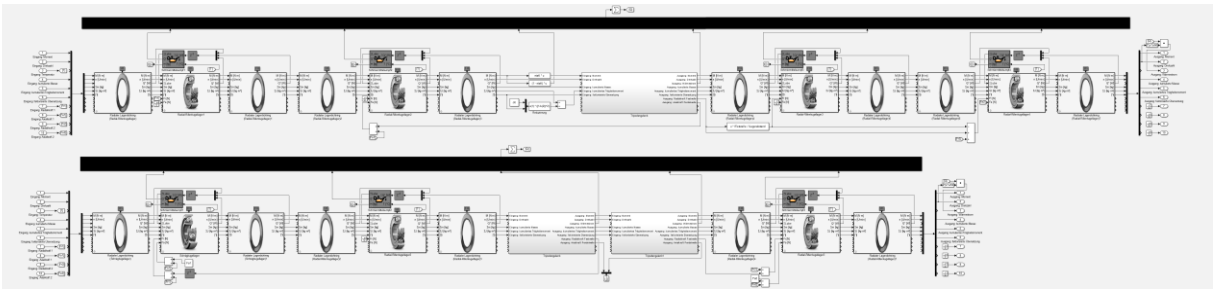


Abbildung 3-165:Bibliotheksmodell Kardanwelle – Innenleben (oben) und Antriebswelle – Innenleben (unten)

In Abbildung 3-166 ist der Wirkungsgrad der beiden Gelenkwellen dargestellt. Es ist bemerkenswert wie gut der Wirkungsgrad der beiden Antriebswellen ist, da diese über jeweils ein doppeltes Tripodengelenk verfügen, welches unter der Annahme einer Spurweite von 900mm und einem Gelenkhöhenausgeleich von 50mm belastet wird. Die Antriebswelle verfügt über ein schweres vorgespanntes zweireihiges Schrägkugellager (Radlager) und zwei leicht vorgespannte Schrägkugellager (Lagerung Welle).

Die Verluste welche durch ein elastisches Kleinwinkelgelenk wie eine *Hardyscheibe* entstehen sind unklar und wirken starr parametriert mit 1% Verlust. Die elastischen Elemente werden in der Regel nur für kleine Winkelversätze (z.B.: bis 3 Grad) angeboten, da die Hysteresewärme bei größeren Auslenkungen das Material schädigt. Aus dieser Information heraus wird angenommen, dass der Wirkungsgrad eines solchen Elements eher niedriger anzusiedeln ist. Auf der anderen Seite sind die Pendelbewegungen entlang der Wellenlänge von knapp 40cm bei einer Gelenkauslenkung von 5° äußerst gering.

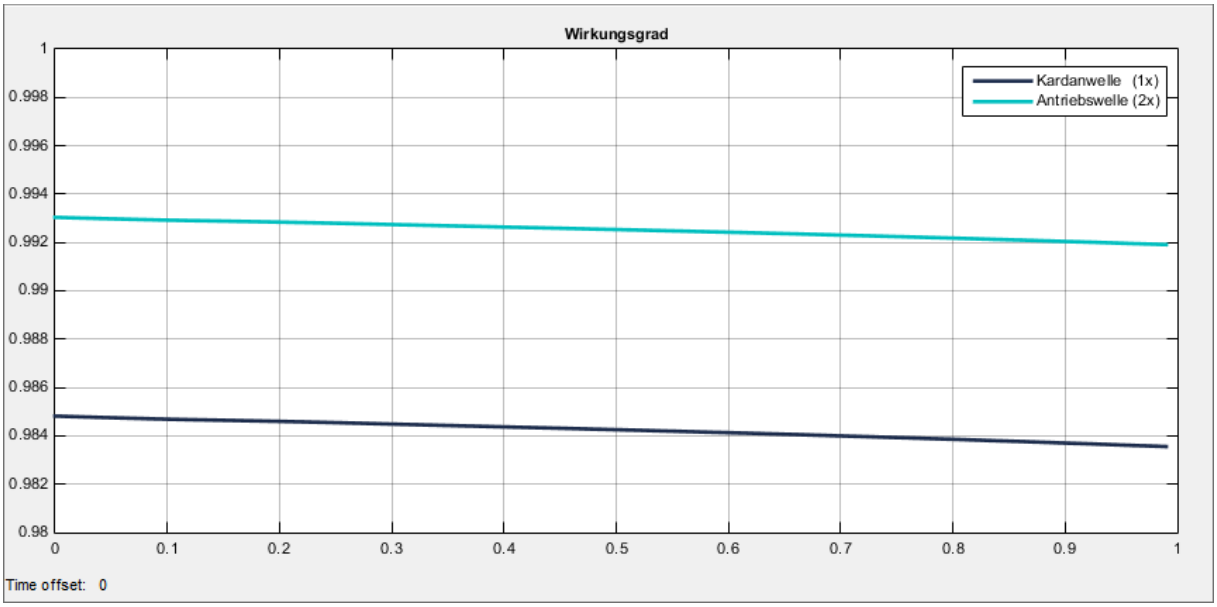


Abbildung 3-166:Wirkungsgrad der Gelenkwellen. Belastungsfreie Untersuchung. Absinken des Wirkungsgrades unter Beaufschlagung von Radaufstandskräften und Antriebsreaktionen nur äußerst gering

3.2.4.17 Zelluläres Modell: Verteilergetriebe – Samagaga

Das Verteilergetriebe hat die Aufgabe die Antriebsleistung auf beide hinteren Antriebsachsen zu übertragen und aufzuteilen. Das gesamte Getriebe dreht sich während Geradeausfahrten mit. Dabei entstehen keine inneren relativen Drehbewegungen. Da Kurvenfahrten in den bisherigen Prüfungen nicht vorgesehen sind, ist eine Modellierung des Verhaltens nicht notwendig. Es kann mittels Tabelle 60 abgeschätzt werden, dass ein Wirkungsgrad um 92% vorliegen könnte, je nachdem wie groß die Drehzahl und die Last ist.

In Abbildung 3-167 ist das Bibliotheksmodell und die innere Berechnungsstruktur dargestellt. Das Modell verfügt über einen nicht weiter genutzten Schalteingang, welcher dafür genutzt werden könnte eine von außen auferlegte Differentialsperre zu implementieren. Potentiell könnte an das Getriebe auch ein Bremsmomenteingang implementiert werden. Bremsbetrachtungen werden jedoch in der bisherigen Modellbetrachtung (siehe Kapitel 3.2.1) nicht berücksichtigt.

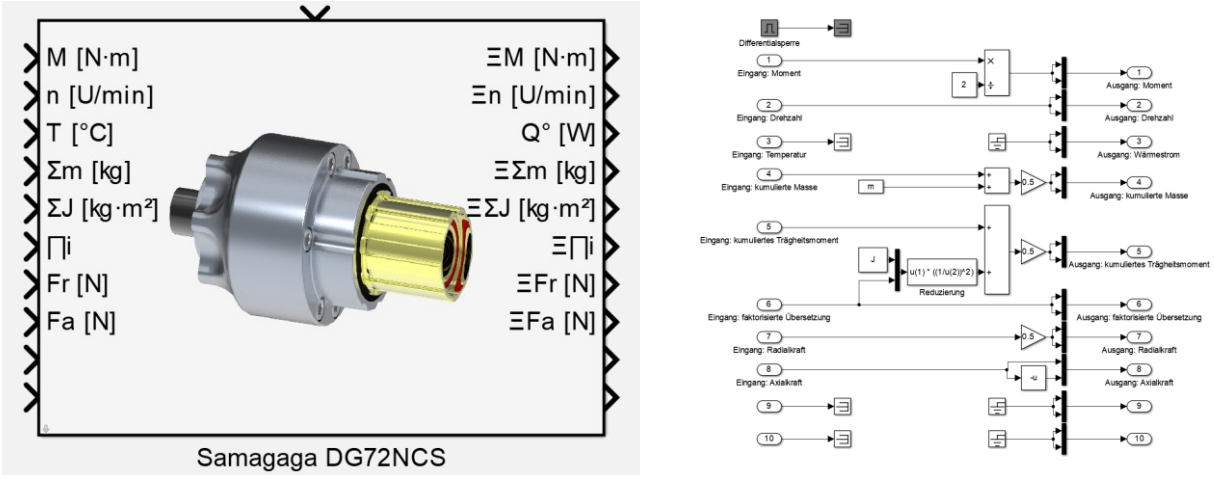


Abbildung 3-167:Bibliotheksmodell *Samagaga*-Getriebe mit äußeren Schnittstellen (links) und innerem Aufbau (rechts)

Über den Aufbau des *Samagaga*-Getriebes wird wenig seitens des Herstellers kommuniziert. Es ist anzunehmen, dass die Kassettenvariante einen internen Freilauf aufweist, da der Bauraum gegeben ist und eine Dichtung an der Kasettenaufnahme vorzuliegen scheint (siehe Abbildung 3-168). Während die mittlere Zahnwelle gleitgelagert zu sein scheint, werden die beiden Ausgangswellen scheinbar fliegend gelagert. Unklar ist wie der nötige Achsabstand eingestellt wird. Die Abtriebsachsen scheinen axial verschieblich zu sein.

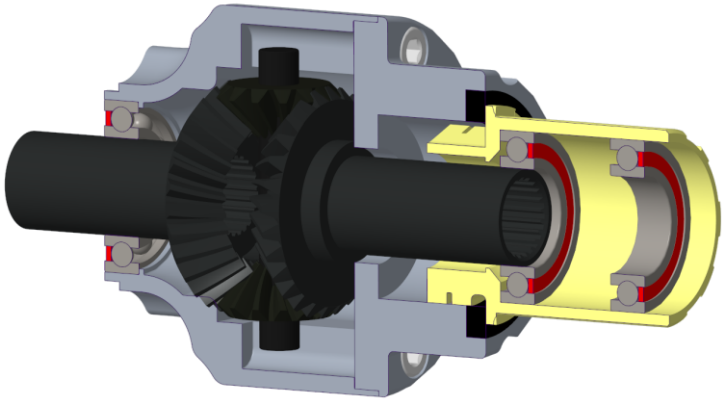


Abbildung 3-168:Rekonstruktion des Verteilergetriebes *Samagaga DG72NCS*

3.2.5 Modell-Organe: Antriebsstränge

Die in Kapitel 3.2.4 entwickelten „Zellulären Modelle“ können zu „Organischen Modellen“, welche den kompletten Antriebsstrang repräsentieren zusammengesetzt werden. Da die Antriebstränge über viele Gänge verfügen, ist eine Wirkungsgraddarstellung im dreidimensionalen Bereich nicht möglich. Der Wirkungsgrad des Antriebstrangs kann nur in Form eines Verlaufes durch einen Versuch mittels eines Prüfzyklus ermittelt werden. Hierzu wurde sich in Kapitel 3.2.2 entschieden einen Fahrversuch durchzuführen. Der Fahrversuch soll ohne Steigung bis zu einer Zielgeschwindigkeit erfolgen. Dabei kann der Antriebstrang über die Zeit bis zum Erreichen der Zielgeschwindigkeit und die bis dahin verbrauchte Energie bemessen werden. Über den Wirkungsgradverlauf können Antriebsstränge ebenfalls miteinander verglichen werden.

SIMULINK® ist mit der Verkettung der „Zellulären Modelle“ innerhalb der Differentialgleichung der Fahrwiderstände jedoch überfordert. Aus diesem Grund wird der in Kapitel 3.2.4.4 entwickelte Prüfstand zur Kennfelderstellung dafür verwendet den Antriebsstrang auf die Variablen der menschlichen Anstrengung (im Folgenden 50%-Perzentil-Mann) und die Kurbeldrehzahl zu reduzieren. Dadurch kann die Lösung der Differentialgleichung über den Einsatz von *Look-Up-Tables* (siehe Abbildung 3-169) rechnerisch erheblich erleichtert werden.

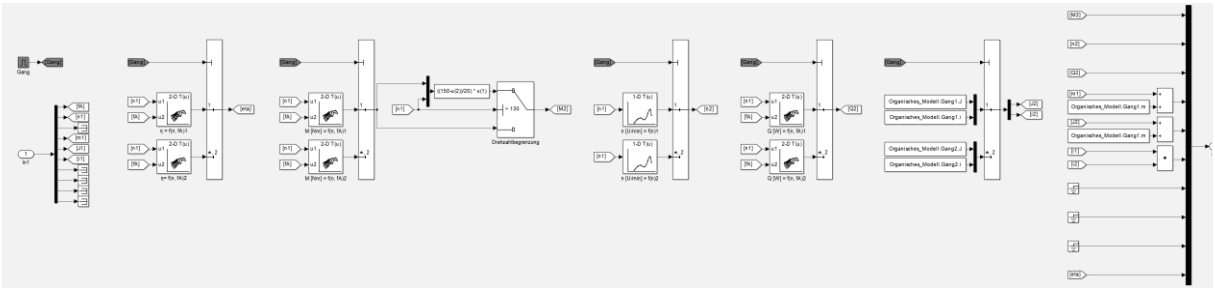


Abbildung 3-169: exemplarische Darstellung der Übersetzung der gemessenen *Look-Up-Tables* in die nötigen Variablen für die Hauptdifferentialgleichung auf Organismus-Ebene

3.2.5.1 Organisches Modell: Peripherie – Schaltungsregelung

Da die Kennfeld-Erstellung im Prüfstand stets nur für einen Gang bewerkstelligt werden kann wird auf Organismus-Ebene ein Regler für die Schaltung benötigt. Dieser ist in Abbildung 3-170 dargestellt. Der Regler in Abbildung 3-170 oben stellt die menschliche Entscheidung dar, bei welcher Drehzahl geschaltet werden soll. Bei Unterschreitung einer Mindestdrehzahl wird der Wunsch geäußert herunterzuschalten (größeres Übersetzungsverhältnis). Bei Überschreitung einer Maximaldrehzahl wird der Wunsch geäußert hochzuschalten (kleineres Übersetzungsverhältnis). Außerdem kann angegeben werden um wie viele Gänge geschaltet werden soll. Diese Funktion wird jedoch nur als sinnvoll erachtet,

wenn ein entsprechendes Kennfeld im Anfahrtvorgang viele Gänge überspringt und im Ausfahrvorgang jeweils nur einen Gang schaltet. Die Operationen innerhalb des Blockes sind in Abbildung 3-171 oben dargestellt. Kritische Operation ist den Schaltvorgang mittels des Triggerflankengebers nur als kurzen Schaltimpuls nach außen zu leiten.

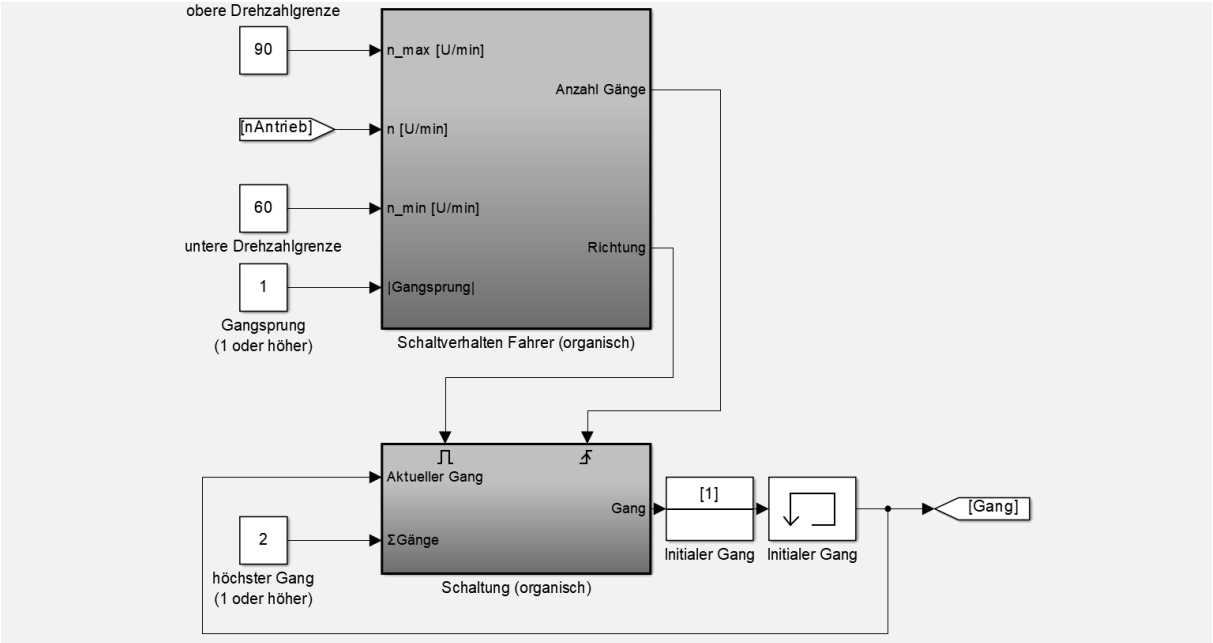


Abbildung 3-170:Organisches Modul zur Auslösung des Schaltimpuls (oben) und der Umsetzung der Schaltung (unten)

Der untere Block in Abbildung 3-170 stellt den Befehlsempfänger dar und kann mit der menschlichen Hand am Schaltgriff vergleichen werden. Das Modul hat eine von außen auferlegte maximale Gangzahl bis zu welcher es schalten kann, unabhängig ob vom Menschen weitere Schaltimpulse nach oben angefragt werden. Wünsche über Schaltimpulse in den Niedergangbereich werden unterhalb des ersten Gangs nicht mehr angenommen. Das Verhalten wird mit den *min*- und *max*-Blöcken in Abbildung 3-171 gesteuert. Damit der Schaltgriff funktioniert muss der aktuelle Gang stets in das System zurückgeführt werden (siehe Abbildung 3-170 unten). Die Rückführung erfolgt mithilfe eines Memory-Blockes, sodass keine Rechnungsschleife auftritt.

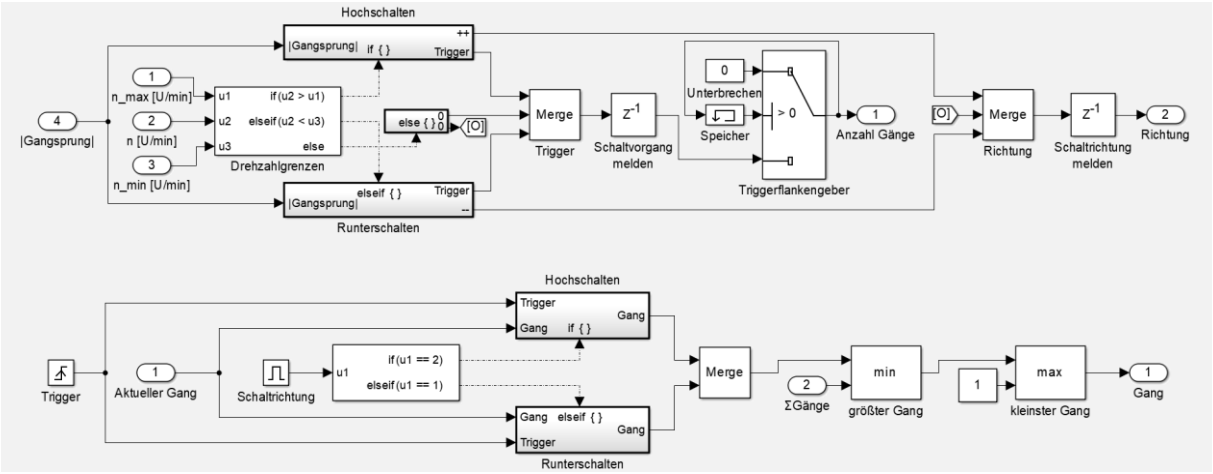


Abbildung 3-171:Innere Struktur des Organischen Moduls zur Auslösung des Schaltimpuls (oben) und der Umsetzung der Schaltung (unten)

3.2.5.2 Organisches Modell: Peripherie – Geschwindigkeitsregelung

Schließlich wird noch eine Geschwindigkeitsregelung benötigt, welche die menschliche Anstrengung nach einem Beschleunigungsvorgang auf eine Sollgeschwindigkeit dosiert die Geschwindigkeit zu halten.

Der Regler ist in Abbildung 3-172 unten dargestellt. Als Regelgröße wird der Anstrengungsfaktor angesprochen. Der Regler stellt den Anstrengungsfaktor zwischen 0 und 1 ein (Sättigung, bzw. *clipped* Regelgröße). Hierzu wird ein empirisch ausgelegter PI-Regler verwendet mit einem P-Anteil von 0,5 (für die schnelle Reaktion) und einem I-Anteil von 0,001 (zum Einstellen der eingeregelten Genauigkeit). Die Abweichung wird zwischen der von außen angegebene Sollgeschwindigkeit (siehe Abbildung 3-172) und der aus der Hauptdifferentialgleichung ermittelten translatorischen Fahrzeuggeschwindigkeit ermittelt.

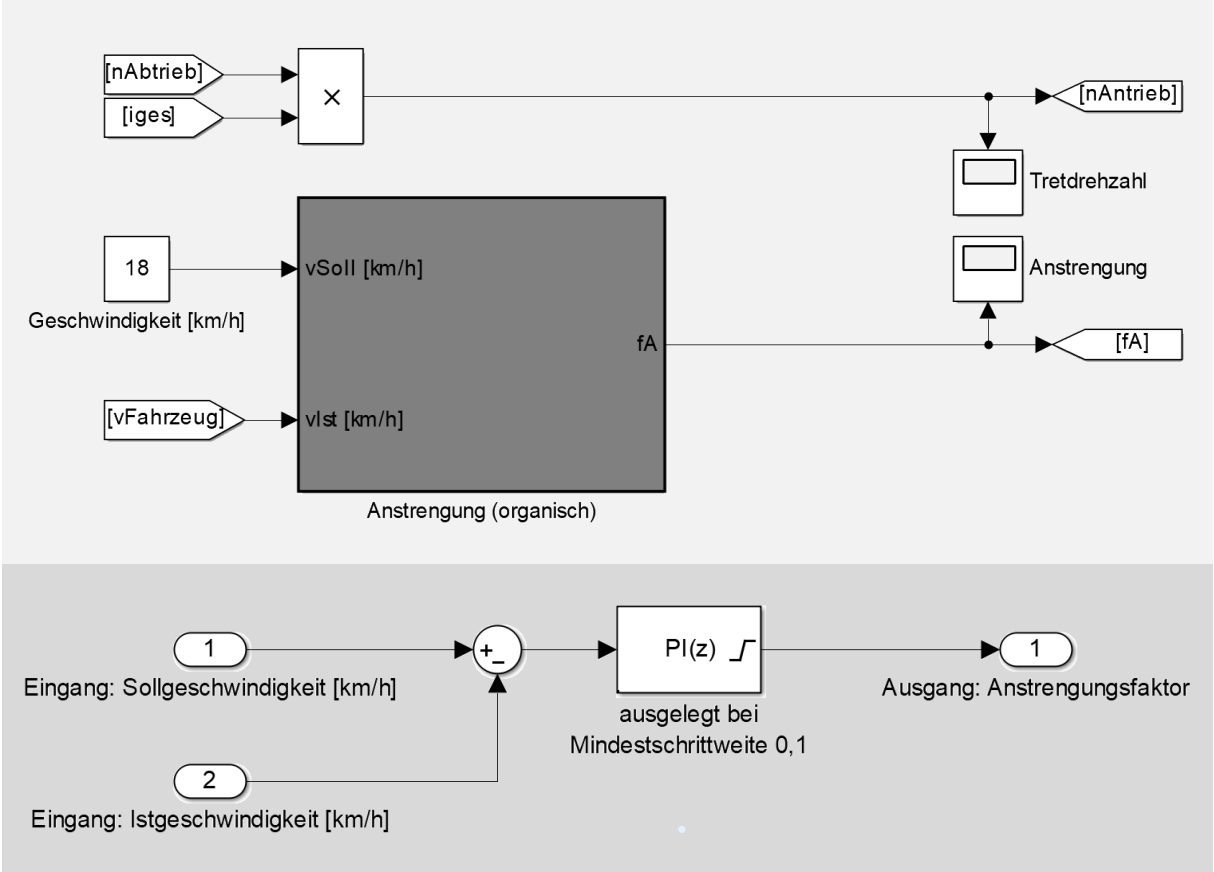


Abbildung 3-172: Organisches Modul zur Regelung der Fahrtgeschwindigkeit über den menschlichen Anstrengungsfaktor (oben). Innere Berechnungsstruktur (unten)

3.2.5.3 Organisches Modell: Antriebsstrang Kettenschaltung

Das erste „organische Modell“ umfasst eine mit Umlenkrolle und Spannmechanismus versehene 3x11-Kettenschaltung, welche das Übersetzungsspektrum des konkurrierenden Produkts *Pinion P1.18* aufweist (siehe Abbildung 3-148 oben rechts). Es wird angetrieben mit 175mm Aluminiumkurbeln und einem 50%-Perzentil-Menschen bei eingeschwungener Bauteil-Temperatur von 20°C. Die Kurbel ist mit einem Tretlager für Hohlwellen ausgestattet. Der Abtrieb erfolgt über ein *Samagaga*-Verteilergetriebe auf zwei Doppel-Tripoden-Gelenkwellen. Die Gelenkwellen verfügen faktisch über je vier Schrägkugellager.

Das Antriebstrangverhalten wurde soweit wie möglich geglättet. Das bedeutet, dass der menschliche Antrieb keine Drehwinkelabhängigkeit aufweist und dass die Kettenelemente mit mittlerer Geschwindigkeit und mittlerem Hebelarm betrieben werden. Auf die Radlager wird eine Radialbelastung von je 300N angenommen.

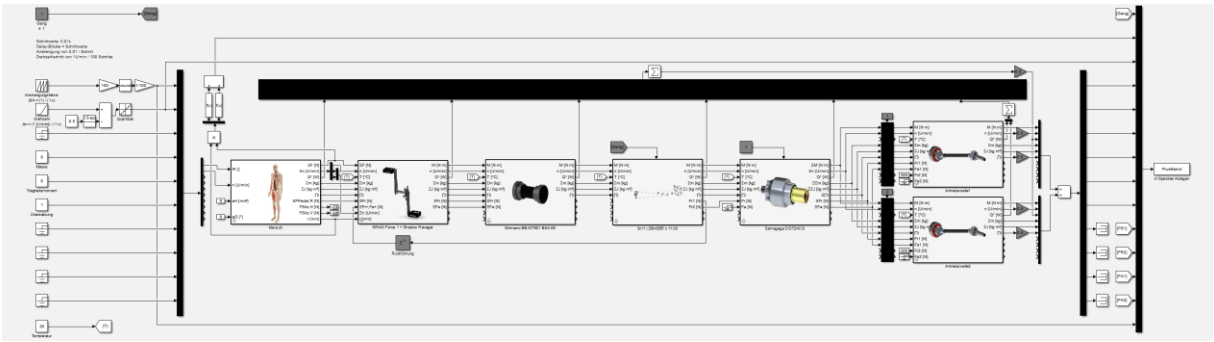


Abbildung 3-173:Organisches Modell – Kettenschaltung[333]

Masse der Komponenten: 7,543kg

Massenträgheitsmoment am Fahrer: 86,6kg·m²

[333] Drehzahl; Übersetzung und Abwärme werden vor der Summation beider Antriebswellenausgänge halbiert

3.2.5.4 Organisches Modell: Antriebsstrang Pinion + Kette

Das zweite „organische Modell“ umfasst ein *Pinion P1.18*-Mittelgetriebe[334]. Es wird angetrieben mit 175mm Aluminiumkurbeln und einem 50%-Perzentil-Menschen bei eingeschwungener Bauteil-Temperatur von 20°C. Am Abgang des Mittelgetriebes befindet sich ein 40 Zähne x 25 Zähne – *Single-Speed*-Kettengetriebe, welches mit einer Umlenkrolle und einem Spannmechanismus versehen ist. Der Abtrieb erfolgt über ein *Samagaga*-Verteilergetriebe auf zwei Doppel-Tripoden-Gelenkwellen. Die Gelenkwellen verfügen faktisch über je vier Schrägkugellager.

Das Antriebstrangverhalten wurde soweit wie möglich geglättet. Das bedeutet, dass der menschliche Antrieb keine Drehwinkelabhängigkeit aufweist und dass die Kettenelemente mit mittlerer Geschwindigkeit und mittlerem Hebelarm betrieben werden. Auf die Radlager wird eine Radialbelastung von je 300N angenommen.

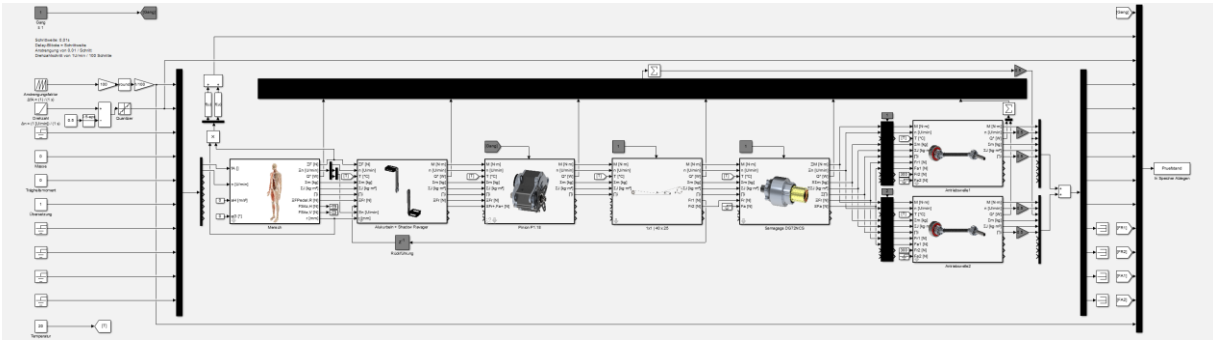


Abbildung 3-174:Organisches Modell – Mittelgetriebe + Kette[333]

Masse der Komponenten: 9,865kg

Massenträgheitsmoment am Fahrer[335]: 88,3kg·m²

[334] Anmerkung: Im Modell des *Pinion*-Getriebes muss im Zylinderrollenlager (zweites Modell in Abbildung 3-129) der if-Block der Vektorzerlegung für die Geschwindigkeit (siehe Abbildung 3-33 links oben) mit der Schrittweite getaktet werden. Es ist nicht klar warum dies plötzlich notwendig ist

[335] Für den Fahrversuch müssen die Trägheiten, welche auf den Antrieb reduziert sind, auf die Räder reduziert werden. Die Änderung der Reduzierungsgrundlager kann mit der folgenden Formel erfolgen:

$$J_{red,Rad} = J_{red,Antrieb} \cdot \left(\frac{\prod_{j=0}^{j_{ges}} i_j}{1} \right)^2$$

$$mit\ J_{red,Antrieb} = \sum_{j=0}^{j_{ges}} J_j \cdot \left(\frac{n_j}{n_0} \right)^2 = \sum_{j=0}^{j_{ges}} J_j \cdot \left(\frac{1}{\prod_{j=0}^{j_{ges}} i_j} \right)^2$$

3.2.5.5 Organisches Modell: Antriebsstrang Pinion + Antriebswelle

Das dritte „organische Modell“ ist identisch zum zweiten Modell / zum Modell in Kapitel 3.2.5.4, nur dass statt des Leistungsüberträgers der Kette ein zweifaches Tangentialgetriebe zum Einsatz kommt. Das Tangentialgetriebe wird durch eine Tripoden-Gelenkwelle verbunden, welche über ein elastisches Kleinwinkelgelenk verfügt. Die Welle wird an beiden Teilen mit einer Fest-Los-Lagerung aus Rillenkugellagern geführt.

Das Antriebstrangverhalten wurde soweit wie möglich geglättet. Das bedeutet, dass der menschliche Antrieb keine Drehwinkelabhängigkeit aufweist und dass die Tangentialgetriebe [336] mit mittlerer Geschwindigkeit und mittlerem Hebelarm betrieben werden. Auf die Radlager wird eine Radialbelastung von je 300N angenommen.

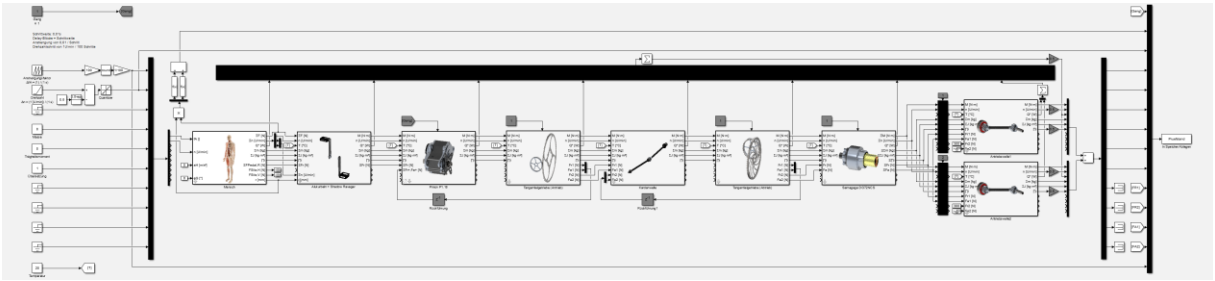


Abbildung 3-175:Organisches Modell – Mittelgetriebe + Welle[333]

Masse der Komponenten: 9,865kg

Massenträgheitsmoment am Fahrer[335]: 82,5kg·m²

[336] Hierzu wurde eine Initialisierungsrechnung durchgeführt. Der mittlere Drehwinkel beträgt $\Phi_{Start} + (\Phi_{Ende} - \Phi_{Start})/2$. Der mittlere Hebelarm x und der mittlere Lagerwinkel ϕ werden mit den in Kapitel 4.2 angegeben Formeln numerisch unter Einsatz einer Rechteckrechnung in einer Million Schritte integriert und durch die Schritte geteilt um den Mittelwert zu erhalten. Die untere und obere Grenze der Berechnung stellen die Winkel Φ_{Start} und Φ_{Ende} dar. Dadurch ergibt sich eine Wirkungsgradverschiebung mit unter +0,5 Prozentpunkte. Die axiale Lagerkraft sinkt auf die Hälfte der Werte aus der Detailrechnung ab. Werte siehe Kapitel 3.2.4.15. Mit der Maßnahme sind die Berechnungswerte nicht völlig losgelöst von der Parametrierung und es bleibt der leichte Drehzahleinfluss erhalten

3.2.6 Vergleich der Ergebnisse

Es werden zwei einfache Fahrversuche an den drei Antriebssträngen durchgeführt. Der erste Fahrversuch soll das Leistungspotential der Antriebstränge miteinander vergleichen. In Abbildung 3-176 sind die Ergebnisse der vollen Beschleunigung der Systeme dargestellt. Es ist zunächst einmal zu erkennen, dass es keinen großen Unterschied zwischen den Antriebssträngen gibt. Die beiden Antriebsstränge mit dem *Pinion*-Getriebe (gelbe und grüne Linie) sind ein wenig schlechter als das Kettengetriebe (blaue Linie), da sie nicht dieselbe Endgeschwindigkeit erreichen. Es ist weiterhin zu erkennen, dass der Antriebstrang mit dem Wellenantrieb (gelbe Linie) im Bereich der Endgeschwindigkeit langsam überholt. Dies könnte an dem Umstand liegen, dass das *Pinion*-Getriebe noch in einem niedrigeren Gang läuft und damit der menschliche Antriebstrang mehr Leistung ins System pumpt. Allen Kurven gemein ist ein leicht abfallender Bogen in der Startphase bis 50 Sekunden Fahrtzeit zu entnehmen. Der Bogen entsteht offensichtlich, weil das Fahrzeug auf Geschwindigkeit gebracht werden muss und im ersten Gang ausgefahren wird. Die Beschleunigungszeit erscheint mit 50 Sekunden viel zu lange, weswegen auf ein in der Berechnung zu hohes Massenträgheitsmoment geschlossen werden könnte. Es ist zu erwarten, dass der Einfluss der Trägheit ein systematischer Fehler ist und nur eine Verzögerung des Systemverhalten hervorruft. Der Versuch wird unter Ausschluss des Massenträgheitsmomentes wiederholt (siehe Abbildung 3-177):

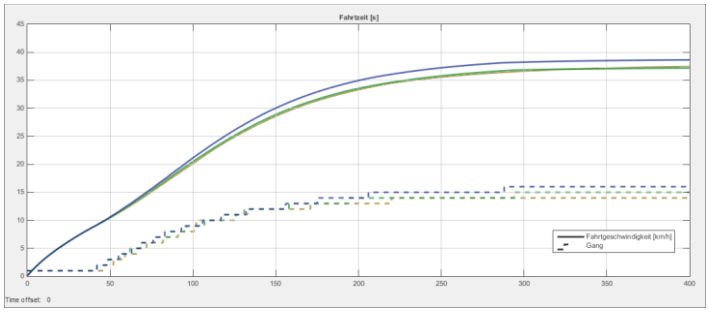


Abbildung 3-176: Beschleunigung mit voller Kraft in einem Kurbeldrehzahlschaltfeld von 60 bis 110 U/min (50%-Perzentil-Mann). Blaue Linien Kettenschaltung; Grüne Linien *Pinion*-Getriebe mit Kette; gelbe Linien *Pinion*-Getriebe mit Welle

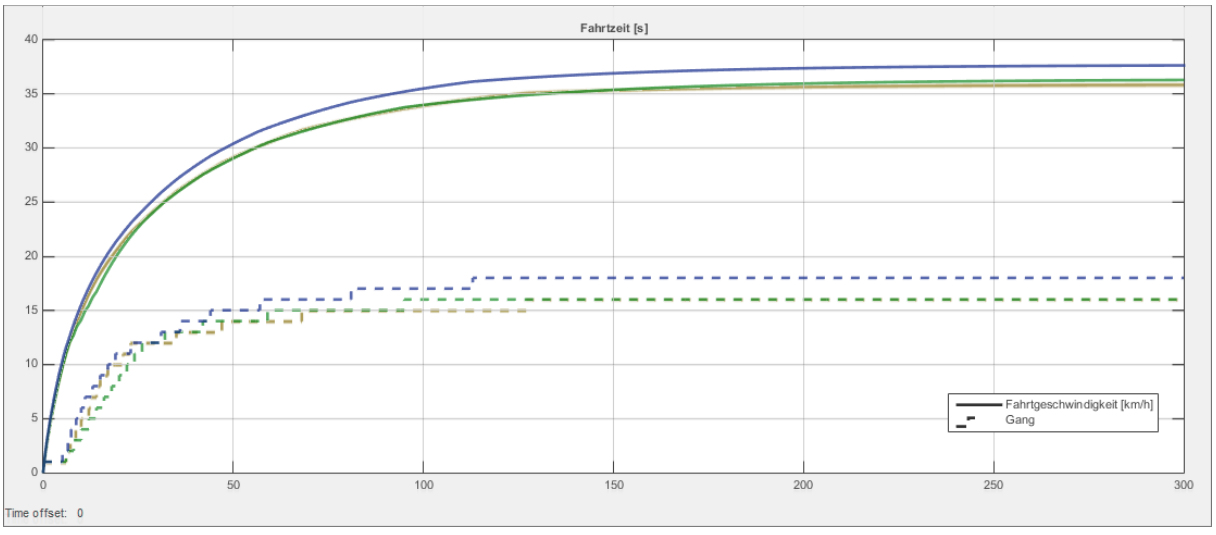


Abbildung 3-177: Wiederholung des Versuches in Abbildung 3-176 unter Ausschluss des Massenträgheitsmomentes. Beschleunigung mit voller Kraft in einem Kurbeldrehzahlschaltfeld von 60 bis 110 U/min (50%-Perzentil-Mann). Blaue Linien Kettenschaltung; Grüne Linien *Pinion*-Getriebe mit Kette; gelbe Linien *Pinion*-Getriebe mit Welle

In Abbildung 3-178 sind die Wirkungsgradverläufe im selben Versuch dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass der Wirkungsgrad des Kettengetriebes um circa 5 Prozentpunkte besser dasteht, als die Antriebstränge mit dem *Pinion*-Getriebe. Dies entspricht ziemlich genau dem Anteil der Verlustpunkte des Getriebes. Darüber hinaus scheinen die Wirkungsgradanteile der Kettenstufe und der Tangentialgetriebestufen samt Kleinwinkelgelenk und Tripodengelenk ähnlich auszufallen.

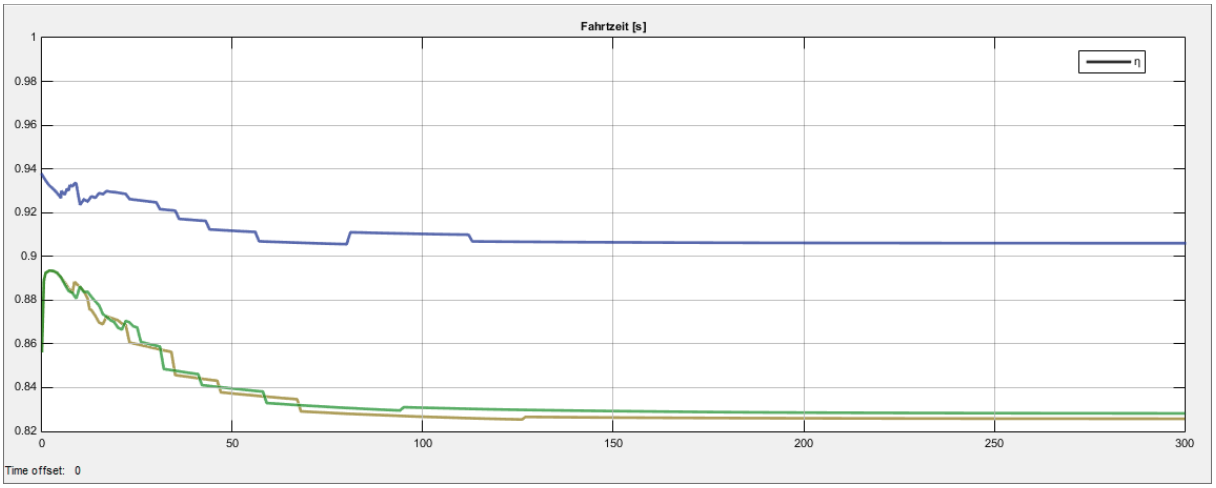


Abbildung 3-178: Wirkungsgradverläufe (unter Ausschluss des Massenträgheitsmomentes) bei Beschleunigung mit voller Kraft in einem Kurbeldrehzahlschaltfeld von 60 bis 110 U/min (50%-Perzentil-Mann). Blaue Linien Kettenschaltung; Grüne Linien *Pinion*-Getriebe mit Kette; gelbe Linien *Pinion*-Getriebe mit Welle

In Abbildung 3-179 wird der Energieverbrauch untersucht, welcher nötig ist um die geforderte Geschwindigkeit von 25km/h zu erreichen und zu halten. Es ist zu entnehmen, dass die Abweichung der Antriebsstränge derart gering ist, dass kein Unterschied festzumachen ist.

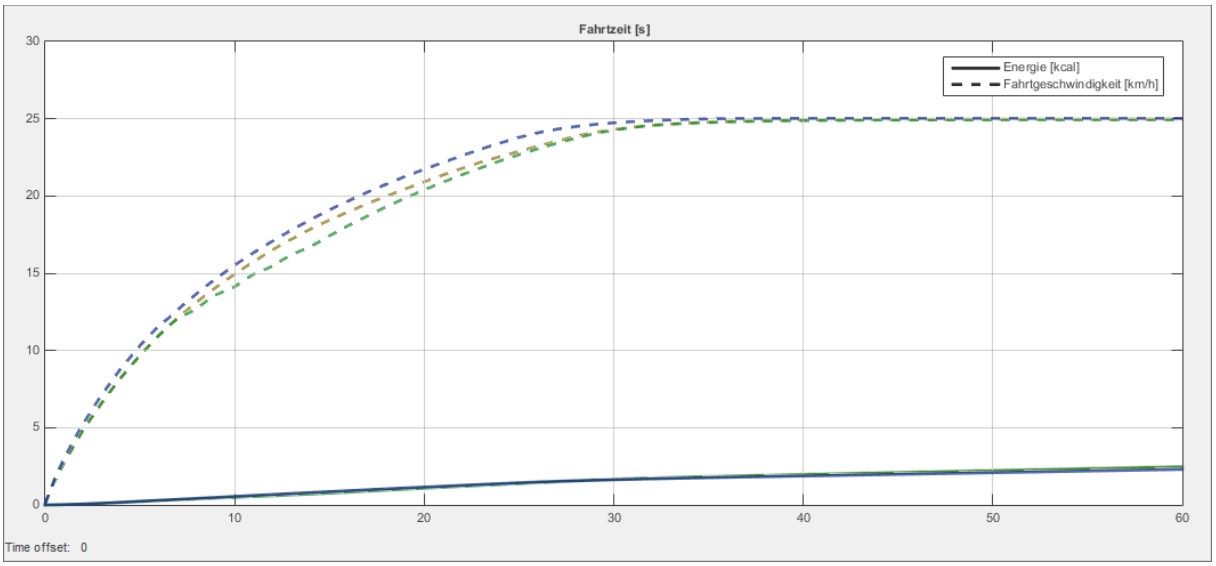


Abbildung 3-179: Energieverbrauch (unter Ausschluss des Massenträgheitsmomentes) (ohne Verlustenergie z.B.: aus Massenträgheit im menschlichen Kurbeltrieb) unter Beschleunigung mit voller Kraft in einem Kurbeldrehzahlschaltfeld von 60 bis 90 U/min bis zu einer Sollgeschwindigkeit bis 25km/h (50%-Perzentil-Mann). Blaue Linien Kettenschaltung; Grüne Linien *Pinion*-Getriebe mit Kette; gelbe Linien *Pinion*-Getriebe mit Welle

3.3 Anforderungsliste

In

Tabelle 79 und Tabelle 78 sind die gesammelten Anforderungen aus Kapitel 1 bis 3 aufgelistet. Das Fahrzeug hat das Potential für den Einkauf von Konsumgütern verwendet zu werden. Aus diesem Grund sollten die Radlager ausreichend belastbar sein und der Kofferraum mit einer ausreichenden Belastung konzipiert werden. Da in Betracht gezogen wird das Fahrzeug optional zu elektrifizieren, sind die Radlager darüber hinaus für die Masse fliegend gelagerter Radnabenmotoren auszulegen. Das hohe Fahrzeuggewicht macht es erforderlich das Fahrzeug per Feststellbremse abstellen zu können. Es ist darüber hinaus nötig einen Rückwärtsgang zu implementieren, da ein eingeparktes voll beladenes Fahrzeug eine Gefahr darstellen kann, wenn es von außen geschoben wird. Es bietet sich an eine Handbremse an einem Samagaga-Getriebe zu implementieren. Ein Rückwärtsgang könnte durch die Kupplung der Kassettenaufnahme mit dem Samagaga-Getriebegehäuse realisiert werden. Hierzu können die sechs Gewindebohrungen für die Scheibenbremsaufnahme vernutzt werden. Falls eine Differentialsperre gewünscht ist, kann diese durch das feste Verkuppeln der beiden Antriebswellen mit einem Brückengetriebe erreicht werden.

Tabelle 78: Anforderungsliste Fahrzeug

Institut für Konstruktion und Angewandten Maschinenbau Salzdahlumer Straße 46-48 38302 Wolfenbüttel				**Projekt Ballista** Gesamtfahrzeug Anforderungsliste		
Projekt		Ballista		Version	1.4	Seite 1 von 2
Projektleitung		Prof. Dr.-Ing. Sven Lippardt		Datum	31.01.2021	
F/W	Bezeichnung		Wert		Erstellungs- / Änderungs-datum	Quelle, Verantwortl.
	1	Allgemeines				
F	1.1	Maximale Fahrzeugleermasse m_{leer}	35	kg	29.05.2022	Kapitel 1.1 Lippardt
F	1.2	Reifendurchmesser D_{Reifen}	20	"	29.05.2022	Kapitel 1.1 Lippardt
F	1.3	Wettergeschützte Karosserie			29.05.2022	Kapitel 1.1 Lippardt
F	1.4	Optionaler Cabrio-Betrieb			29.05.2022	Kapitel 1.1 Lippardt
W	1.5	Luftwiderstandsbeiwert c_w	$< 0,272$		31.01.2023	Kapitel 3.1.5 König
F	1.6	Anströmfläche A_w	$< 0,903\,m^2$		31.01.2023	Kapitel 3.1.5 König
F	1.7	Maximale Zuladung (Kofferraum) $m_{Gepäck}$	50	kg	31.01.2023	König
F	1.8	Minimales Sichtfeld	100	mm	31.01.2023	Kapitel 3.1.5 König
F	1.9	Minimale Sichthöhe	1000	mm	31.01.2023	Kapitel 3.1.5 König

Institut für Konstruktion und Angewandten Maschinenbau Salzdahlumer Straße 46-48 38302 Wolfenbüttel					Projekt Ballista Gesamtfahrzeug Anforderungsliste		
Projekt		Ballista			Version	1.4	
Projektleitung		Prof. Dr.-Ing. Sven Lippardt			Datum	31.01.2021	
F/W	Bezeichnung		Wert			Erstellungs- / Änderungs-datum	Quelle, Verantwortl. Seite 2 von 2
F	1.10	Gesamtfederweg	45	mm		29.05.2022	Kapitel 1.1 Lippardt
F	1.11	Negativfederweg	15	mm		29.05.2022	Kapitel 1.1 Lippardt

Tabelle 79: Anforderungsliste Antriebsstrang

Institut für Konstruktion und Angewandten Maschinenbau Salzdahlumer Straße 46-48 38302 Wolfenbüttel					Projekt Ballista Antriebsstrang Anforderungsliste		
Projekt		Ballista			Version	1.4	Seite 1 von 2
Projektleitung		Prof. Dr.-Ing. Sven Lippardt			Datum	31.01.2021	
F/W	Bezeichnung		Wert			Erstellungs- / Änderungs-datum	Quelle, Verantwortl.
	1	Belastungen					
F	1.1	Maximale Drehzahl Mensch $n_{1,max}$	110	min^{-1}		31.01.2023	König
F	1.2	Maximales Nennmoment $M_{1Nenn,max}$	50	Nm		31.01.2023	Kapitel 3.2.4.6 König
	1.3	Maximale Pedalkraft (Spitze) $F_{1,max}$	600	N		31.01.2023	Kapitel 3.2.4.5 König
F	1.4	Anwendungsfaktor K_A	2			31.01.2023	Kapitel 3.2.4.5 König
F	1.5	Maximale elektrische Leistung *(Stufe Pedal Electric Cycle)* $P_{\max\,(Stage\,2)}$	250	W		29.05.2022	Kapitel 1.1 Lippardt
F	1.6	Maximale elektrische Leistung *(Stufe L6e)* $P_{\max\,(Stage\,3)}$	4000	W		29.05.2022	Kapitel 1.1 Lippardt
F	1.7	Elektronische Abriegelung *(Stufe Pedal Electric Cycle)* $v_{\max\,(Stage\,2)}$	25	$\frac{km}{h}$		29.05.2022	Kapitel 1.1 Lippardt
F	1.8	Elektronische Abriegelung *(L6e)* $v_{\max\,(Stage\,3)}$	45	$\frac{km}{h}$		29.05.2022	Kapitel 1.1 Lippardt
	2	Funktionen					
F	2.1	Differential				31.01.2023	König
W	2.2	Differentialsperre				31.01.2023	König

Institut für Konstruktion und Angewandten Maschinenbau Salzdahlumer Straße 46-48 38302 Wolfenbüttel				Projekt Ballista Antriebsstrang Anforderungsliste		
Projekt		Ballista		Version	1.4	
Projektleitung		Prof. Dr.-Ing. Sven Lippardt		Datum	31.01.2021	Seite 2 von 2
F/W	Bezeichnung		Wert		Erstellungs- / Änderungs-datum	Quelle, Verantwortl.
F	2.3	Rückwärtsgang			31.01.2023	König
F	2.4	Handbremse			31.01.2023	König
F	2.5	Verstellung Tretlagerposition			29.05.2022	Kapitel 1.1 Lippardt
F	2.6	Mindestverstellweg	50	mm	31.01.2023	Kapitel 3.2.4.5 König
W	2.7	Verstellung Sitz			31.01.2023	König
	3	Aufbau				
F	3.1	Maximale Antriebstrangmasse	10	kg	31.01.2023	König
W	3.2	Tangentialgetriebe			29.05.2022	Kapitel 1.1 Lippardt
W	3.3	Antriebswelle im Zentralrahmenrohr kapseln			29.05.2022	Kapitel 1.1 Lippardt
W	3.4	Empfohlener Knickwinkel Zentralrahmenrohr	6 … 7	°	31.01.2023	Kapitel 3.2.4.5 König
F	3.5	Hinterradantrieb			29.05.2022	Kapitel 1.1 Lippardt
W	3.6	Empfohlene Sitzentfernung zu Tretlager	720 … 790	mm	31.01.2023	Kapitel 3.2.4.5 König
W	3.7	Empfohlene horizontale Entfernung Tretlager von Differential	1260 … 1325	mm	31.01.2023	Kapitel 3.2.4.5 König
W	3.8	Empfohlene vertikale Entfernung Tretlager von Differential	60 … 53	mm	31.01.2023	Kapitel 3.2.4.5 König
W	3.9	Empfohlene horizontale Entfernung Hüftpunkt von Differential	565	mm	31.01.2023	Kapitel 3.2.4.5 König
W	3.10	Empfohlene vertikale Entfernung Hüftpunkt von Differential	35 … 26	mm	31.01.2023	Kapitel 3.2.4.5 König
	3.11	Empfohlene horizontale Entfernung Knickpunkt von Differential	685	mm	31.01.2023	Kapitel 3.2.4.5 König
	3.12	Empfohlene vertikale Entfernung Knickpunkt von Differential	0	mm	31.01.2023	Kapitel 3.2.4.5 König

4 Konstruktionsstudie: Tangential-Kugellager-Getriebe

Bei der Konstruktion des Tangential-Kugellager-Getriebes bildet der Rotor mit den radial positionierten Radial-Rillenkugellagern den Ausgangspunkt. Für die Ableitung eines Eingriffsprofils müssen die Positionen festgelegt werden. Es ist abzuschätzen, dass ein höheres Gleichlaufverhalten zu erwarten ist, wenn eine Vollrolligkeit zur Positionierung der Lager angewandt wird.

Die Positionierung der Lager erfolgt in Abbildung 4-1 links auf diese Weise. Aus dieser Konstruktion ergibt sich der Teilkreisdurchmesser aus der Anzahl an Lagerelementen z_1 und dem Lagerdurchmesser. Die Vollrolligkeit hat den gravierenden Nachteil von erhöhter Reibung. Abweichungen aus Fertigungstoleranzen führen zu Verspannungen zwischen den Lagern, welche gegenläufige Drehbewegungen in einer durch die Außenringe bildenden Getriebekette [337] induzieren (siehe Abbildung 4-1 rechts): das ist nicht erwünscht.

Aus diesem Grund ist Luft zwischen den Lagern anzusetzen. Dies wird in der Form umgesetzt, dass der Durchmesser d_1 dem Lagerdurchmesser zuzüglich eines 2-fachen Spiels (z.B.: 50µm) ersetzt wird. Das Spiel ermöglicht nicht nur die unabhängige Drehung der Außenringe, sondern führt in der Ableitung des Eingriffsprofils zu einem Flankenspiel um die geometrische Passung des Lageraußenrings im Eingriffsprofil abzuschalten.

$$d_1 = D_{Lager} + 2 \cdot Spiel$$

$$d_w = 2 \cdot r_w = 2 \cdot \frac{(d_1)}{2 \cdot sin\left(\frac{\pi}{z_1}\right)} \qquad d_a = 2 \cdot r_a = d_w + d_1$$

$$2 \cdot \alpha = \frac{360°}{i_1}$$

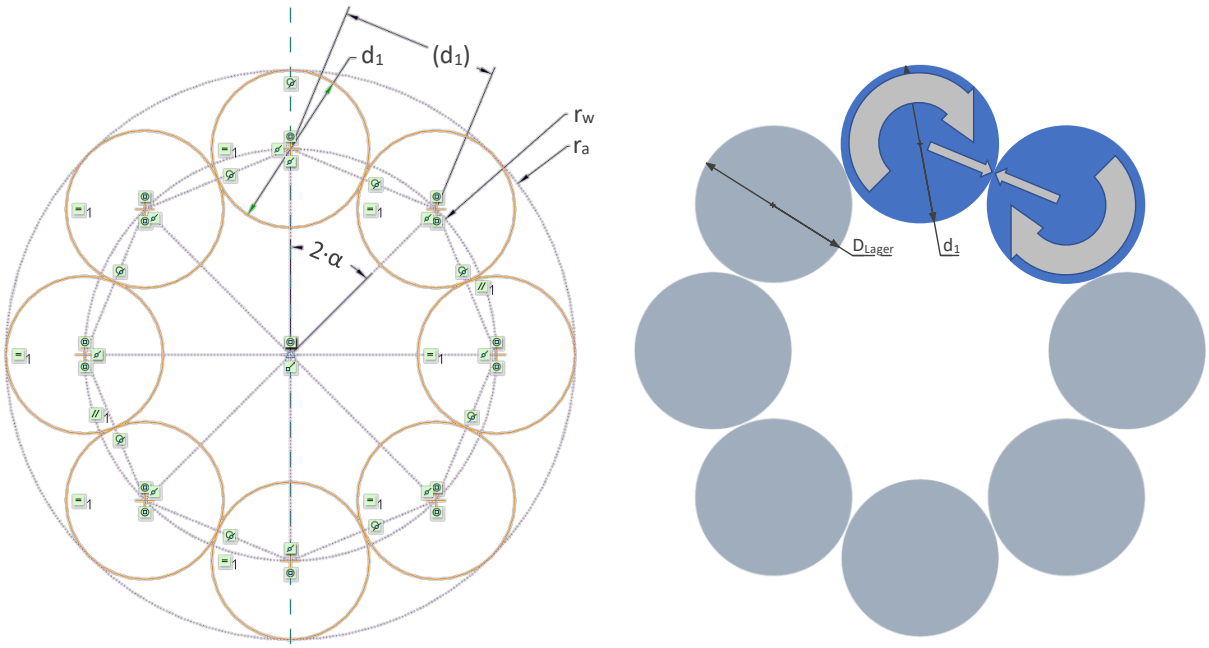


Abbildung 4-1: Bildung des Teilkreisradius r_w unter Anordnung der Lager mit Einsatz der Vollrolligkeit (links) und Festlegung eines Radialspieles zur Unterbindung der Getriebewirkung zwischen den Lagern, welche zu Verspannungen und Reibungsverlusten führt

[337] Hinzu kommt, dass bei einem idealen Fall gleichmäßiger Abwälzbewegungen entlang der Getriebekette bei ungeraden Lageranzahlen eine Gleitbewegung am schleifenbildenden letzten Element erfolgen muss

4.1 Eingriffsprofil

Um das Eingriffsprofil aus dem Lagerantrieb abzuleiten wird zunächst ein Versuch mit einem Negativprofil unternommen, welches aufgetrennt und als Blechteil abgewickelt wird. Das Vorgehen weißt die Schwachstelle auf, dass ein Teilungsfehler entsteht. Durch den nicht ohne Weiteres zu steuernden Abwicklungsradius, entspricht dieser nicht dem Teilkreisradius. Das Eingriffsprofil führt damit zu einer sehr ungleichmäßigen Drehzahlübersetzung.

Aus diesem Grund wird ein Versuch unternommen die Abwicklung des Profils aus dem zylindrischen Koordinatenraum manuell auszuführen[338]. Hierzu wird mithilfe des Sinussatzes der Winkel τ errechnet und auf den Sektor eines jeden Lagerelements durch die Modulo-Funktion begrenzt.

$$\tau = mod\left(\sin_{Deg}{}^{-1}\left(\frac{R_0}{R_1}\cdot \sin_{Deg}(\theta)\right) + \theta; \frac{360°}{z_1}\right) - \frac{180°}{z_1}$$

Um eine Teilung durch 0 auszuschließen ist es notwendig den Zeichnungsradius r mithilfe des Cosinussatzes zu errechnen. Der Zeichnungsradius stellt in der Abwicklung des Profils die Höhenkoordinate y dar. Diese Koordinate kann über einen beliebigen Abwicklungsradius im kartesischen Koordinatensystem aufgetragen werden.

$$r = \sqrt[2]{{R_0}^2 + {R_1}^2 - \left(2 \cdot R_0 \cdot R_1 \cdot \cos_{Deg}(180° - \tau)\right)}$$

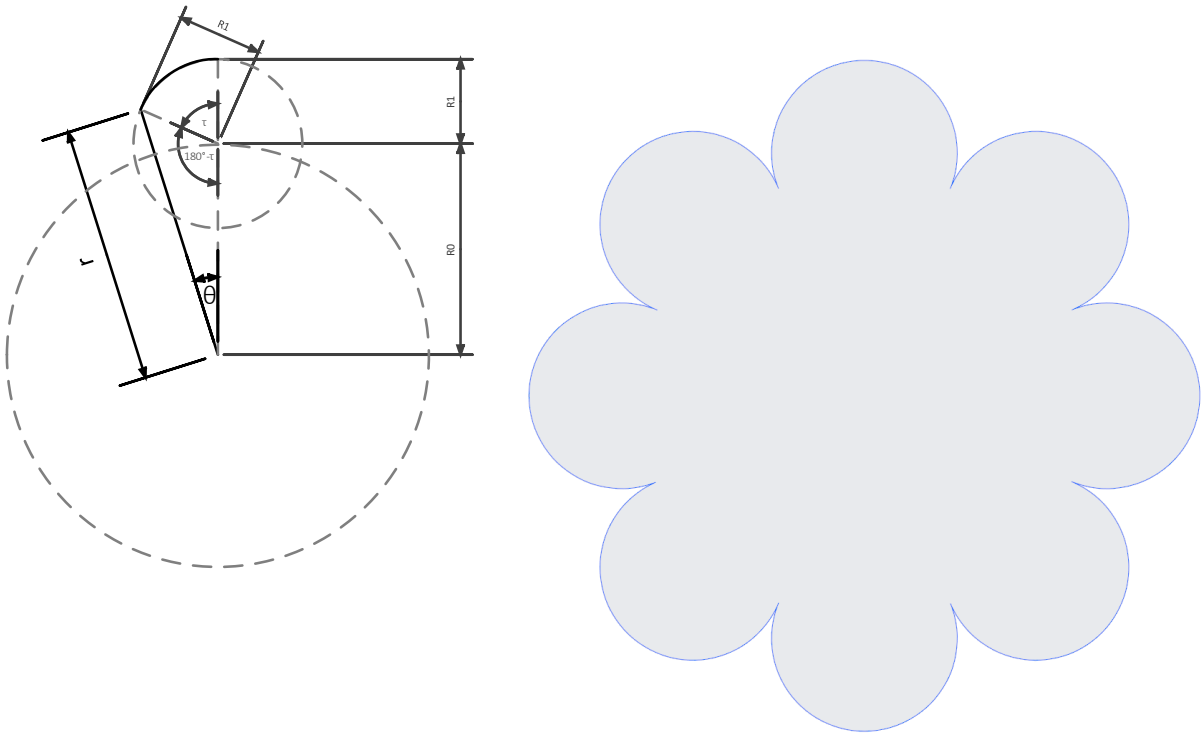


Abbildung 4-2: Konstruktion des positiven Lagerantriebprofils im zylindrischen Koordinatenraum

[338] Dabei ist der Winkel Θ und der Zeichnungsradius r eine Vorgabegröße. Der Wälzradius r_w aus Abbildung 4-1 wird im Beispiel mit R_0 bezeichnet.

Das in Abbildung 4-3 über den Wälzradius abgewickelte Profil offenbart die Untauglichkeit der Methode ein ideales Profil aus der Abwicklung abzuleiten. Da dieser Fehler bereits aus der vereinfachten Detail-Konstruktion von Zahnrädern bekannt ist, bei welcher ein Zahnstangenprofil lediglich gebogen wird, wird Abhilfe durch Versuche mit einer an die Evolventenberechugn [339] angelehnten Korrektur vorgenommen. Die Versuche zeigen, dass im weiten Bogen eine Anschmiegung des Profils der Zahnstange an den Rotor möglich ist, wenn mit einem cosinus-gesteuerten Offset in y-Richtung gearbeitet wird. Anpassungen der Verzahnungsgeometrie der Zahnstange können nur derart gestaltet werden, dass mindestens das Kreissegment des Rotors beherbergt werden kann. Das heißt es kann nur ein tangentialer Auslauf der Kreisbögen erfolgen.

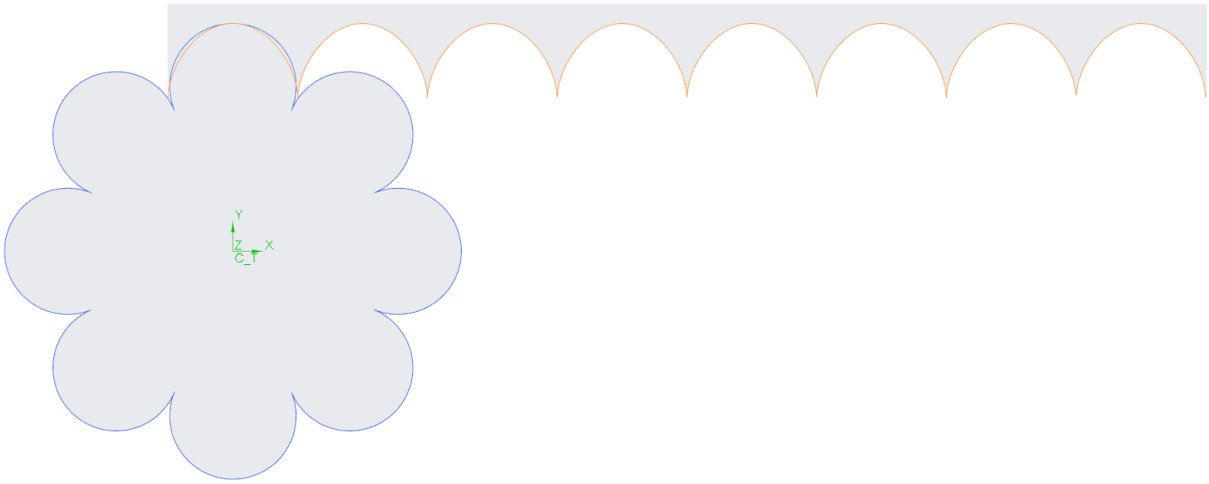
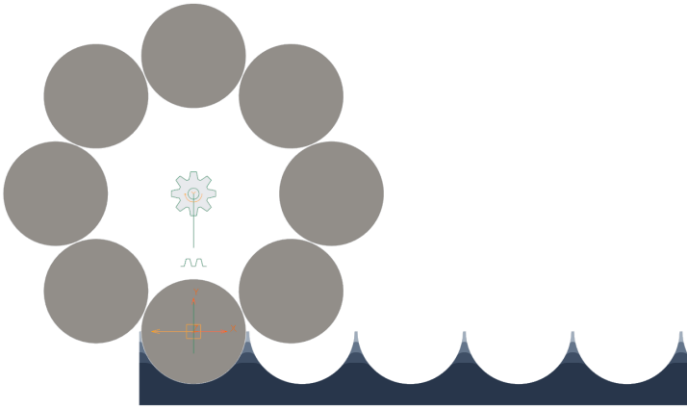


Abbildung 4-3: Abwicklung der in Abbildung 4-2 berechneten Kurve über den Wälzkreisradius R0

Es wird davon ausgegangen, dass die mit zylindrischen Bohrungen gemusterte Zahnstange bereits das ideale Profil mit der Teilung p darstellt. Wie in Abbildung 4-4 unschwer zu erkennen ist, stellen die steilen Zahnflanken ein Festigkeitsproblem dar. Eine Lösung kann darin liegen die Teilung zu erhöhen, indem mehr freie Bogenlänge zwischen den Lagern eingeräumt wird (Teilungsfaktor x_p). Es wird jedoch zunächst empfohlen den Lagerabstand so eng wie möglich zu belassen, um das Gleichförmigkeitsverhalten zu priorisieren. Der Einsatz von Kopfkürzung und Kopfrundung senkt das Bruchrisiko, beeinträchtigt jedoch ebenfalls das Gleichlaufverhalten.



$$p = \frac{2\pi \cdot r_w}{z_1} \cdot \left(\frac{100\% + x_p}{100\%}\right)$$

Abbildung 4-4: Mit der Teilung p gemusterte Zahnstange unter Einsatz verschiedener Kopfkürzungen/Kopfrundungen

[339] für Stirnräder $x = \frac{d_b}{2} \cdot \left(\cos_{Deg}(t) + t \cdot \left[\frac{2\pi}{360°}\right] \cdot \sin_{Deg}(t)\right)$ und $y = \frac{d_b}{2} \cdot \left(\sin_{Deg}(t) - t \cdot \left[\frac{2\pi}{360°}\right] \cdot \cos_{Deg}(t)\right)$ mit $t = \{0; \dots; 90° - \alpha_N\}$

4.2 Getriebeverhalten an der Zahnstange

In Abbildung 4-5 ist das Springen des Eingriffspunktes bei Anwendung eines zylindrischen Eingriffsprofil ohne tangentialen Auslauf; Kopfkürzung und Kopfrundung dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Kraftübertragung stets über einen Linienkontakt (in die nichtsichtbare Ebene z) erfolgt, welcher direkt am Kopfende angreift[340].

Dieser Umstand führt zu einer sehr leichten Berechenbarkeit des Drehzahl- und Momentverhaltens, da die Ebene der Kopfkürzung (unter Vernachlässigung einer Kopfrundung) als über den Drehwinkel des statische Kontaktfläche für alle Lager hinzugezogen werden kann. Die Berechnung kann auf wenige Parameter, wie die Teilung p; den Wälzkreisdurchmesser des Rotors d_{w1}; den Lagerdurchmesser d_{Lager} und die Anzahl der Lager zi_1 reduziert werden.

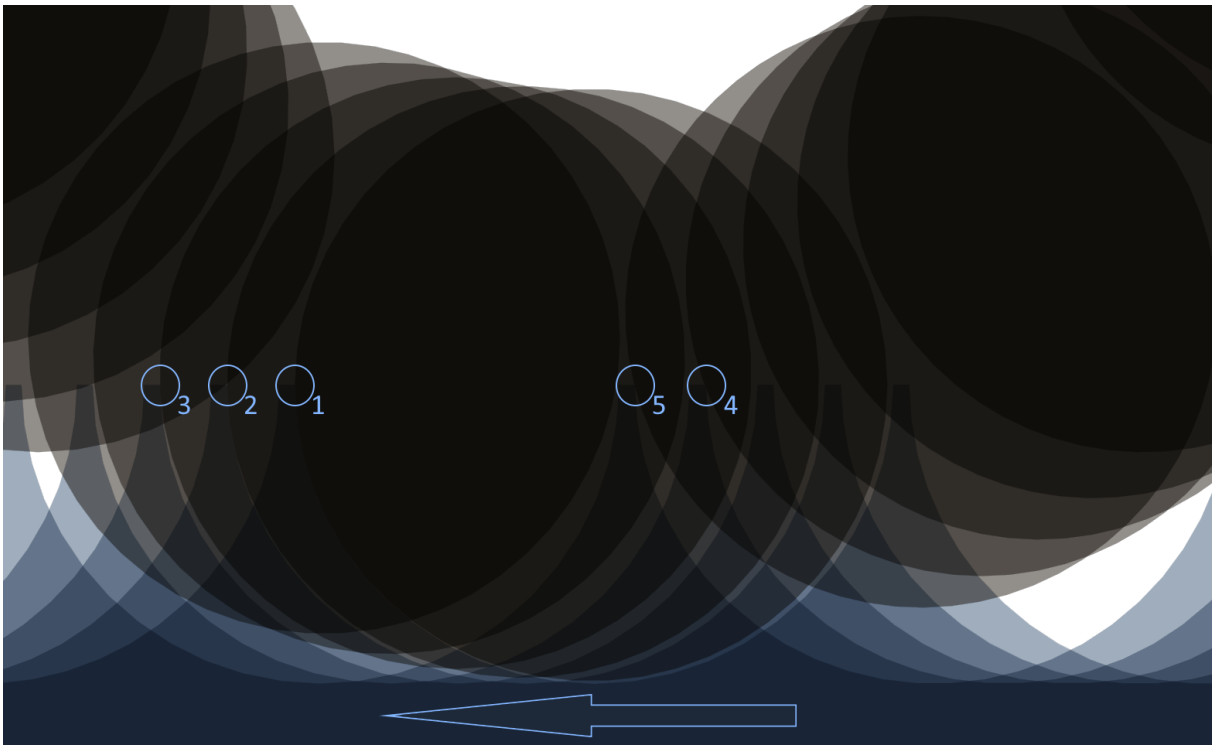


Abbildung 4-5: Eingriffspunkt im zylindrischen Eingriffsprofil. Belastung stets an höchstem Punkt. Überspringen des eingreifenden Lagers bei Überschreitung einer spezifischen Bogenlänge. Zahnstange von rechts nach links laufend. Eingriffspunkte dementsprechend von 1 bis 5 nummeriert

[340] Aus Festigkeitsbetrachtung stellt das den schlimmsten Fall der Belastung eines Zahnes dar. Das Eingriffsprofil weist naturgemäß die Eigenschaft einer maximalen Fußrundung auf, welche den Spannungen gerecht wird. Problematisch ist jedoch der Kopf hinsichtlich Bruch zu betrachten. Es muss unbedingt eine Kopfrundung vorgesehen werden, um den stoßhaften Wechsel der eingreifenden Lager besser zu verkraften, welche über die Ecke/Rundung in das Eingriffsprofil einschwenken. Gegen die Bruchgefahr wirken die Erhöhung des Lagerdurchmessers, welche dem Modul gleichzusetzen ist, sowie die Kopfkürzung oder die Erhöhung der Teilung durch Zugabe einer größeren freien Bogenlänge zwischen den Lagern auf dem Rotor. Kopfkürzung und Teilungserhöhung durch Zugabe freier Bogenlänge und Reduzierung der Anzahl an Lagern führt zu Beschleunigungsinduzierten Stößen auf die Ecken des Eingriffsprofils, wenn ein Eingriffswechsel erfolgt. Die Lageraußenringe des Rotors verharren nach Abrollen über die Kopfrundung auf dem Kontaktpunkt, sodass keine gleitinduzierten Schleifbewegungen wirken

In Abbildung 4-6 ist eine Skizze zur Ermittlung der Dynamik des Zahnstangengetriebes dargestellt. Dabei wird die Dynamik von zwei nacheinander folgenden Kugellagern berechnet und bei Unterschreitung der durch die Kopfkürzung offengelegten Eingriffsweite $w_{Eingriff}$ erkannt, wann das nachfolgende Kugellager den Antrieb übernimmt. Die Ableitung der Wegvariable x führt dabei zur Geschwindigkeit der Zahnstange, während die Drehzahl des Lageraußenrings aus dem Winkel φ abgeleitet werden. Die Drehzahl des Lagerinnenrings entspricht der Drehzahl des Rotors.

$$n_1 = \frac{d\Phi}{dt} \cdot \left[\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{60}{min}\right] \qquad n_{Lager,i} = n_1 \qquad n_{Lager,a} = \frac{d\varphi}{dt} \cdot \left[\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{60}{min}\right]$$

Die kontinuierliche Berechnung des Hebelarms l, erlaubt die Errechnung der Hebelkraft aus dem auf dem Rotor wirkenden Moment. Da die aus dem Rotor wirkende Hebelkraft nicht in Aufnahmerichtung der Zahnstange wirkt, erfährt der Rotor phasenweise eine Radialkomponente welche ihn von der Zahnstange wegtreibt, während die Tangentialkraft F_{t2} eingeleitet wird. Der Rotor ist nur in der Lage zum Zentrum wirkende Druckkräfte aufzunehmen. Je nach Winkelstellung wirkt die radiale Zusatzkraft F_r entweder auf den Rotor oder die Zahnstange.

$$F_{t1} = \frac{M_1}{l} \qquad F_{r1} = \begin{cases} \sin(\Phi) \cdot F_{t2} & wenn\ \Phi_{Sektor} > 0 \\ 0 & wenn\ \Phi_{Sektor} < 0 \end{cases} \qquad F_{t2} = F_{t1} \cdot \cos(\Phi_{Sektor})$$

$$F_{r2} = \begin{cases} 0 & wenn\ \Phi_{Sektor} > 0 \\ \tan(\Phi) \cdot F_{t2} & wenn\ \Phi_{Sektor} < 0 \end{cases}$$

$$mit\ \Phi_{Sektor} = mod\left(\Phi; \frac{360°}{z_1}\right) - \frac{180°}{z_1}$$

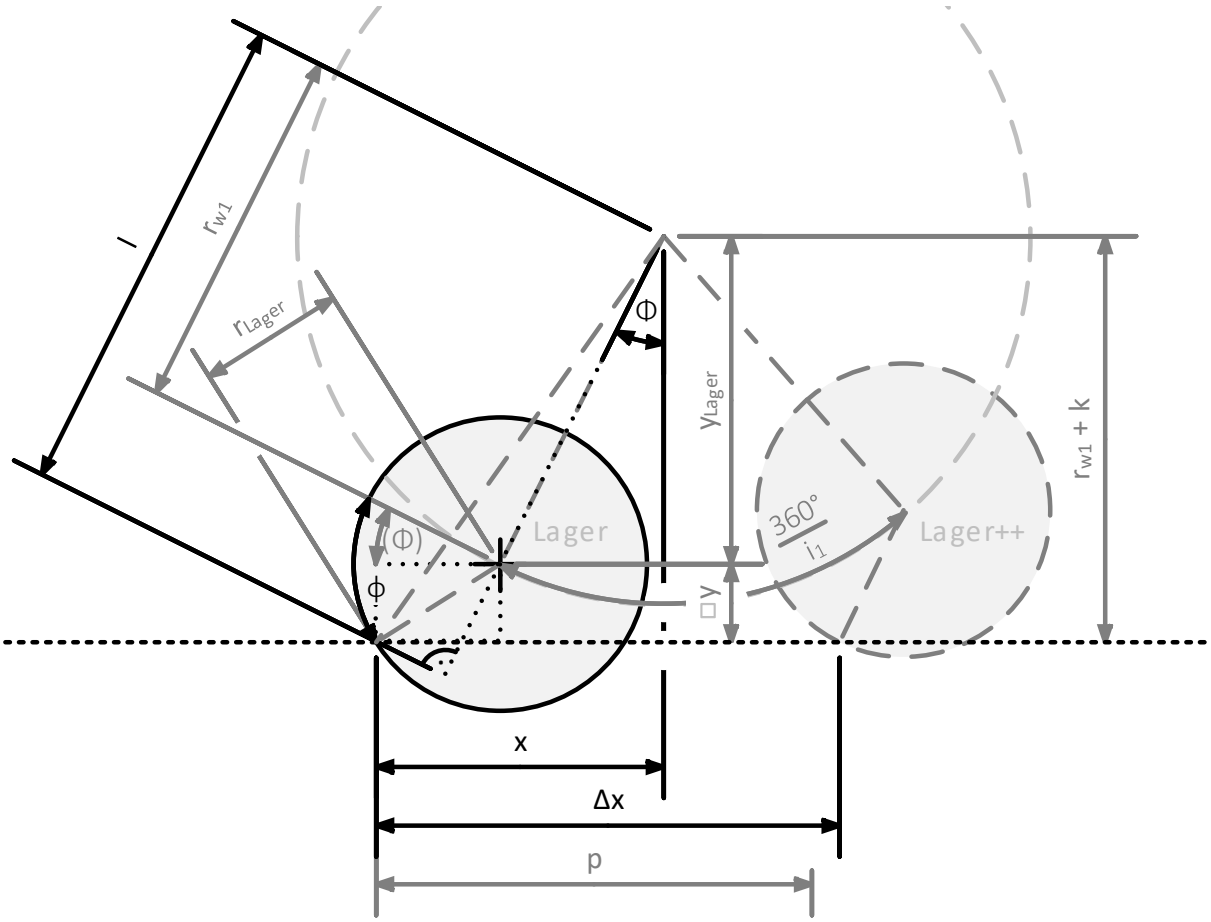


Abbildung 4-6: Geometrie zur Berechnung der Dynamik zwischen Rotor und Zahnstange

Mit den folgenden Gleichungen lässt sich die Geometrie in die Berechnungsgrößen auflösen. Es werden drei Kugellagereingriffe berechnet, um das gesamte Betriebsverhalten[341] über 360° abbilden zu können. Das erste Lager stellt einen Trigger dar, um den Beginn des Eingriffs zu schalten. Das dritte Lager stellt einen Trigger dar, um das Ende des Eingriffs zu schalten - dieses Vorgehen ist notwendig, um Konfigurationen als nicht funktionstüchtig zu erkennen[342]. Anschließend wird das Verhalten eines Sektors auf die gesamte Umdrehung kopiert.

Um die Kennfelddaten zu verallgemeinern werden die Ergebnisse normiert. Dabei wird die Geschwindigkeitsschwankung der Variable v auf die ideale Abwälzgeschwindigkeit $\omega_1 \cdot r_{w1}$ normiert, wobei die Einheitskreisfrequenz verwendet wird. Die Drehzahl des Lageraußenrings auf eine Antriebsdrehzahl von 1U/min normiert und der wirksame Hebelarm auf den Teilkreisradius r_{w1}. Bei der Errechnung des geometrischen Wirkungsgrades wird das Einheits-Antriebsmoment und die Einheitskreisfrequenz verwendet.

$$y_{Lager} = cos(\Phi) \cdot r_{w1}$$

$$\square y = r_{w1} + k - y_{Lager}$$

$$\varphi = \sin^{-1}\left(\frac{\square y}{r_{Lager}}\right) + \Phi$$

$$x = (\sin(\Phi) \cdot r_{w1}) + \left(\cos(\varphi - \Phi) \cdot r_{Lager}\right)$$

$$y_{Lager++} = \cos_{Deg}\left(\Phi - \frac{360°}{z_1}\right) \cdot r_{w1}$$

$$\square y_{++} = r_{w1} + k - y_{Lager}$$

$$\varphi_{++} = \sin_{Deg}{}^{-1}\left(\frac{\square y}{r_{Lager}}\right) + \left(\Phi - \frac{360°}{z_1}\right)$$

$$x_{++} = \left(\sin_{Deg}\left(\Phi - \frac{360°}{z_1}\right) \cdot r_{w1}\right) + \left(\cos_{Deg}\left(\varphi - \left(\Phi - \frac{360°}{z_1}\right)\right) \cdot r_{Lager}\right)$$

$$\Delta x = x - x_{++}$$

$$w_{Eingriff} = p - \left(r_{w1} - \sqrt[2]{{r_{w1}}^2 - k^2}\right)$$

$$v = \begin{cases} \frac{dx}{dt} & wenn\ \Delta x > w_{Eingriff} \\ \frac{dx_{++}}{dt} & wenn\ \Delta x \leq w_{Eingriff} \end{cases}$$

$$l = r_{w1} + \left(\sin_{Deg}(\varphi) \cdot r_{Lager}\right)$$

$$\eta_{geometrisch} = \frac{F_{t2} \cdot v}{M_1 \cdot \omega_1}$$

---

[341] Schwachstelle der Berechnung ist, dass die Anzahl der Lager ein Vielfaches von 360° darstellen müssen, da ein Algorithmus zur Linearisierung der Auftrennschnitte zwischen den Lagern innerhalb der Schrittweite zeitlich zu aufwendig ist. Eine alternative Lösung wäre die Nutzung einer durch eine Schleife aufgerufenen Funktion. Bei einer Schrittweite von 1° können Lageranzahlen von 3 (Minimum); 4; 5; 6; 8; 9; 10; 12; 15; 18; 20; 24; 30; 36; 40; 45; 60; 72; 90; 120; 180; 30; Schrittweite von 0,1°: zusätzlich 16; 25; 48; 50; 75; 80; 100; 144; 150; 200; 225; 240; 300; Schrittweite 0,01°: zusätzlich 32; 64; 96; 125; 160; 250; 288; Schrittweite 0,001°: zusätzlich 192; 320

[342] Sollte über den Berechnungsbereich kein durchgängiger Eingriff vorliegen, so wird an einem Berechnungsschritt das Ergebnis der Arkussinusberechnung komplex. Eine Prüfabfrage auf komplexe Werte sondert auf diese Weise diese Konfigurationen aus. Eine Berechnung des Systemverhaltens mit 2 Lagern wird so z.B.: grundsätzlich ausgesondert. Systeme mit 3 Lagern und Kopfkürzung fallen zum Teil auch heraus

In Abbildung 4-7 ist das Drehzahlverhalten der Kombination Rotor und Zahnstange. In der linken Abbildung ist besonders am Datensatz mit 3 Lagern zu erkennen, dass die Vorwärtsbeschleunigung der Zahnstange bei Eingriffsübergabe einen höheren Ausschlag aufweist, als die Abnahme der Geschwindigkeit während des Auslaufs eines Lagereingriffs. Mit steigender Lagerzahl wird der Effekt drastisch sättigend geglättet, wie in der Abbildung rechts zu erkennen ist. Der Einfluss der Zugabe von Teilung ist relativ gering auf die Ungleichförmigkeit. Es ist ebenfalls zu erkennen, dass bei 3 Lagern eine Zugabe von 40% in der Teilung bereits dazu führt, dass das Getriebe nicht mehr funktioniert.

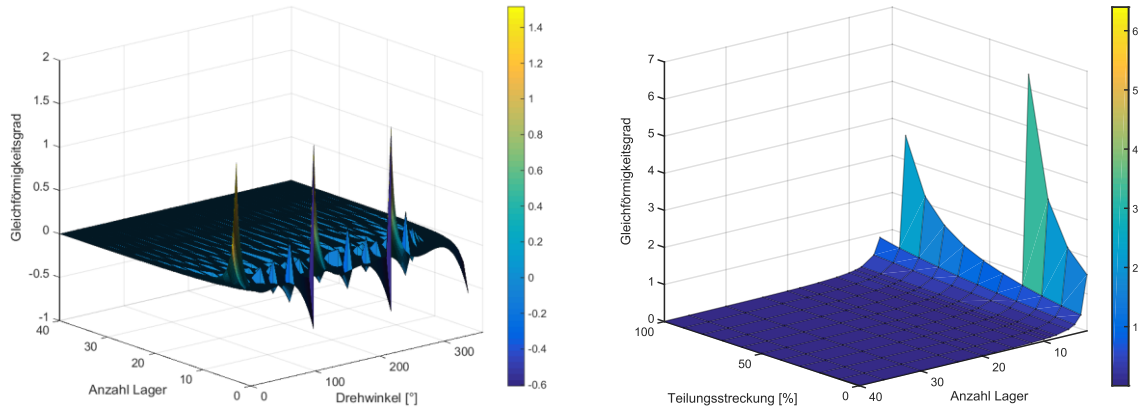


Abbildung 4-7: Tangentialgetriebe – Rotor mit Zahnstange – Gleichförmigkeitsgrad der Drehzahl (relative Abweichung der Ausgangsdrehzahl von der idealen Ausgangsdrehzahl). Links über den Drehwinkel in Abhängigkeit der Anzahl an Lagern. Rechts: Maximalwerte über die Streckung der Teilung mit x_p und der Anzahl der Lager

In Abbildung 4-8 links ist das Wandlungsverhalten des Getriebes dargestellt. Es stellt das Verhältnis zwischen eingehender Tangentialkraft und aufgenommener Tangentialkraft dar. Das Verhältnis bildet mit dem Drehzahlverhalten den geometrischen Wirkungsgrad (ohne Reibung) in der rechten Abbildung ab. Es ist zu erkennen, dass sich mit der Erhöhung der Lageranzahl relativ schnell ein hervorragender Wert einstellt. Die Teilungszugabe hat nur einen sehr geringen Einfluss. Daraus ist zu entnehmen, dass das Tangentialgetriebe in der Form Rotor und Zahnstange desto effizienter arbeitet, je geringer die Krümmung des Rotors ist. Kopfkürzung muss nicht betrachtet werden. Die Nachteile sind zu groß. Teilungsstreckung ist der zu wählende Weg die Festigkeit zu erhöhen.

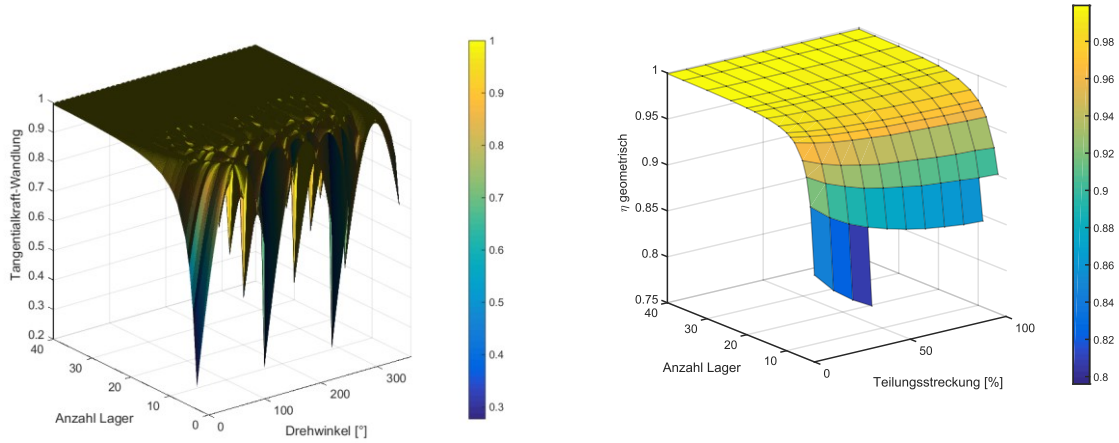


Abbildung 4-8: Tangentialgetriebe – Rotor mit Zahnstange – Wandlungsgrad der Tangentialkraft (links) in Abhängigkeit der Anzahl an Lagern. Rechts: über den Drehwinkel gemittelter reibungsfreier (d.h. geometrischer) Wirkungsgrad in Abhängigkeit der Anzahl an Lagern und Teilungszugabe

4.3 Reibmomente an Zahnrad und Lagerkranz

In Kapitel 4.2 hat sich gezeigt, dass eine Teilungszugabe zur Erhöhung der Festigkeit der Zahnflanken eingesetzt werden kann, ohne zu große Einbußungen im Wirkungsgrad zu erfahren. Das Profil wird dementsprechend angepasst. Außerdem wird festgelegt große Lagerzahlen am Rotor zu verwenden. Dadurch ist es möglich anstatt einer Kopfkürzung eine Kopfzugabe einzuführen, wobei eine Kopfrundung gesetzt wird, welche in der Höhe der Kopfzugabe entspricht.

$$Rundung = -k$$

Ohne FEM-Betrachtungen hinzuzuziehen wird sich für die Wahl einer Teilungszugabe am Verhältnis der Teilung zum Bolzendurchmesser an der Fahrradkette orientiert (siehe Tabelle 42). Das Verhältnis des Durchmessers zur Teilung entspricht ungefähr der goldenen Teilung von 1,6180339. Der goldene Schnitt wird zur Erhöhung der Zahnbruchsicherheit angesetzt.

$$x_p = 61{,}80339\%$$

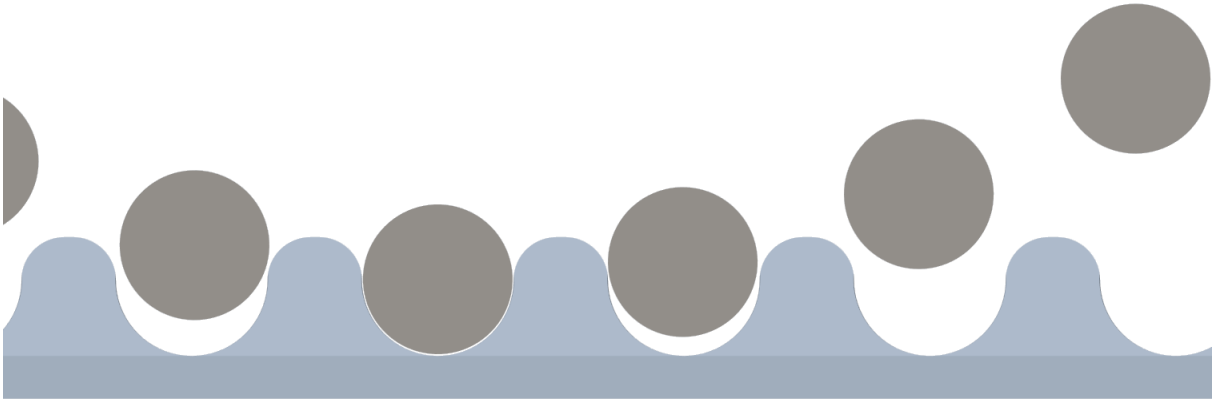


Abbildung 4-9: Zahnstange mit Teilungszugabe; Kopferhöhung; Kopfrundung und Anfasung

Durch die Krümmung des Rades stehen die Lager während des Eingriffsvorgangs nicht mehr durchgängig zu den Bohrungen ausgerichtet. Sie weisen während des Eintauchens einen Winkelfehler zur Achse auf. Um diesen Winkelfehler zu beheben können die Bohrungen fertigungsgerecht beidseitig angefächert werden. Im Gegensatz zu einer balligen Ausführung weist das Bohrungsprofil eine feste Berührungslinie auf.

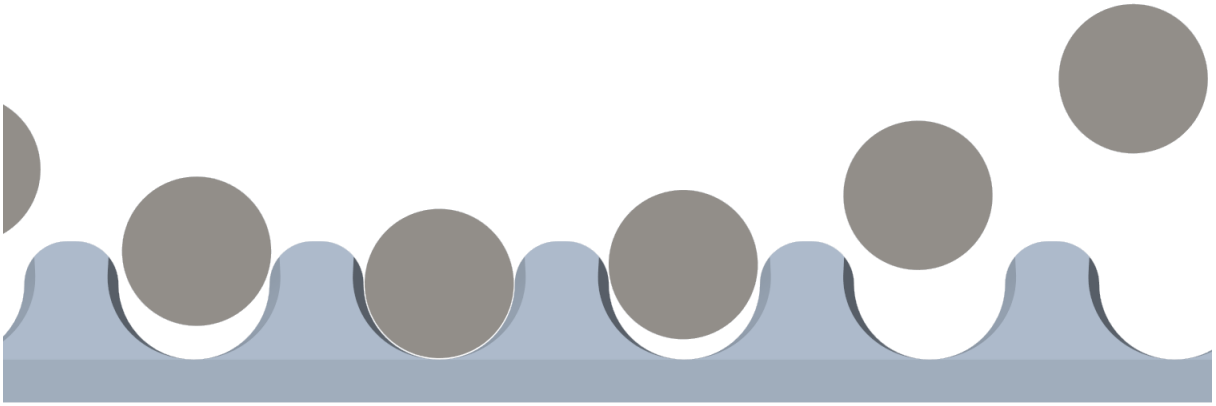


Abbildung 4-10: Zahnstange mit Teilungszugabe; Kopferhöhung; Kopfrundung; Anfasung und radial angewinkelten Bohrlöchern

Nachdem bereits festgestellt wurde, dass der Wirkungsgrad des Getriebes am höchsten ist, wenn die Krümmung des Rotors gering ist, gilt das gleiche für die Krümmung des Rades. Durch die Krümmung des Rades wird der Lageraußenring radial auf der Zahnflanke zum Wandern gezwungen. Anstatt eines Linienkontaktes liegt damit ein Punktkontakt vor. Es ist zu erwarten, dass ein minimaler Gleitvorgang vorliegt.

Wenn die Krümmung des Profils ausreichend groß ist (wie in Abbildung 4-11) kann das Drehzahlverhalten aus der Translationsgeschwindigkeit (siehe Gleichförmigkeit in Abbildung 4-7) abgeleitet werden. Die Änderungen welche sich in der Eingriffsweite $w_{Eingriff}$ ergeben sind sehr gering.

Das angewinkelte, leicht ballige Bohrungsprofil ist geschätzt und mit keiner Berechnung belegt. Der Winkel sollte sich an den Kanten der Lager in Abbildung 4-11 oben orientieren ab dem Zeitpunkt an welchem ein Lager in die Verzahnung eingreift.

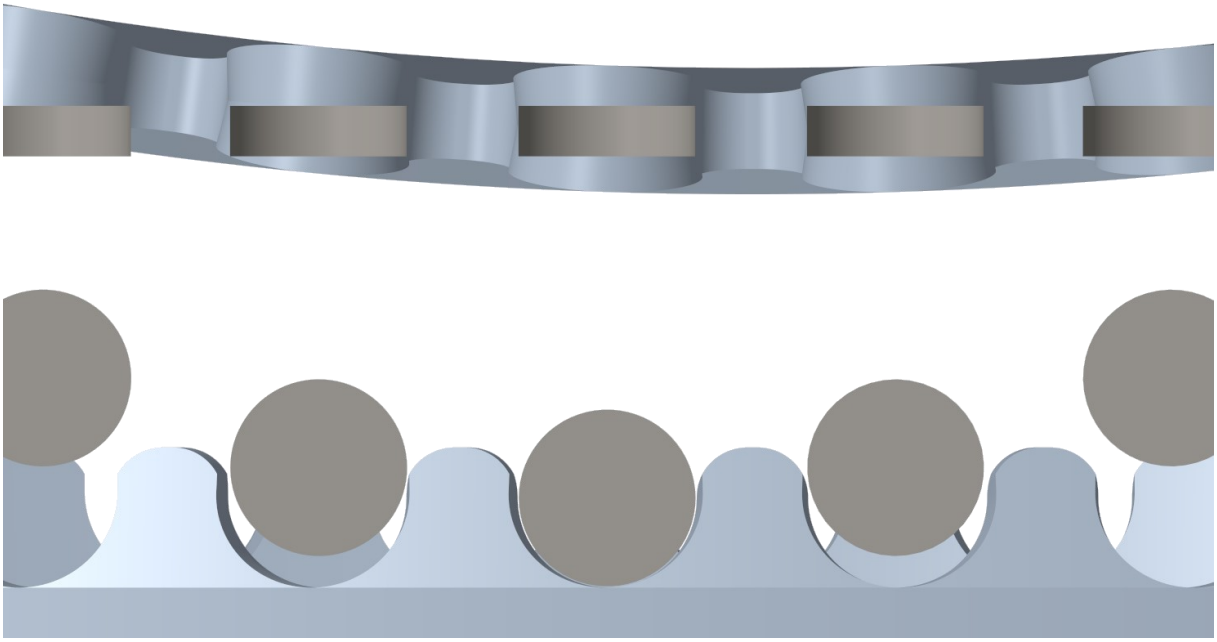


Abbildung 4-11: Gekrümmtes Profil aus zwei Blickwinkeln

Die in den Berechnungen zu Abbildung 4-6 dargestellte Variable x stellt den Hebelarm der Reibkraft dar, welche durch das Einschieben des Lageraußenrings in den gekrümmten Verzahnungseingriff zustande kommt. Die Variable weist in den Berechnungen einen Vorzeichenwechsel auf wodurch das Moment stets korrekt gebildet wird. Der komplette Gleitvorgang besteht aus einem in den Eingriff eintauchenden Teil und einem austauchenden Teil (siehe Abbildung 4-12). Die sich daraus ändernden Vorzeichen der Bewegung können mit dem Vorzeichen des Hebelarms erfasst werden. Unter Nutzung des *Coulomb*-Ansatzes wirkt in die Reibungsbildung nur die Normalkraftkomponente ein. Die Komponente ist maximal, wenn der Hebelarm minimal ist. Da die Wirkung des Reibmoments auch davon abhängig ist an welcher Stelle der Verzahnung das Antriebsmoment eingebracht wird, wird das Reibmoment schlicht der Richtung des Antriebmomentes entgegengesetzt:

$$M_{r,Zahnrad} = \mathrm{sign}(M_1) \cdot \Big(\big((\mathrm{sign}(x) \cdot F_{t2}) \cdot \mu \big) \cdot x \Big)$$

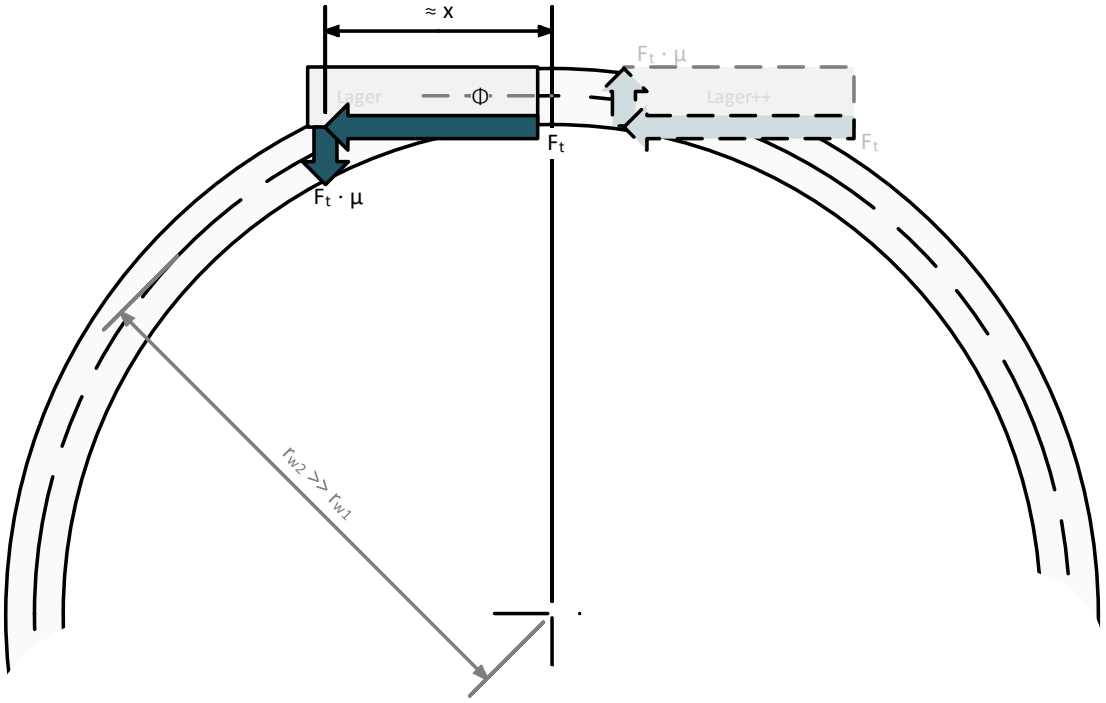


Abbildung 4-12: Annäherung des Reibmomentes am Zahnrad des Tangentialgetriebes für große Zähnezahlen am Zahnrad

Unter Vernachlässigung von Elastizitäten und Fertigungsabweichungen befindet sich stets nur ein Lager im Eingriff. Auf den Lagerkranz wirkt jeweils das Reibmoment dieses im Eingriff befindlichen Lagers. Die Lager welche sich nicht im Eingriff befinden weisen minimale Speicherverluste auf, da bei Verlassen der Verzahnung die im Massenträgheitsmomentgetriebe gespeicherte Energie durch das kontinuierliche Leerlaufreibmoment abgearbeitet wird. Bei Wiedereintritt in die Verzahnung kann ein minimaler Schlupf vorliegen um die Differenzdrehzahl aus Istdrehzahl des Lageraußenrings zur geometrisch erzwungenen Drehzahl durch die Verzahnung aufgeholt werden muss. Es wird davon ausgegangen, dass die am Außenring erzwungene Geschwindigkeit nach Kapitel 4.2 geometrisch ideal berechenbar ist [343]. Demnach leitet sich die Drehzahl des Außenrings über den Winkel φ ab und die Drehzahl des Innenrings über den Winkel Φ.

Anders als beim Reibmoment ist als radiale Belastung die über den Teilkreisradius r_{w1} ermittelte Tangentialkraft einzusetzen. Die Lager erfahren außerdem eine axiale Belastung durch die über den Außenring und Verzahnung wirkende Reibkraft:

$$F_r = \frac{M_1}{r_{w1}} \cdot \left[\frac{1000mm}{1m}\right]$$

$$F_a = \left(\text{sign}(M_1) \cdot \frac{F_{t1}}{\cos(\Phi_{Sektor})}\right) \cdot \mu$$

$$M_{r,Lagerkranz} = M_{r,Rillenkugellager}$$

[343] Im Fall von Kopfkürzungen ist unter Umständen wie elastische Achsabstandsänderungen ein nicht weiter betrachtetes Abrollen des Lageraußenrings denkbar, da der Angriffspunkt der Tangentialkraft sich unterhalb des Drehpunkts des Lagers verschiebt

4.4 Prototyp für Wirkungsgraderrechnung

Für die Wirkungsgraduntersuchung der Tangentialgetriebestufen ist es nötig einen Prototyp vorauszulegen. Als Anhaltspunkt der Auslegung wird die Geometrie und die zulässige Belastung des *Pinion P1.18* Mittelgetriebes herangezogen. Aus dem Benutzerhandbuch ist zu entnehmen, dass das maximal zulässige Antriebsmoment 250Nm beträgt [100, S. 6]. Die höchste Antriebsbelastung kann mit der höchstmöglichen Übersetzung des Getriebes, welche bei 1,82 liegt (siehe Abbildung 2-78) ermittelt werden:

$$M_{Zahnrad,max} = 250Nm \cdot 1{,}82 = 455Nm$$

Da aus Kapitel 4.3 bekannt ist, dass das Reibmoment am Zahnrad durch die Größe der Tangentialkraft bestimmt wird, ist der Teilkreisdurchmesser des Zahnrades maximal zu wählen. Der maximale Teilkreisdurchmesser kann über den Kurbelradius festgelegt werden, da diesem im Rahmen der Karosseriebetrachtung in Kapitel 3.1.1 einen entsprechenden Hüllkurvenraum freigegeben bekommt.

$$d_{w,Zahnrad} \overset{!}{\approx} 2 \cdot r_{Kurbel} = 2 \cdot 175mm$$

Damit kann die maximale Tangentialkraft am Zahnrad errechnet werden, welche das Lager und den Bolzen belastet. Die maximale Belastung eines Bolzens der Güte *12.9* lässt sich mit einer geschätzten Scherbelastung von $720\,N/mm^2$ schätzen, wenn der Kreisquerschnitt des Bolzens $A = 0{,}25 \cdot \pi \cdot D^2$ als Bemessungsgrundlage gewählt wird:

$$F_{t,Zahnrad,max} = \frac{M_{Zahnrad,max}}{0{,}5 \cdot d_{w,Zahnrad}} = 2600N$$

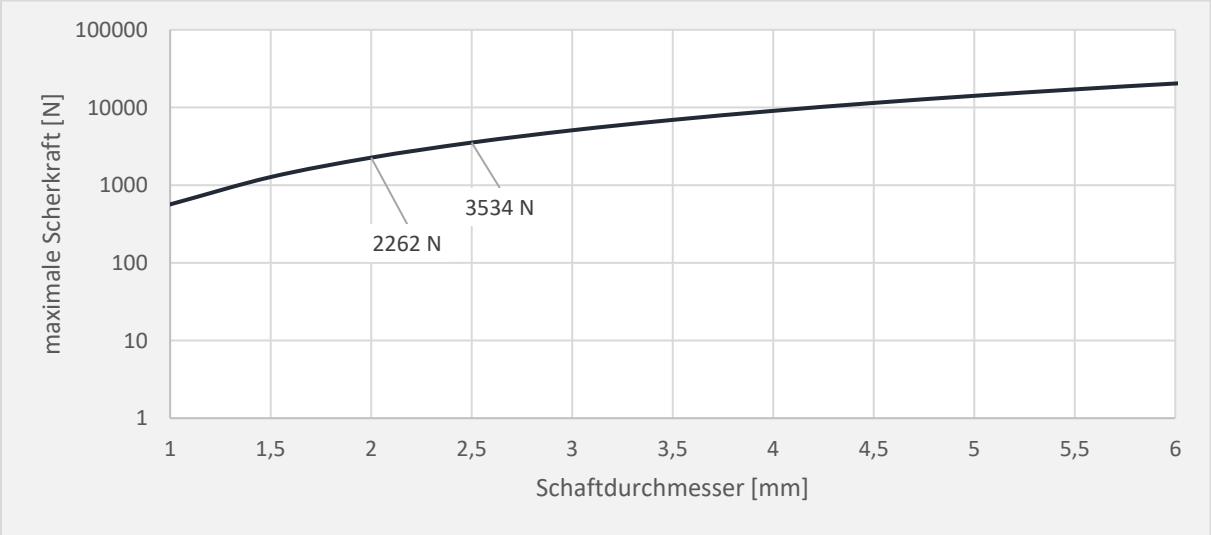


Abbildung 4-13: Maximale (sicherheitsfreie) Scherbelastung eines Bolzens der Güte *12.9* in Abhängigkeit der Baugröße

Als Bolzen zur Lagerbefestigung eignet sich beispielsweise ein Bolzen nach Art einer Passschraube nach DIN ISO 7379. Diese Bolzen sind in der Güte *12.9* mit einem gepassten Schaftdurchmesser von 3mm (M2-Gewinde) und 4mm (M3-Gewinde) lieferbar[344].

[344] Kleinere Bolzen können nicht gefunden werden. An dieser Stelle besteht Optimierungspotential, da mit einem kleineren Bolzen auch kleinere Lager verwendet werden können. Der Schaft ist im Lagerkranzträger zu versenken, damit das Gewinde nicht auf Scherung belastet wird

In Abbildung 4-14 sind der Großteil verfügbarer Miniaturlager-Dimensionen aufgelistet. Bei der Auswahl eines Lagers ist der Bolzendurchmesser die Auswahlgrundlage für eine Lagerfamilie über den Bohrungsdurchmesser d. Aus Kapitel 4.2 ist bekannt, dass möglichst viele Lager auf dem Lagerkranz sitzen müssen, um den Wirkungsgrad zu steigern. Da der Achsabstand im Fahrzeug begrenzt ist, bedeutet das im Umkehrschluss, dass der Außendurchmesser der Lager so klein wie möglich gehalten werden muss. Damit wird für einen 3mm Bolzen ein Lager der Familie *MR63* interessant und für einen 4mm Bolzen ein Lager der Familie *MR74*.

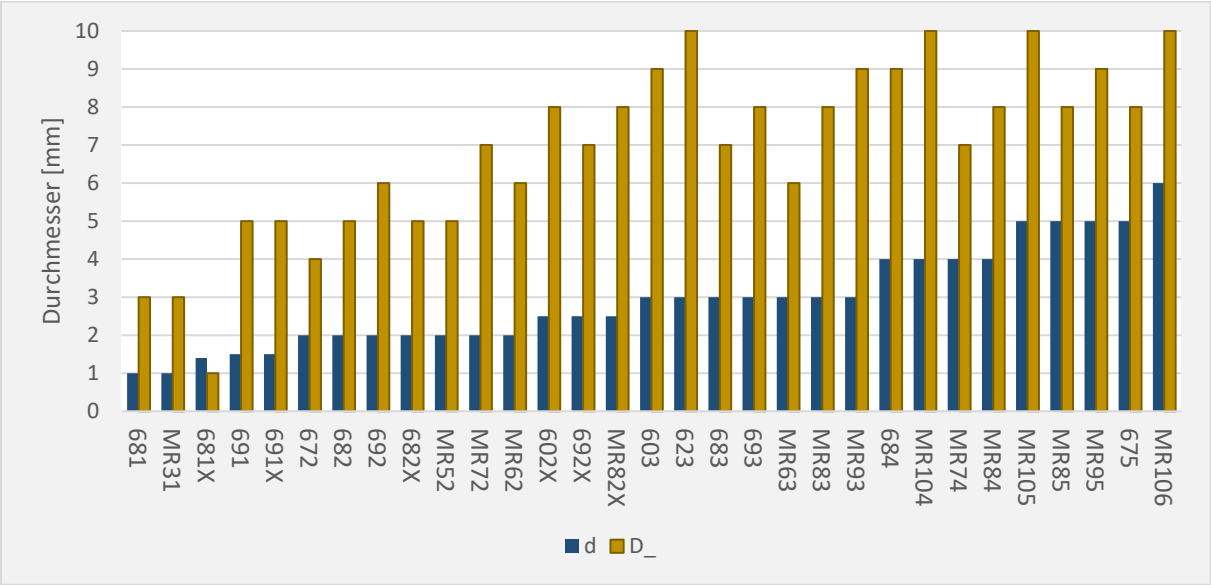


Abbildung 4-14: Außendurchmesser D und Bohrungsdurchmesser d von Miniaturlagern. Optional lieferbar mit Staubdichtung ZZ oder Berührungsdichtung 2RS oder/und als Hybridlager

Betrachtet man die dynamische Tragfähigkeit der Lager stellt sich ein Problem auf, da erst Lager mit einem Bohrungsdurchmesser von 10mm und einem Außendurchmesser von 22mm eine dynamische Belastung oberhalb 2600N verkraften. Diese Lagerdimensionen sind für das Tangentialgetriebe unakzeptabel.

Um an dieser Stelle zugunsten des Wirkungsgrades eine Entscheidung zu treffen wird die Belastungssituation noch einmal hinterfragt. Die Angaben für die maximale Belastung des *Pinion P1.18* beziehen sich auf einen Einsatz im herkömmlichen Fahrradbereich, bei welchem der Fahrer fast senkrecht über den Kurbeln positioniert ist. In Abbildung 2-134 ist die maximale Leistung eines Fahrers in aufrechter Position bei einer Drehzahl von 90U/min ermittelt worden. Das Abtriebsmoment eines Beines beträgt in der Spitze ungefähr 40Nm. Das zweite Bein bringt ein Moment mit einem Phasenversatz von 180° auf, sodass sich die Momente nicht aufaddieren.

$$M_{max@90U/min} \approx \frac{375W}{90min^{-1}} \cdot \left[\frac{60s \cdot min^{-1}}{2\pi}\right] \approx 40Nm$$

Hinzu kommt, dass das *Pinion*-Getriebe für den Mountainbike-Extremsportbereich verkauft wird, was aus den entsprechenden Werbevideos ersichtlich ist. In diesem Bereich fahren die Fahrer extreme Steigungen im Stehen oder bewältigen Sprünge, welche sich in starken Drehmomentspitzen während des Abfangvorgangs eines Sprungs bemerkbar machen können.

In der Liegeposition sind die auftretenden Kurbelmomente geringer als in Sitzposition. Die maximalen tangentialen Kurbelkräfte im Anfahrvorgang sind in Abbildung 3-93 rechts unten dargestellt. Das sich daraus ableitende maximale Moment entspricht ungefähr:

$$M_{max} \approx 600N \cdot 175mm \cdot \left[\frac{1m}{1000mm}\right] = 105Nm$$

Aus dem Leistungskennfeld des menschlichen Antriebs kann die mittlere maximale Belastung im Anfahrvorgang entnommen werden (siehe Abbildung 3-98 rechts). Diese liegt bei ungefähr 50Nm ($0{,}5 \cdot M_{max}$) im Anfahrvorgang (selten) und etwa bei 30Nm bei einer unterkritischen Drehzahl von 50U/min. Damit kann ein Anwendungsfaktor von 2 abgeschätzt werden:

$$K_A = 2$$

Es wird festgelegt, dass die Lager mit einer Antriebsbelastung von 30Nm vordimensioniert werden. Die extremen Belastungen, welche sich periodisch mit dem Anwendungsfaktor einstellen führen zu hohen Hertz'schen Pressungen.

$$F_{r,\max\,(Betrieb)} = \frac{30Nm}{175mm} \cdot \left[\frac{1000mm}{1m}\right] \cdot 1{,}82 \cdot K_A \lesssim 310N^{+310N}_{-310N}$$

$$F_{r,\max\,(Anfahr)} = \frac{105Nm}{175mm} \cdot \left[\frac{1000mm}{1m}\right] \cdot 1{,}82 \approx 1000N$$

Sowohl das Miniaturkugellager *MR74 ZZ*, als auch die Variante mit Siliciumcarbid-Kugeln *SMR74 ZZ* weist eine dynamische Grundtragzahl von $C_{dyn} = 310N$ auf. Für den Betrieb wird dieses Verhältnis als verkraftbar eingeschätzt. Schließlich dauert der Eingriff eines Lagers nur eine Sektorlänge, sodass die Lebensdauer mit der Anzahl Sektoren über die Umdrehungen verlängert wird. Jedoch ist es wahrscheinlich, dass die Anfahrvorgänge sukzessive Elemente der über den Lagerkranz verteilten Batterie an Lagern schädigen könnte. Eine bessere Tragfähigkeit kann z.B.: mit den Lagern *693 ZZ* (560N), *684 ZZ* (641N) oder *623 ZZ* (670N) zu Kosten des Wirkungsgrades (siehe Kapitel 3.2.4.15) erreicht werden.

Aus Kapitel 2.3.2 ist bekannt, dass Vollkeramiklager hervorragende Material-Eigenschaften hinsichtlich hoher Belastungen aufweisen. Kritisch bei diesen Lagern ist die Blitztemperatur, welche unter zu hohen Kontaktdrücken zu Beschädigungen im Keramik-Werkstoff führt. Ein geschmiertes Keramiklager weist demnach eine Auslegungsgrenze von 2400N/mm² auf, wenn eine Öl- oder Fettschmierung vorliegt. Eine Testrechnung des Hertz'schen Flächendrucks nach Kapitel 2.3 ergibt unter der Nutzung einer Poissonzahl von 0,3 und den Angaben aus Tabelle 12 eine zu hohe Flächenpressung. Jedoch scheinen die Belastung von Keramiklagern und Stahllagern ähnlich zu sein, wenn angenommen wird, dass die zulässige Hertz'sche Pressung eines Lagerstahls eineinhalb so hoch wie die Zugfestigkeit [345]sein darf.

Es wird sich zugunsten des Wirkungsgrades für die Unterdimensionierung der Lager entschieden. Jedoch wird ein Vollkeramiklager mit Schmierfett und doppelter Staubdichtung angenommen. Der keramische Außenring soll außerdem Kontaktverschweißungen am Zahnrad vermeiden, welches für ein geringeres Reibmoment mit Fett geschmiert werden sollte.

---

[345] 100Cr6: R_m = 1470 N/mm²; $p_{zul} \approx 1{,}5 \cdot Rm \approx 2200$ N/mm²
Si3N4: R_m = 800 N/mm²; $p_{zul} \approx 3{,}0 \cdot Rm \approx 2400$ N/mm²

Im nächsten Schritt ist die Anzahl der Lager auf dem Lagerkranz festzulegen. Die Entscheidung ist an die Geometrie des *Pinion P1.18*-Mittelgetriebe gebunden, da der Achsabstand durch die Kettenlinie vorgegeben wird. Aus dem Benutzerhandbuch ist ein Achsabstand von 54mm zu entnehmen [100, S. 6]. Dieser Achsabstand stellt den maximalen Teilkreisradius des Lagerkranzes $r_{w,max}$ dar. Nach der Einleitung in Kapitel 4 und Kapitel 4.1 errechnet sich der Teilkreisradius mit der folgenden Formel. Dabei ist im Gegensatz zur Lagerdimensionierung kein großer Spielraum zur Reduktion der Teilungsverschiebung x_p, da ein Zahnbruch droht. Es wird eine grenzwertige Streckung um die 30% gewagt, wobei eine Negativkopfkürzung und Kopfrundung in selber Höhe eingesetzt wird.

$$r_{w,max} = \frac{\left(D_{Lager} + 2 \cdot Spiel\right)}{2 \cdot sin\left(\frac{\pi}{z_1}\right)} \cdot \left(\frac{100\% + x_p}{100\%}\right)$$

$$\Rightarrow z_1 = \frac{\pi}{\sin^{-1}\left(\frac{\left(D_{Lager} + 2 \cdot Spiel\right)}{2 \cdot r_{w,max}} \cdot \left(\frac{100\% + x_p}{100\%}\right)\right)}$$

$$= \frac{\pi}{\sin^{-1}\left(\frac{(7mm + 2 \cdot 0{,}05mm)}{2 \cdot 54mm} \cdot \left(\frac{100\% + 30\%}{100\%}\right)\right)} \leq 36 + \frac{5}{7} = 36$$

Damit ergeben sich wenigstens 36 Lager, wobei genügend Bauraum vorhanden ist die Verzahnung und ein schmales Gehäuse unterzubringen. Die Anzahl der Bohrungen für das Zahnrad kann auf ähnliche Weise errechnet werden. Dabei ist für den maximalen Teilkreisradius $r_{w,max}$ der Kurbelarmradius 175mm einzusetzen.

$$\Rightarrow z_2 = \frac{\pi}{\sin^{-1}\left(\frac{(7mm + 2 \cdot 0{,}05mm)}{2 \cdot 175mm} \cdot \left(\frac{100\% + 30\%}{100\%}\right)\right)} \leq 119{,}114838 = 119$$

Es werden 120 Bohrungen gewählt. Würde die Option ins Auge gefasst werden mehrere Zahnräder auf einer Ebene anzuordnen um eine Schaltbarkeit zu gewährleisten, wäre es sinnvoll Bohrungszahlen als Vielfache voneinander festzulegen, um leicht schalten zu können. Dieses Vorgehen ist allerdings unrealistisch, weil eine Verkürzung des Hebelarms noch größere Scherkräfte und Lagerbelastungen hervorrufen würde. Das System befindet sich bereits in der Grenze.

Mit den getroffenen Konfigurationen ist nun gewährleistet, dass die Lager so klein und zahlreich wie es der Bauraum ermöglicht, festgelegt sind. Die Abtriebswelle befindet sich nun auf der Mittelebene des *Pinion P1.18*-Mittelgetriebe. Damit kann die Abtriebswelle potentiell im Zentralrahmenrohr des Fahrzeuges untergebracht werden. Mit der festgelegten Kombination aus Lagerzahl und Bohrungszahl ist allerdings eine Übersetzung eingetragen worden. Diese beträgt:

$$i_{Stufe1} = \frac{36}{120} = 0{,}3$$

Damit wird das Moment reduziert und die Drehzahl erhöht. Damit kann an der Dimensionierung des Gelenkes und der Welle gespart werden: beides Eigenschaften welche der Realisierung der Unterbringung im Zentralrahmenrohr des Fahrzeuges zuspielen.

Die folgenden Festlegungen zur Dimensionierung der Abtriebstufe am Verteilergetriebe sind an die Empfehlungen zur Gesamt-Fahrzeug-Übersetzung des Herstellers *Pinion GmbH* geknüpft. Laut [100, S. 7] wird eine Empfehlung zur Übersetzung des Leistungsüberträgers (z.B.: Kettentrieb oder Tangentialgetriebe) von 0,866 ausgesprochen. Diese Übersetzung gilt jedoch für Fahrzeuge mit 28"-Bereifung. Da das *Ballista* eine Bereifung von 20" aufweist (siehe Kapitel 1.1), ist die Getriebewirkung der Räder zu berücksichtigen. Die zweite Tangentialgetriebestufe sollte in etwa folgende Übersetzung aufweisen:

$$i_{Stufe2} \overset{!}{\approx} \left(\frac{26z}{30z} \cdot \frac{20"}{28"}\right) \cdot \frac{1}{i_{Stufe1}} \approx 2$$

Die Dimensionierung der zweiten Stufe weist einen Zwiespalt der Wirkungsgrade auf. Auf der einen Seite sind die Verluste möglichst gering, wenn die Lageranzahl der Rotoreinheit möglichst hoch ist. Auf der anderen Seite bedeutet eine hohe Lageranzahl die doppelte Bohrungsanzahl und damit einen großen Zahnraddurchmesser. Ein großes Zahnrad würde ähnlich einem schweren Differential bei einem Geländewagen über den Unterbau des Fahrzeuges hinausragen und die Bodenfreiheit reduzieren. Ein Anheben des Verteilergetriebes jedoch, würde nicht nur die Verluste an der Gelenkwelle zwischen den Tangentialgetriebestufen erhöhen, es würde auch die Nullstellungsverluste in den Gelenkwellen der beiden Abtriebsachsen vergrößern.

Grundsätzlich wird hierzu vereinbart, dass die Antriebsachsen unter keinen Umständen künstlich angehoben werden. Bevor dreifache Gelenkverlusterhöhungen gefahren werden, werden Verluste an der zweiten Tangentialgetriebestufe in Kauf genommen oder es wird akzeptiert, dass die Bodenfreiheit angegriffen wird[346].

Da mit der Festlegung des Rotorradius (Lagerkranz) die Tangentialkraft gebildet wird, gibt es kein Spiel einen kleineren Rotordurchmesser zu wählen. Dieser muss identisch zum ersten Rotor sein, was den Nebeneffekt einer einheitlichen Ebenenlage der Zahnräder aufweist. Damit liegt fast dieselbe Lagerbelastung vor, wie beim ersten Rotor und es ergibt sich ohne Anpassungsspielraum direkt eine Bohrungsanzahl von 72. Am Abtrieb des Getriebes wird erst einmal grundsätzlich ermöglicht eine Schaltung zu implementieren, da sie in Fahrerreichweite ist und die Wahl des Ganges keine Auswirkungen auf die Belastung der Lager hat.

$$\Rightarrow z_3 = z_2 = 36$$

$$\Rightarrow z_{4(1)} = i_{Stufe2} \cdot z_3 = 72$$

$$\Rightarrow z_{4(2)} = 60 \qquad \Rightarrow z_{4(3)} = 48 \qquad \Rightarrow z_{4(4)} = 36 \qquad \Rightarrow z_{4(5)} = 24$$

[346] $r_{Rad} = \frac{1}{2} \cdot 20" \cdot \frac{10mm}{0{,}3937"} = 254mm \qquad r_{Ritzel,42z} = \frac{\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{10mm}{0{,}3937"}42}{\pi} = 84{,}89mm$

Bei genauerer Betrachtung (siehe Abbildung 4-15 links) wird offensichtlich, dass ein axiales Verschieben des Rotors gar nicht ohne weiteres möglich ist, da der Lagerträger zwangsläufig mit dem Zahnrad kollidiert. Eine Lösung die geometrische Barriere zu übergehen ist in der Patentschrift in Kapitel 2.7.2 dargestellt. Dabei wird die eine Hälfte des Rotors in der Phase in welcher er am weitesten vom Zahnrad entfernt ist axial weitergeschaltet. Die zweite Hälfte des Rotors folgt eine halbe Periode später. Die Lösung ermöglicht darüber hinaus ein Schalten zwischen Zahnlücken, welche nicht auf einer Achse liegen. Dabei ist keine Verspannung zu erwarten, da stets nur ein Lager im Eingriff ist.

In der vorliegenden Anwendung stellen zusätzliche Gänge einen großen Massefaktor bei geringem Mehrwert dar. Kleinere Ritzel werden sinnvoll, wenn das Fahrzeug elektrische Unterstützung jenseits der 25km/h-Grenze erhält. Eine Axialverschiebung des Rotors hätte bedeutet, dass das Getriebe einen Rückwärtsgang anbieten kann, wenn die Verschiebung bis an das andere Ende des Zahnrades erfolgen würde. An dieser Stelle wird das jedoch durch das Verteilergetriebe behindert (siehe Abbildung 4-15 links).

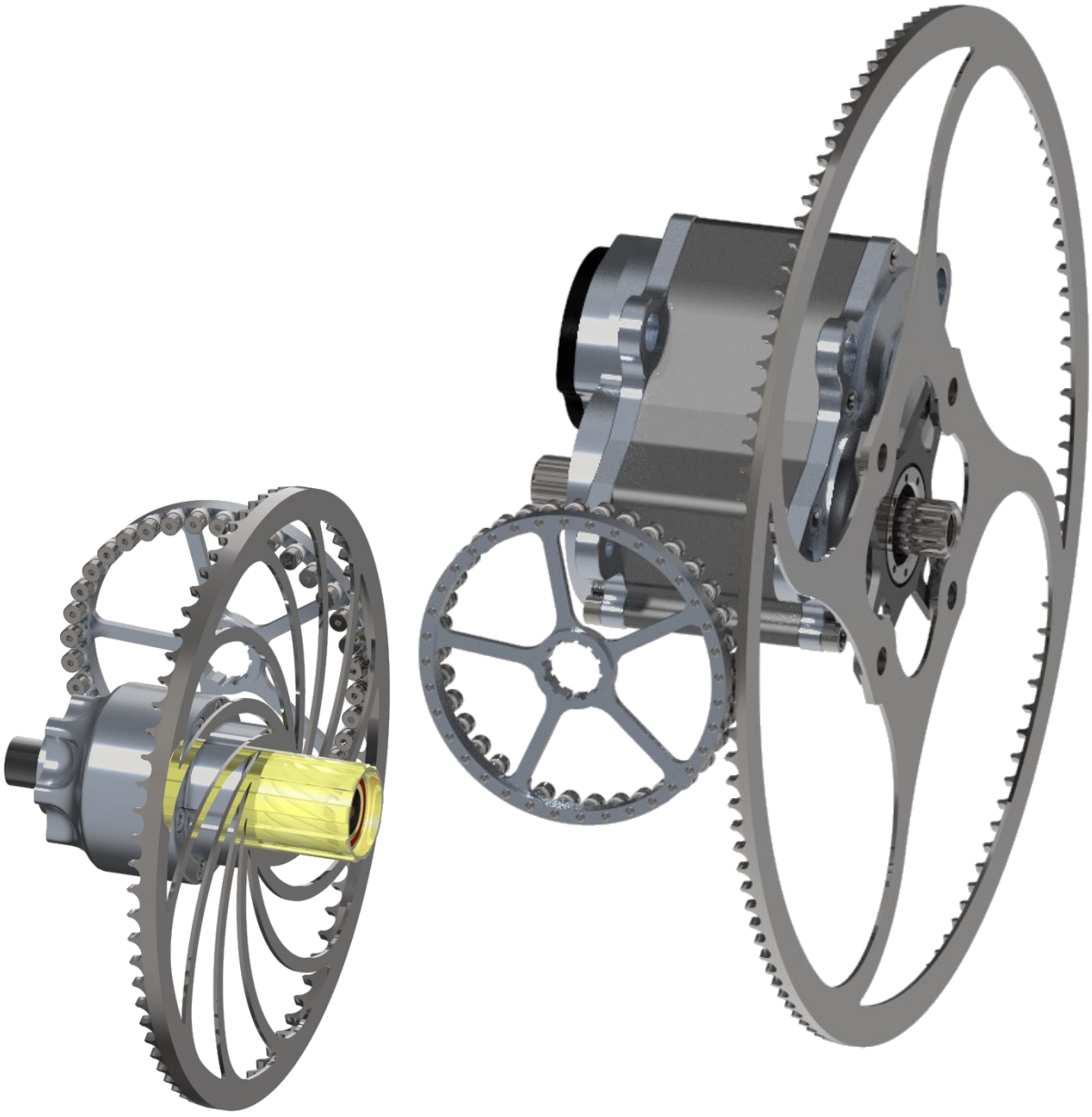


Abbildung 4-15: CAD-Modelle der Tangentialgetriebestufen am Antrieb (rechts) und am Abtrieb (links)

5 Zusammenfassung

Die Aufgabenstellung konnte in der ersten Stufe: der Untersuchung eines Antriebstrangs durch reine Muskelkraft erfolgreich abgearbeitet werden. Das angesetzte Ziel diese Aufgabe in 111 Arbeitstagen, spätestens jedoch nach 133 Arbeitstagen zu erreichen, ist gescheitert. Für die Aufgabe wurden 176 Werktage, tatsächlich jedoch circa 230 Arbeitstage benötigt. Dies ist direkt auf die enorme Schwierigkeit zur Beantwortung der aufgetretenen Fragen zurückzuführen, welche komplizierte mathematische und informatische Ansätze erfordert haben. Die Schwierigkeiten lagen insbesondere im Menschmodell und dem Tripodengelenk (siehe Abbildung 5-1 links). Beide Themenbereiche sind dafür verantwortlich, dass das Arbeitsvolumen in Kapitel 2 relativ hoch ist (siehe Abbildung 5-1 mittig). Der große Arbeitsanteil in Kapitel 3 ist den überaus umfangreichen und komplexen Berechnungen geschuldet. Die Programmierung auf diesem Niveau hat in *SIMULINK®* viele Erfahrungswerte hervorgebracht, welche einen erneuten Aufbau ähnlicher Modelle erheblich verkürzen. In Abbildung 5-1 rechts ist zu erkennen wie aufwendig die Dokumentation von Ergebnissen ist. Sie liegt bei 33%, während die effektive Arbeit aus Programmierung und Konstruktion fast exakt 50% beträgt. Zusammenfassend hat sich gezeigt, dass eine Arbeit auf unbekanntem Gebiet auf dem angesetzten Niveau nicht planbar ist. Nach einer Sondierung der Arbeitsmethoden und Erstellung eines Arbeitsplan mit vielen Puffern ist mindestens der Faktor 2 anzusetzen, um Folgeentwicklungen eintakten zu können. Auf der anderen Seite haben die Ergebnisse eine Möglichkeit geschaffen digitale Prototypen in *SIMULINK®* zu erzeugen, bei dessen Konfiguration durch die Abstraktionsebene bereits Optimierungspotential ersichtlich wird.

Im Folgenden soll der Weg der Arbeit noch einmal aufgezeichnet werden und die wesentlichen Erkenntnisse zusammengefasst werden.

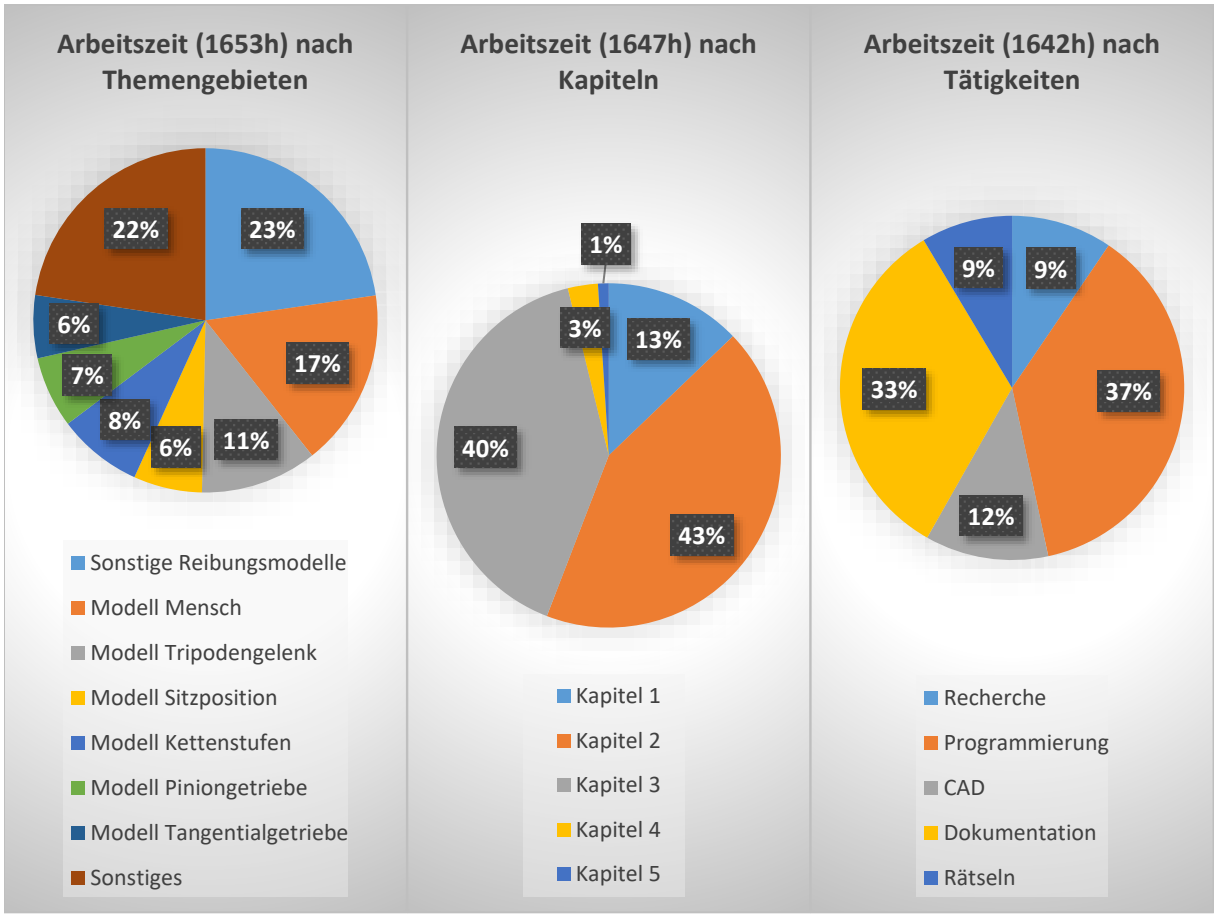


Abbildung 5-1: Einsatz der Ressourcen im vorliegenden Projekt

In Kapitel 1 wurde eine Sondierung zu den wesentlichen Verlustverursachern im Fahrzeug eingegangen – den Luftwiderstand; den Rollwiderstand und der Reibung zwischen Flüssigkeiten; Festkörpern und der Kombination von beidem. Dabei werden Handlungsempfehlungen und grundsätzliche Hinweise zur Reduktion der Verluste geäußert. So muss bei Design des Strömungsprofils darauf geachtet werden von welchen Richtungen die Anströmung überwiegend wirkt. Ein rein muskelbetriebenes Fahrzeug weist weitaus geringere Fahrtgeschwindigkeiten als ein elektrisch angetriebenes Fahrzeug auf. In der Folge wirkt die Anströmungsrichtung stärker in den resultierenden Anströmvektor ein, sodass frontale Schräganströmung, z.B. unter Nutzung von starken Frontalrundungen, mehr berücksichtigt werden muss. Die Räder stellen eine Verlustquelle hinsichtlich des Luftwiderstands dar. So ist es sinnvoll Räder mit glatten Kappen zu versehen oder direkt auf den Einsatz von Speichen zu verzichten. Auch die Unterbringung der Räder in der Karosserie senkt die Strömungsverluste. Es hat sich herausgestellt, dass große Räder einen geringeren Rollwiderstand aufweisen als kleine. Dabei ist der Einsatz eines Profils nicht sinnvoll, da die Straßenwasser-Verdrängung bei den niedrigen Fahrtgeschwindigkeiten kein Problem darstellt.

Bei der Betrachtung der Reibung hat sich herausgestellt, dass es erstrebenswert ist Gleitreibung gegen Rollreibung zu tauschen, wenn Verluste minimiert werden sollen. Es wurde gezeigt, dass ein realer Kontakt zwischen Körpern aus vielen Mikrokontakten besteht und dass diese miteinander verschweißen können. Es geht hervor, dass kleine Kontakte starke Pressungen erfahren und dass diese Schäden im Material verursachen. Um Verschweißungen entgegenzuwirken wurde der Einsatz von Schmierfilmen beschrieben und wie durch Selbstaufbau ab einer Geschwindigkeitsschwelle ein Schmierfilm, entgegen der Aufgabe als Reibungsverminderer, als Verlustverursacher auftreten kann.

In Kapitel 2 wurde untersucht aus welchen Baugruppen und unter welchen Sitzpositionen sich moderne Antriebsstränge im Liegeradbereich zusammensetzen. Dabei ist zutage getreten, dass im Allgemeinen sehr hohe Gangzahlen gefahren werden und vor allem eine niedrige liegende Sitzposition unter Einsatz einer Umlenkrolle eingesetzt wird. Es überwiegt der Einsatz von Nabenschaltungen und Schaltwerk-Umwerfer-Kombinationen. Relativ häufig werden große Anzahlen an Umlenkrollen in den Modellen eingesetzt.

Nachfolgend sind Reibunsgmodelle wesentlicher Maschinenlemente zuasmmengetragen worden. Radiale Wellendichtringe scheinen in unterschiedlichen Aufschubspannungen verfügbar zu sein. Die Verluste am Ring können auch durch ein minimales Untermaß an der Welle reduziert werden, wobei in beiden Fällen die Dichtwirkung leidet, jedoch praktisch in keinem Fall perfekt zu sein scheint.

Im Bereich der Lagerdichtungen hat sich offenbart, dass extreme Leichtlaufdichtungen wie das Nachsetzzeichen *RSL* verfügbar sind. Staubdichtungen wie das Nachsetzzeichen *RZ* scheinen praktisch keine Reibung zu verursachen und das obwohl sie Fett zurückhalten können.

Im Bereich der Rillenkugellager wurde festgestellt, dass die punktuelle Last von Kugeln maßgeblich für die Haltbarkeit eines Lagers ist. Keramische Kugeln helfen dabei aufgebrochene oberflächeliche Metallstrukturen wieder kaltzuverschweißen und zu glätten. Vollkeramische Lager leiden dabei nicht an Oberflächenzerrütung im Sinne von Spannungsbildung in Schichten unterhalb des Rollkontakts, sondern leiden an der blitzartigen Hitzeemission bei zu hohen Punktkontakten. Es hat sich gezeigt, dass mit dem Lagerdurchmesser das Reibmoment steigt und hohe Schmierstoffviskisitäten einen erhöhten Rollwiderstand nach sich ziehen. Anlaufvorgänge und Drehrichtungswechsel in Lagern gehen mit einem

Zusammenbruch des Schmierfilms einher, sodass der Gleitreibungsanteil extrem ansteigt. Schließlich stellte sich heraus, dass es Lagerreihen im Rillenkugellager-Bereich gibt, welche eine besonders geringe Reibung aufweisen. Es scheint, dass Schrägkugellager grundsätzlich eine geringere Reibung aufweisen als Radial-Rillenkugellager.

Im Bereich der Gelenke hat sich gezeigt, dass Kardangelenke zwar günstige Gelenke sind, jedoch einen schlechten Wirkungsgrad und ein sehr schlechtes Drehzahlverhalten aufweisen. Im Gegensatz dazu weisen Tripodengelenke ein extrem gutes Leistungsverhalten auf. Problematisch an den einfachen Tripodengelenken ist jedoch die Taumelbewegung, welche durch eine Lagerung abgefangen werden muss, bzw. durch Kupplungen ermöglicht werden muss. Es wurde ein rechnerischer Nachweis auferlegt, welcher die selbstkorrigierende Podenwanderung zur Aufrechterhaltung des Gleichlaufs beweist. Es konnte keine abschließende Reibungsberechnung durchgeführt werden, obwohl sämtliche Parameter für die Berechnung ermittelt worden sind. Das Problem der Taumelbewegung der Pendelwelle eines Tripodengelenks kann gelöst werden, indem zwei Gelenke hintereinander geschaltet werden, wie es bei einer klassischen Kardanwelle umgesetzt wird.

Im Bereich der Verzahnung hat sich herausgestellt, dass fertigungsbedingt kleinere Module zu geringeren Reibungen führen können. Auch im Bereich der Schmierstoff-Basis liegt ein großes Potential zur Reduzierung der Reibung vor. Große Viskositäten scheinen die Reibung zu reduzieren und selbst im Bereich der Tauchschmierung keinen messbaren negativen Einfluss zu haben.
Die Untersuchung der *Pinion*-Getriebe hat gezeigt, dass ein breites Spektrum an Varianten verfügbar ist, welche in einem Extrem eine relativ geringe Masse aufweisen und im andern Extrem eine sehr große Spreizung aufweisen. Die Getriebe nutzen den Bauraum ideal aus und stellen eine gleichmäßige Stufung der Gänge bereit. Die Mittelgetriebe von *Schlumpf* und *Kappstein* stellen eine gelungene Alternative zum Einsatz eines Umwerfers dar. Es kristallisiert sich heraus, dass der Wirkungsgrad letzterer aufgrund gefräster Planetenräder schlechter zu sein scheint. Die untersuchten Nabengetriebe weisen insbesondere von der Firma *Rohloff GmbH* ein äußerst breites Übersetzungsspektrum im Verhältnis zum Eigengewicht dar. Es konnte keine Gleichung zum Lösen der Drehzahlverhältnisse von Planetengetrieben mit Stufenplaneten entdeckt werden.
Im Bereich der Freiläufe ist eine interessante Lösung zur Implementierung einer Freilaufsperre, welche für einen Rückwärtsgang genutzt werden kann, gesichtet worden. Außerdem zeigte sich die Verwendung für eine Differentialfunktion auf, welche einen hervorragenden Wirkungsgrad in Kurvenfahrten erwarten lässt. Der hohe Wirkungsgrad wird jedoch mit einem charakteristischen Fahrverhalten erkauft, bei welchem die Momentübertragung statt von zwei Rädern nur noch von einem bewerkstelligt wird. Die Untersuchung „echter“ Differentialgetrieben – dee *Samagaga*-Getriebe zeigte die interessante Möglichkeit auf eine Handbremse zu implementieren, während eine Kasettenaufnahme auf einen integrierten Freilauf hoffen ließ.

Im Bereich der Kettengetriebe wurden interessante Informationen zum sogenannten „Polygoneffekt“ gesammelt. Schließlich konnten einfache empirisch belegte Formeln gefunden werden, welche die einfache Abschätzung der Verluste von komplizierten Konfigurationen ermöglichen. Es stellt sich heraus, dass die größte Stärke des Kettengetriebes – eine einzige Kette über mehrere Stufen zu schalten – die größte Schwäche des Systems ist, da Schräglaufverluste bei axialen Versätzen größer 5mm schlagartig zunehmen. Es stellt sich heraus, dass Umlenkrollen im Leertrum keine großen Verluste verursachen, Umlenkrollen im Lasttrum jedoch als dem Ritzel und Kettenblatt gleichwertige Verluste erzeugen. Außerdem scheint es eine untere Grenze für die Zähnezahl von Ritzeln zu geben, da eine vollständige Momentwandlung einen Mindestumschlingungswinkel benötigt.

Im Bereich der Kugelgetriebe wurden außergewöhnliche Getriebe beleuchtet. So stellt das *NuVinci*-Getriebe eine stufenlose Übersetzung bereit. Es wird offensichtlich, dass der größte Vorteil des Getriebes gleichzeitig seine größte Schwäche ist. Um das Drehmoment hydraulisch zu übertragen

erfordert das Getriebe Traktionsfluide, welche unter Druck den nötigen Reibungswiderstand liefern um den Schlupf zwischen Antriebsdrehzahl und Abtriebsdrehzahl so gering wie möglich zu halten. Gerade diese Eigenschaft erzeugt jedoch Reibunsgverluste. Dem gegenüber steht das *DrivEn*-Tangentialgetriebe. Es nutzt den Ansatz Momentübertragung über Rollreibung zu bewerkstelligen und sollte erwartungsgemäß den höchsten Wirkungsgrad aller Getriebe aufweisen.

Schließlich wurde das durch den Menschen betriebene Kurbelgetriebe untersucht. Schnell stellte sich heraus, dass die Beschreibung der Kurbelbewegung eine Parameterflut hinter sich herzieht – angefangen bei den variierenden Körperdimensionen und Masseneigenschaften und weiter vertiefend in den Geschlechts-; Alter-; Positions; Gelenkwinkelkombinations-; Geschwindigkeits- und Muskelgruppen-Abhängigkeiten der Momentbereitstellung. Mittels Daten aus der Forschung konnten Kennfelder erstellt werden, welche mithilfe von MKS-Daten und Methoden der Statik zu einem vollwertigen Mensch-Antriebs-Modell verknüpft werden konnten. Es zeigte sich, dass eine aufrechte Sitzposition die Pump-Wirkung der Gravitation nutzen kann, welche im liegenden Betrieb nicht genutzt werden kann.

In Kapitel 3 sollten die erarbeiteten Berechnungsgrundlagen genutzt werden Entscheidungen zur Gestaltung des Antriebsstrangs unter Zuhilfenahme von Zahlen zu unterstützen und so eine Anforderungsliste für die Konstruktion eines Antriebsstrangs abzuleiten. Dabei stellten sich zwei große Pfeiler auf. Der erste Pfeiler beschäftigte sich mit der Beantwortung der Frage welche Sitzposition tendenziell zu bevorzugen ist. Dabei wurde mithilfe der Dynamik des Kurbelgetriebes ein Ganzkörper-Hüllkurvenmodell erstellt, welches in ein hypothetisches Fahrzeug mit Antriebswelle positioniert worden ist. Aus den Hüllkurvendaten wurde ein automatischer Versuchsplan abgeleitet, welcher ein Karosseriemodell im CAD gesteuert hat. In einer CFD-Simulation wurde ein Feld aus Luftwiderstandsbeiwert und Anströmfläche errechnet, welches durch ein automatisiertes selbst-optimierendes statistisches Modell zur Interpolation abgebildet worden ist. Mithilfe des Luftwiderstandsmodells; des Kurbeltriebmodells und eines Gelenkmodells wurde der Parameterraum auf Evolutionsmaxima bei mehreren Arbeitsgeschwindigkeiten untersucht. Aus den gefundenen Idealposition ist eine manuelle ergonomische Verschiebung der Sitzposition zu Gunsten der Kniegelenke vorgenommen worden. Es folgte die Erkenntnis, dass mit steigender Fahrgeschwindigkeit die Sitzposition gesenkt wird, auch wenn dies neben Antriebspotentialverlusten weitere Gelenkverluste forciert. Niedrige Sitzpositionen scheinen höhere Leistungen hervorbringen zu können, belasten jedoch die Kniegelenke stark.

Der zweite Pfeiler sollte eine objektive einheitliche Bewertung ausgewählter Antriebsstrangelemente zulassen. Hierfür wurde ein grundlegendes Konzept erarbeitet wie unfassbar komplizierte physikalische Modellberechnungen in kleine Bausteine zerlegt werden können, welche sukzessive gekapselt und *debugged* werden, sodass die Rechnung zuverlässig und korrekt ausgeführt werden kann. Es wurde ein Fahrsimulator entwickelt, welcher die reale Fahrumgebung abzubilden vermag. Über den Ansatz der Seriell- und Parallelschaltung, sowie der Führung von Wärmeverlusten auf eine Masseschiene, ähnelt die letztendliche iterativ gefundene Umsetzung Methoden der Elektrotechnik und Regelungstechnik. Die Berechnungsmodelle zeigen, entgegen der üblichen fehlenden Transparenz und Fehleranfälligkeit in der Informatik, überraschend offensichtliche Berechnungspfade, sodass die Zusammensetzung von Verlusten rasch erforscht werden kann. Schließlich sind zwei Prüfstände entwickelt worden mit welchem Drehmoment-Drehzahl-Kennfelder ganzer Baugruppen erstellt werden können, sodass graphisch ein Optimalbereich identifiziert werden kann. Nach Vorstellung Kennfelder ausgewählter Zulieferkomponenten ist das Tangentialgetriebe auf Drehzahlverhalten und Wirkungsgrad untersucht

worden. Die Ergebnisse der einzelnen Komponenten gipfelten in einen Fahrversuch bei welchem drei potentiell-interessante Antriebsstränge in der festgelegten Sitzposition untersucht wurden. Bei dem Versuch stellt sich heraus, dass die klassische Kettenschaltung die effizienteste und leichteste Art zu Schalten darstellt.

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1-1: Rückgang ausgewählter Gletscher in Island. Vergleichende paarweise Aufnahmen aus dem Jahr 1999 (jeweils links) und 2019 (jeweils rechts) 1

Abbildung 1-2: Veränderung der Jahresmitteltemperatur zu Land und an der Meeresoberfläche. Nullreferenz bezogen auf das Temperaturmittel von 1986 bis 2005. Farben signalisieren drei unterschiedliche Datensätze [4, S. 3] 2

Abbildung 1-3: Veränderungen der globalen Treibhausgaskonzentrationen Kohlenstoffdioxid (CO_2); Methan (CH_4); Lachgas (N_2O). Punkte aus Eiskernbohrungen; Linien aus direkten atmosphärischen Messungen [4, S. 3]. Halogenkohlenstoffe fehlen. 2

Abbildung 1-4: Entwicklung von Verkehrsaufkommen und Verkehrsleistung [6, S. 19] 3

Abbildung 1-5: Klimawirkung des Personenverkehrs [8, S. 16] mit Fahrrad 9,16 g/km; Pedelec 15,17g/km; PKW 194,41g/km 4

Abbildung 1-6: Eröffnung des Hans-Ulrich-Meier-Windkanals am 17.04.2015 an der Ostfalia-Hochschule Wolfenbüttel 5

Abbildung 1-7: Fahrzeugkonzept *Ballista* 6

Abbildung 1-8: Ergebnisse der vier MSE-Projektanteile [10] 7

Abbildung 1-9: Vektorielle Zusammenhänge in Draufsicht angeströmtes Velomobil (Fahrtrichtung links) [12, S. 5] [13, S. 128] 9

Abbildung 1-10: Errechnung zu erwartende Anströmwinkelverteilungen im Straßenverkehr bei konstanter Windgeschwindigkeit von 3m/s für die Fahrtgeschwindigkeiten 45km/h (links) und 25km/h (rechts) 9

Abbildung 1-11: Abhängigkeit des Luftwiderstandbeiwertes c_W von der Reynoldszahl und der Machzahl [16, S. 198] 10

Abbildung 1-12: Entwicklung aktiver *Dimpel* bei Bugatti. *Bugatti Dimple Airscoop* (2020) 11

Abbildung 1-13: 1-Liter-Auto der Volkswagen AG (2002) [16, S. 565] 12

Abbildung 1-14: gemessene Kombinationen von Bug und Heck [16, S. 23] 13

Abbildung 1-15: Dominierender Einfluss der drehenden Vorderräder. Anströmung Fahrzeug von links [22, S. 52] 14

Abbildung 1-16: Einfluss des exponentiellen Anteils am Rollwiderstand 15

Abbildung 1-17: Horizontalverformungen des abrollenden Reifenprofils (links) und Verschiebung des Reifenlatsch (rechts) in Abhängigkeit eines anliegenden Brems- oder Antriebsmomentes [25, S. 50-51] 16

Abbildung 1-18: Lage von reibungsbehafteten Maschinenelementen im Belastungs-Geschwindigkeitsfeld [27, S. 15] 19

Abbildung 1-19: Eingangsgrößen (links) und Störgrößen (oben) bezogen auf die Reibverluste (rechts) als Ausgangsgröße eines Tribotechnischen Systems, angelehnt an [29, S. 5, 10] [27, S. 84] 20

Abbildung 1-20: 2-Platten-Modell für Dämpfer (links) [30, S. 23] und Feder (rechts) für den Belastungsfall Scherung [30, S. 97] 21

Abbildung 1-21: Generisches rheologisches Modell für das Spannungs-Dehnungs-Verhalten von Festkörpern 22

Abbildung 1-22: Verlustfaktoren η verschiedener Werkstoffklassen bei 20°C [31, S. 29] erweitert um Keramiken [32, S. 57] 22

Abbildung 1-23: Hysterese von Metallen [33, S. 344]; Kunststoffen [37, S. 113] und Gummi [25, S. 15] 23

Abbildung 1-24: Entwicklung der realen Kontaktfläche zwischen zwei quadratischen Kontaktflächen. Die reale Kontaktfläche nimmt annähernd linear mit Steigerung der Normalkraft durch die Erhöhung der Anzahl der Mikrokontakte (von links nach rechts) zu. Numerische Berechnung anhand eines quadratischen Indenters mit fraktaler Oberfläche [38, S. 154] 24

Abbildung 1-25: Vergleichsspannung unterhalb des Punkt-Kontakt einer Kugel mit einer Ebene. Verschiebung und Konzentrierung der Spannungsdichte an die Oberfläche mit steigendem Tangentialkraft-Anteil (von links nach rechts) [27, S. 51] 25

Abbildung 1-26: Reibungsarten und ihre Kombinationen [27, S. 100] 27

Abbildung 1-27: *Stribeck-Kurve* mit Reibbeiwert f und minimalen Schmierspalthöhen h_{min} eines Radialgleitlagers. Grenzreibung (ocker, Index $_b$); Mischreibung (kobalt, Index $_m$); Flüssigkeitsreibung (blau, Index $_h$) [29, S. 17, 32] 28

Abbildung 1-28: Generisches rheologisches Modell für das Scherspannungs-Scherraten-Verhalten für Flüssigkeiten 32

Abbildung 1-29: Auszug Nichtlinearitäten von Fluiden [29, S. 61] 33

Abbildung 1-30: Druck- und Geschwindigkeitsprofil eines hydrodynamischen Körpers (links). Verhältnis Viskositäts-Druck-Koeffizienten von Spalthöhenverhältnis (mittig) [28, S. 234] 34

Abbildung 2-1: Bauformen der Modelle des von *Senkel* 1997 erfassten Datensatzes. Anlehnung der Darstellung an [51] unter Ausschluss der Lenkvarianten 37

Abbildung 2-2: Anteile der Bauformen in den Modellen - und Anteile der Kombination von Laufradgrößen an den Varianten des von *Senkel* 1997 erfassten Datensatz 37

Abbildung 2-3: Bauformen der Modelle des 2022 erfassten Datensatzes. Anlehnung der Darstellung an [51] 38

Abbildung 2-4: Verstärkung der Variation in Bauform und Änderungen der Bauformanteile von 1997 (links) zu 2022 (rechts) 39

Abbildung 2-5: Anteile der Anzahl an Laufrädern (links) und Laufradgrößen (rechts) in den spezifischen Varianten von 2022 39

Abbildung 2-6: Variationstiefe über die Modelle von 2022. Modelle mit mehr als 15 Varianten beschriftet 40

Abbildung 2-7: Anzahl von Modellen und Varianten über die Hersteller in 2022 40

Abbildung 2-8: Anzahl der Gänge aus den Getrieben (links) und Anteile der Antriebe (rechts) im Modellspektrum 2022 41

Abbildung 2-9: Korrelationsmatrix Antriebsstrangelemente im Modellspektrum 2022 42

Abbildung 2-10: Kombination von Antriebstrangkomponenten mit Frontmotor (oben); Mittelmotor (mittig) Heckmotor (unten) 43

Abbildung 2-11: Kombination von Antriebstrangkomponenten mit Mittelgetrieben 44

Abbildung 2-12: Kombination von Antriebstrangkomponenten mit Umwerfern 44

Abbildung 2-13: Kombination von Antriebstrangkomponenten mit Schaltwerken 45

Abbildung 2-14: Kombination von Antriebstrangkomponenten mit Nabenschaltungen 45

Abbildung 2-15: Kombination von Antriebstrangkomponenten mit Doppelfreiläufen....46

Abbildung 2-16: Kombination von Antriebstrangkomponenten mit Differential-Getrieben 46

Abbildung 2-17: Auftretenshäufigkeiten der Anzahl an Umlenkrollen (inklusive Schaltwerke) 47

Abbildung 2-18: Zunahme des Verschlusses der realen Dichtfläche mit zunehmender Normalkraft bei begrenzter Messauflösung [28, S. 113] 48

Abbildung 2-19: Maße einer Zugfederstrang-Wurmfeder (links, angelehnt an [57, S. 186]) und Kennlinie eines um die eingewickelte Vorspannkraft F_0 vorgespannten Zugfederstrangs [57, S. 209] 50

Abbildung 2-20: fortschreitende Loslösungswellen in Gleitrichtung: *Schallamach-Wellen* (links) [53, S. 59] vs. stationär verzerrte Kontaktoberflächen senkrecht zur Gleitrichtung (rechts) [53, S. 62] 51

Abbildung 2-21: Punktreihen der Spline-Interpolation des Gümbel-Diagramms. Mittlerer Reibwert μ (dunkelgraue Reihe). Vertrauensgrenzen (hellgraue Reihen) 52

Abbildung 2-22: Varianten von Radialen Wellendichtringen nach DIN 3761-1. Nachsetzzeichen S für zusätzlichen Staubring. Variante der PTFE-Dichtringe nicht in Norm inbegriffen. 53

Abbildung 2-23: Links: Verhalten des Einflusses der Radialkraftkomponenten mit steigender Überdeckung b in *RWDR* [58, S. 9]. Rechts: Verzerrungszustände der Überdeckung b und Schmierstoffförderung (Pfeile) in *RWDR* [58, S. 26] 53

Abbildung 2-24: Annahme cosinusförmiger Radialkraftaufnahme der Lagerkugeln. Anlehnung an [60, S. 140] 55

Abbildung 2-25: Tangentialkraft-behafteter Normalkontakt (Anteil von links nach rechts steigend) mit folgendem *Fretting*-Verschleiß [28, S. 119 & 126] 56

Abbildung 2-26: Rechnungs-Modell zum Geometrie- und Belastungsfaktor G_{rr} am Beispiel der Lagerreihe 2 58

Abbildung 2-27: Rechnungs-Modell zum Schmierfilmdickenfaktor ϕ_{ish} 59

Abbildung 2-28: Rechnungs-Modell zum Schmierfilmverdrängungsfaktor ϕ_{rs} am Beispiel der Fettschmierung 59

Abbildung 2-29: Rechnungs-Modell zur Rollreibung am Beispiel der Lagerreihe 2. Abhängigkeit von Viskosität und Drehzahl 60

Abbildung 2-30: Rechnungs-Modell zur Rollreibung am Beispiel der Lagerreihe 2. Abhängigkeit von Lagergröße und Belastung 60

Abbildung 2-31: Rechnungs-Modell zum Geometrie- und Belastungsfaktor G_{sl} am Beispiel der Lagerreihe 2 61

Abbildung 2-32: Rechnungs-Modell zum Grenzschmierungsgewichtungsfaktor ϕ_{bl} 62

Abbildung 2-33: Rechnungs-Modell zum Gleitreibungsbeiwert μ_{sl} am Beispiel eines mineralischen Grundöls ohne Zusätze 62

Abbildung 2-34: Rechnungs-Modell zur Gleitreibung am Beispiel der Lagerreihe 2. Abhängigkeit von Viskosität und Drehzahl 63

Abbildung 2-35: Rechnungs-Modell zur Gleitreibung am Beispiel der Lagerreihe 2. Abhängigkeit von Lagergröße und Belastung 63

Abbildung 2-36: Interpolation der Ölwiderstandsvariable V_M 64

Abbildung 2-37: Rechnungs-Modell zur Öldissipation am Beispiel der Lagerreihe 2. Abhängigkeit von Lagergröße und Drehzahl 65

Abbildung 2-38: Rechnungs-Modell zur Öldissipation am Beispiel der Lagerreihe 2. Abhängigkeit von Ölfüllgrad und Drehzahl 65

Abbildung 2-39: Rechnungs-Modell für Reibmomente von Dichtungen. Werte für doppelte Dichtscheiben doppelt so hoch 66

Abbildung 2-40: resultierendes Reibmoment verschiedener Lagerreihen (d_m=16mm; F_r=1001N; F_a=68N; Fettschmierung mit ν=667 mm²/s auf Mineralölbasis und reibungsmindernden Zusätzen) 67

Abbildung 2-41: Lagerreibungsversuch an Hybridlager 6006-TB-P6-C3 umgerechnet von μ auf die Reibmomente (links) und Berechnungsergebnisse eines gefetteten Stahllagers mit η = 770mm²/s (rechts) 71

Abbildung 2-42: Kreuzgelenkwelle mit Schiebestück (3) zwischen zwei phasengleichen Kreuzgelenken (2) [62, S. 419] 72

Abbildung 2-43: Kreuzgelenk - Gelenkausgangswinkel φ_a als Funktion vom Gelenkeingangswinkel φ_e und dem Winkelversatz β 73

Abbildung 2-44: Kreuzgelenk – Winkelgeschwindigkeit des Gelenkausgang ω_a (links) und Winkelbeschleunigung des Gelenkausgang α_a (rechts) als Funktion vom Gelenkeingangswinkel φ_e und dem Winkelversatz β. Werte für Einheitswinkelgeschwindigkeit am Gelenkeingang ω_e = 1rad/s und Nullwinkelbeschleunigung ω_e = 0rad/s² am Gelenkeingang 74

Abbildung 2-45: Kreuzgelenk – Winkelgeschwindigkeit des Kreuzes an der Achse der Gabel des Gelenkeingangs $\omega_{k,e}$ (links) und Winkelgeschwindigkeit des Kreuzes an der Achse der Gabel des Gelenkausgang $\omega_{k,a}$ (rechts) als Funktion vom Gelenkeingangswinkel φ_e und dem Winkelversatz β. Werte für Einheitswinkelgeschwindigkeit am Gelenkeingang ω_e = 1rad/s und Nullwinkelbeschleunigung ω_e = 0rad/s² am Gelenkeingang 75

Abbildung 2-46: Kreuzgelenk – Winkelposition des Kreuzes an der Achse der Gabel des Gelenkeingangs $\varphi_{k,e}$ (links) und Winkelposition des Kreuzes an der Achse der Gabel des Gelenkausgang $\varphi_{k,a}$ (rechts) als Funktion vom Gelenkeingangswinkel φ_e und dem Winkelversatz β 76

Abbildung 2-47: Freikörperbild des Festgelenks mit den Indexen $_e$ für Eingang und $_a$ für Ausgang. Oben φ_e=0°; unten φ_e=90°; Abbildung entlehnt aus [63, S. 161]. Entwicklung der Formeln jeweils von links nach rechts in den Skizzen 77

Abbildung 2-48: Kreuzgelenk – auf das Eingangsmoment M_e bezogene Verstärkungsfaktoren der auftretenden Belastungsmomente $M_{Z,e}$ an der Lagerung des Kreuzgelenkeingangs (links) und des Kreuzgelenkausgangs $M_{Z,a}$ (rechts) als Funktion vom Gelenkeingangswinkel φ_e und dem Winkelversatz β (reibungsfrei) 78

Abbildung 2-49: Kreuzgelenk – auf das Eingangsmoment M_e bezogener Verstärkungsfaktor des oszillierenden Ausgangsmoment M_a als Funktion vom Gelenkeingangswinkel φ_e und dem Winkelversatz β (reibungsfrei) 78

Abbildung 2-50: Kreuzgelenk – absolute Reibungsverluste 1-η über den Winkelversatz β und den Eingangswinkel φ_e. Die Verluste können direkt mit dem Reibbeiwert μ und dem Eingangsmoment M_e skaliert werden. 80

Abbildung 2-51: Kreuzgelenk – mittlere relative Reibungsverluste 1-η über den Winkelversatz β. Die Verluste können direkt mit dem Reibbeiwert μ und dem Eingangsmoment M_e skaliert werden. Üblicher Reibbeiwert $\mu \approx 0{,}2$ 80

Abbildung 2-52: Kugelgelenk in Scheibenausführung (Typ VL) für hohe Geschwindigkeiten und niedrige Auslenkungen [62, S. 435] 81

Abbildung 2-53: Einsparungspotential von Reibungsverlusten durch Nutzung von Tripodengelenken (GI, AAR) gegenüber Kugelgelenken (AC / UF, VL / DO) [62, S. 433] 81

Abbildung 2-54: Tripodengelenk, Bauform *Glaenzer Interieur* 82

Abbildung 2-55: Tripodengelenk – Abweichung des Gelenkausgangswinkel φ_a als Funktion vom Gelenkeingangswinkel φ_e; dem Winkelversatz β und dem Verhältnis aus Gelenkwirkradius R und der Länge der Pendelwelle l 83

Abbildung 2-56: Tripodengelenk – Vergleich des realen Ausgleichswinkelfehlers mit dem analytischen Modell 84

Abbildung 2-57: Tripodengelenk – Vergleich des realen Pendelwinkels mit dem analytischen Modell 85

Abbildung 2-58: Tripodengelenk – empirischer Versuch der Winkelkorrektur 85

Abbildung 2-59: Winkel im MKS-Modell. Gestrichelte Achsen geben Hinweis auf die im Wellenkoordinatenbezogenen Winkel v_x und v_y. 86

Abbildung 2-60: Verlauf der Axialverschiebung der Poden bei Schrägungswinkel β = 60°, einem wirksamen Gelenkradius von R = 27,5mm und einer Wellenlänge von l = 280,8mm. Demonstriert an den Ergebnissen des ausgemessenen CAD-Vektormodell (links), den Analyseergebnissen und kontrollgemessenen Werten der kinematischen Analyse des MKS-Modells (rechts) und Ergebnisse der daraus abgeleiteten Vektorrechnung (Mitte). 90

Abbildung 2-61: Verlauf der Radialverschiebung der Poden bei Schrägungswinkel β = 60°, einem wirksamen Gelenkradius von R = 27,5mm und einer Wellenlänge von l = 280,8mm. Demonstriert an den Ergebnissen des ausgemessenen CAD-Vektormodell (links), den Analyseergebnissen und kontrollgemessenen Werten der kinematischen Analyse des MKS-Modells (rechts) und Ergebnisse der daraus abgeleiteten Vektorrechnung (Mitte). 90

Abbildung 2-62: Relativwinkeloszillationen der Ausgangskoordinatensysteme des Podenkontaktes der Pode 1 gegenüber dem Eingang. Die Pode 1 ist mit dem Eingangswinkel in Phase 97

Abbildung 2-63: Verlauf der Momente in Wellenlagerung, hier feste Welle (links) und Pendelwelle (rechts). Schraffierte Fläche resultierendes Moment 100

Abbildung 2-64: Verlauf der Kräfte in Wellenlagerung, hier feste Welle (links) und Pendelwelle (rechts). Schraffierte Fläche resultierende Kraft 101

Abbildung 2-65: Tripodengelenk – Reibungsreaktionen aus Translationsbewegungen 102

Abbildung 2-66: Tripodengelenk – Reibungsreaktionen aus Rotationsbewegungen.....103

Abbildung 2-67: Kreuzgelenk – mittlere relative Reibungsverluste 1-η über den Winkelversatz β. Die Verluste können direkt mit dem Reibbeiwert μ und dem Eingangsmoment M_e skaliert werden. Übliche Reibbeiwerte μ sind zwischen 0,07 und 0,13 anzusetzen. Reibungsmodell aus [65, S. 294] 104

Abbildung 2-68: Geschwindigkeiten der Flankenberührungspunkte über der Eingriffslinie [66, S. 38] 105

Abbildung 2-69: Verlauf der Reibbeiwertes $\mu_{(s)}$ über den Wälz-Gleitkontakt in der Eingriffsstrecke [66, S. 223] 106

Abbildung 2-70: Rechnungsmodell zum mittleren Reibbeiwert μ im Stirnradgetriebe. Abhängigkeit vom Modul und vom Schrägungswinkel bei konstanter Belastung und Drehzahl (links). Abhängigkeit von Eingangsmoment und Drehzahl bei konstantem Modul und Nullschrägungswinkel (rechts). 108

Abbildung 2-71: Rechnungsmodell zum mittleren Reibbeiwert μ im Stirnradgetriebe in Abhängigkeit von Schmierstoffviskosität und der Paarung eines Ritzels mit der mittleren Rauheit 0,4μm mit variierender Rauheit des Rades. Werte bei konstanter Drehzahl; Eingangsmoment und Verzahnungsgeometrie. 108

Abbildung 2-72: Rechnungsmodell zum Geometriefaktor H_V im Stirnradgetriebe. Darstellung der Abhängigkeit von der Erhöhung der Zähnezahl des Rades bei konstanter Zähnezahl des Ritzels und der Variation des Schrägungswinkels. 109

Abbildung 2-73: Rechnungsmodell zu den lastabhängigen Reibungsverlusten im Stirnradgetriebe. Abhängigkeit von Eingangsmoment und Eingangsdrehzahl bei fester Geometrie (links) und Variation der Radzähnezahl bei konstanter Ritzelzähnezahl unter Variation des Schrägungswinkels (rechts). 110

Abbildung 2-74: Rechnungsmodell zu den lastabhängigen Reibungsverlusten im Stirnradgetriebe. Abhängigkeit von der Schmierstoffviskosität und der mittleren Rauheit des Rades bei geringer mittlerer Rauheit des Ritzels. 110

Abbildung 2-75: Bestimmung des Spritzölfaktors C_{sp} für Tauchschmierung [67, S. 392]. h_C in Skizze korrigiert 111

Abbildung 2-76: Rechnungsmodell zu den lastunabhängigen Reibungsverlusten im Stirnradgetriebe. 112

Abbildung 2-77: Rechnungsmodell zu den lastunabhängigen Reibungsverlusten im Stirnradgetriebe. 112

Abbildung 2-78: Übersetzungen der Gangstufen der Getriebevarianten der *Pinion GmbH*. Der Übersetzungssprung ist jeweils relativ konstant 116

Abbildung 2-79: Auszug der Einzelteile eines *Pinion P1.18* 117

Abbildung 2-80: Zerlegung des *Schlumpf-Getriebe Speed Drive.* Durchmesser der Kugeln 4mm 119

Abbildung 2-81: Herzstück des *Kappstein Doppio CX.* Vierkantaufnahme mit Schlüsselweite 12,73mm 120

Abbildung 2-82: Variantenspektrum der *Rohloff Speedhub 500/14*....121

Abbildung 2-83: Einzelteile der *Rohloff Speedhub 500/14* 124

Abbildung 2-84: Explosion *Sturmey-Archer CS-RK3, bzw. CS-RF3*. Länge der Achse 179mm. Kugeldurchmesser Pos. 2: 6,4mm 125

Abbildung 2-85: Übersetzungsspektren der Serien *Alfine* und *Nexus* 126

Abbildung 2-86: Übersetzungsspektren ausgewählter (ausgelaufener) Serien des Herstellers *SRAM* 127

Abbildung 2-87: schaltbare Freilaufsperre in Verbindung mit einer *Shimano Nexus*-Getriebenabe des Herstellers *Hase Bikes* 128

Abbildung 2-88: Doppelfreilauf *Trykit 2WD* 129

Abbildung 2-89: Doppelfreilauf des Herstellers Station Inc. 129

Abbildung 2-90: Doppelfreilauf der Marke *UTCustom*....130

Abbildung 2-91: Doppelfreilauf des *Instituts für Konstruktion und Angewandten Maschinenbau, Wolfenbüttel* 130

Abbildung 2-92: Differential des Herstellers *Hase Bikes*. Einsatz im Modell *Trigo*....131

Abbildung 2-93: zerlegtes *Samagaga*-Differential. Durchmesser des Gehäuses 66mm....132

Abbildung 2-94: Rekonstruktion der Kette im CAD. Spezifische Masse q = 0,225kg/m. Trägheitsmoment $J_{xx} \approx 3{,}08 \cdot 10^{-8}$ kg·m² 133

Abbildung 2-95: Ungleichförmigkeitsgrad der Kettengeschwindigkeit während der Umschlingung von Kettenblättern mit der Zähnezahl z....134

Abbildung 2-96: Abbau der Tangentialkraft F_t aus dem Lasttrum über die Umschlingung um ein Kettenblatt bis zur Restkraft F_{Li} [69, S. 116]....135

Abbildung 2-97: Fliehkraftkomponenten an den Gelenkpunkten der Kettenglieder während der Kettenumlenkung [69, S. 118] 136

Abbildung 2-98: Resonanzüberhöhungen der Polygonkraft [69, S. 119] 136

Abbildung 2-99: mit Bolzendurchmesser d_B als d_2 aus Tabelle 42 [69, S. 120] 137

Abbildung 2-100: Verlustleistung durch Kettenstöße in Abhängigkeit der Kettengeschwindigkeit und Zähnezahl [69, S. 121]....138

Abbildung 2-101: Darstellung des Abbaus der Kettenzugkraft F_t unter einem Umschlingungswinkel β. Teilung p mit 12,7mm und Flankenwinkel γ von 10°. Der Flankenwinkel ermöglicht den sukzessiven Abbau der Umfangskraft. Quelle: 138

Abbildung 2-102: Isolierter Reibungsverluste als Funktion des Axialversatzes unter Missachtung des Achsabstands [74, S. 144] 139

Abbildung 2-103: Wirkprinzip des *NuVinci*-Getriebes....142

Abbildung 2-104: Links: Rekonstruktion des isolierten Wirkungsgrades der *NuVinci 360* – CVT-Getriebenabe aus der Messung von Öhler unter Abzug der lastabhängigen Grundverluste bei einer Eingang-Kettenschaltung [75, S. 6]. Rechts: Wirkungsgrad aus einem Modell zu einem Ball-CVT-Getriebe in Abhängigkeit des Eingangsmomentes unter Variation der im System eingestellten Normalkraft [76, S. 555]. A = 31,5kN; B = 23kN; C = 13,3kN; D = 6,8kN; E = variable Einstellmöglichkeit der Normalkraft 142

Abbildung 2-105: Patentskizzen zum statischen Tangentialgetriebe (rechts) und der Schrittschaltung (links) des *DrivEn*-Getriebe 143

Abbildung 2-106: CAD-Modell des menschlichen Hüftgelenkes mit freundlicher Genehmigung von *CAT-Production GmbH* 146

Abbildung 2-107: CAD-Modell des menschlichen Kniegelenkes mit freundlicher Genehmigung von *CAT-Production GmbH* 147

Abbildung 2-108: CAD-Modell des menschlichen Sprunggelenkes mit freundlicher Genehmigung von *CAT-Production GmbH*. Zweites Bild aus erstem Bild mit Bildbearbeitungssoftware unter Zusatz des Knorpelgewebes erzeugt. Knorpelgewebe in Bild 3 und Bild 4 übertragen. Das Gewebe müsste sich schätzungsweise auch an sämtlichen weiteren Kontakt-, sowie Gelenkstellen des Fußes befinden 148

Abbildung 2-109: Systemkonstante Maße des MKS-Modells (links) zuzüglich Sitzwinkel β (rechts) und variable Winkel; Winkelgeschwindigkeiten und Winkelbeschleunigungen des MKS-Modells (rechts) – hier dargestellt über ω. Die Haltungsposition des Oberkörpers ist in diesem Modell offen gelassen, sodass die von ihm in einem niederwinkligen Sitzwinkel nutzbare Schwerkraft nicht berücksichtigt wird 150

Abbildung 2-110: Hüftgelenkwinkel über dem Kurbelwinkel. Fahrerseitig linkes Bein $\varphi_{H,2}$ (links) und rechtes Bein $\varphi_{H,1}$ (rechts) 151

Abbildung 2-111: Kniegelenkwinkel über dem Kurbelwinkel. Fahrerseitig linkes Bein $\varphi_{K,2}$ (links) und rechtes Bein $\varphi_{K,1}$ (rechts) 151

Abbildung 2-112: Sprunggelenkwinkel über dem Kurbelwinkel. Fahrerseitig linkes Bein $\varphi_{G,2}$ (links) und rechtes Bein $\varphi_{G,1}$ (rechts) 152

Abbildung 2-113: Entwurf: Generalisierte Freikörperbilder des Pedalkurbeltriebs im Koordinatensystem Welt (xy-Koordinaten) 157

Abbildung 2-114: Freikörperbilder des Kurbeltriebs zur Ermittlung der Pedalkraft und Kompensationsmomenten 158

Abbildung 2-115: generalisiertes Freikörperbild der Randbedingungen von Rücken und Sitz 160

Abbildung 2-116: generische Ermittlung der Momente im Koordinatensystem Welt am Beispiel des Oberschenkelsystems 161

Abbildung 2-117: Tangentialeintrag der Trägheiten vom rechten Bein am Pedal. Die Kurve entspricht der negierten Eingangskraft $F_{(P)Pv,1}$ in Abbildung 2-114. Die blau gefüllten Integrale entsprechen der Kurbelleistung. Die restliche Leistung wandert zurück in die Kompensationsrechnung, da der Kontakt der Füße zu den Pedalen verloren wurde. Die negativen Integrale wandern ebenfalls in die Kompensationsrechnung. Werte für das rechte Bein. Schritt 0 entspricht Kurbelwinkel auf oberen Totpunkt. Berechnungsgrundlage 50%-Perzentil-

Mann. Sitzposition links *american position* nach [24, S. 233], Sitzhöhe rechts nahezu geometrisches Minimum 164

Abbildung 2-118: Tangentialeintrag Gravitation vom rechten Bein am Pedal. Die Kurve entspricht der negierten Eingangskraft $F_{(P)Pv,1}$ in Abbildung 2-114. Die blau gefüllten Integrale entsprechen der Kurbelleistung. Die restliche Leistung wandert zurück in die Kompensationsrechnung, da der Kontakt der Füße zu den Pedalen verloren wurde. Die negativen Integrale wandern ebenfalls in die Kompensationsrechnung. Werte für das rechte Bein. Schritt 0 entspricht Kurbelwinkel auf oberen Totpunkt. Berechnungsgrundlage 50%-Perzentil-Mann. Sitzposition links *american position* nach [24, S. 233], Sitzposition rechts liegend. Blaue Kurve Sitzauflagerkraft in y-Richtung (Koordinatensystem Welt)...165

Abbildung 2-119: Freikörperbild Kurbeltrieb – Antriebsmomente. Unterscheidung zwischen Flexoren und Extensoren 166

Abbildung 2-120: Normiertes statisches Momentkennfeld des Kniegelenkes für die Flexion. Der Winkel des Hüftgelenks ist abweichend zu [83, S. 32] bei einer vollen Streckung mit 180° definiert. Der Kniewinkel stimmt mit [83, S. 31] überein, wobei eine volle Streckung mit 0° definiert ist. Die Winkel in der Regressionsgleichung werden entsprechend angepasst. 167

Abbildung 2-121: Normiertes statisches Momentkennfeld des Kniegelenkes für die Extension. Der Winkel des Hüftgelenks ist bei einer vollen Streckung mit 180° definiert. Der Kniewinkel ist bei einer vollen Streckung mit 0° definiert. 168

Abbildung 2-122: Normierte statische Momentkennfelder des Sprunggelenks in Abhängigkeit der Stellung des Kniegelenks. Aufgrund mangelnder Daten wird die Charakteristik des Extensionskennfeldes mit dem Flexionskennfeld gleichgesetzt. Die Skalierung zu den tatsächlichen Maximalmomente erfolgt in einem späteren Schritt. 169

Abbildung 2-123: Normierte geschätzte statische Momentkennfelder des Hüftgelenks 170

Abbildung 2-124: Interpolierte Polynomgleichungen zur Ermittlung des Maximalmomentes des Hüftgelenks in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit. Flexionsmomente (links); Extensionsmomente (rechts); Werte aus [87].....171

Abbildung 2-125: Interpolierte Polynomgleichungen zur Ermittlung des Maximalmomentes des Kniegelenks in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit. Flexionsmomente (links); Extensionsmomente (rechts); Werte aus [88].....172

Abbildung 2-126: Interpolierte Polynomgleichung zur Ermittlung des Maximalmomentes des Sprunggelenks in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit. Flexionsmomente und Extensionsmomente identisch; Werte aus Leistungsdaten aus [89] ermittelt 172

Abbildung 2-127: Einfluss des Rechteckfaktors auf die Steuerungskurve der Muskeln in Abhängigkeit des Kurbelwinkels φ_a mit den über dem Sitzwinkel β relativ dazu positioniertem oberen – (OT_i) und unteren Totpunkt (UT_i). Beispiel an der fahrerseitig rechten Kurbel mit Nullphasenversatz (Index i=1) und einem Sitzwinkel von β = 90° 173

Abbildung 2-128: Einfluss des Rundheitsfaktors auf die Steuerungskurve der Muskeln in Abhängigkeit des Kurbelwinkels φ_a mit den über dem Sitzwinkel β relativ dazu positioniertem oberen – (OT_i) und unteren Totpunkt (UT_i). Beispiel an der

fahrerseitig rechten Kurbel mit Nullphasenversatz (Index i=1) und einem Sitzwinkel von β = 90° 174

Abbildung 2-129: gewählte Steuerkurven für das rechte Bein (Index 1, rechts) und das linke Bein (Index 2, links). Exemplarisch an einem nicht weiter festgelegt Sitzwinkel von β = 90°, bei maximaler Anstrengung $f_{↑}$ = 100% und einem Symmetriefaktor von $f_{‖}$ = 97%. Rechteckfaktor $f_{_⊓_}$ = 97%; Rundungsfaktor $f_{_∩_}$ = 25% 174

Abbildung 2-130: Versuch: Lokalisierung von „Start“ (OT) unter Variation des Lastphasenfaktors F_L und dem Offset β 175

Abbildung 2-131: Stauchung und Streckung einer Steuerungskurve für den festen Wert β = 90°. Lastfaktor $f_{↔}$ von 25% (links) und 75% (rechts) bei einem Rechteckfaktor $f_{_⊓_}$ = 97% und Rundungsfaktor $f_{_∩_}$ = 25% 176

Abbildung 2-132: Steuerkurve für Transientenglättung. Beispiel für $f_{_⊓_}$ = 95% und Rundungsfaktor $f_{_∩_}$ = 5% mit einem dynamischen Offset in Abhängigkeit des Gradientenwechsel der Gelenkposition 177

Abbildung 2-133: Glättung eines exemplarischen Gelenkmomentverlaufs mithilfe der Steuerkurve aus Abbildung 2-132 177

Abbildung 2-134: Modellergebnisse der Tangentialkraft des stärkeren Beins (links) und gemessene Werte aus der Literatur [24, S. 188] in der „American Position“ 179

Abbildung 2-135: Modellergebnisse des Kurbelmomentes für die „American Position“ bei optimaler Drehzahl mit Pedalklicksystem (rechts) und ohne (links)....180

Abbildung 2-136: Modellergebnisse des Kurbelmomentes (links) bei 50% Anstrengung und gemessene Werte aus einer Bachelorarbeit am eigenen Institut [77, S. 52] (rechts) 180

Abbildung 2-137: Optimumsflächen des Modells. Optimaler Kurbeldrehzahlbereich in Abhängigkeit des Sitzwinkels bei einer Sitzentfernung von 790mm (links). Optimaler Rückenwinkel in Abhängigkeit des Sitzwinkels (mittig). Optimale Sitzentfernung in Abhängigkeit des Sitzwinkels (rechts). Sitzwinkel und Rückenwinkel wurden links und rechts gleichgesetzt, sodass der Fahrer in allen Lagen aufrecht sitzt....181

Abbildung 3-1: Maße zur Ermittlung der minimalen Tretlagerposition 185

Abbildung 3-2: Angefahrene Karosserien in Creo aus automatischen Versuchsplan 191

Abbildung 3-3: Modellgüte von Modellen mit einem Stellglied (links) und acht Stellgliedern (rechts), bzw. Modellfaktoren 192

Abbildung 3-4: Karosseriemodell mit den Karosserieparametern. Schwarze Werte ändern sich dynamisch mit der Sitzposition; graue Werte sind statisch ermittelt und fest. Die Karosserie wird mittels eines Spline-basierten Zug-KEs und einem linear-verbindenden Zug-KE gebildet. Das führt zu Karosserien, welche nur Außenrundungen, jedoch keine Innenrundungen aufweisen, da dies aerodynamisch nicht sinnvoll ist....194

Abbildung 3-5: Auszug der Ergebnisse der Optimumsfindung im Parameterfeld Sitzwinkel; Rückenwinkel; Sitzentfernung und Anströmgeschwindigkeit....195

Abbildung 3-6: Ergebnisse des Luftwiderstandsmodell über den Sitzwinkel und den Rückenwinkel 196

Abbildung 3-7: Ergebnisse des Gelenkmodells über den Sitzwinkel und den Rückenwinkel.....196

Abbildung 3-8: Ergebnisse des Antriebmodells über den Sitzwinkel und den Rückenwinkel. Links: Vollmodell; Rechts: Abschaltung der relativen statischen Muskelkennfelder 197

Abbildung 3-9: Ergebnisse des Antriebmodells zur Kniebelastung über den Sitzwinkel und die Sitzentfernung. Links: mittlere Belastung; rechts: maximale Belastung in Form des Stabkraft-Winkel-Produkts 197

Abbildung 3-10: Evolutionsmaximumfeld der Sitzposition bei einer Sitzentfernung von circa 790mm (links); Draufsicht (rechts) 198

Abbildung 3-11: Wirkungsgradmessungen an Nabenschaltungen (links) [75] und am *Pinion*-Getriebe [92] an einem Prüfstand mit einheitlichem Messverfahren. Kurbeldrehzahl in der Regel 60U/min, in einigen Fällen auch 90U/min.....199

Abbildung 3-12: Konzept zur Kapselung der Reibungsmodelle elementarer Maschinenelemente in ein Atomisches Reibungsmodell in SIMULINK® 202

Abbildung 3-13: Konzept zur Verkettung der Reibungsmodelle elementarer Maschinenelemente zu einer ganzen Baugruppe in ein Zelluläres Reibungsmodell in SIMULINK®.....203

Abbildung 3-14: Konzept zur Summation sämtlicher Kräfte aus den Organen in einem Fahrzeug-Organismus in SIMULINK® 204

Abbildung 3-15: Einfaches Fahrwiderstandsmodell auf Ebene des Fahrzeugorganismus in *MATLAB®/SIMULINK®*. Grüner Bereich: Eingangsgröße Antriebsmoment, mit experimenteller ausgegrauter Option der Drehzahlrückführung (Machbarkeitsstudie Drehzahlabhängiges Antriebsmoment). Gelber Bereich: Zusammenführung kumulative Antriebsstrangmasse mit Fahrzeugleermasse. Oranger Bereich: Zusammenführung kumulatives Antriebstrangmassenträgheitsmoment mit Massenträgheitsmoment der 2 Antriebsräder und 2 Laufräder (Hinweis: irreführender Bezeichner „Reifen.J“). Violetter Bereich: Bildung der Fahrzeugkräftebilanz in Fahrtrichtung ausschließlich Bremsung; Schwingungsdissipationen und Reifenschlupfmodell. Kobalt-farbener Bereich: Integration der translatorischen Bewegungsgrößen aus der Kräftebilanz in Fahrtrichtung. Blauer Bereich: Ableitung der Fahrtgeschwindigkeit in km/h und der über den Radradius vereinfacht ermittelten Raddrehzahl (Hinweis: irreführender Bezeichner „Reifen.Radius.dyn“ weist auf zukünftige Anpassungsmaßnahmen hin. Aktuelle Nutzung von unendlich steifen „Reifen.Radius.konstruktiv“). 209

Abbildung 3-16: Antwort des Systems auf ein konstantes Antriebsmoment von 25Nm (links) und eine Leistungsbegrenzung auf 250Watt@90U/min unter experimenteller Rückführung der Raddrehzahl (rechts).....209

Abbildung 3-17: Sondierungsstadium – Arbeitsverzeichnis *MATLAB®* (links) und *Simulink Library Browser* nach Update (rechts) 212

Abbildung 3-18: Sondierungsstadium – Kapselung der statischen Parameter durch ein Eingabefeld im „Atomischen Modell“ 213

Abbildung 3-19: langsamer Matlab-Interpreter als High-Level-Language (oben) ermöglicht Lösung komplexer Probleme unter Nutzung hocheffiziente Funktionen auf Kosten der Rechengeschwindigkeit. *C++* als Low-Level-Language (unten) verfügt ebenfalls über hocheffiziente Funktionen, muss jedoch erst kompiliert werden. Damit ist der Code jedoch Hardware-nah und effizient. *SIMULINK®* (mittig)

bietet ebenfalls die Möglichkeit Code zu kompilieren. Es stellt ferner sogar ein Bindeglied zwischen *MATLAB®* und *C++* dar, da Code aus *MATLAB®* teilweise kompiliert werden kann und auch *C++*-Code über die MEX-Schnittstelle in eine sogenannte *S-Funktion* implementiert werden kann 215

Abbildung 3-20: Präferierte Möglichkeiten zur Ausschöpfung von *SIMULINK®* 216

Abbildung 3-21: Bibliotheksmodell abtriebseitiger Freilauf mit äußeren Schnittstellen 224

Abbildung 3-22: Bibliotheksmodell abtriebseitiger Freilauf – innere Berechnungsstruktur 224

Abbildung 3-23: Bibliotheksmodell antriebseitiger Freilauf (links) mit zugehörigem Terminator für den Abschluss der Parallelschaltung (rechts) mit äußeren Schnittstellen 225

Abbildung 3-24: Bibliotheksmodell antriebseitiger Freilauf – innere Berechnungsstruktur 226

Abbildung 3-25: Bibliotheksmodell Radialer Wellendichtring mit äußeren Schnittstellen (links) und innerer Parametrierung (rechts) 227

Abbildung 3-26: Bibliotheksmodell Radialer Wellendichtring – innere Berechnungsstruktur Ebene 1 228

Abbildung 3-27: Bibliotheksmodell Radialer Wellendichtring – innere Berechnungsstruktur Ebene 2 – Reibbeiwert μ 228

Abbildung 3-28: Bibliotheksmodell Radialer Lagerdichtring mit äußeren Schnittstellen (links) und innerer Parametrierung (rechts). Wenn 2 RSL Dichtungen an einem Lager verwendet werden, in beide Modelle das Häkchen setzen 229

Abbildung 3-29: Bibliotheksmodell Radialer Lagerdichtring – innere Berechnungsstruktur Ebene 1 230

Abbildung 3-30: Bibliotheksmodell Radialer Lagerdichtring – innere Berechnungsstruktur Ebene 2 (links) und Initialisierungsrechnung per Matlab-Interpreter in der Maske (rechts) 230

Abbildung 3-31: Bibliotheksmodelle Wälzlager mit äußeren Schnittstellen (links) 231

Abbildung 3-32: Exemplarische Parametrierung der Wälzlager am Beispiel Radial-Rillenkugellager 232

Abbildung 3-33: Bibliotheksmodell Radial-Rillenkugellager – innere Berechnungsstruktur Ebene 2 – Vektorzerlegung Drehzahl (oben links) und Vektorzerlegung Faktorisierte Übersetzung (unten links). Unterebenen 3 jeweils daneben: von links nach rechts: „eine Drehzahl am Innenring“; „zwei Drehzahlen“ 233

Abbildung 3-34: Bibliotheksmodell Radial-Rillenkugellager – innere Berechnungsstruktur Ebene 2 – Reduziertes Massenträgheitsmoment 234

Abbildung 3-35: Rekonstruktion der Daten für *Look-Up-Tables* der Ölwiderstandsvariable V_M in *Microsoft Excel®* 234

Abbildung 3-36: Initialisierende Berechnungen am Beispiel des Radial-Rillenkugellagers per Matlab-Interpreter in der Maske 236

Abbildung 3-37: Bibliotheksmodell Radial-Rillenkugellager – innere Berechnungsstruktur Ebene 1 237

Abbildung 3-38: Bibliotheksmodell Radial-Rillenkugellager – innere Berechnungsstruktur Ebene 2 (hellgrau) – Rollreibung mit Unterebenen 3 (grau) 238

Abbildung 3-39: Bibliotheksmodell Radial-Rillenkugellager – innere Berechnungsstruktur Ebene 2 (hellgrau) – Gleitreibung mit Unterebenen 3 (grau) und 4 (dunkelgrau) 238

Abbildung 3-40: Bibliotheksmodell Radial-Rillenkugellager – innere Berechnungsstruktur Ebene 2 - Strömungsverluste 239

Abbildung 3-41: Bibliotheksmodell Stirnradstufe mit äußeren Schnittstellen (links) und innerer Parametrierung (rechts). Innere Parametrierung erweitert sich durch Wahl einer anderen Schmierungsart 240

Abbildung 3-42: Auszug Initialisierende Berechnungen für das Stirnradpaar per Matlab-Interpreter in der Maske.....241

Abbildung 3-43: Bibliotheksmodell Stirnradstufe – innere Berechnungsstruktur Ebene 1 242

Abbildung 3-44: Bibliotheksmodell Stirnradpaar – innere Berechnungsstruktur Ebene 2 (hellgrau) – Lastmoment mit Unterebenen 3 (grau).....243

Abbildung 3-45: Bibliotheksmodell Radial-Rillenkugellager – innere Berechnungsstruktur Ebene 2 (hellgrau) – Leerlaufmoment mit Unterebenen 3 (grau) und 4 (dunkelgrau). Einspritzen in Ausgriff (links unten); in Eingriff (rechts unten) 243

Abbildung 3-46: Bibliotheksmodell Planetengetriebestufe mit äußeren Schnittstellen (links); Innerer Modellaufbau auf erster Ebene (rechts) 244

Abbildung 3-47: Bibliotheksmodell Planetengetriebestufe – innere Berechnungsstruktur Ebene 1 (Auszug Signalfluss 1).....246

Abbildung 3-48: Betrachtung des Systems Kettentrieb auf Zellulärer Ebene und örtliche Zuordnung der Zustands-Änderungen im System. Kennzeichnung des Lasttrums durch rote Einfärbung; sowie des Leertrums durch blaue Einfärbung; Darstellung des Spannungsabbaus über den Farbverlauf. Gedankenwolken stellen Wirkungen auf die Kettenkraft dar 247

Abbildung 3-49: Bibliotheksmodellbaustein Kettentrieb – Geschwindigkeit | Hebelarm 249

Abbildung 3-50: Bibliotheksmodellbaustein Kettentrieb – Drehzahl | Hebelarm.....249

Abbildung 3-51: Bibliotheksmodellbaustein Kettentrieb – Πi rot2trans (links) und Πi trans2rot (rechts) 250

Abbildung 3-52: Bibliotheksmodellbaustein Kettentrieb – Masse gekrümmter Kettenabschnitt (links) und Kettenabschnitt (rechts) 250

Abbildung 3-53: Bibliotheksmodellbaustein Kettentrieb – Lagerkraft 250

Abbildung 3-54: Bibliotheksmodellbaustein Kettentrieb – Fliehkraftaufschlag 251

Abbildung 3-55: Bibliotheksmodellbaustein Kettentrieb – Umlenkungsverluste unter Last (links) und im Leerlauf (rechts).....251

Abbildung 3-56: Bibliotheksmodellbaustein Kettentrieb – Drehstoßkraftverlust 252

Abbildung 3-57: Bibliotheksmodellbaustein Kettentrieb – Polygonkraft (Modul auskommentiert) 252

Abbildung 3-58: Bibliotheksmodellbaustein Kettentrieb – Schräglaufverlustkraft 253

Abbildung 3-59: Bibliotheksmodelle zur Zusammenstellung einer Kettenstufe. Nur Kettenrad und Ritzel sind schaltbar 254

Abbildung 3-60: Parametrierungsoberflächen der „Atomischen Modelle“ zur freien Konfiguration eines Kettentriebes 255

Abbildung 3-61: Initialisierende Berechnungen im Modell „Ritzel“. Berechnungen identisch in den Modellen „Kettenblatt“; „Leitrolle“ und „Spannrolle“ nur, dass auf die Berechnung des Restkraftfaktors (letzter Berechnungsschritt) verzichtet wird 256

Abbildung 3-62: Bibliotheksmodell Kettentrieb – Konfiguration Kette 256

Abbildung 3-63: Bibliotheksmodell Kettentrieb – Rolle2Lager 257

Abbildung 3-64: Bibliotheksmodell Kettentrieb – Lager2Kette 257

Abbildung 3-65: Bibliotheksmodell Kettentrieb – Kettenabschnitt 258

Abbildung 3-66: Bibliotheksmodell Kettentrieb – Kettenblatt 259

Abbildung 3-67: Bibliotheksmodell Kettentrieb – Ritzel 260

Abbildung 3-68: Bibliotheksmodell Kettentrieb – Spannrolle, Leitrolle. Leitrolle weist keine Spannkraft auf (siehe ganz oben) 261

Abbildung 3-69: Bibliotheksmodell Kettentrieb – Kettenschutz 262

Abbildung 3-70: Festgelegte, generalisierte Systemgrenzen von Antriebsstrang-Baugruppen 263

Abbildung 3-71: Bibliotheksmodell Schmiermittelsumpf mit äußeren Schnittstellen (links) und innerer Parametrierung (rechts) 264

Abbildung 3-72: Bibliotheksmodell Schmiermittelsumpf – innere Berechnungsstruktur Ebene 1 (links oben) und Initialisierungsrechnung per Matlab-Interpreter in der Maske (rechts oben). Manueller Schalter in Ebene 1 (siehe links oben) wechselt zwischen statischer und dynamischer Schmiermitteltemperatur 265

Abbildung 3-73: Bibliotheksmodell Schmiermittelsumpf – innere Berechnungsstruktur Ebene 2. Subsysteme zur statischen Berechnung der Schmiersumpftemperatur (links) und dynamischen Schmiermitteltemperatur (rechts) 266

Abbildung 3-74: Umsetzung der Schaltbarkeit auf „Zellulärer Ebene“ am Beispiel des Getriebes *Pinion P1.18* Ebene 0 267

Abbildung 3-75: Umsetzung der Schaltbarkeit auf „Zellulärer Ebene“ am Beispiel des Getriebes *Pinion P1.18* Ebene 1. Zuweisung der Kombinationen beider Getriebestufen zu den fortlaufenden Gängen im Schaltschema (unten). Zuweisung der Modi an die Getriebestufen 1 und 2 (oben links und oben rechts) 267

Abbildung 3-76: Verschaltung „Atomischer Modelle“ – Serieller Antriebsstrang 268

Abbildung 3-77: Verschaltung „Atomischer Modelle“ – Serieller Antriebsstrang 268

Abbildung 3-78: Verschaltung „Atomischer Modelle“ – Serieller Antriebsstrang 269

Abbildung 3-79: Bibliotheksmodell zur Konvertierung des Lagermodus bei einem auf einen antriebseitigen Freilauf folgendem Lager. Innenleben (rechts) 269

Abbildung 3-80: Bibliotheksmodell zur dynamischen Zwischenspeicherung der Drehzahl im Falle ungeschalteter Parallelstränge. Innenleben (rechts). Anpassungen der *Sample time* bei Solver mit fester Schrittweite erforderlich (vergleiche Abbildung 3-81) ..269

Abbildung 3-81: Bibliotheksmodell zur dynamischen Zwischenspeicherung der Drehzahl im Falle ungeschalteter Parallelstränge. Innenleben (rechts). Anpassungen der *Sample*

time bei Solver mit fester Schrittweite erforderlich. Je nach Anwendung kann es erforderlich sein eine von Null abweichende *Initial Condition* zu parametrieren (z.B.: Teilen durch Null) 270

Abbildung 3-82: Verschaltung „Atomischer Modelle“ – unter Nutzung von Schaltvariablen (siehe Variablen M1 und M2); einer Rückführung (mittig unten, siehe z^{-1}); sowie Lösung von Solverproblemen durch dynamische Speicherung der Drehzahl für den nächsten Berechnungsschritt (jeweils links); als auch der dynamischen Modus-Änderung für ein nach einem antriebseitig-geschalteten Freilauf (mittig, oben) 270

Abbildung 3-83: Prüfstandsmodell in *SIMULINK®* mit Solver fester Schrittweite 271

Abbildung 3-84: generisches Wirkungsgradkennfeld (alternativ über den Anstrengungsfaktor statt dem Eingangsmoment) 275

Abbildung 3-85: Bibliotheksmodell des Menschen (Bild mit freundlicher Genehmigung von *CAT Production GmbH*). Parametriert für eine feste Sitzposition für den 50%-Perzentil-Mann und die virtuelle 50%-Perzentil-Frau 280

Abbildung 3-86: Bibliotheksmodell Mensch – Innenleben (Überblick) 280

Abbildung 3-87: Bibliotheksmodell Mensch – Innenleben (Behandlung Anstrengungsfaktor und Drehzahl) 281

Abbildung 3-88: Bibliotheksmodell Mensch – Innenleben (Abhandlung der Zuweisung von *Cases* zur Rechenbeschleunigung im Auslesen der *Look-Up-Tables*). Rechts die interne Programmierung: „~=“ gleichbedeutend mit „ungleich“ 281

Abbildung 3-89: Bibliotheksmodell Mensch – Innenleben – Ebene 2 (exemplarische *Look-Up*-Bereitstellung am Beispielticket „MPNAG“: Männlich Phi Number_of_revolutions Acceleration Gravitation) 282

Abbildung 3-90: Bibliotheksmodell Mensch – Innenleben (Behandlung Anstrengungsfaktor und Drehzahl) 282

Abbildung 3-91: Bibliotheksmodell Mensch – Innenleben (Signalverarbeitung am Ausgang) 283

Abbildung 3-92: mittlere Abtriebsleistung der 50%-Perzentil Frau (links) und des 50%-Perzentil Manns (rechts). Die Drehzahl [U/min] ist mit der Simulationszeit [s] gleichzusetzen 284

Abbildung 3-93: Drehzahlen (links), mit Kurbeldrehzahl in blau; fahrerseitig rechte Pedaldrehzahl in gelb und linke Pedaldrehzahl in cyan. Kräfte (rechts) mit Radialkraftkomponenten (oben) und Tangentialkraftkomponenten (unten) 284

Abbildung 3-94: Bibliotheksmodell des Menschemulators. Die Auswahl eines Geschlechts parametriert den Kurbelradius 285

Abbildung 3-95: Einblick in die Untersuchungen des Verhaltens der Drehzahl der rechten Pedale in Abhängigkeit der Kurbeldrehzahl (links) und des Verhaltens der Radialen Pedalkraft in Abhängigkeit der tangentialen Pedalkraft und des Anstrengungsfaktors (rechts) in *Microsoft Excel®* am Beispiel der virtuellen 50%-Perzentil-Frau 285

Abbildung 3-96: Bibliotheksmodell Menschemulator – Innenleben 286

Abbildung 3-97: Mensch auf dem Prüfstand (50%-Perzentil-Frau und 50%-Perzentil-Mann) zur Kennfelderstellung des Ausgangsmomentes als Funktion des

Anstrengungsfaktors und der Drehzahl (Mittelwertbildung des Antriebs erforderlich durch Ausschalten der Drehwinkelabhängigkeit, siehe Schalter in Abbildung 3-88).....287

Abbildung 3-98: Leistungskennfelder der virtuellen 50%-Perzentil-Frau (links) und des 50%-Perzentil-Mann (rechts) über den Anstrengungsfaktor 288

Abbildung 3-99: Anstrengungsfaktorkennfelder der virtuellen 50%-Perzentil-Frau (links) und des 50%-Perzentil-Mann (rechts) über der Leistung 289

Abbildung 3-100: geschätzte Anstrengungsfaktorkennfelder der virtuellen 50%-Perzentil-Frau (links) und des 50%-Perzentil-Mann (rechts) über der Leistung.....289

Abbildung 3-101: Vertrauenstest Mensch vs. Mensch-Emulator am Beispiel des 50%-Perzentil-Manns. Drehzahlrampe 0 bis 150 U/min bei Durchfahrung des Anstrengungsbandes von 0 bis 1. Im Menschemulator wird der Anstrengungsfaktor bei hohen Drehzahlen leicht unterschätzt. Bis Drehzahlen an die 100 U/min verläuft die Schätzung sehr gut. Während Drehzahlberechnung und Berechnung der Tangentialkraft trivial sind, steht die radiale Pedaldruckkraft im Fokus der Untersuchung. 290

Abbildung 3-102: Bibliotheksmodell Kurbelgarnitur 291

Abbildung 3-103: CAD-Modell Pedal *Shadow Ravager* im Schnitt mit Kraftschema.....292

Abbildung 3-104: Bibliotheksmodell Kurbelgarnitur – Innenleben.....293

Abbildung 3-105: Untersuchung des Einflusses der Reduktion der Viskosität und der Erhöhung des Anzugsmomentes auf den Abwärmestrom. Untersuchungen jeweils bis 2,5s mit dynamischen Kurbelantrieb und jeweils bis 5s mit gemitteltem Kurbelantrieb. Betrieb unter Volllast (f_A=1) bei konstanter Drehzahl von 110min^{-1}. Abwärmestrom-Untersuchung ohne dynamische Aufwärmberechnung des Schmiermittels (direkter Output der Wärme aus den Lagern) 294

Abbildung 3-106: mittleres Wirkungsgradkennfeld der Kurbelgarnitur 295

Abbildung 3-107: Bibliotheksmodell Tretlager.....296

Abbildung 3-108: CAD-Modell Tretlager *Shimano BB-MT501 BSA68* im Schnitt mit Kraftschema.....297

Abbildung 3-109: Einfluss der Modulation durch die Oszillation der Pedalkurbeldruckkräfte bei 110U/min und voller Anstrengung (50%-Perzentil-Mann). Bis 2,5s Simulationszeit unter Winkeleinfluss; darüber Abschaltung des Winkeleinflusses 298

Abbildung 3-110: Bibliotheksmodell Tretlager – Innenleben 298

Abbildung 3-111: Untersuchung des Einflusses der Zusatzkraft F_{r+} aus dem Kettentrieb oder Ähnlichem und der Einfluss der O-Ring-Dichtkraft auf den Abwärmestrom. Untersuchungen jeweils bis 2,5s mit dynamischen Kurbelantrieb und jeweils bis 5s mit gemitteltem Kurbelantrieb. Betrieb unter Volllast (f_A=1) bei konstanter Drehzahl von 110min^{-1}. Abwärmestrom-Untersuchung ohne dynamische Aufwärmberechnung des Schmiermittels (direkter Output der Wärme aus den Lagern) 299

Abbildung 3-112: Aufbau des Prüfstands zur Annäherung des Belastungszustandes des Tretlagers im Betrieb.....300

Abbildung 3-113: mittleres von der Kurbelgarnitur isoliertes Wirkungsgradkennfeld des Tretlagers. Belastung des Tretlagers durch die radialen Pedalkräfte und ein hypothetisches 52-Zähne Kettenblatt 300

Abbildung 3-114: Bibliotheksmodell *Schlumpf Mountain Drive* (links) und innere Parametrierung (rechts). Über den oberen Eingang kann das Getriebe mit dem Parameter 1 und 2 geschaltet werden 301

Abbildung 3-115: Rückwärts konstruiertes CAD-Modell des *Schlumpf Mountain Drive* (Explosionsdarstellung) 302

Abbildung 3-116:Rückwärts konstruiertesCAD-Modell - Mittelgetriebe Schlumpf Mountain-Drive (geschnitten). 2ml Fließfettvolumen in Gehäuse (Initialisierungsschmierungszustand). Für die Berechnung wird angenommen, dass die Planeten Dissipationsverluste verursachen. Umlaufender O-Ring zur Rückhaltung von abgeschiedenem Öl (kein vollständiger Rückhaltungsgrad) 303

Abbildung 3-117: Schnitt des rückwärts konstruierten CAD-Modells des *Schlumpf Mountain Drive* mit äußeren Kräften 305

Abbildung 3-118: Bibliotheksmodell *Schlumpf Mountain Drive* – Innenleben Peripheriesignale 306

Abbildung 3-119: Bibliotheksmodell *Schlumpf Mountain Drive* – Innenleben Momentkette 307

Abbildung 3-120: Untersuchung des Einflusses der Zusatzkraft F_{r+} aus dem Kettentrieb oder Ähnlichem und die Überhöhung der Vorspannung auf den Abwärmestrom. Untersuchungen jeweils bis 2,5s mit dynamischen Kurbelantrieb und jeweils bis 5s mit gemitteltem Kurbelantrieb. Betrieb unter Volllast (f_A=1) bei konstanter Drehzahl von 110min^{-1}. Abwärmestrom-Untersuchung ohne dynamische Aufwärmberechnung des Schmiermittels (direkter Output der Wärme aus den Lagern) 308

Abbildung 3-121: mittleres von der Kurbelgarnitur isoliertes Wirkungsgradkennfeld des Schlumpf Mountain-Drive im untersetzten Gang. Belastung des Tretlagers durch die radialen Pedalkräfte und ein hypothetisches 52-Zähne Kettenblatt 309

Abbildung 3-122: mittleres von der Kurbelgarnitur isoliertes Wirkungsgradkennfeld des Schlumpf Mountain-Drive im 1:1 Gang. Belastung des Tretlagers durch die radialen Pedalkräfte und ein hypothetisches 52-Zähne Kettenblatt 309

Abbildung 3-123: Bibliotheksmodell *Pinion P1.18* (links) und innere Parametrierung (rechts). Über den oberen Eingang kann das Getriebe mit dem Parameter 1 bis 18 geschaltet werden 310

Abbildung 3-124: Rekonstruierter Aufbau des *Pinion P1.18*. Eingangswelle (links); Zwischenwelle / Schaltwelle (mittig); Ausgangswelle (rechts) 311

Abbildung 3-125: Detaillierter Schnitt der rekonstruierten Zwischenwelle ohne Nockenwelle und Kipphebel des *Pinion P1.18* 312

Abbildung 3-126: Leistungsfluss im *Pinion P1.18* am Beispiel des 13. Ganges 313

Abbildung 3-127: initialer Ölstand bei Füllmenge von 60ml in *Pinion P1.18* (links) und Simulation des Getriebes bei 20°C Umgebungstemperatur; einem geschätzten Wirkungsgrad von 90%; 250W Antriebsleistung; 47000mm² Gehäusefläche und einem Wärmeübergangskoeffizient von 50W/(m²·K) 314

Abbildung 3-128: Bibliotheksmodell *Pinion P1.18* – Innenleben – Peripheriesignale 316

Abbildung 3-129: Bibliotheksmodell *Pinion P1.18* – Innenleben – Leistungsstrang.....318

Abbildung 3-130: Untersuchung des Einflusses der Zusatzkraft F_{r+} aus dem Kettentrieb oder Ähnlichem und die Auswahl der Grundviskosität auf den Abwärmestrom bei einer eingeschwungenen Öltemperatur von 20°C im ersten Gang. Untersuchungen jeweils bis 2,5s mit dynamischen Kurbelantrieb und jeweils bis 5s mit gemitteltem Kurbelantrieb. Betrieb unter Volllast (f_A=1) bei konstanter Drehzahl von 110min^{-1}. Abwärmestrom-Untersuchung ohne dynamische Aufwärmberechnung des Schmiermittels (direkter Output der Wärme aus den Lagern) 318

Abbildung 3-131: isolierte mittlere Wirkungsgradreihe des *Pinion P1.18* unter Durchfahren aller 18 Gänge unter Volllast auf Prüfstand mit Menschen und Rückwirkung eines Kettenblattes mit 52 Zähnen. Jeder Gang wurde vom Menschen von 60U/min bis 110U/min linear ausgefahren. Die Sprünge während der Schaltvorgänge entspringen den schrittversetzten Rückführungen, welche die numerische Berechnung erheblich vereinfachen und nur geringe Ungenauigkeiten erzeugen, wenn die Schrittweite relativ zur Zustandsänderung des Systems ausreichend klein gewählt wird. Öl ISO VG 68, Öltemperatur 20°C 319

Abbildung 3-132: isoliertes Wirkungsgradkennfeld des ersten Gangs des Pinion P1.18 319

Abbildung 3-133: Erweiterung zu Abbildung 3-131: Zusammenspiel der Viskosität und der Öltemperatur mit dem Wirkungsgrad 320

Abbildung 3-134: Kombination der Zähnezahlen zur Erreichung des von der *Pinion GmbH* empfohlenen Übersetzungsverhältnisses für das Mittelgetriebe *Pinion P1.18* (unten) und zugehörige Wirkungsgradermittlung ohne Spannrollen bei Durchfahrung eines Drehzahlbandes von 60U/min bis 110U/min mit dem Menschmodell unter 100% Anstrengung (oben). Test für den niedrigsten Gang des Mittelgetriebes (blaue Kurve); den höchsten Gang des Getriebes (ocker-farbene Kurbe); und die 1:1 Übersetzung (cyan-farbene Kurve).....322

Abbildung 3-135: Kettenverschmalerung zur Realisierung von höhergängigen Kassetten unter Reduzierung der Schräglaufverluste. CAD-Modelle von links nach rechts: 1-fach| 5,6,7,8-fach | 9-fach | 10-fach | 11-fach | 12-fach | 13-fach 323

Abbildung 3-136: Wirkungsgrad bei 1:1-Übersetzung vor einem Kettengetriebe mit einem Kettenblatt von 30 Zähnen und einem Ritzel von 90 Zähnen in einer Sequenz der Variation von 7 Kettenfamilien mit einer Drehzahl von je 60 U/min bis 110 U/min bei maximaler menschlicher Anstrengung.....323

Abbildung 3-137: 1x1-Kettengetriebe mit Umlenkrolle und Spannmechanismus; ohne Kettenschutz 324

Abbildung 3-138: Wirkungsgradreihe des 1x1 Kettengetriebes mit einer mittleren menschlichen Belastung (50%-Perzentil-Mann) in einem Drehzahlband von 60 U/min bis 110U/min. 4 Prüfkurven für die sukzessiv vom kompletten Antriebsstrang (dunkelblau) bis zur durchgehenden Kette (hellblau) abgetragene Konfiguration 325

Abbildung 3-139: Wirkungsgradkennfeld des ersten Ganges des 1x1 Kettengetriebes 325

Abbildung 3-140: Gesamtübersetzungen und Gangstufung (gestrichelte Linie) mit einem 31 Zähne-Ritze. Und einer 3-fach Kettenblattkombinationen im Rahmen des technisch Machbaren mit einem Umwerfer *Shimano Dura-Ace FD-7703* 326

Abbildung 3-141: 3x1-Kettengetriebe mit Umlenkrolle und Spannmechanismus; ohne Kettenschutz 326

Abbildung 3-142: Wirkungsgradreihe der drei Gänge des 3x1 Kettengetriebes mit einer mittleren menschlichen Belastung (50%-Perzentil-Mann) in einem Drehzahlband von 60 U/min bis 110U/min. 4 Prüfkurven für die sukzessiv vom kompletten Antriebsstrang (dunkelblau) bis zur durchgehenden Kette (hellblau) abgetragene Konfiguration 327

Abbildung 3-143: Wirkungsgradkennfeld des ersten Ganges des 3x1 Kettengetriebes....327

Abbildung 3-144: Gesamtübersetzung 11-fach-Kasette *SRAM XG-1150* mit einem 40-Zähne Kettenblatt über der Anzahl Gänge 328

Abbildung 3-145: 1x11-Kettengetriebe mit Umlenkrolle und Spannmechanismus; ohne Kettenschutz 328

Abbildung 3-146: Wirkungsgradreihe der elf Gänge des 1x11 Kettengetriebes mit einer mittleren menschlichen Belastung (50%-Perzentil-Mann) in einem Drehzahlband von 60 U/min bis 110U/min. 4 Prüfkurven für die sukzessiv vom kompletten Antriebsstrang (dunkelblau) bis zur durchgehenden Kette (hellblau) abgetragene Konfiguration 329

Abbildung 3-147: Wirkungsgradkennfeld des ersten Ganges des 3x1 Kettengetriebes....329

Abbildung 3-148: Gesamtübersetzungen (y-Achse) und Gangstufung (Sekundärachse) über der Anzahl Gänge (x-Achse) 4 verschiedener 11-fach Kassetten der Serie *105 R7000* von *Shimano* mit verschiedenen 3-fach Kettenblattkombinationen im Rahmen des technisch Machbaren mit einem Umwerfer *Shimano Dura-Ace FD-7703*. In Konfiguration unten links entfallen der 6. und der 17. Gang....330

Abbildung 3-149: 3x11-Kettengetriebe mit Umlenkrolle und Spannmechanismus; ohne Kettenschutz. In Abbildung versehentlich 40 Zähne Kettenblatt statt 45 Zähne Kettenblatt dargestellt....331

Abbildung 3-150: Bibliotheksmodell Kettengetriebe 3x11 mit äußeren Schnittstellen (links) und innerer Parametrierung (rechts)....332

Abbildung 3-151: Bibliotheksmodell Kettengetriebe 3x11 – Innenleben....332

Abbildung 3-152: Wirkungsgradreihe der einundzwanzig „echten“ Gänge des 3x11 Kettengetriebes mit einer mittleren menschlichen Belastung (50%-Perzentil-Mann) in einem Drehzahlband von 60 U/min bis 110U/min. 4 Prüfkurven für die sukzessiv vom kompletten Antriebsstrang (dunkelblau) bis zur durchgehenden Kette (hellblau) abgetragene Konfiguration 333

Abbildung 3-153: Wirkungsgradkennfeld des ersten Ganges des 3x1 Kettengetriebes....333

Abbildung 3-154: modifizierte asymmetrische Modulo-Funktion mit den Variablen ϕ_{Start} und i_1 am Beispiel von -40° und 3. Unempfindlichkeit gegen Eingangswinkel-Vorzeichen....334

Abbildung 3-155: Zelluläres Modell Tangentialgetriebe – Initialisierung: Numerische Berechnung des Startwinkels für den Eingriff mithilfe der *Klinotaxis*-Methode....336

Abbildung 3-156: Bibliotheksmodell Tangentialgetriebe mit äußeren Schnittstellen (links) und innerer Parametrierung (rechts)....339

Abbildung 3-157: Bibliotheksmodell Tangentialgetriebe – Innenleben 340

Abbildung 3-158: Bibliotheksmodell Tangentialgetriebe – Innenleben Ebene 2 – Integratives Offset 341

Abbildung 3-159: Tangentialgetriebe – Drehzahlverhalten. Beschnittene überspringende Sprünge bei Eingriffwechsel eines Lagers 341

Abbildung 3-160: Wirkungsgrad der zwei konfigurierten Tangentialgetriebestufen unter Durchfahrung eines Drehzahlbandes von 60U/min bis 110U/min mit voller Anstrengung durch einen 50%-Perzentil-Mann. Reales Wirkungsgradverhalten (links) und Wirkungsgradverhalten mit gemittelter Drehzahl (rechts). Fließender Mittelwert des Wirkungsgradverhalten mit gemittelter Drehzahl in gestrichelter Linie (rechts) 342

Abbildung 3-161: Fließende Mittelwerte des Wirkungsgradverhaltens mit selber Belastungssituation wie in Abbildung 3-160. Dunkelblaue Kurve für vorliegende Konfiguration mit 7mm Lageraußendurchmesser. Hellblaue Kurve für Konfiguration mit angepasster Lagertragfähigkeit bei einem Lageraußendurchmesser von 10mm 342

Abbildung 3-162: gescheitertes Wirkungsgradkennfeld des Tangentialgetriebepaars 343

Abbildung 3-163: Bibliotheksmodelle der Gelenkwellen mit äußeren Schnittstellen (links) und innerer Parametrierung (rechts) 344

Abbildung 3-164: Bibliotheksmodul Tripodengelenk auf Ebene 2 – Innenleben 345

Abbildung 3-165: Bibliotheksmodell Kardanwelle – Innenleben (oben) und Antriebswelle – Innenleben (unten) 346

Abbildung 3-166: Wirkungsgrad der Gelenkwellen. Belastungsfreie Untersuchung. Absinken des Wirkungsgrades unter Beaufschlagung von Radaufstandskräften und Antriebsreaktionen nur äußerst gering 346

Abbildung 3-167: Bibliotheksmodell *Samagaga*-Getriebe mit äußeren Schnittstellen (links) und innerem Aufbau (rechts) 347

Abbildung 3-168: Rekonstruktion des Verteilergetriebes *Samagaga DG72NCS* 347

Abbildung 3-169: exemplarische Darstellung der Übersetzung der gemessenen *Look-Up-Tables* in die nötigen Variablen für die Hauptdifferentialgleichung auf Organismus-Ebene 348

Abbildung 3-170: Organisches Modul zur Auslösung des Schaltimpuls (oben) und der Umsetzung der Schaltung (unten) 349

Abbildung 3-171: Innere Struktur des Organischen Moduls zur Auslösung des Schaltimpuls (oben) und der Umsetzung der Schaltung (unten) 349

Abbildung 3-172: Organisches Modul zur Regelung der Fahrtgeschwindigkeit über den menschlichen Anstrengungsfaktor (oben). Innere Berechnungsstruktur (unten) .350

Abbildung 3-173: Organisches Modell – Kettenschaltung 351

Abbildung 3-174: Organisches Modell – Mittelgetriebe + Kette 352

Abbildung 3-175: Organisches Modell – Mittelgetriebe + Welle 353

Abbildung 3-176: Beschleunigung mit voller Kraft in einem Kurbeldrehzahlschaltfeld von 60 bis 110 U/min (50%-Perzentil-Mann). Blaue Linien Kettenschaltung; Grüne Linien *Pinion*-Getriebe mit Kette; gelbe Linien *Pinion*-Getriebe mit Welle 354

Abbildung 3-177: Wiederholung des Versuches in Abbildung 3-176 unter Ausschluss des Massenträgheitsmomentes. Beschleunigung mit voller Kraft in einem Kurbeldrehzahlschaltfeld von 60 bis 110 U/min (50%-Perzentil-Mann). Blaue Linien Kettenschaltung; Grüne Linien *Pinion*-Getriebe mit Kette; gelbe Linien *Pinion*-Getriebe mit Welle 354

Abbildung 3-178: Wirkungsgradverläufe (unter Ausschluss des Massenträgheitsmomentes) bei Beschleunigung mit voller Kraft in einem Kurbeldrehzahlschaltfeld von 60 bis 110 U/min (50%-Perzentil-Mann). Blaue Linien Kettenschaltung; Grüne Linien *Pinion*-Getriebe mit Kette; gelbe Linien *Pinion*-Getriebe mit Welle 355

Abbildung 3-179: Energieverbrauch (unter Ausschluss des Massenträgheitsmomentes) (ohne Verlustenergie z.B.: aus Massenträgheit im menschlichen Kurbeltrieb) unter Beschleunigung mit voller Kraft in einem Kurbeldrehzahlschaltfeld von 60 bis 90 U/min bis zu einer Sollgeschwindigkeit bis 25km/h (50%-Perzentil-Mann). Blaue Linien Kettenschaltung; Grüne Linien *Pinion*-Getriebe mit Kette; gelbe Linien *Pinion*-Getriebe mit Welle 355

Abbildung 4-1: Bildung des Teilkreisradius r_w unter Anordnung der Lager mit Einsatz der Vollrolligkeit (links) und Festlegung eines Radialspieles zur Unterbindung der Getriebewirkung zwischen den Lagern, welche zu Verspannungen und Reibungsverlusten führt 359

Abbildung 4-2: Konstruktion des positiven Lagerantriebprofils im zylindrischen Koordinatenraum 360

Abbildung 4-3: Abwicklung der in Abbildung 4-2 berechneten Kurve über den Wälzkreisradius R0 361

Abbildung 4-4: Mit der Teilung p gemusterte Zahnstange unter Einsatz verschiedener Kopfkürzungen/Kopfrundungen 361

Abbildung 4-5: Eingriffspunkt im zylindrischen Eingriffsprofil. Belastung stets an höchstem Punkt. Überspringen des eingreifenden Lagers bei Überschreitung einer spezifischen Bogenlänge. Zahnstange von rechts nach links laufend. Eingriffspunkte dementsprechend von 1 bis 5 nummeriert 362

Abbildung 4-6: Geometrie zur Berechnung der Dynamik zwischen Rotor und Zahnstange 363

Abbildung 4-7: Tangentialgetriebe – Rotor mit Zahnstange – Gleichförmigkeitsgrad der Drehzahl (relative Abweichung der Ausgangsdrehzahl von der idealen Ausgangsdrehzahl). Links über den Drehwinkel in Abhängigkeit der Anzahl an Lagern. Rechts: Maximalwerte über die Streckung der Teilung mit x_p und der Anzahl der Lager 365

Abbildung 4-8: Tangentialgetriebe – Rotor mit Zahnstange – Wandlungsgrad der Tangentialkraft (links) in Abhängigkeit der Anzahl an Lagern. Rechts: über den Drehwinkel gemittelter reibungsfreier (d.h. geometrischer) Wirkungsgrad in Abhängigkeit der Anzahl an Lagern und Teilungszugabe 365

Abbildung 4-9: Zahnstange mit Teilungszugabe; Kopferhöhung; Kopfrundung und Anfasung 366

Abbildung 4-10: Zahnstange mit Teilungszugabe; Kopferhöhung; Kopfrundung; Anfasung und radial angewinkelten Bohrlöchern 366

Abbildung 4-11: Gekrümmtes Profil aus zwei Blickwinkeln 367

Abbildung 4-12: Annäherung des Reibmomentes am Zahnrad des Tangentialgetriebes für große Zähnezahlen am Zahnrad....368

Abbildung 4-13: Maximale (sicherheitsfreie) Scherbelastung eines Bolzens der Güte *12.9* in Abhängigkeit der Baugröße....369

Abbildung 4-14: Außendurchmesser D und Bohrungsdurchmesser d von Miniaturlagern. Optional lieferbar mit Staubdichtung ZZ oder Berührungsdichtung 2RS oder/und als Hybridlager....370

Abbildung 4-15: CAD-Modelle der Tangentialgetriebestufen am Antrieb (rechts) und am Abtrieb (links)....374

Abbildung 5-1: Einsatz der Ressourcen im vorliegenden Projekt....375

Abbildung 0-1: Abpausung der Wertekurve und des Vertrauensbereich des Gümbeldiagramm in *Microsoft Excel*....I

Abbildung 0-2: Werte der Look-Up-Table (konstante Skalierung in G und μ)....I

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Reibungszahlen der Gleitbewegung in unterschiedlichen Reibungszuständen 27

Tabelle 2: Elastohydrodynamische Modelle [29, S. 34] 35

Tabelle 3: Korrelationssuche zwischen Kurbelverstellung und potentieller Kettenspannungskompensation in Form von Umlenkrollen im Leertrum (links) und Schaltwerken (rechts) . Software und Grundlagen Statistik [52, S. 50-122]. 47

Tabelle 4: Abhängigkeit des Schubmoduls von Polymeren in Abhängigkeit der Temperatur und der Vernetzung (Abbildung links) [56, S. 239]. Anhaltswerte des korrelierenden E-Moduls rechts durch Linearisierung der Spannung bei 100% Dehnung 49

Tabelle 5: Geschwindigkeitsverhältnisse im Tribosystem Radiale Dichtung [27, S. 61] [29, S. 35] ... 51

Tabelle 6: Einseitige Berührungsdichtungen des Herstellers *SKF GmbH* zuzüglich einseitige berührungsfreie Dichtscheibe *RZ* 54

Tabelle 7: Tabelle zur Ermittlung der Faktoren, Exponenten und des Beiwertes zur Errechnung der Reibmomente von Berührungsdichtungen [59, S. 96]. Für einseitige Dichtungen *RS = 1 für beidseitige Dichtungen *RS = 2 54

Tabelle 8: Geschwindigkeitsverhältnisse im Tribosystem Radial-Rillenkugellager [27, S. 61] [29, S. 35] 56

Tabelle 9: Geometriefaktoren für die Berechnung des Rollreibungsmoment. Letzte Zeile Schrägkugellager [59, S. 92-93] 58

Tabelle 10: Geometriefaktor K_Z und Schmierverhältnisfaktor K_{rs} zur Ermittlung Schmierfilmverdrängungsfaktor ϕ_{rs} [59, S. 98] 59

Tabelle 11: Geometriefaktoren für die Berechnung des Gleitreibungsmoment. Letzte Zeile Schrägkugellager [59, S. 92-93] 61

Tabelle 12: Vergleich der Werkstoffe in Vollkeramiklagern (oben) und Hybridlagern (unten) [27, S. 254] 70

Tabelle 13: Reibungszahlen μ bei Trockenlauf im Tribosystem Kugel–Scheibe unter Variation der Luftfeuchtigkeit [27, S. 378] 70

Tabelle 14: Zulässige Belastung des Wälzkontaktes von Vollkeramiklagern in Abhängigkeit des Schmierstoffs [61, S. 197] 71

Tabelle 15: Gleichungen für die Kräfte am Festgelenk für die kontinuierliche Drehung ohne Reibung 77

Tabelle 16: Gleichungen zur zweiten Iteration für die Kräfte am Festgelenk für die kontinuierliche Drehung mit Reibung 79

Tabelle 17: Bauformen der Kugelgelenke [62, S. 188, 434] [64, S. 4ff] 81

Tabelle 18: Parameter der Ebenen der Koordinatensysteme auf der Pendelwelle 93

Tabelle 19: Indizes zur Berechnung der Projektion der Wirkpunkte der normierten Radial-; - Tangential- und - Axialkraft 94

Tabelle 20: Projektion der Wirkpunkte der normierten Radialkraft; - Tangentialkraft und - Axialkraft 95

Tabelle 21: Richtungsvektoren zur Überführung der Wirkrichtungsanteile aus dem xyz-Raum des Koordinatensystem Welt in den rta-Raum der Koordinatensysteme der Poden auf der Ausgangswelle 95

Tabelle 22: Richtungsvektoren zur Überführung der Wirkrichtungsanteile aus dem xyz-Raum des Koordinatensystem Welt in den rta-Raum der Koordinatensysteme der Poden auf der Ausgangswelle 97

Tabelle 23: Rechnungsvorschrift zur Berechnung der Reaktionskräfte und dem Reaktionsmoment 98

Tabelle 24: Generische Lösung der Errechnung der Lagermomente unter Nutzung eines variablen Hebelarms R_i und eines festen Hebelarms l in der Tiefe der Abbildung 99

Tabelle 25: Schmierstofffaktor X_L in Abhängigkeit des Schmiermittels zur Bestimmung des Reibbeiwertes zwischen Verzahnungen [67, S. 365] 107

Tabelle 26: Dichte bei Raumtemperatur unterschiedlicher ISO-VG-Klassen [67, S. 390] 107

Tabelle 27: Orientierungswerte für Mittenrauheitswerte R_a von Zahnflanken in Abhängigkeit des gewählten Fertigungsverfahren und des Moduls m [67, S. 390] 107

Tabelle 28: Gültigkeitsbereich der Verzahnungsleerlauf-Verlustberechnung nach ISO/TR 14179-2 [67, S. 394] 113

Tabelle 29: Ausgewählte technische Daten der Getriebevarianten der *Pinion GmbH* 116

Tabelle 30: Rückwärtsentwicklung der Zahnradstufen. Leichte Unsicherheit im Getriebe *P1.9CR* ..117

Tabelle 31: Ausgewählte technische Daten der Getriebevarianten der *Haberstock Mobility GmbH* 118

Tabelle 32: Schaltplan der Varianten der *Schlumpfgetriebe* 119

Tabelle 33: Ausgewählte technische Daten des *Kappstein Doppio CX* 120

Tabelle 34: Ausgewählte technische Daten und Übersetzungsspektrum der *Rohloff Speedhub 500/14* 122

Tabelle 35: Verschaltung der ersten Planetengetriebestufe. Antriebsdrehzahl ist Ritzeldrehzahl ...123

Tabelle 36: Verschaltung der zweiten Planetengetriebestufe. Antriebsdrehzahl ist Planetenträgerdrehzahl von Stufe 1 123

Tabelle 37: Verschaltung der dritten Planetengetriebestufe. Antriebsdrehzahl ist Hohlraddrehzahl von Stufe 2 123

Tabelle 38: Ausgewählte technische Daten *Sturmey-Archer CS-Serie* 125

Tabelle 39: Ausgewählte technische Daten der *Shimano Alfine* 126

Tabelle 40: Ausgewählte technische Daten der *Shimano Nexus* 126

Tabelle 41: Ausgewählte technische Daten der *Samagaga-Differential-Linie* 132

Tabelle 42: Maße der genormten Rollenkette amerikanischer Bauart nach DIN 8188-1 [71, S. 2] und Ableitung von Größenbeziehungen über die technischen Daten einer *Rohloff*-Standard-Kette 133

Tabelle 43: Ausgewählte technische Daten der *NuVinci*-Getriebe 141

Tabelle 44: Modellgrößen der unteren Extremität zur Beschreibung der Kurbelbewegung am Fahrrad. Ausgegraute Größen entspringen Veröffentlichungen von Individuen oder sind aus Normgrößen errechnet (Kennzeichnung mit *) und markieren damit die Datenqualität. Sonstige Größen sind repräsentative Normwerte. Werte sind soweit Informationen verfügbar auf die Gesamthöhe H und die Gesamtmasse m der jeweiligen Veröffentlichungen relativiert worden. Falls nicht explizit angegeben, Deutung der Werte als 50%-Perzentil von Männern.....149

Tabelle 45: Körperhöhen-relative Parametrierung des MKS-Modells aus Abbildung 2-109. Die ab dem Oberschenkel relativ referenzierten Gelenkwinkel werden begrenzt. Die Sitzposition wird reduziert auf die Entfernung l von der Tretlagerachse. Das Koordinatensystem Welt zur einfachen Implementierung der Schwerkraft oder Übergabekräften zur nächsten Systemgrenze wird mit dem Sitzwinkel β gedreht.....150

Tabelle 46: Mindestmaß an Winkeldefinitionskorrekturen für eine verlässliche Berechnung des Kurbeltriebs 154

Tabelle 47: Skalierungen an den Winkeln zur Berechnung des Kurbeltriebs 154

Tabelle 48: Drehwinkel für die Transformation zwischen dem Koordinatensystem Welt zu den Teilsystemen und umgekehrt.....162

Tabelle 49: Drehwinkel für die Transformation zwischen den Koordinatensystemen der Teilsysteme.....162

Tabelle 50: Setzen der Trägheitslasten und Randbedingungen für die generalisierte Lösung des Kurbeltriebs 163

Tabelle 51: Massen und Trägheitsmomente der Glieder. Generalisierung der Werte durch Beziehungen in Tabelle 44 164

Tabelle 52: Setzen der Gravitationslasten und Randbedingungen für die generalisierte Lösung des Kurbeltriebs.....165

Tabelle 53: relative Leistungsfähigkeit der Gelenke in Unterscheidung des Geschlechts [83, S. 52] und des Alters [83, S. 17] 166

Tabelle 54: Mögliche Randbedingungen zur Annäherung der Gelenkreibung.....178

Tabelle 55: Ergebnis der automatischen Parameterpaarung für 5 Eingangsparameter (links).....192

Tabelle 56: 1.048.575 mögliche Modelle bei 5 Variablen und einfaktoriellen und zweifaktoriellen Ansätzen 192

Tabelle 57: Darstellung der c_W-Modelle für eine festgelegte Sitzhöhe unter Variation des Sitzwinkels und des Rückenwinkels. Darstellung der jeweils besten 2 Modelle untereinander mit 1 bis 8 Stellgliedern/Modellfaktoren.....193

Tabelle 58: Ermittelte (stark gerundete) Modellanteile zeilenweise über die Anzahl der Stellglieder/Modellfaktoren. Positive Wichtung in blau -; Negative Wichtung in gelb gekennzeichnet 193

Tabelle 59: Simulationsantworten auf manuell angefahrene Sitzpositionen 198

Tabelle 60: Anhaltswerte zur Überschlagung der erreichbaren „skalaren“ Wirkungsgrades von Maschinenelementen 200

Tabelle 61: Vereinfachtes Fahrwiderstandsmodell auf Ebene des Fahrzeug-Organismus.....208

Tabelle 62: Parameterbehandlung über Modi schaltbarer Kettenblätter 218

Tabelle 63: Parameterbehandlung über Modi schaltbarer Zahnradstufen 219

Tabelle 64: Parameterbehandlung über Modi schaltbarer Lager und Dichtungen 219

Tabelle 65: Parameterbehandlung über Modi schaltbarer abtriebseitiger Zahnradstufen-Freiläufe 220

Tabelle 66: Parameterbehandlung über Modi schaltbarer antriebseitiger Zahnradstufen-Freiläufe 220

Tabelle 67: Tabelle zur Ermittlung der Faktoren, Exponenten und des Beiwertes zur Errechnung der Reibmomente von Berührungsdichtungen [59, S. 96] 229

Tabelle 68: aufbereitete erweiterte Rechenvorschriften zur Ermittlung der Planschverluste von 2003 bis 2009 nach [96] 235

Tabelle 69: Auszugsweiser Vergleich der aufgebauten Modellbibliothek mit der Online-Bibliothek von *SKF* 239

Tabelle 70: Erweiterung des Modus zur Schaltung des Planetengetriebes ($n_{out} = i \cdot n_{in}$). Der Modus „001“ erfüllt weiterhin die Möglichkeit eines Bypasses 245

Tabelle 71: Quelltext zur sukzessiven Kennfeldextraktion vom Prüfstand in eine Struktur zur Auslesung durch Look-Up-Blöcke. Quelltext für den regulären Prüfstand nach Art eines Elektromotors und dem Prüfstand nach Art eines Reglers für den menschlichen Kurbeltrieb kompatibel 273

Tabelle 72: Vereinfachte Festlegung der Fahrerparameter für die virtuelle 50%-Perzentil-Frau und den 50%-Perzentil-Mann. Die virtuelle Frau wird auf 1,60m abgerundet, damit das MKS-Modell verzerrungsfrei skaliert werden kann 277

Tabelle 73: Konzept für die strukturelle Datenorganisation der *Look-Up-Tables* des Kurbeltrieb mit Fokus auf die Rechenbeschleunigung. Links: Aufbau der Struktur; Rechts: Inhalt der jeweiligen Strukturebene 278

Tabelle 74: Quelltextausschnitt zur Bildung des virtuellen Mittelwertes der Pedaldrehzahlen 279

Tabelle 75: Quelltextausschnitt zur Bildung des virtuellen Mittelwertes der Pedaldrehzahlen. Um die Kennfelder auszulesen muss der entsprechende Abschnitt in Tabelle 71 wie folgt manipuliert werden 287

Tabelle 76: Schaltschema *Pinion P1.18* 316

Tabelle 77: Auszug der Masseneigenschaften und Geometrie der CAD-Modelle der Ketten 323

Tabelle 78: Anforderungsliste Fahrzeug 356

Tabelle 79: Anforderungsliste Antriebsstrang 357

Tabelle 79: Quelltext zur Erzeugung der Look-Up-Table für das *Gümbel-Diagramm* auf der Plattform *R-Studio* II

Tabelle 80: Formelsatz zur Berechnung ausgewählter Geometrien von Stirnrädern IV

Tabelle 81: Formelsatz zur Berechnung ausgewählter Geschwindigkeiten an Stirnrädern V

Tabelle 82: Formelsatz zur Berechnung ausgewählter Kräfte an Stirnrädern VI

Tabelle 83: Umwerfer und Schaltwerke des Herstellers *Microshift* VIII

Tabelle 84: Umwerfer und Schaltwerke des Herstellers *Shimano* (exklusive E-Bike-Varianten) VIII

Tabelle 85: Schaltwerke des Herstellers *SRAM* X

Tabelle 86: Schaltwerke des Herstellers *SRIDE* X

Tabelle 87: Umwerfer und Schaltwerke des Herstellers *Campagnolo* XI

Tabelle 88: Umwerfer und Schaltwerke des Herstellers *Sunrace* XI

Tabelle 89: Umwerfer und Schaltwerke des Herstellers *Sensah* XII

Literaturverzeichnis

[1] Guggenheim Museum Bilbao „The glacier series | The Guggenheim Museums and Foundation," [Online]. Online abgerufen auf: https://www.guggenheim.org/artwork/9361. [Zugriff am 10 06 2022].

[2] Studio Olafur Eliasson GmbH „The glacier melt series 1999/2019," [Online]. Online abgerufen auf: https://glaciermelt.is/#about. [Zugriff am 10 06 2022].

[3] M. v. Vonmoos „Dissertation | Rekonstruktion der solaren Aktivität im Holozän mittels Beryllium-10 im GRIP Eisbohrkern," Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Zürich, 2005.

[4] Hauptautoren, R. K. Pachauri und L. Meyer „Klimaänderungen 2014: Syntheseberichtt. Beitrag der Arbeitsgruppen I, II und III zum Fünften Sachstandsbericht des Zwischenstaatlichen Ausschusses für Klimaänderungen (IPCC)," IPCC, Genf, 2014.

[5] Lead Authors, M. Gunnar und S. Drew „Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment," Cambridge University Press, Cambridge, 2013.

[6] C. Nobis „Mobilität in Deutschland - MiD Analysen zum Radverkehr und Fußverkehr. Studie von infas, DLR, IVT und infas 360 im Auftrag des Bundesministeriums für Verkehr und digitale Infrastruktur (FE-Nr. 70.904/15)," Bonn, 2019.

[7] J. J. de Hartog, H. Boogard, H. Nijland und G. Hoek „Do The Health Benefits Of Cycling Outweigh The Risks?," National Institutes of Health | U.S. Department of Health and Human Services, Utrecht, 2010.

[8] M. Allekotte, H.-J. Althaus, F. Bergk, K. Biemann, W. Knörr und D. Sutter „Umweltfreundlich mobil! | Ein ökologischer Verkehrsartenvergleich für den Personen- und Güterverkehr in Deutschland, 2. Auflage," Umweltbundesamt, Dessau-Roßlau, 2021.

[9] J. Eick „Das Velomobil als Alltagsfahrzeug," *Fahrrad Zukunft | Ausgabe 0,* S. 13, 01 2006.

[10] F. Frede, N. Kynast, M. Ulfig und J. A. Upmann „Teilprojekt Liegefahrrad | Entwicklung des Rahmes eines Leichtfahrzeugs," Institut für Konstruktion und angewandten Maschinenbau (IKAM), Wolfenbüttel, 2021.

[11] T. Schütz — Fahrzeugaerodynamik | Basiswissen für das Studium, 1. Auflage Hrsg., Wiesbaden: Springer Vieweg, 2016.

[12] D. Stoll — Dissertation | Ein Beitrag zur Untersuchung der aerodynamischen Eigenschaften von Fahrzeugen unter böigem Seitenwind, P. D. M. Bargende, P. D. J. Wiedemann und P. D. H. Reuss, Hrsg., Wiesbaden: Springer Vieweg, 2018.

[13] P. Appeltauer — Das Kleingedruckte beim Radfahren | Physikalische Hintergründe ihres Radsportalltags, Bern-Liebefeld: Maxime - Verlag Maxi Kutschera, 2013.

[14] G. Carlino, D. Cardano und A. Cogotti — „A New Technique to Measure the Aerodynamic Response of Passenger Cars by a Continuous Flow Yawing," SAE International, Warrendale, 2007.

[15] N. Oettle, D. Sims-Williams, R. Dominy, C. Darlington, C. Freeman und P. Tindall — „The Effects of Unsteady On-Road Flow Conditions on Cabin Noise," SAE International, Warrendale, 2010.

[16] T. Schütz — Hucho - Aerodynamik des Automobils | Strömungsmechanik, Wärmetechnik, Fahrdynamik, Komfort, 6. Auflage Hrsg., Wiesbaden: Springer Vieweg, 2013.

[17] J. Gong — Dissertation | Grundlagenuntersuchung zur aktiven Beeinflussung der abgelösten Strömung, P. D. M. Bargende, P. D. H. Reuss und P. D. J. Wiedemann, Hrsg., Wiesbaden: Springer Vieweg, 2015.

[18] P. D. W. Nachtigall und D. A. Wisser — Bionik in Beispielen | 250 illustrierte Ansätze, Berlin: Springer Spektrum, 2013.

[19] M. Trzesniowski — Handbuch Rennwagentechnik | Gesamtfahrzeug, 2. Auflage Hrsg., Wiesbaden: Springer Vieweg, 2019.

[20] I. Rechenberg — Evolutionsstrategie | Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution, Stuttgart-Bad Cannstatt: Friedruch Frommann Verlag, 1973.

[21] A. Link — Dissertation | Analyse, Messung und Optimierung des aerodynamischen Ventilationswiderstands von Pkw-Reifen, M. Bargende, J. Wiedemann und H. Reuss, Hrsg., Wiesbaden: Springer Vieweg, 2018.

[22] F. Wittmeier — Dissertation | Ein Beitrag zur aerodynamischen Optimierung von Pkw Reifen, P. D. M. Bargende, Hrsg., Wiesbaden: Springer Vieweg, 2014.

[23] M. Jermy, J. Moore und M. Bloomfield — „Translational and rotational aerodynamic drag of composite construction bicycle wheels," *Proc. IMechE Vol. 222 Part P: J. Sports Engineering and Technology,* S. 91-102, 2008.

[24] M. Gressmann — Fahrradphysik und Biomechanik | Technik, Formeln, Gesetze, 12. Auflage Hrsg., Bielefeld: Delius Klasing Verlag, 2017.

[25] M. Trzesniowski — Handbuch Rennwagentechnik | Fahrwerk, 2. Auflage Hrsg., Wiesbaden: Springer Vieweg, 2019.

[26] T. Senkel — „Plädoyer für einen guten Reifen," *Pro Velo | Ausgabe 32,* S. 15-19, 03 1993.

[27] H. Czichos und K.-H. Habig — Tribologie-Handbuch | Tribometrie, Tribomaterialien, Tribotechnik, 3. Auflage Hrsg., Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 2010.

[28] V. L. Popov — Kontaktmechanik und Reibung | Von der Nanotribologie bis zur Erdbebendynamik, 3. Auflage Hrsg., Berlin: Springer-Vieweg, 2015.

[29] W. Steinhilper und B. Sauer — Konstruktionselemente des Maschinenbaus 2 | Grundlagen von Maschinenelementen für Antriebsaufgaben, 6. Auflage Hrsg., Berlin: Springer-Verlag, 2008.

[30] T. G. Mezger — Das Rheologie Handbuch | Für Anwender von Rotations- und Oszillations-Rheometern, 5. Auflage Hrsg., Jannover: Vincentz Network GmbH & Co. KG, 2016.

[31] D. Schmid — „Dissertation | Zum Einfluss von Dämpfung auf Bremsenschwingungen," Technische Universität Berlin, Berlin, 2020.

[32] B. Heine — Werkstoffwahl für technische Anwendungen | Grundlagen und Beispiel, 1. Auflage Hrsg., München: Carl Hanser Verlag, 2016.

[33] E. Roos, K. Maile und M. Seidenfuß — Werkstoffkunde für Ingenieure | Grundlagen, Anwendung, Prüfung, Berlin: Springer Vieweg, 2017, S. 6. Auflage.

[34] J. Rösler, H. Harders und M. Bäker — Mechanisches Verhalten der Werkstoffe, 6. Auflage Hrsg., Wiesbaden: Springer Vieweg, 2019.

[35] G. Abts — Einführung in die Kautschuktechnologie, 2. Auflage Hrsg., München: Carl Hanser Verlag, 2019.

[36] F. Röthemeyer und F. Sommer — Kautschuk Technologie | Werkstoffe, Verarbeitung, Produkte, 3. Auflage Hrsg., München: Carl Hanser Verlag, 2013.

[37] W. Grellmann und S. Seidler — Kunststoffprüfung, 3. Auflage Hrsg., München: Carl Hanser Verlag, 2015.

[38] V. L. Popov und M. Heß — Methode der Dimensionsreduktion in Kontaktmechanik und Reibung | Eine Berechnungsmethode im Mikro- und Makrobereich, 1. Auflage Hrsg., Berlin: Springer Vieweg, 2013.

[39] S. Blügel, M. Giesen, B. Hillebrands, H. Hillmer, H. Ibach, R. Kassing, H. v. Löhneysen, P. Luger, J. Salbeck, U. Scherz, W. Schilling und L. K. Thomas — Bergmann/Schäfer Lehrbuch der Experimentalphysik | Band 6, 2. Auflage Hrsg., R. Kassing, Hrsg., Berlin, 2005.

[40] R. Bordás, D. Thévenin und L.-M. Wagner — Vorlesungsskript Rheologie, Magdeburg: Otto von Guericke Universität Magdeburg | Institut für Strömungstechnik und Thermodynamik.

[41] M. Rütten — Verallgemeinerte newtonsche Fluide | Thermische und viskose Strömungseigenschaften, 1. Auflage Hrsg., Berlin: Springer Vieweg, 2019.

[42] M. Trzesniowski — Rennwagentechnik | Grundlagen, Konstruktion, Komponenten, Systeme, 3. Auflage Hrsg., Wiesbaden: Springer Vieweg, 2012.

[43] V. Dovydénas, E. P. Ernst, W. Stiffel, A. Fuchs, W. Rohmert, S. Gloger, C. G. Rasmussen, S. Bendtsen, T. Senkel, A. Detela, R. Jerman und M. Kutter — „1st european Seminar on Velomobile-Design," Kopenhagen, Dänemark, 1993.

[44] L. M. Brunkalla, V. Dovydénas, J. Eick, J. Franke, A. Fuchs, S. Gloger, G. Graupner, M. Gronau, M. Hampe, M. — „2nd european Seminar on Velomobile-Design," Schloss Laupen, Schweiz, 1994.

Heintze, D. B. Irányi, C. Kern, J. Kor, C. G. Rasmussen, G. Rinne, W. Rohmert, T. Schmidt, J. Schnieders, T. Senkel, F. Walz, D. G. Wilson und P. Wollschläger

[45] A. Brage, C. Bucher, V. Dovydénas, J. Eick, C. Etnier, J. Fuchs, A. Fuchs, S. Gloger, T. K. P. Hwang, H. John, A. Kiersch, F. Lienhard, P. Lindhardt, J. Lund, U. S. L. Nayak und R. G. Newport „3rd european Seminar on Velomobile-Design," Roskilde, Dänemark, 1998.

[46] A. V. Abbott, H.-P. Barbey, E. Benjamin, L. Bergeron, C. Capelli, P. Cencigh, M. Chiaffrino, L. Clement, G. Eslava, A. Fuchs, S. Gloger, N. Hein, C. P. Henry, J. Jostins, S. König, H. Kutzke, O. Kuusisto, U. H. Michel, H. Neupert, C. G. Rasmussen, F. Riess, A. Ross, M. Saari, E. Scharnowski, T. Schmidt, R. Schnydder, I. Sims, B. Stuart, J. Tetz, I. Urieli, M. Wächter, N. Zacharias, P. Zamparo und P. Zeller „4th european Seminar on Velomobile-Design," Interlaken, Schweiz, 1999.

[47] G. Eslava, R. Schwemmer, A. Fuchs, S. Gloger, C. G. Rasmussen, J. Eick, I. Kollibay, M. Grützner, G. Kramp, J. Fuchs und F. Van De Walle „5th european Seminar on Velomobile-Design," Germersheim, Deutschland, 2004.

[48] I. Kollibay, A. Joó, G. Joó, J. Eick, S. Bailey, S. Malghan, A. Fuchs, J. Tetz, H. Winkler, H. Bunte, C. G. Rasmussen, S. Lemoine und P. Den Boer „6th european Seminar on Velomobile-Design," Kopenhagen, Dänemark, 2009.

[49] T. Van Andel, P. Cox, K. Risse, W. Schermer, H. Meckelburg, P. Hollebrandse, T. Van Den Brink, H. Tiemens, A. Vittouris, M. Richardson, M. Kingsbury, R. Böckhorst, D. Ginster, A. „7th european Seminar on Velomobile-Design," Dronten, Niederlande, 2012.

	Asteroth, N. Van Der Wal und M. Sneep	
[50]	C. G. Rasmussen, K. Szankowski, P. H. Sørensen, C. Henry, J. Fuchs, F. Regge, F. Klinge, T. Zurbrügg, T. Botzelmann, T. Van Andel, M. Wöllner, H. Hermann, M. Raich und Y. Sijbrandij	„8th european Seminar on Velomobile-Design," Dornbirn, Deutschland, 2015.
[51]	T. Senkel	„Bauformen von Liegerädern | Eine vergleichende Übersicht," *Pro Velo 51,* S. 3 - 7, Dezember 1997.
[52]	A. König	„Masterprojekt | Programmierung einer Software zur Fehlereinflussanalyse einer Fertigungsstrecke," Institut für Konstruktion und Angewandten Maschinenbau, Wolfenbüttel, 2022.
[53]	F. Bauer	Federvorgespannte-Elastomer-Radial-Wellendichtungen | Grundlagen der Tribologie & Dichtungstechnik, Funktion und Schadensanalyse, 1. Auflage Hrsg., Wiesbaden: Springer Vieweg, 2021.
[54]	K.-D. Arndt, H. Brüggemann und J. Ihme	Festigkeitslehre für Wirtschaftsingenieure | Mit Verständnisfragen, vielen Beispielen und Aufgaben mit kleinschrittigen Lösungen, 4. Auflage Hrsg., Wiesbaden: Springer Vieweg, 2019.
[55]	V. Läpple	Einführung in die Festigkeitslehre | Lehr- und Übungsbuch, 3. Auflage Hrsg., Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 2011.
[56]	R. Dahlmann, E. Haberstroh und G. Menges	Menges Werkstoffkunde Kunststoffe, 7. Auflage Hrsg., München: Carl Hanser Verlag, 2022.
[57]	M. Meissner, H.-J. Schorcht und U. Kletzin	Metallfedern | Grundlagen, Werkstoffe, Berechnung, Gestaltung und Rechnereinsatz, 3. Auflage Hrsg., Berlin: Springer Vieweg, 2015.
[58]	M. Remppis	„Dissertation | Untersuchungen zum Förderverhalten von Dichtsystemen mit Radial-Wellendichtringen aus Elastomer," Institut für Maschinenelemente, Stuttgart, 2016.
[59]	SKF GmbH	„Reibung," *Unbekannt,* S. 86-115, 2003.

[60] A. König „Bachelorarbeit | Konstruktion einer Einarm-Federgabel," Institut für Konstruktion und Angewandten Maschinenbau, Wolfenbüttel, 2020.

[61] W. J. Bartz Keramiklager | Werkstoffe - Gleit- und Wälzlager - Dichtungen, 1. Auflage Hrsg., Tübingen: Expert Verlag, 2003.

[62] M. Trzesniowski Rennwagentechnik | Antrieb, 2. Auflage Hrsg., Wiesbaden: Springer Vieweg, 2019.

[63] H.-C. Graf v. Seherr-Thoss, F. Schmelz und E. Aucktor Gelenke und Gelenkwellen | Berechnung, Gestaltung, Anwendung, 2. Auflage Hrsg., Berlin: Springer-Verlag, 2002.

[64] W. Hildebrandt, C. Schmahl und D. Reith „Gleichlaufgelenke für den modernen Triebstrang | Ein Technologieüberblick unter besonderer Berücksichtigung ihres Einflusses auf den Fahrzeug-Energieverbrauch," in *Triebstränge in Fahrzeugen | Pkw, Motorräder, Nutzfahrzeuge und mobile Arbeitsmaschinen*, Hochschule Bonn-Rhein-Sieg, expert Verlag, 2020, S. 124-137.

[65] G. Nicolet Conception et Calcul des Éléments de Machines | Volume 2, Freiburg: Gaston Nicolet, 2006.

[66] G. Niemann und H. Winter Maschinenelemente | Band 2: Getriebe allgemein, Zahnradgetriebe - Grundlagen, Stirnradgetriebe, 2. Auflage Hrsg., Berlin: Springer Verlag, 2003.

[67] H. Linke Stirnradverzahnung | Berechnung - Werkstoffe - Fertigung, 2. Auflage Hrsg., München: Carl Hanser Verlag, 2010.

[68] J. Klingelnberg Kegelräder | Grundlagen, Anwendungen, 1. Auflage Hrsg., Berlin: Springer-Verlag, 2008.

[69] G. Niemann und H. Winter Maschinenelemente | Band 3: Schraubrad-, Kegelrad-, Schnecken-, Ketten-, Riemen-, Reibradgetriebe, Kupplungen, Bremsen, Freiläufe, 2. Auflage Hrsg., Berlin: Springer-Verlag, 1983.

[70] H. W. Müller Die Umlaufgetriebe | Auslegung und vielseitige Anwendungen, 2. Auflage Hrsg., Berlin: Springer Verlag, 1998.

[71] Deutsches Institut für Normung e.V. „DIN 8188-1 | Rollenketten - Amerikanische Bauart - Teil 1: Eindach-, Zweifach-, Dreifach-Rollenketten," Beuth-Verlag, Berlin, 1996.

[72] H. Hinzen — Maschinenelemente 2 | Lager, Welle-Nabe-Verbindungen, Getriebe, 4. Auflage Hrsg., Berlin: Walter de Gruyter GmbH, 2018.

[73] Deutsches Institut für Normung e.V. — „DIN 8196-1 | Verzahnung der Kettenräder - für Rollenketten nach DIN 8187 und DIN 8188 - Profilabmessungen," Beuth-Verlag, Berlin, 1987.

[74] H. Hinzen — Maschinenelemente 3, 1. Auflage Hrsg., Berlin: Walter de Gruyter GmbH, 2016.

[75] A. Öhler — „Wirkungsgradmessungen an Nabenschaltungen," *Fahrrad Zukunft | Schwerpunkt: Antrieb - HF-Bikes, Nabenschaltungen, Winter-Radfahren in Lappland, Walzendynamo & Minimal-Lader,* S. 4-7, Februar 2014.

[76] A. Afrabandpey und H. Ghariblu — „Performance Evaluation of Ball CVT an Comparision wirh Half Toridal CVT," *International Journal of Automotive Technology,* Bd. No. 3, Nr. Vol. 19, S. 547-557, 2018.

[77] M. Wallney — „Bachelorarbeit | Konstruktion eines Versuchsstands für Pedalkurbelantriebe und Messen des Drehmomentverlaufs infolge von Muskelkrafteinwirkung und Kurbeltrieb," Institut für Konstruktion und Angewandten Maschinenbau, Wolfenbüttel, 2011.

[78] H. A. Richard und G. Kullmer — Biomechanik | Grundlagen und Anwendungen auf den menschlichen Bewegungsapparat, 1. Auflage Hrsg., Wiesbaden: Springer Vieweg, 2013.

[79] S. Lehner — „Dissertation | Entwicklung und Validierung biomechanischer Computermodelle und deren Einsatz in der Sportwissenschaft," Universitätfachbereich 3: Mathematik/Naturwissenschaften, Koblenz-Landau, 2007.

[80] Deutsches Institut für Normung e.V. — „DIN 33402-2 | Ergonomie - Körpermaße des Menschen - Teil 2: Werte," Beuth-Verlag, Berlin, 2005.

[81] R. Redfield — „On the Relation between Joint Moments and Pedaling rated at constant power in bicycling," *Journal of Biomechanics,* S. 317-329, Februar 1986.

[82] Deutsches Institut für Normung e.V. — „DIN EN ISO 3411 | Erdbaumaschinen - Körpermaße von Maschinenführern und Mindestfreiraum," Beuth-Verlag, Berlin, 2007.

[83] F. Engstler „Dissertation | Perzentilierung maximaler Gelenkmomente des Menschen," Lehrstuhl für Ergonomie der Technischen Universität, München, 2012.

[84] A. Arampatzis, G. De Monte, K. Karamanidis, G. Morey-Klapsing, S. Stafilidis und G.-P. Brüggemann „Influence of the muscle–tendon unit's mechanical and morphological properties on running economy," *The Journal of Experimental Biology 209,* S. 3345-3357, Oktober 2006.

[85] J. J. Knapik, J. E. Wright, R. H. Mawdsley und J. Braun „Isometric, Isotonic, and Isokinetic Torque Variations in Four Muscle Groups Through a Range of Joint Motion," *Physical Therapy Volume 63 / Number 6,* S. 938-947, Juni 1983.

[86] D. Samuel und P. J. Rowe „Effect of Ageing on Isometric Strength through Joint Range at Knee and Hip Joints in Three Age Groups of Older Adults," *Gerontology,* S. 621-629, September 2009.

[87] T. D. Cahalan, M. E. Johnson, S. Liu und E. Y. S. Chao „Quantitative Measurements of Hip Strength in Different Age Groups," *Clinical Prthopaedics and Related Research | Number 246,* S. 136-145, September 1989.

[88] T. S. Yoon, D. S. Park, S. W. Kang, S.-i. Chun und J. S. Shin „Isometric and Isokinetic Torque Curves at the Knee Joint," *Yonsei Medical Journal | Vol. 32, No. 1,* S. 33-43, 1991.

[89] I. R. Lanza, T. F. Towse, G. E. Caldwell, D. M. Wigmore und J. A. Kent-Braun „Effects of age on human muscle torque, velocity, and power in two muscle groups," *J Appl Physiol | Vol. 95,* S. 2361-2369, Dezember 2003.

[90] J. Neuss Richtig sitzen, locker Rad fahren | Ergonomie am Fahrrad, 3. Auflage Hrsg., Bielefeld: Delius Klasing Verlag, 2017.

[91] S. Lippardt „HPV – Mensch und Fahrwerk," Institut für Konstruktion und Angewandten Maschinenbau, Wolfenbüttel, 2022.

[92] A. Öhler „Wirkungsgradmessungen an Nabenschaltungen – Teil 3 | Tretlagergetriebe Pinion P1.18," *Fahrrad Zukunft | SharedSpace, Reiseradgabel, Sattel ohne Nase, ...,* Nr. 20, S. 34-37, July 2015.

[93] H. Wittel, D. Jannasch, J. Voßiek und C. Spura Roloff/Matek Maschinenelemente | Normung · Berechnung · Gestaltung, 24. Auflage Hrsg., Berlin: Springer Vieweg, 2019.

[94] H. Hinzen und C. Petry „Berichte aus Forschung & Entwicklung |Wirkungsgrad von Fahrradantrieben," Hochschule Trier / Schniedershof.

[95]	H. Hinzen und A. Hinzen	„Berichte - Hauptcampus: Maschinenbau unterstützt den Sport | mit Wirkungsgradoptimierung zum Weltrekord," Hochschule Trier / Schneidershof, 2016.
[96]	SKF GmbH	„Das SKF Verfahren zur Berechnung des Reibungsmomentes," 2009.
[97]	Deutsches Institut für Normung e.V.	„DIN 51563 | Prüfung von Mineralölen und verwandten Stoffen – Bestimmung des Viskosität-Temperatur-Verhaltens – Richtungskonstante m," Beuth-Verlag, Berlin, 2011.
[98]	H. Wittel, J. Jannasch und C. Spura	Roloff/Matek Maschinenelemente Formelsammlung, 15. Auflage Hrsg., Wiesbaden: Springer Vieweg, 2019.
[99]	H. Wittel, D. Jannasch, J. Voßiek und C. Spura	Roloff/Matek Maschinenelemente | Tabellenbuch, 24. Auflage Hrsg., Berlin: Springer Vieweg, 2019.
[100]	Pinion GmbH	„P-LINE P1.18 P1.12 P1.9XR P1.9CR | Benutzerhandbuch," Pinion GmbH, Denkendorf, 2018.
[101]	A. König, B. Grumbrecht und J. Dechow	„Masterprojekt | Virtueller Prototyp Doppelexzenter," Institut für Konstruktion und Angewandten Maschinenbau, Wolfenbüttel, 2021.
[102]	Deutsches Institut für Normung e.V. (DIN)	„DIN 33402-2 | Ergonomie – Körpermaße des Menschen – Teil 2: Werte," Beuth-Verlag, Berlin, 2005.
[103]	G. P. Merker und R. Teichmann	Grundlagen Verbrennungsmotoren | Funktionsweise und alternative Antriebssysteme Verbrennung, Messtechnik und Simulation, 8. Auflage Hrsg., Wiesbaden: Springer Vieweg, 2018.
[104]	V. L. Popov, M. Heß und E. Willert	Handbuch der Kontaktmechanik | Exakte Lösungen axialsymmetrischer Kontaktprobleme, 1. Auflage Hrsg., Berlin: Springer Vieweg, 2018.
[105]	Schaeffler Technologies GmbH & Co. KG	*TPI 64 | Korrosionsbeständige Produkte,* Nr. 2014, November, November 2014.
[106]	FAG	„Schmierung von Wälzlagern | Publ.-Nr. WL 81 115/4 DA, Stand 2002".
[107]	Rohloff GmbH	„Technische Informationen zur Wartung und Pflege von Fahrradschaltungsketten".

[108] P. Naefe und J. Luderich — Konstruktionsmethodik für die Praxis | Effiziente Produktentwicklung in Beispielen, 1. Auflage Hrsg., Wiesbaden: Springer Vieweg, 2016.

[109] Deutsches Institut für Normung e.V. — „DIN ISO 21940-11 | Mechanische Schwingungen - Auswuchten von Rotoren #Teil 11 - Verfahren und Toleranzen für Rotoren mit starrem Verhalten," Beuth-Verlag, Berlin, 2017.

Anhang

Anhang 1: Erstellung *Look-Up-Table* für *Gümbeldiagramm* mit *R-Studio* und *MS Excel*

Zunächst wird ein Diagramm in Excel erstellt und als Hintergrundbild das auf den Wertebereich mit einem Graphik-Programm beschnittene *Gümbel-Diagramm* eingefügt. Im nächsten Schritt werden die Achsen mit dem Hintergrundbild synchronisiert. Die Quelle [58, S. 24] nutzt eine logarithmische Skalierung mit der Basis 2 für die µ-Achse und eine logarithmische Skalierung mit der Basis 10 für die G-Achse (siehe Übereinstimmung blaue Achslinien in Microsoft Excel mit den schwarzen Achslinien der Quelle in Abbildung 0-1 links).

Im nächsten Schritt wird empirisch herausgefunden, dass fünf Stützpunkte zur Beschreibung der Kurve mit einem *Spline* ausreichen. Die Punkte werden mit einem *X-Y-Diagramm* mit interpolierter *Spline-Darstellung* in das Diagramm eingefügt. Mithilfe von Schaltflächen werden die µ-Werte iterativ eingestellt, sodass sich eine möglichst genaue Einpassung der *Spline-Kurven* ergeben. In einer weiteren Iteration werden über Schaltflächen die G-Werte nachjustiert, um die Krümmungspunkte zu optimieren.

Da eine numerische Spline-Interpolation mit den kontinuierlichen Werten versagt, werden die G-Werte in den Exponenten-Bereich transformiert (siehe Abbildung 0-1 rechts).

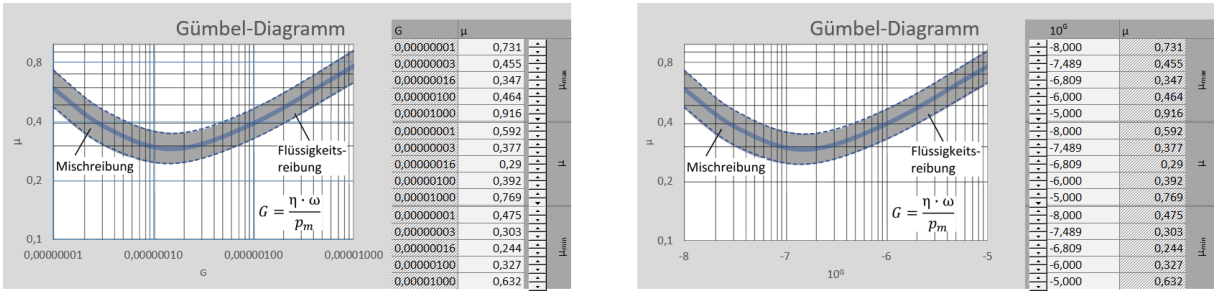


Abbildung 0-1: Abpausung der Wertekurve und des Vertrauensbereich des Gümbeldiagramm in *Microsoft Excel*.

Die drei erstellten Wertetabellen können im nächsten Schritt für eine *Spline-Interpolation* genutzt werden. Hierzu wird eine Auflösung von 1000 Schritten gewählt. Diese kann auf der Plattform *R-Studio* jedoch nach Belieben groß gewählt werden. Die errechneten Werte der *Look-Up-Table* sind über den gesamten G-Bereich kontinuierlich verteilt (siehe Abbildung 0-2).

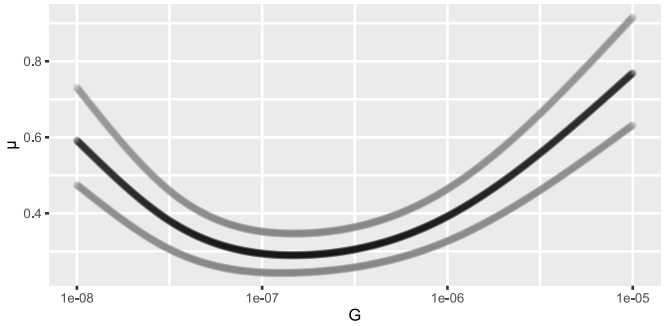


Abbildung 0-2: Werte der Look-Up-Table (konstante Skalierung in G und µ)

Ein zusätzlicher Export der Wertetabelle in eine Textdatei (siehe Zeile 66 in Tabelle 80), ermöglicht die Integration der *Look-Up-Table* auf beliebigen Plattformen.

Tabelle 80: Quelltext zur Erzeugung der Look-Up-Table für das *Gümbel-Diagramm* auf der Plattform *R-Studio*

```
1  #Initialisierungen----------------------------------------------------------
2  shell("cls");                                                  #Konsole leeren
3  remove(list=ls());                                             #Workspace leeren
4  try(dev.off(dev.list()["RStudioGD"]),silent=TRUE);             #Plots löschen
5  library(ggplot2);
6
7  #Eingangswerte--------------------------------------------------------------
8  iAUFLOESUNG=1000;
9
10 G=vector();
11 G[1]=-8;
12 G[2]=-7.489;
13 G[3]=-6.809;
14 G[4]=-6;
15 G[5]=-5;
16
17 µ_max=vector();
18 µ_max[1]=0.731;
19 µ_max[2]=0.455;
20 µ_max[3]=0.347;
21 µ_max[4]=0.464;
22 µ_max[5]=0.916;
23
24 µ=vector();
25 µ[1]=0.592;
26 µ[2]=0.377;
27 µ[3]=0.290;
28 µ[4]=0.392;
29 µ[5]=0.769;
30
31 µ_min=vector();
32 µ_min[1]=0.475;
33 µ_min[2]=0.303;
34 µ_min[3]=0.244;
35 µ_min[4]=0.327;
36 µ_min[5]=0.632;
37
38 #Spline-Interpolation-------------------------------------------------------
39 lSPLINEµ_max= spline(G, µ_max, method="natural", n=iAUFLOESUNG);
40 lSPLINEµ=     spline(G, µ,     method="natural", n=iAUFLOESUNG);
41 lSPLINEµ_min= spline(G, µ_min, method="natural", n=iAUFLOESUNG);
42 rm(G, µ_max, µ, µ_min);
43
44 #Befüllung LookUpTable------------------------------------------------------
45 mLookUpTable=matrix(0, nrow=iAUFLOESUNG, ncol=4);
46 colnames(mLookUpTable)=c("G", "µ_max" ,"µ" ,"µ_min" );
47 mLookUpTable[,"G"]=     lSPLINEµ[["x"]];
48 for(i in 1:nrow(mLookUpTable))
49 {
50   mLookUpTable[i,"G"]=10^mLookUpTable[i,"G"];
51 }
52 mLookUpTable[,"µ_max"]= lSPLINEµ_max[[ "y"]];
53 mLookUpTable[,"µ"]=     lSPLINEµ[["y"]];
54 mLookUpTable[,"µ_min"]= lSPLINEµ_min[["y"]];
55 rm(lSPLINEµ_max, lSPLINEµ, lSPLINEµ_min, i);
56
57 #Export---------------------------------------------------------------------
58 p = ggplot();
59 p = p + geom_point(data=as.data.frame(mLookUpTable), aes(x=G, y=µ_max),
                     color=rgb(0.5, 0.5, 0.5, 0.1));
60 p = p + geom_point(data=as.data.frame(mLookUpTable), aes(x=G, y=µ),
                     color=rgb(0, 0, 0, 0.1));
61 p = p + geom_point(data=as.data.frame(mLookUpTable), aes(x=G, y=µ_min),
                     color=rgb(0.5, 0.5, 0.5, 0.1));
```

```
62  p = p + scale_x_continuous(trans="log10");
63  p = p + xlab("G");
64  p = p + ylab("µ");
65  print (p);
66  write.table(mLookUpTable, file="LookUpTable_Gümbel.txt", row.names=FALSE,
                col.names=TRUE, sep="\t");
67  rm(p);
```

Anhang 2: Formeln für die Geometrie von Stirnrädern

Die Formeln werden aus einer in einem Drittsemesterprojekt erstellten und debugten Berechnungsmodul entnommen und bei weiteren Softwareimplementierungen damit verifiziert. Das Modul wurde erstmals in [97, S. 195-201] teilveröffentlicht.

$$\alpha = 20°$$

$$\sum x = 0$$

$$K_A = 1$$

Tabelle 81: Formelsatz zur Berechnung ausgewählter Geometrien von Stirnrädern

Zähnezahlverhältnis	$u = \frac{z_2}{z_1}$
Modul (Stirnschnitt)	$m_t = \frac{m}{\cos(\beta)}$
Teilkreisdurchmesser	$d_{12} = z_{12} \cdot m_t$
Nullachsabstand	$a_d = \frac{d_1 + d_2}{2}$
Involut Eingriffsinkel im Normalschnitt	$inv(\alpha) = \tan(\alpha) - \left(\pi \cdot \frac{\alpha}{180°}\right)$
Involut Eingriffswinkel im Normalschnitt	$inv(\alpha_w) = \left(2 \cdot \frac{\sum x}{z_1 + z_2} \cdot \tan(\alpha)\right) + inv(\alpha)$
Eingriffswinkel im Normalschnitt	Initialisierungsrechnung $Speicher = \sqrt[3]{3 \cdot inv(\alpha_w)} - (0{,}4 \cdot inv(\alpha_w))$ Rechnung in Schleife bis Abweichung zufriedenstellend $Speicher = Speicher + \left(\frac{inv(\alpha_w) - \tan(Speicher) + Speicher}{(\tan(Speicher))^2}\right)$ Abschlussrechnung $\alpha_w = Speicher \cdot \left[\frac{360°}{2 \cdot \pi}\right]$
Eingriffswinkel (Stirnschnitt)	$\alpha_t = \tan^{-1}\left(\frac{\tan(\alpha)}{\cos(\beta)}\right)$
Grundschrägungswinkel	$\beta_b = \cos^{-1}\left(\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\alpha_t)}\right)$
Involut Eingriffswinkel (Stirnschnitt)	$inv(\alpha_t) = \tan(\alpha_t) - \left(\pi \cdot \frac{\alpha_t}{180°}\right)$
Involut Betriebseingriffswinkel	$inv(\alpha_{wt}) = \left(2 \cdot \frac{\sum x}{z_1 + z_2} \cdot \tan(\alpha)\right) + inv(\alpha_t)$
Betriebseingriffswinkel	Initialisierungsrechnung $Speicher = \sqrt[3]{3 \cdot inv(\alpha_{wt})} - (0{,}4 \cdot inv(\alpha_{wt}))$ Rechnung in Schleife bis Abweichung zufriedenstellend

	$Speicher = Speicher + \left(\frac{inv(\alpha_{wt}) - \tan(Speicher) + Speicher}{(\tan(Speicher))^2}\right)$ Abschlussrechnung $\alpha_{wt} = Speicher \cdot \left[\frac{360°}{2 \cdot \pi}\right]$
Betriebsachsabstand	$a = a_d \cdot \frac{\cos(\alpha_t)}{\cos(\alpha_{wt})}$
Betriebswälzkreisdurchmesser	$d_{w1} = \frac{2 \cdot a}{1 + u}$
Betriebswälzkreisdurchmesser	$d_{w2} = (2 \cdot a) - d_{w1}$
Betriebsschrägungswinkel	$\beta_w = \tan^{-1}\left(\tan(\beta) \cdot \frac{d_{w1}}{d_1}\right)$
Grundkreisdurchmesser	$d_{b12} = d_{12} \cdot \cos(\alpha_t)$
Profilverschiebungsfaktor	$x_1 = \frac{\sum x}{2} + \left(\frac{1 - \sum x}{2} \cdot \frac{\log_{10}(u)}{\log_{10}\left(\frac{z_1 \cdot z_2}{100}\right)}\right)$
Profilverschiebungsfaktor	$x_2 = \sum x - x_1$
Profilverschiebung	$V_{12} = x_{12} \cdot m$
Kopfhöhenänderung	$k = a - a_d - \left(m \cdot \sum x\right)$
Kopfhöhe	$h_{a12} = m + V_{12} + k$
Kopfkreisdurchmesser	$d_{a12} = d_{12} + (2 \cdot h_{a12})$
Eingriffsstrecke	$g_\alpha = \frac{\sqrt[2]{{d_{a1}}^2 - {d_{b1}}^2} + \sqrt[2]{{d_{a2}}^2 - {d_{b2}}^2}}{2} - (a \cdot \sin(\alpha_{wt}))$
Profilüberdeckung im Stirnschnitt	$\varepsilon_\alpha = \frac{g_\alpha}{\pi \cdot m_t \cdot \cos(\alpha_t)}$
Teilüberdeckung im Stirnschnitt	$\varepsilon_1 = \frac{z_1 \cdot \left(\sqrt[2]{\left(\frac{d_{a1}}{d_{b1}}\right)^2 - 1} - \tan(\alpha_{wt})\right)}{2 \cdot \pi}$
Teilüberdeckung im Stirnschnitt	$\varepsilon_2 = \varepsilon_\alpha - \varepsilon_1$

Tabelle 82: Formelsatz zur Berechnung ausgewählter Geschwindigkeiten an Stirnrädern

Übersetzung	$i = \frac{z_2}{z_1}$
Drehzahl	$n_1 = n_e$
Drehzahl	$n_2 = i \cdot n_1$
Tangentialgeschwindigkeit	$v_{t1} = d_{w1} \cdot \pi \cdot n_1 \cdot \left[\frac{1m}{1000mm}\right] \cdot \left[\frac{1min}{60s}\right]$

Tangentialgeschwindigkeit	$v_{t2} = d_{w2} \cdot \pi \cdot n_2 \cdot \left[\frac{1m}{1000mm}\right] \cdot \left[\frac{1min}{60s}\right]$
Wälzgeschwindigkeit	$v_{\mathrm{w}} = \frac{n_1 \cdot a}{1 + \frac{z_1}{z_2}} \cdot \left[\frac{1min}{60s}\right] \cdot [2 \cdot \pi]$

Tabelle 83: Formelsatz zur Berechnung ausgewählter Kräfte an Stirnrädern

Moment	$T_1 = M_e$
Moment	$T_2 = \frac{M_e}{i}$
Umfangskraft im Stirnschnitt	$F_{t12} = \frac{2 \cdot T_{12}}{d_{w12}} \cdot \left[\frac{1000mm}{1m}\right]$
Radialkraft	$F_{r12} = F_{t12} \cdot \frac{\tan(\alpha_w)}{\cos(\beta_w)}$
Axialkraft	$F_{a12} = F_{t12} \cdot \tan(\beta_w)$
Zahnnormalkraft im Stirnschnitt	$F_{bn12} = \frac{F_{t12}}{\cos(\alpha_w)}$
Betriebszahnnormalkraft	$F_{bt12} = \frac{F_{t12}}{\cos(\alpha_{wt})}$

Anhang 3: Übersetzungsverhältnisse in einstufigen Planetengetrieben

$$n_H \cdot |z_H| = \left(n_{PT} \cdot (|z_H| + z_S)\right) - (z_S \cdot n_S)$$

$$n_{p,rel} = -\frac{z_e}{z_p} \cdot (n_e - n_S) = -\frac{z_a}{z_p} \cdot (n_a - n_S)$$

	Hohlrad	Planetenträger	Sonnenrad	Übersetzung	
①	Abtrieb ↺	fest ↭	Antrieb ↻	$i = -\frac{\lvert z_H \rvert}{z_S}$	$i = \frac{n_S}{n_H}$
②	Antrieb ↻	Abtrieb ↻	fest ↭	$i = 1 + \frac{z_S}{\lvert z_H \rvert}$	$i = \frac{n_H}{n_{PT}}$
③	fest ↭	Abtrieb ↻	Antrieb ↻	$i = 1 + \frac{\lvert z_H \rvert}{z_S}$	$i = \frac{n_S}{n_{PT}}$
④	Antrieb ↻	fest ↭		$i = 1$	$n_S = n_H = n_{PT}$
	st ↛	Antrieb ↻	fe ↚		
		fest ↭	Antrieb ↻		
⑤	fest ↭	Antrieb ↻	Abtrieb ↻	$i = \frac{1}{1 + \frac{\lvert z_H \rvert}{z_S}}$	$i = \frac{n_{PT}}{n_S}$
⑥	Abtrieb ↻	Antrieb ↻	fest ↭	$i = \frac{1}{1 + \frac{z_S}{\lvert z_H \rvert}}$	$i = \frac{n_{PT}}{n_H}$
⑦	Antrieb ↻	fest ↭	Abtrieb ↺	$i = -\frac{1}{\frac{\lvert z_H \rvert}{z_S}}$	$i = \frac{n_H}{n_S}$

Anhang 4: Modelle von Umwerfern und Schaltwerken

Aktuelles Marktangebot der Hersteller von Umwerfern und Schaltwerken:

Tabelle 84: Umwerfer und Schaltwerke des Herstellers *Microshift*[347]

Umwerfer	Gruppe	Gänge	Masse [g]
FD-T492B	Advent	2 x 9	-
FD-M622G-B	XLE Trekking	2 x 11	-
FD-M622	XLE	2 x 11	-
FD-M612		2 x 10	-
FD-M613		3 x 10	-
FD-M462	Marvo	2 x 9	-
FD-M43		3 x 9	-
FD-M382-B		2 x 8	-
FD-T382-B		2 x 8	-
FD-T392-B		2 x 9	-
FD-M282	Mezzo	2 x 8	-
FD-M292		2 x 9	-
FD-T202		2 x 7/8	-
FD-M20		3 x 7/8	-
FD-M30		3 x 8	-
FD-M22	Mezzo Trekking	3 x 7/8	-

Schaltwerke	Gänge	Gänge	z_{oben}	z_{unten}	Masse [g]
RD-M6205AM	Advent X	10	12	14	-
RD-M6205GM		10	12	14	-
RD-M6195M	Advent	9	11	11	-
RD-M6195S		9	11	11	-
RD-M619M		9	11	11	-
RD-M6195L		9	11	11	-
RD-M619L		9	11	11	-
RD-M5185M	Acolyte	8	11	12	-
RD-M5185S		8	11	12	-
RD-M5180M		8	11	12	-
RD-M5180S		8	11	12	-
RD-M865M	XCD	8	11	11	-
RD-M66L	XLE	11	11	11	-
RD-M665L		11	11	11	-
RD-M66M		11	11	11	-
RD-M665M		11	11	11	-
RD-M61L		10	11	11	-
RD-M62L		10	11	11	-
RD-M51S		10	11	11	-
RD-M46L	Marvo	9	12	12	-
RD-M46S		9	12	12	-
RD-M36L	Mezzo	8/9	11	12	-
RD-M36S		8/9	11	12	-
RD-M26L	M26	7/8	12	12	-
RD-M26S		7/8	12	12	-
RD-M26CL	M26C	7/8	12	12	-
RD-M26CS		7/8	12	12	-
RD-M21L	M21	6/7	11	11	-
RD-M21S		6/7	11	11	-
RDM21SS		6/7	11	11	-

Tabelle 85: Umwerfer und Schaltwerke des Herstellers *Shimano* (exklusive E-Bike-Varianten)[348]

Umwerfer	Gruppe	Gänge	Masse [g]
FD-R9250	Dura-Ace R9250	2 x 12	
FD-R9100-B (F)	Dura-Ace	2 x 11	
FD-M9100-D (E/M)	XTR	2 x 12	
FD-R8150	Ultegra R8150	2 x 12	
FD-R8050	Ultegra Grade	2 x 11	
FD-R8000-B (F)		2 x 11	
FD-M8100-D (E/M)	Deore XT	2 x 12	
FD-T8000-L-3 (H-3/L-6)		3 x 10	

Schaltwerke	Gruppe	Gänge	z_{oben}	z_{unten}	Masse [g]
RD-R9250	Dura-Ace R9250	12			
RD-M9120-SGS	XTR	12			
RD-M9100-GS		12			
RD-M9100-SGS		12			
RD-R9100-SS	Dura-Ace	11			
RD-R8150	Ultegra R8150	12			
RD-M8120-SGS	Deore XT	12			
RD-M8100-GS		12			
RD-M8100-SGS		12			
RD-T8000-SGS		10			
RD-M8050-GS	Deore XT M8050	11			
RD-R8000-GS	Ultegra	11			
RD-R8000-SS		11			

[347] https://www.microshift.com/

[348] https://bike.shimano.com/

FD-M8070	Deore XT M8050	2 x 11
FD-R8000-B (F)	Ultegra	2 x 11
FD-R7150	105 R7150	2 x 12
FD-M7100-D (E/M)	SLX	2 x 12
FD-R7000-B (F)	105	2 x 11
FD-M5100-D (E/M)	Deore	2 x 11
FD-M4100-D (E/M)		2 x 10
FD-T6000-L-3 (L-6)		3 x 10
FD-T6000-H-3		3 x 10
FD-4703-B (F)	Tiagra	3 x 10
FD-4700-B (F)		2 x 10
FD-R3030-B (F)	Sora	3 x 9
FD-R3000-B (F)		3 x 9
FD-M3100-M	Alivio	3 x 9
FD-M373-3		3 x 9
FD-T3000-TS3 (TS-6)	Alivio/ Acera	3 x 9
FD-M3120-D (E/M/M-B)		2 x 9
FD-M3000-TS3 (TS6)	Acera	3 x 9
FD-T3000-2-TS3		3 x 9
FD-M2000-TS3 (TS6)		3 x 9
FD-M310	Acera Altus	3 x 8/7
FD-M313		3 x 8/7
FD-M315-TS		2 x 8/7
FD-TY606-L		2 x 8/7
FD-TY600-L3 (L6)	Acera Altus/ Tourney/ Tourney TZ	3 x 8/7/6
FD-TY601-L3 (L6)		3 x 8/7/6
FD-M370-3	Altus	3 x 9
FD-M371-3		3 x 9
FD-M370-6		3 x 9
FD-M371-6		3 x 9
FD-M2020-TS		2 x 9
FD-M3120-M (E/M/M-B)		2 x 9
FD-TX800-TS3 (TS6)	Altus/ Tourney TX	3 x 9/8
FD-TY300-DS6(475)	Tourney	3 x 7/6
FD-TZ500-DS6	Tourney TZ	3 x 7/6
FD-TZ510-DS6		3 x 7/6
FD-R2030-B (F)	Claris	3 x 8
FD-R2000-B (F)	Claris	2 x 8
FD-RX810-F-LE	GRX RX810	2 x 11
FD-RX815-F		2 x 11
FD-RX810-F	GRX RX810/	2 x 11

RD-R7150	105 R7150	12
RD-M7120-SGS	SLX	12
RD-M7100-SGS		12
RD-R7000-SS	105	11
RD-R7000-GS		11
RD-M6100-SGS	Deore	12
RD-T6000-SGS		10
RD-M5100-SGS		11
RD-M5120-SGS		11/10
RD-M4120-SGS		11/10
RD-4700-GS	Tiagra	10
RD-4700-SS		10
RD-T4000	Alivio	9
RD-M3100-SGS		9
RD-R3000-GS	Sora	9
RD-R3000-SS		9
RD-M3100	Acera	9
RD-T3000		9
RD-M3020-8	Acera Altus	8/7
RD-M310-Smart		8/7
RD-M2000	Altus	9
RD-M370-SGS		9
RD-R2000-GS	Claris	8
RD-TX800	Tourney TX	9
RD-TY500	Tourney	7/6
RD-TY21-B		6
RD-TY300		7/6
RD-TY200-GS	Tourney/ Tourney TZ	7/6
RD-TZ500-GS		6
RD-TY200-GS	Tourney TZ	7/6
RD-TY500-SGS		7/6
RD-TY300-SGS		7/6
RD-TY21-B-GS		6
RD-M820-SS	Saint	10
RD-RX805-GS	Ultegra Grade	11
RD-RX800-GS		11
RD-RX810-LE	GRX RX810	11
RD-RX812-LE		11
RD-RX815		11
RD-RX817		11
RD-RX812		11
RD-RX810	GRX RX810/ GRX RX600	11
RD-RX400	GRX RX400	10
RD-A070	Tourney A070/ A050	7

	GRX RX600	
FD-RX400-F	GRX RX400	2 x 10
FD-A073	Tourney A070	3 x 7
FD-A070A	Tourney A070/ A050	2 x 7

Tabelle 86: Schaltwerke des Herstellers *SRAM*[349]

Umwerfer		Gänge	Masse [g]
FD-RED-E-D1	Red eTap AXS	2 x 12	-
FD-FRC-EW-D1	Force eTap AXS	2 x X	-
FD-FRC-E-D1		-	-
FD-RIV-E-D1	Rival eTap AXS	2 x X	-
FD-RIV-EW-D1		2 x X	-
FD-FRC-B1	Force	2 x 11	-
FD-RIV-B1	Rival	2 x 11	-
FD-GX-HD11-A1	GX	2 x 11	139

Schaltwerke		Gänge	z_{oben}	z_{unten}	Masse [g]
RD-RED1-E-D1	Red eTap AXS	-	12	12	-
RD-RED-E-D1		12	12	12	-
RD-RED-E-A2	Red eTap	-	12	12	-
RD-RED-C2	Red	11	11	10	-
RD-RIV1-E-D1	Rival eTap AXS	12	12	12	-
RD-RIV-E-D1		12	12	12	-
RD-FRC1-E-D1	Force eTap AXS	-	12	12	-
RD-FRC-E-D1		-	12	12	-
RD-FRC-1-A2	Force 1	11	12	12	-
RD-FRC-A1	Force	10	11	11	178
RD-FRC-B1		11	11	11	-
RD-RIV-1-A2	Rival 1	11	12	12	-
RD-RIV-B1	Rival	11	10	10	-
RD-APX-1-A1	Apex 1	11	12	12	-
RD-APX-A1	Apex	10	11	11	-
RD-XX-1E-A1	XX1 Eagle AXS	12	12	14	-
RD-XX-1-A1	XX1 Eagle	12	12	14	-
RD-XX-1-B2		12	12	14	-
RD-XX-1-A2	XX1	11	12	12	245
RD-X0-1E-A1	X01 Eagle AXS	12	12	14	-
RD-X0-1-B2	X01 Eagle	12	12	14	-
RD-X0-1-A2	X01	11	12	12	250
RD-X0-1DH-A2	X01 DH	10	12	12	-
RD-X0-1DH-A3		7	12	12	-
RD-EX1-A1	EX1	8	12	14	-
RD-GX-1E-A1	GX Eagle AXS	12	12	14	-
RD-GX-1-B2	GX Eagle	12	12	14	-
RD-GX-T21-A1	GX	10	11	11	302
RD-GX-1-A1		11	12	12	265
RD-GX-A1		10	11	11	-
RD-GX-11-A1		11	12	14	289
RD-GX-1DH-A3	GX DH	7	12	12	-
RD-NX-1-B1	NX Eagle	12	12	14	339
RD-NX-1-A1	NX	11	12	12	322
RD-SX-1-B1	SX Eagle	12	12	14	-
RD-X7-A1	X7	9/10	11	11	-
RD-X5-A1	X5	10/9/8/7	11	11	
RD-X4-A1	X4	9/8/7	11	11	-
RD-X3-A1	X3	9/8/7	12	13	-
RD-X-1-A2	X1	11	12	12	256

Tabelle 87: Schaltwerke des Herstellers *SRIDE*[350]

Schaltwerke	Gruppe	Gänge	z_{oben}	z_{unten}	Masse [g]	Systemkompatibilität
RD-M600c	M600	12	11	11	249	Shimano MTB
RD-M500c	M500	12/11	11	11	249	Shimano MTB
RD-M410	M400	12/11/10	11	11	345	Shimano MTB

[349] https://www.sram.com/
[350] https://www.s-ridebike.com/

RD-M400 Overlength Cage		11/10	11	11	305	Shimano MTB
RD-M400 Long Cage		10	11	11	299	Shimano MTB
RD-M310	M300	9	11	11	310	SRAM 1:1
RD-M300c Overlength Cage		9	11	11	310	SRAM 1:1 MTB
RD-M300 Long Cage		8/8	11	11	285	Shimano MTB
RD-M300 Short Cage		8	11	11	274	Shimano MTB
RD-M200 Long Cage	M200	8/7/6	11	11	269	Shimano MTB
RD-M200 Short Cage		8/7/6	11	11	240	Shimano MTB
RD-E-600c Overlength Cage	E-MTB	9	11	11	335	SRAM 1:1
RD-E-600 Overlength Cage		9	11	11	299	SRAM 1:1
RD-E-500 Overlength Cage		8	11	11	299	SRAM 1:1
RD-E-400 Short Cage		7	11	11	345	SRAM 1:1

Tabelle 88: Umwerfer und Schaltwerke des Herstellers *Campagnolo*[351]

Umwerfer	Gänge	Masse [g]
super record EPS	2 x 12	132
super record	2 x 12	79
record	2 x 12	81
Chorus	2 x 12	87
potenza 11	2 x 11	94
centaur	3 x 10	103

Schaltwerke	Gänge	z_{oben}	z_{unten}	Masse [g]
super record EPS	12	11	11	234
super record	12	11	11	181
record	12	11	11	216
Chorus	12	11	11	220
Potenza 11	11	11	11	206
centaur	10	11	11	230

Tabelle 89: Umwerfer und Schaltwerke des Herstellers *Sunrace*[352]

Umwerfer	Gruppe	Gänge	Masse [g]
FDMS66 LD (2D/MD/SD)	MS	2 x 10	136 (-)
FDMS28 LD (2D/MD/SD)		3 x 10	149 (-)
FDMS20 LD (2D/MD/SD)		2 x 10	145 (-)
FDM966 LD (2D/MD/SD)	M9	2 x 9	136 (-)
FDM924 LD (2D/MD/SD)		3 x 9	149 (-)
FDM920 LD (2D/MD/SD)		3 x 9	145 (-)
FDM500 LD (MD/SD)	M5	3 x 8	146 (-)
FDM300 LD (MD/SD)	M3	3 x 8/7	143 (-)
FDM2S SB (ST/MB/MT)	M2	3 x 7/6	- (-)
FDM2A SB (ST/MB/MT)		3 x 7/6	- (-)
FDM06 SB	M05	2 x 7/6	-
FDM05 SB (MB)		3 x 7/6	- (-)
FDRZ BB	RZ	2 x 10	102
FDRX BB	RX	2 x 10	99
FDRS0 BB (LB/MB)	RS	2 x 10	99 (-)
FDR99 BB (LB/MB)	R9	3 x 9	99 (-)
FDR90 BB (LB/MB)		2 x 9	99 (-)

Schaltwerke	Gruppe	Gänge	z_{oben}	z_{unten}	Masse [g]
RDMZ920 MD	MZ	12	14	14	288
RDMZ900 MD		12	13	13	283
RDMZ600 MD		12	13	13	294
RDMX600 MD	MX	11	13	13	294
RDMS300 MD	MS11	11	13	13	364
RDMS100 MD	MS	10	13	13	364
RDMS103 SD		10	11	11	275
RDM900 MD	M9	9	13	13	270
RDM97 LD		9	11	11	335
RDM91 LD		9	11	11	342
RDM93 MD		9/8	11	11	252
RDM903 SD		9	11	11	238
RDM83 MD	M6	9/8	11	11	302
RDM57 LD	M5	8/7	11	11	354
RDM41 LD	M4	8/7	13	13	376
RDM37 LD (LB/SD/SB)	M3	7	11	11	130
RDM36 SD (SB)		9	11	11	225
RDM2T LD (LB/SD/SB)	M2	7/6	9	9	- (-)
RDM15 LD (LB/SD/SB)		5	9	9	- (-)
RDM10 LD (LB)	M05	7/6	10	10	- (-)
RDRZ2 SD	RZ	10/9	11	11	202
RDRX2 SD	RX	10/9	11	11	211
RDRS2 SD	RS	10/9	11	11	212
RDR91SD (LD)	R9	9	11	11	257 279
RDR81SD	R8	8	11	11	-

[351] https://www.campagnolo.com/
[352] https://sunrace.com/

FDR87 BB (MB/SB)	R8	3 x 8	-	(-)		
FDR80 BB (MB/SB)		2 x 8	-	(-)		
FDR31 SB (MB)	R30	2 x 7/6	-	(-)		
(LD)						(-)
RDR37 SD	R30	7/6	11	11	-	

Tabelle 90: Umwerfer und Schaltwerke des Herstellers *Sensah*[353]

Umwerfer	Gänge	Masse [g]
XRX	2 x 12	-
MX9	3 x 9	-
MX8	2 x 12	-
RX 2X10	2 x 10	-
RX 3X10	3 x 10	-
CRX	2 x 11	250

Schaltwerke	Gänge	z_{oben}	z_{unten}	Masse [g]
RX11 Pro	11	13	13	-
CRX-Pro	11	12	12	318
RX12	12	13	13	-
ARX	13	12	12	318
XRX	12	12	12	318
MX	9	10	10	-
RX	10	11	11	-
CRX	11	11	11	265

[353] https://www.sensahsmart.com/